

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 100 (1975), No. 4, 411--422

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117883>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1975

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RECENSE

COMPUTING METHODS IN APPLIED SCIENCES AND ENGINEERING. Part 1 & 2. Edited by R. Glowinski and J. L. Lions. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974. 497 a 434 stran, cena 34 a 30 DM. (Lecture Notes in Computer Science Vol. 10 & 11.)

Recenzovaná publikace je sborník přednášek, které byly prosloveny na symposiu Colloque International sur les Méthodes de Calcul Scientifique et Technique, konaném od 17. do 21. prosince 1973 ve Versailles. Pořadatelem symposia byl Institut de Recherche d'Informatique et d'Automatique (IRIA) pod záštitou IFIP. Zasedání se zúčastnilo asi 400 vědců a techniků z řady zemí.

Sborník obsahuje ve dvou svazcích celkem 39 přednášek z různých tematických okruhů. Většina autorů přednášek je z Francie. Velmi silně jsou ve sborníku zastoupeny USA, takže zhruba polovina příspěvků je ve francouštině, polovina v angličtině. Socialistické země reprezentují pouze G. I. Marčuk a V. V. Šajdurov z Novosibirska.

Přednášky jsou rozděleny podle témat do 8 skupin, jejichž názvy jsou: Všeobecné, Konečné prvky, Nelineární úlohy, Obvody a polovodiče, Mechanika kontinua, Úlohy o vlnění, Optimální řízení, Filtrace a identifikace. Charakter příspěvků ve sborníku je stejně různorodý jako jejich témata. Lze tu nalézt jak přednášky spíše teoretické, tak informace o řešení konkrétních úloh z technické praxe.

Referovat zde o jednotlivých přednáškách není vzhledem k rozsahu recenze možné a nebylo by patrně ani příliš účelné. Snad jen jako ilustraci, která může napovědět něco o odborné úrovni účastníků konference aspoň tomu, kdo někdy slyšel o metodě konečných prvků, uvedme jména autorů přednášek z tohoto oddílu sborníku. Jsou to J. M. Boisserie, P. G. Ciarlet, J. Douglas, T. Dupont, B. Fraeijs de Veubeke, B. M. Irons, P. Jamet, P. A. Raviart, G. Strang, M. F. Wheeler, O. C. Zienkiewicz.

Publikace zřejmě byla pořízena fotografickou cestou z předloh, dodaných autory. Vzhledem k tomu není v několika případech čitelnost vpisovaných vzorců a kvalita obrázků prvotřídní. Vcelku se dá říci, že recenzovaný sborník bude velmi užitečný pro celou řadu specialistů, kteří pracují v různých odvětvích aplikované a numerické matematiky.

Karel Segeth, Praha

R. Nevanlinna: ANALYTIC FUNCTIONS, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 162. svazek knihnice die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, 373 stran, 76 DM.

Proslulá Nevanlinnova učebnice Eindeutige analytische Funktionen vychází již ve 3. vydání, tentokrát jako revidovaný anglický překlad 2. německého vydání z r. 1953.

Jádrem knihy je výklad Nevanlinnovy teorie rozložení hodnot meromorfních funkcí. Pokusme se naznačit, oč v této teorii jde. Budiž f meromorfní funkce v kruhu $|z| < R \leq \infty$. Označme $N(r, a)$ průměrnou hustotu jejich kořenů v kruhu $|z| \leq r < R$, tj. $\int_0^r ((n(r, a) - n(0, a))/r) dr + n(0, a) \log r$, kde $n(r, a)$ je počet kořenů f v kruhu $|z| \leq r < R$, $m(r, a)$ jakousi střední míru odchylky hodnot funkce f od hodnoty a na kružnici $|z| = r < R$, tj. pro a konečné

$(1/2\pi) \int_0^{2\pi} \log^+ (1/|f(re^{i\theta}) - a|) d\theta$, $(1/2\pi) \int_0^{2\pi} \log^+ |f(re^{i\theta})| d\theta$ pro $a = \infty$, a konečně $T(r) = N(r, \infty) + m(r, \infty)$. Budiž speciálně $f(z)$ celistvá funkce e^z . Pro ni zřejmě $N(r, a) = 0$, $m(r, a) = r/\pi$ pro $a = 0, \infty$, a výpočet ukazuje $m(r, a) = O(1)$ pro $a \neq 0, \infty$. Elementárním odhadem spojeným s užitím Stirlingovy formule dostaneme $N(r, a) = r/\pi + O(1)$ pro $a \neq 0, \infty$. Je tedy $N(r, a) + m(r, a) = T(r) + O(1)$ pro všechna a . Tento fakt platí pro libovolnou meromorfní f a tvoří obsah první základní Nevanlinnovy věty. Zkoumáme-li tedy meromorfní funkci f nejen s hlediska zda a jak často nabývá komplexní hodnoty a , ale vezmeme-li v úvahu i jistou rychlost s jakou se f k a blíží, vidíme, že všechna komplexní čísla jsou vůči f rovnocenná. První základní věta udává přesný výraz pro tuto pozoruhodnou vlastnost meromorfních funkcí a zároveň horní odhad pro veličinu $N(r, a)$ a tím i pro počet kořenů rovnice $f(z) = a$. Všimněme si dále, že v hořejším příkladě je ve většině případů $N(r, a)$ podstatně větší než $m(r, a)$. Výjimku tvoří jen dvě hodnoty, totiž $a = 0, \infty$. Také tento fakt, tj. jistý dolní odhad veličiny $N(r, a)$, platí obecně, samozřejmě s výjimkou těch funkcí, pro něž je $T(r)$ omezená funkce; ty jsou pro $R = \infty$ konstantní a v případě $R < \infty$ tvoří celou třídu s velmi zajímavými vlastnostmi. Jeho přesná početní formulace není zdaleka jednoduchá a tvoří obsah druhé základní Nevanlinnovy věty. Zatímco první základní věta spočívá v podstatě v přepsání a nové interpretaci Poissonova-Jensenova vzorce, leží druhá základní věta velmi hluboko, její důkaz je velmi těžký a plynou z ní dalekosáhlé důsledky. Tak např. jako velmi speciální případ obsahuje Picardovu větu i její zpřesnění pro celé funkce konečného řádu, podané Borelem.

Popište nyní ve stručnosti obsah knihy. V kap. I. jde o konstrukci automorfních funkcí, jež nabývají všech hodnot s výjimkou $p \geq 2$ konečných hodnot a_1, \dots, a_p , ekvivalentně o konstrukci konformního zobrazení universální nakrývací plochy roviny s p vyňatými body na jednotkový kruh (rovinu v případě $p = 2$). Poněvadž universální nakrývací plocha libovolné Riemannovy plochy je jednoduše souvislá Riemannova plocha, je existence hledaného konformního zobrazení velmi speciálním případem obecné věty o uniformisaci. V případě $p = 3$, tj. pro modulární funkci, lze však její existenci dokázat známým způsobem jen pomocí Riemannovy věty o konformním zobrazení rovinných oblastí kombinované s prodlužováním pomocí principu symetrie. Pro $p > 3$ není už situace tak jednoduchá a autor nastiňuje myšlenku důkazu Koebeho metodou. V závěru je ukázáno, jak lze pomocí těchto prostředků sestrojít příslušné funkce v p -násobně souvislých Jordanových oblastech. V kap. II. je řešena Dirichletova úloha pro Laplaceovu rovnici s omezenou hraniční podmínkou, jež je spojitá až na konečně mnoho bodů. O oblasti se předpokládá, že je ohraničena $p \geq 1$ Jordanovými křivkami. Pro $p = 1$ vyjde existence pomocí konformního zobrazení na kruh, kde je k dispozici Poissonův integrál. Pro $p > 1$ se užije konformního zobrazení universální nakrývací plochy oblasti z kap. I. a Poissonova integrálu. I když je tato metoda pro $p > 3$ značně komplikovaná a je omezena jen na rovinu, je užitečné seznámit se s ní i pro ty, kteří ovládají dnes běžné metody teorie potenciálu. Na základě existence řešení Dirichletovy úlohy se pak konstruuje v těchto oblastech harmonická míra, Greenova funkce a studují se topologické vlastnosti křivek, na nichž je harmonická míra konstantní. Existenční věty z prvních dvou hlav tvoří základní aparát, o němž se opírá celá kniha. Další dvě hlavy tvoří jednotný celek. V kap. III. jsou klasické výsledky, mj. Hadamardova věta o třech kruzích, Phragménovy-Lindelöfovy věty, Loewnerovo lemma, věty Landauova a Schottkyho vyloženy jako důsledky obecných majorisačních principů: principu harmonické resp. hyperbolické míry. V kap. IV. je zkoumána otázka, jak se deformují eukleidovské vztahy v oblasti dané třídy, jestliže ji (nebo její universální nakrývací plochu) zobrazíme na nějakou kanonickou oblast, např. na kruh, pás apod. V podstatě jde o vztah mezi harmonickou či hyperbolickou mírou a eukleidovskou mírou, neboť harmonická i hyperbolická míra je invariantní vůči konformnímu zobrazení a jejich vztah k eukleidovské míře v jednotkovém kruhu je znám přímo na základě jejich definice. Tyto otázky jsou velmi konkrétné a do značné hloubky studovány zejména v souvislosti s tzv. Carlemanovou-Millouxovou úlohou a s Ahlforsovými větami o deformaci při konformním zobrazení na pás. V kap. V. jsou zavedeny a studovány (kompaktní) množiny nulové harmonické

míry a nulové kapacity a je ukázáno, že oba tyto pojmy splývají. Je vyjasněna souvislost těchto pojmů s Greenovou funkcí a logaritmickým potenciálem a dále souvislost s Hausdorffovými mírami odvozenými od libovolných spojitých neklesajících funkcí. Tyto vztahy jsou pronikavě osvětleny na příkladech obecných Cantorových diskontinuí. Kap. VI.—XIII. jsou věnovány Nevanlinnově teorii. V kap. VI. je vyložena první Nevanlinnova věta, geometrická interpretace charakteristiky $T(r)$, podaná Ahlforsem a Shimizu a Cartanova věta o konvexitě. Kap. VII. pojednává o třídě funkcí meromorfních v $|z| < 1$, jež mají omezenou charakteristiku $T(r)$. Je uvedena jejich charakterisace jakožto podílů funkcí omezených a holomorfních v $|z| < 1$, z níž plynou jejich hluboké hraniční vlastnosti. V závěru jsou udány aplikace na konformní zobrazení. V kap. VIII. je vybudována teorie růstu meromorfních funkcí, jež zobecňuje a z nového hlediska osvětluje klasickou klasifikaci celých funkcí, založenou na asymptotickém chování maxima modulu na kružnicích se středem v počátku. Celá IX. kap. je věnována formulaci a důkazu druhé Nevanlinnovy věty. Autor se v tomto vydání znovu vrátí k centrálnímu bodu své teorie a kromě diferenciálně geometrického důkazu uvádí i svůj původní tzv. elementární důkaz. Je obdivuhodné, s jakou jasností a přehledností jsou vyloženy jak základní ideje důkazu, tak i jeho technika, vyžadující velmi obtížné výpočty a vysoce důvtipné odhady. Mistrovský výklad dokonale koresponduje s dalekosáhlým významem této věty. Z ní je v kap. X. odvozena věta o defektech, jež velmi názorně ukazuje hloubku Nevanlinnovy teorie: nejenže obsahuje Picardovu větu jako velmi speciální případ, ale umožňuje velmi jemně rozlišovat mezi relativními hustotami, s nimiž daná meromorfní funkce nabývá různých hodnot. Poslední tři kapitoly jsou věnovány geometrickému pojetí teorie rozložení hodnot. V kap. XI. jsou studovány (jednoduše souvislé) Riemannovy plochy analytických funkcí inverzních k funkcím meromorfním v dané jednoduše souvislé rovině oblasti a jejich hraniční body (věta Iversenova a Grossova) a velmi detailně jejich různé podtřídy. Kap. XII. je věnována problému typu otevřené (tj. nekompaktní) Riemannovy plochy. Jde o to rozhodnout na základě jejich topologických a metrických vlastností, zda ji lze konformně zobrazit na rovinu (parabolický typ) či na jednotkový kruh (hyperbolický typ). Z tohoto hlediska jsou věty o defektech meromorfní funkce f chápány jako výroky o charakteru rozvětvení Riemannovy plochy analytické funkce inverzní k f . Vyvrcholením tohoto pojetí je výklad Ahlforsova zobecnění teorie rozložení hodnot v kap. XIII., jež spočívá v přímém studiu nakrývacích ploch, pro něž jsou axiomaticky formulovány jisté metrické vlastnosti. V této abstraktní situaci jsou vysloveny a dokázány základní Nevanlinnovy věty a ukázány aplikace na konformní zobrazení jednoduše souvislých Riemannových ploch.

Po technické stránce spočívala revise v novém přehlednějším očíslování vzorců a odstavců. Recensent má pocit, že jazyk anglického překladu místy nekoresponduje s úrovní knihy, jež, i přes obtížnost četby, zůstává dosud nepřekonaným a stále podnětným výkladem krásné a hluboké teorie.

Jaroslav Fuka, Praha

*L. Sario, M. Nakai: CLASSIFICATION THEORY OF RIEMANN SURFACES, Die Grund-
lehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 164, Springer-Verlag
Berlin—Heidelberg—New York, 446 stran, cena DM 98,—.*

Jde o velkoryse koncipovanou monografii o problému klasifikace Riemannových ploch. Klasifikačním principem je triviálnost speciálních tříd holomorfních či harmonických funkcí na dané (nekompaktní) Riemannově ploše. Tak např. O_{AD} resp. O_{HB} resp. O_G je třída Riemannových ploch, na nichž neexistují nekonstantní holomorfní funkce s konečným Dirichletovým integrálem resp. nekonstantní omezené harmonické funkce resp. Greenova funkce, atp. V teorii klasifikace Riemannových ploch se studují vztahy inkluze mezi O -třídami Riemannových ploch. Toto studium vzniklo z klasické Riemannovy věty (formulované jím pro jednoduše souvislé

nakrývací plochy nad rovinou), z problému typu (viz předchozí recenzi) a z problému existence Greenovy funkce, jehož význam uvádí již Riemann ve své disertaci.

V kap. I. jsou studovány holomorfní funkce s konečným Dirichletovým integrálem, tj. různé metody, jež umožňují zařadit danou Riemannovu plochu do třídy O_{AD} . V kap. II. jsou tyto otázky studovány pro jiné třídy holomorfních funkcí, zejména pro omezené funkce. Kap. III. a IV. jsou věnovány studiu harmonických funkcí, a to kap. III. třídě O_{HD} a kap. IV. ostatním třídám harmonických funkcí, zejména omezeným funkcím. Základním nástrojem je v kap. III. tzv. Roydenova kompakтификаce Riemannovy plochy R , jež umožňuje vůbec formulovat Dirichletovu úlohu (s okrajovými podmínkami na Roydenově hranici R) a za druhé podat její řešení ve tvaru integrálu z hraničních hodnot podle harmonické míry. Analogickou roli hraje v kap. IV. tzv. Wienerova kompakтификаce dané Riemannovy plochy. Kap. V. je věnována studiu funkcí s logaritmickými singularitami, tj. zejména třídě O_G . $R \in O_G$ se nazývá parabolického typu a v rovině případě splývá O_G s O_{HD} .

Konečně v kap. VI. jsou zkoumány funkce s Iversenovou vlastností, tj. zhruba řečeno ty meromorfní funkce na dané Riemannově ploše, jejichž chování vně libovolného kompaktu je analogické chování obyčejných meromorfních funkcí v okolí podstatné singularity. V dodatku jsou studovány zcela nové a nečekané jevy, jež vznikají při pokusu přenést vyloženou teorii na více-dimenzionální Riemannovy variety. Zatímco v kap. I.—VI. je problematika rozpitvána do nejmenších podrobností, je úkolem dodatku spíše upozornit čtenáře na spoustu problémů spojených s přechodem k vyšším dimenzím.

Tento schematický přehled nemůže zachytit bohatost obsahu a hloubku a obtížnost teorie, která je zbudována na velmi jemných a důmyslných konstrukcích příkladů a protipříkladů. V nich je, vedle principu klasifikace, jehož idea krystalizovala několik desítek let, největší cena a život monografie. Tyto příklady jasně ilustrují intuitivně zcela nečekané chování Riemannových ploch nekonečného rodu na rozdíl od bezprostřednímu názoru nejpřístupnějších rovinných oblastí. Tak např. pro rovinné oblasti (dokonce pro Riemannovy plochy konečného rodu) navzájem splývají třídy O_G , O_{HP} (P znamená pozitivní), O_{HB} , O_{HD} . Pro plochy nekonečného rodu naproti tomu platí jen $O_G \subset O_{HP} \subset O_{HB} \subset O_{HD}$, přičemž všechny inkluze jsou ostré. Existuje tedy např. Riemannova plocha (nekonečného rodu), na níž neexistuje nekonstantní omezená harmonická funkce, avšak existuje na ní nekonstantní zdola omezená (pozitivní) harmonická funkce! Východiskem ke konstrukci tohoto a analogických příkladů je Tôkiho příklad Riemannovy plochy, na níž neexistuje nekonstantní harmonická funkce s konečným Dirichletovým integrálem, avšak existuje na ní nekonstantní omezená harmonická funkce. Autoři pokládají Tôkiho příklad za jeden z nejvýznamnějších výkonů v teorii klasifikace. Z velké řady dalších pozoruhodných příkladů uvedme ještě Garnettův příklad kompaktu, který má kladnou lineární míru leč nulovou analytickou kapacitu (jde o zjednodušení původní Vituškinovy konstrukce) a jednoduchý, ale pro celou teorii klasifikace závažný Myrbergův příklad Riemannovy plochy $R \in O_{AB}$, kterou lze konformně vložit do jiné Riemannovy plochy R' tak, že komplement jejího obrazu má v R' vnitřní body.

Kniha se pěkně čte. Před každou kapitolou a paragrafem je stručný výklad jejich obsahu a v úvodu jsou jako motivace uvedeny (bez důkazu) příklady a problémy ze všech kapitol i dodatku. Všechny hlavní výsledky 400-stránkové monografie jsou schematicky zachyceny na jediné stránce (str. IX.) v „tabulce ostrých inkluzí“. Kniha tvoří jediný harmonický celek, který neobsahuje izolované výsledky.

Jaroslav Fuka, Praha

L. Sario, K. Oikawa: CAPACITY FUNCTIONS, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 149, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 361 stran, cena DM 96,—.

Budiž G jednoduše souvislá rovinná oblast, jejíž hranice v rozšířené rovině je bod resp. vlastní kontinuum. Je-li φ libovolné (prosté) konformní zobrazení G do rozšířené roviny, pak podle Riemannovy věty je hranice oblasti $\varphi(G)$ zase bod resp. vlastní kontinuum. Podstatně jiná situace nastává pro nekonečně násobně souvislé oblasti. Je-li totiž $G \subset C$ oblast konečné (dvojměrné) Lebesgueovy míry, jejíž hranice v rozšířené rovině je totálně nesouvislá, pak ji lze konformně zobrazit dovnitř jednotkového kruhu, přičemž bod ∞ se „roztáhne“ na celou jednotkovou kružnici.

Je-li nyní G libovolná rovinná oblast, pak její hraniční komponenta se nazývá jemná resp. hrubá (v anglické terminologii weak, resp. strong), jestliže při libovolném konformním zobrazení oblasti G přejde vždy v bod resp. kontinuum, a nestabilní (unstable), jestliže není ani jemná ani hrubá. Vzniká problém charakterizovat každý z těchto typů v konformně invariantních termínech závisících jen na dané oblasti G .

Jasný přehled tohoto problému podal M. H. Stone na pražském topologickém symposiu v r. 1961. Prostředkem k jeho řešení jsou kapacitní funkce a kapacity, zavedené L. Sariem v r. 1954. Nulovost kapacity hranice či její části vyjadřuje, že tato část degeneruje v jediný bod. Recenzovaná monografie je prvním systematickým výkladem teorie kapacitních funkcí a jejich aplikací v geometrické teorii analytických funkcí.

Knihy sestává ze tří částí. Část I., nazvaná Analytická teorie, je věnována vybudování aparátu kapacitních funkcí a kapacit na libovolných Riemannových plochách. Jde tu o dalekosáhlé zobecnění klasického pojmu rovnovážného potenciálu a (logaritmické) kapacity.

V druhé části, nazvané Geometrická teorie, je vyjasněna hluboká souvislost mezi teorií z části I. a konformním zobrazením rovinné oblasti na různé typy kanonických oblastí: rovina s paralelními výřezy, kruh nebo mezikružší s radiálními či „cirkulárními“ výřezy a na extrémní oblasti uvedených typů (tento pojem zužuje příslušnou třídu kanonických oblastí jen pro oblasti nekonečněnásobně souvislé), zavedené Koebem.

Třetí část, nazvaná Nulové třídy, je věnována dvěma tématům. První z nich je charakterizace a vlastnosti těch O -tříd (viz předchozí recenzi) Riemannových ploch, jež souvisejí s kapacitními funkcemi. Intuitivně jsou tyto třídy svázány s problémy odstranitelnosti singularit, hraničního chování funkcí a prodloužitelnosti Riemannových ploch. V případě Riemannových ploch nekonečného rodu tato intuice selhává: triviálnost třídy funkcí nemá nutně za následek „malost“ hranice (viz Myrbergův příklad, uvedený v předchozí recenzi). Druhé téma je věnováno praktickým testům, jak např. rozhodnout, zda daná hraniční komponenta je jemná, nestabilní atp. Kniha obsahuje dva dodatky. V prvním z nich je vyložena Ahlforsova-Beurlingova teorie extrémní délky a v druhém klasická teorie rovnovážného (logaritmického) potenciálu. Ke knize je připojeno 31 problémů jako cvičení (v řadě případů jde o publikované výsledky) a seznam 10 v textu formulovaných otevřených problémů.

Jaroslav Fuka, Praha

Schecher, Heinz: FUNKTIONELLER AUFBAU DIGITALER RECHENANLAGEN. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. 273 stran (z toho 254 stran textu), 178 obrázků, cena 16,80 DM.

Posuzovaná kniha by mohla mít výstižný podtitul „O technickém vybavení počítačů od A po Z“, jak ukazuje její obsah, který je dále heslovitě uveden:

1. kap.: Logické členy (kombinační) a jejich schematické značky — relé, spínače, DTL, TTL, ECL, integrované obvody MOS-FET.

2. kap.: „Výstavba jednoduchých stavebních skupin z logických členů“ — klopné obvody asynchronní RS, T a JK, synchronní JK a D, „Master-Slave“, monostabilní, astabilní, Schmittovy; čítače a posuvné registry. .

3. kap.: Aritmetická jednotka — reprezentace záporných čísel, seriová sčítačka, pulsčítačka, úplná sčítačka, paralelní sčítačka (střádačového typu a „carry-look-ahead“), šestnáctková soustava, násobení, dělení, kódy, desítková sčítačka, aritmetické operace v desítkové soustavě, pohyblivá řádová čárka.

4. kap.: Řízení aritmetických operací — pomocí posuvného registru, čítače a mikroprogramu v ROM; ROM s magnetickými jádry a polovodičovou maticí.

5. kap.: Řadič — činnost při provádění typických instrukcí bez modifikace adres i s ní, zvláštní registry (pro návrat z podprogramu — LIFO, registr příznaků).

6. kap.: Paměť (operační) — základní pojmy, zabezpečení informací, fyzikální vlastnosti feritových jader, výběr jader, vinutí, pravouhlost hysteretických smyček, impulzní diagramy, zapojení zapisovacích zesilovačů a výběrových obvodů.

7. kap.: Paralelní činnost jednotek — všeobecný úvod, paralelní činnost bloků feritové paměti, kanály („standardní“ a „rychlé“, jejich výstavba, řízení a spojení s operační pamětí).

8. kap.: Spolupráce operační a „záložní“ paměti — stránkování, segmentace, polovodičové paměti (bipolární a MOS), asociativní paměti.

9. kap.: Periferní zařízení — velkokapacitní feritové paměti, paměti bubnové, diskové, magn. páskové a magn. štítkové, snímače a děrovače děrné pásky a děrných štítků, tiskárny, souřadnicové zapisovače, převodníky, psací stroje, obrazovkové displeje, satelitní počítače, terminály, zařízení pro čtení znaků.

Je tedy vidět, že první věta této recenze byla oprávněná. Stejně oprávněná je jistě otázka, zda lze tuto látku vtěsnat na 254 stran (včetně předmluvy a úvodu). Snad by to bylo možné, kdyby se autor omezil pouze na základní informace. Ten však často zabíhá do detailů. Potom mu nezbyvá místo pro vysvětlení důležitých pojmů a principů. Tak např. hned v první kapitole začíná názorně s ovládním zvonku a končí u obvodů MOS-FET, aniž by někde bylo vysvětleno, co je to logický součet nebo součin. Jiný příklad: čtenář se nedozví co je Karnaughova mapa a co je ALGOL-68, ačkoliv je autor používá (str. 30 a 66).

Výklad není příliš systematický. Např. na str. 18 je uveden čítač v kódu BCD, ale definice tohoto kódu je uvedena až na str. 46.

Knih je opatřena rejstříkem. Vyhledání hesla je však někdy problematické. Tak např. heslo „Lichtstift“ je třeba hledat pod písmenem „B“ (Bildschrimngeräte). Heslo „Hintergrundspeicher“ se mi vůbec nepodařilo nalézt, ačkoliv je dost důležité. Naproti tomu lze nalézt heslo „Kritischer Pegel“, které lze stěží pokládat v daném kontextu za důležité.

Na závěr lze říci, že velmi zajímavá osnova nebyla v knize zpracována právě nejlépe.

Alois Pluháček, Třebořov

Nathan Jacobson: BASIC ALGEBRA I. W. H. Freeman and Company, San Francisco 1974. Stran XVI + 472, cena \$ 13.95.

Knihu napsal známý specialista v teorii Lieových algeber, který v současné době je profesorem na Yale University. Je autorem vysoce respektované trojsvazkové učebnice *Lectures in Abstract Algebra* (1951, 1953 resp. 1964). Od vydání těchto knih však došlo k mnoha pozoruhodným událostem v matematice, které ovlivnily algebru: byl to např. mohutný rozvoj teorie kategorií, homologické algebry, teorie modulů. Autorovým záměrem je, aby v prvním dílu byly zahrnuty ty partie algebry, které mohou být doceněny začínajícím studentem. Mnoho předkládaného materiálu má historickou — tj. klasickou — příchut a vede k ocenění velkého přínosu 19. století pro rozvoj algebry. Výklad je však podán nejmodernějšími mocnými prostředky; je motivován problémy, pro které může mít porozumění i začínající student, probíraná témata však jdou

do hloubky, která není obvyklá v jiných učebnicích a která tedy klade značné nároky na studentův talent a koncentraci při studiu. Kniha má být učebnicí algebry, která následuje ihned po lineární algebře. Text je doplněn velkou řadou cvičení. Vzhledem k autorově reputaci a kvalitě knihy by se s ní měli seznámit minimálně přednášející algebry na vysokých školách; nepochybně v ní najdou mnoho konkrétního materiálu a poučné pro ně bude i jeho zpracování.

Nyní k obsahu knihy. V *Úvodu* o teorii množin a přirozených číslech je uveden materiál, který řada čtenářů bude znát: algebra množin, matematická indukce, relace ekvivalence, komutativní diagramy, základní věta aritmetiky. První kapitola *Monoidy a grupy* začíná pojmem monoidu a grupy transformací a sleduje tak historický vývoj. Podrobně je studován pojem homomorfismu a pojem grupy, operující na množině. Speciální pozornost je věnována konečným grupám, teorie vrcholí důkazem Sylowových vět. Druhá kapitola *Okruhy* začíná příklady a definicemi speciálních okruhů (např. obory integrity a tělesa), pokračuje se teorií ideálů, faktor-okruhů, homomorfismů, těles zlomků, polynomiálních okruhů, hlavních a eukleidovských oborů. Hlavním předmětem třetí kapitoly *Moduly* je teorie struktury konečně genérováných modulů a její aplikace na abelovské grupy a kanonické tvary matic. Je dokázána věta o struktuře modulů, věta o invarianci, prostudován okruh endomorfismů modulu. Čtvrtá kapitola *Galoisova teorie* pojednává o dvou klasických otázkách: řešení rovnic a konstrukce pravitkem a kružítkem. Nejprve se doplní teorie konečných grup z první kapitoly tak, aby bylo možno dokázat Galoisovo kritérium pro řešitelnost rovnice. Autor podává i důkaz transcendentnosti čísla π . V závěru kapitoly se Galoisova teorie používá k odvození hlavních vět o konečných tělesech a k důkazu vět o primitivních elementech a normálních basích; dokazují se i hlavní věty o normách a stopách. Jedním z hlavních příkladů textu je nalezení n -úhelníků, konstruovatelných kružítkem a pravitkem. Kapitola pátá *Reálné polynomiální rovnice* pojednává o těchto rovnicích nad reálnými uzavřenými tělesy. Dokazuje se Sturmova věta, Eukleidův algoritmus, ukazuje se proces eliminace a Seidenbergova metoda pro rozhodnutí existence bodu algebraické křivky $f(x, y) = 0$. Závěrem se podle Tarskiho ukazuje maximálně možné zobecnění Sturmovy věty.

První část šesté kapitoly *Metrické vektorové prostory a klasické grupy* probírá základy teorie kvadratických resp. alternujících forem nad libovolným tělesem, což zahrnuje Sylvesterovu větu o inerciálním indexu. Je dokázána Cartanova-Dieudonného věta o rozkladu ortogonální transformace na symetrie. Druhá část kapitoly je věnována struktuře klasických grup: lineární, ortogonální a symplektické. Výklad je podán jednotnou metodou, pocházející od Iwasawy a Tamagawy. Jsou stanoveny řady těchto grup nad konečnými tělesy. V sedmé kapitole *Algebry nad tělesy* se probírá asociativní a neasociativní případ. Vnější algebry se aplikují na teorii determinantů. Z hlavních neasociativních algeber jsou uvedeny Lieovy a Jordanovy algebry. Kapitola končí řešením Hurwitzova problému o existenci identit tvaru $\sum x_i^2 \cdot \sum y_i^2 = \sum z_i^2$, $z_i = \sum a_{ijk} x_j y_k$, nalezením všech komposičních algeber (tj. neasociativních algeber s 1 a kvadratickou formou Q takovou, že $Q(xy) = Q(x)Q(y)$) a Frobeniovou a Wedderburnovou větou. Konečně krátká osmá kapitola *Svazy a Booleovy algebry* probírá Jordanovu-Hölderovu větu, fundamentální větu projektivní geometrie a Stoneovu větu o ekvivalenci pojmu Booleovy algebry a Booleova okruhu.

Alois Švec, Praha

B. L. van der Waerden: EINFÜHRUNG IN DIE ALGEBRAISCHE GEOMETRIE. 2. vydání. Die Grundlehren der math. Wissenschaften, Bd. 51. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Stran VII + 280, cena 42,— DM.

První vydání této knihy vyšlo v r. 1939, nynější vydání je nezměněný přetisk prvního vydání. Názvy jednotlivých kapitol: *Projektivní geometrie n-rozměrného prostoru, Algebraické funkce, Rovinné algebraické křivky, Algebraické variety, Algebraické korespondence a jejich užití, Pojem násobnosti, Lineární řady, Noetherova základní věta a její důsledky, Analýza singularit rovinné křivky.*

Kniha je geometřím velmi dobře známa, takže ji není třeba inzerovat; je dokonale zpracovanou učebnicí tzv. klasické algebraické geometrie. K druhému vydání jsou přidruženy dva články; prvním je *Der Zusammenhangssatz und der Multiplizitätsbegriff*, publikovaný v *Math. Ann.* 193, 89—108 (1971). Druhý, pod názvem *The Foundation of Algebraic Geometry from Severi to André Weil*, je v podstatě autorovou přednáškou na kongresu v Nice v r. 1970 a zabývá se vývojem pojmu obecného bodu a specializace.

Alois Švec, Praha

Wilhelm Klingenberg: EINE VORLESUNG ÜBER DIFFERENTIALGEOMETRIE (Heidelberger Taschenbücher Nr. 107). Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1973. Str. 135, obr. 30, cena DM 14,80.

Knižka vznikla z autorových přednášek pro studenty středních semestrů. V předmluvě autor píše, že byl silně ovlivněn skriptem „Differential Geometry“, které v roce 1954 vydal S. S. Chern. Na toho zase velmi působil W. Blaschke, u kterého v letech 1934—1935 studoval. A tak se v Klingenbergově knížce odráží i pojetí a rozvržení, která se poprvé objevila v Blaschkeho knize „Vorlesungen über Differentialgeometrie und geometrische Grundlagen von Einsteins Relativitätstheorie I: Elementare Differentialgeometrie“ z roku 1921 (5. vyd. 1973, podstatně doplněné a přepracované K. Leichtweissem).

Po úvodní kapitole (str. 1—6) následuje kapitola 1 s tradiční elementární teorií křivek (Frenetův n -hran atd., str. 7—16) a kapitola 2 (str. 17—24) s geometrií ve velkém rovinných čar. V lokální teorii ploch (kap. 3, str. 25—56) jsou první a druhá základní forma; křivky na ploše; křivosti; rovnice Weingartenovy, Gaussovy a Mainardiho-Codazziho; speciální plochy (velmi názorně jsou nakresleny plochy centrální k dané ploše nebo průběh hlavních čar na trojosém elipsoidu i v okolí jeho kruhových bodů aj.). Kapitola 4 (str. 57—68) o lokální teorii vnitřní geometrie ploch zahrnuje paralelní posun, geodetické křivky a plochy konstantní křivosti. Dvojdimensionální Riemannova geometrie (kap. 5, str. 69—95) po studiu geodetických souřadnic ústí v diferencovatelné variety a diferenciální formy. Nejrozsáhlejší je poslední kapitola 6 (str. 96—129) o teorii ploch ve velkém: vejčité plochy, Gaussova-Bonnetova věta, geodetiky na ploše aj.

Knižka obsahuje velmi mnoho látky v sevřeném, úsporném slohu i stylizaci a upozorňuje na řadu problémů, k nimž se soustřeďuje dokonce současné úsilí. Příkladem může být zobecnění Plateauova problému na plochy nenulové konstantní anebo proměnné předepsané střední křivosti. I když je knížka skoupá na motivace, bude výborným úvodem do diferenciální geometrie, mistrně spojujícím starší látku s novou problematikou a otevřenými otázkami.

Zbyněk Nádeník, Praha

Wolfgang Walter: EINFÜHRUNG IN DIE THEORIE DER DISTRIBUTIONEN, 2. upravené vydání. Bibliographisches Institut Mannheim, Wien, Zürich B. I.-Wissenschaftsverlag 1974, VIII + 211 str., cena 18,— DM.

Stručný úvod do teorie distribucí na základě definicí L. Schwartz. Knižka obsahuje definici distribuce, základní početní výkony s distribucemi, zabývá se také topologickými otázkami v prostoru distribucí, přímým součinem a konvolucí distribucí. Jsou uvedeny některé souvislosti s diferenciálními rovnicemi, zejména parciálními. Závěr knihy obsahuje Fourierovy řady distribucí, Fourierovu transformaci, větu Paleyovu-Wienerovu a paragraf o Sobolevových prostorech.

Knižku lze doporučit všem, kteří chtějí získat základní informaci o distribucích z hlediska funkcionální analýzy. U nás taková kniha rozhodně chybí.

Štefan Schwabik, Praha

H. Rademacher: TOPICS IN ANALYTIC NUMBER THEORY, Springer Verlag 1973 (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band 169). Stran 320, cena 88,— DM.

Rukopis této knihy byl nalezen v rukopisné pozůstalosti prof. Rademachera po jeho smrti v r. 1969. Úkolu připravit knihu do tisku se ujala trojice bývalých posluchačů prof. Rademachera, dnes známých pracovníků v teorii čísel: E. Grosswald, J. Lehner a M. Newman. Zájemci o teorii čísel tak dostávají do rukou výsledek mnohaleté autorovy práce (prof. Rademacher začal pracovat na knize asi v r. 1944).

Recenzovaná kniha se svým zaměřením odlišuje od všech podobně zaměřených monografií, které vyšly v posledních deseti, dvaceti letech. Kromě tradičního materiálu z analytické teorie čísel — rozložení prvočísel a Riemannova funkce dzeta — obsahuje řadu (možno říci klasických) partií, které většinou byly doposud porůznu roztroušeny. Kniha v podstatě zahrnuje ty části analytické teorie čísel, v nichž výsledky dostáváme užitím rozličných identit mezi jistými speciálními funkcemi, nebo pomocí jejich vlastností. Více snad bude patrné z následujícího stručného přehledu obsahu knihy.

Prvá — analytická — část (kapitoly 1—5) obsahuje vybudování potřebných pomocných prostředků: Bernoulliho polynomy a čísla, funkce gamma, sumační formule (Eulerova-Mac Laurinova i Poissonova) — vše s odvozením základních vlastností ev. s použitím, věta Phragmén-Lindelöfova (s řadou aplikací).

Druhá část je věnována vybudování teorie některých speciálních funkcí se zřetelem k aplikacím v teorii čísel. Kapitoly šestá a sedmá obsahují standardní látku o Riemannově dzeta funkci a větě o rozložení prvočísel. Prvočíselná věta je však dokázána jen v elementárním tvaru (varianta obvyklého postupu s využitím Riemannovy-Lebesgueovy věty a věty Tauberova typu) a vztah mezi polohou nulových bodů Riemannovy dzeta funkce a odhadem zbytku v prvočíselné větě je probrán jen v obecné poloze bez odvození konkrétních výsledků. Osmá kapitola probírá Eisensteinovy řady, vztahy k Weierstrassově \wp -funkci, Lambertovy řady, modulární formy, Dedekindovu funkci — vše jen v elementárních základech pro potřebu kapitoly deváté, která obsahuje studium základních vlastností Dedekindových součtů, včetně zákona reciprocity.

Závěrečné kapitoly této druhé části, kapitoly desátá a jedenáctá obsahují základní vlastnosti funkcí theta a funkcí eliptických. Jako výsledky jsou zde odvozeny věty o reprezentaci čísel součtem čtverců (Jacobiho věta a analogické výsledky pro součty 2, 6, 8, 10 a 12 čtverců).

Knihu uzavírají dvě méně obsáhlé (po dvou kapitolách) části, věnované technice formálních mocninných řad (s aplikacemi v oblasti tzv. partitions včetně odvození Ramanujanových tvrzení) a kruhové metodě (Hardyho-Ramanujanova věta, aplikace na modulární formy kladné dimense).

Knihy je pochopitelně poplatná autorovu zaměření a obsahuje řadu jeho původních výsledků i z posledních let. Je psána velmi pečlivě a srozumitelně. Pro čtenáře nespécialistu bude asi nepřijemné, že autor klade snad příliš velký důraz na odvození (i třeba jen „početní“) řady formulí a vztahů bez naznačení cíle. Knihu lze však bezpochyby doporučit jako základní přehled po teorii důležitých speciálních funkcí a jejich aplikacích na teorii čísel.

Břetislav Novák, Praha

F. L. Bauer, G. Goos: INFORMATIK, 2. díl, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971 (Heidelberger Taschenbücher sv. 91, Sammlung Informatik), stran XII + 200 (70 obr.), cena brož. výtisku DM 12,80.

Druhý díl informatiky přímo navazuje na díl první (i číslováním kapitol). Zahrnuje celkem čtyři kapitoly a dodatek.

5. kapitola (str. 1—43) je nadepsána „*Dynamické přidělování paměti*“ a navazuje na otázky nadhozené již v kapitole 3, a to na úrovni strojově zaměřeného jazyka. Je podrobně pojednáno o třech hlavních tématech.

Především je podán popis využití zásobníkové paměti při blokové struktuře programů, která se charakterizuje takto: v pořadí, jak jednotlivé bloky začínají, se jim přiřadí přirozená čísla (jedničkou počínaje) a pak se před pořadové číslo bloku postupně předřadí pořadové číslo bezprostředně nadřazeného bloku atd., až se skončí u předřazeného čísla 1, které je pořadovým číslem celého programu. Pak se snadno objasňuje princip relativních adres, když je k dispozici dostatečný počet indexových registrů, a to i pro případ polí.

Dále je pojednáno o procedurách a to zcela obecně. Zjednodušený případ „překopírování“ (z kapitoly 3) je zde již opuštěn a místo něho je přijata dohoda, že každá deklarace procedury se považuje za blok, takže její očíslování a zařazení v celé blokové struktuře je pevně stanoveno (se všemi požadovanými důsledky). V případě rekursivních procedur se místo o různých exemplářích téže procedury hovoří o různých jejích „inkarnacích“.

Konečně třetí a poslední téma je přidělování paměti bez předpokladů o blokové struktuře a bez využití zásobníkové paměti, tedy když jde prostě o hromadu (heap) paměťových buněk (třeba při garbage collection), potřebných při uložení složitějších (strukturovaných) hodnot. Při tom se při výkladu používá tzv. fantasijních jmen, zavedených v 1. dílu, která souvisí se symboly *loc* a *heap* v ALGOLu 68.

6. kapitola (str. 44—99) je nadepsána „*Vedlejší paměti a spojení s vnějším světem, základní programy*“ a její převážná část obsahuje technický popis různých druhů pamětí, popis vstupních a výstupních zařízení i přenosových kanálů, vše ovšem s ohledem na využití terminologie ALGOLu 68. Při tom se popisují principy stránkování paměti, které odpovídá rozdělení knihy na stránky a řádky (a tvoření svazků z několika knih). Řádek stránky je právě celkem, který může být přenášen najednou. S hlediska úloh na zpracování dat jsou údaje děleny do záznamů (record), z nichž jsou sestaveny stránky, knihy a svazky jako množiny záznamů (file = data set), které mohou mít různou strukturu. Takto se přejde k popisu základních pojmů operačních systémů, ale ve velmi obecné rovině. Rovněž o překladači je pojednáno jen obecně (a pouze na dvou stránkách).

7. kapitola (str. 100—144) je nadepsána „*Automaty a formální jazyky*“. Velice stručně jsou uvedeny základní pojmy teorie automatů (bez výstupů a s výstupem), opřené o pojem pologrupy. Formální jazyky jsou stručně popsány ve shodě s Chomského hierarchií. Zvláště podrobně je pojednáno o syntaktické analýze. Proto je vyšetřována regulární gramatika a zaveden pojem zásobníkového automatu a operátorové a precedenční gramatiky. Tato kapitola má být předpokladem pro formální studium programovacích jazyků v kapitole 8.

Poslední 8. kapitola (str. 145—173) je nadepsána „*Syntaktická a sémantická definice algoritmických jazyků*“. O syntaktické definici algoritmického jazyka se jednoduše říká, že je určena množinou příslušných popisovacích pravidel (produkcí) příslušné gramatiky. Pokud jde o sémantiku, zdůrazňuje se, že syntax musí odpovídat významu, což je srozumitelné a zřejmé u aritmetického výrazu. Pro případ aritmetického výrazu (nebo obecně termu) se také definice sémantiky redukuje na jeho převedení do bezzávorkového zápisu. V tomto případě se hovoří o operativní sémantice v , níž se však vůbec neuvažuje o vlastních významech jednotlivých operačních symbolů (jak je to běžné v teorii programových schémat). Dále je zmínka o sémantice McCarthyho, který již zavádí další pojem, totiž stav (paměti či proměnných), ale namítá se, že se takto nevystačí u paralelního či kolaterálního zpracování. Konečně jsou uvedeny základní pojmy sémantiky podle Floyda a Hoarea, která rovněž užívá pojmu stavu paměti ξ a navíc připouští různé výroky Q o něm, takže se píše $\xi \vdash Q$, aby se vyjádřilo, že za stavu ξ platí výrok Q . Jestliže se vykonáním nějakého příkazu (neboli operace S) stav ξ změní na stav ξS , může se stát, že platí: $\xi \vdash Q \Rightarrow \xi S \vdash Q$, tj. že operace S nehcává „vlastnost“ Q nezměněnu.

Dále je — zase velice obecně — pojednáno o překladu z algoritmických jazyků do jazyků strojových (jen 2 a půl strany) a nakonec jsou velmi stručně charakterizovány některé programovací jazyky. Při tom se uvažují následující tři kritéria: (I) je programovací jazyk přístupný? (jednoduchý případ nemá platit za složitosti, které jsou zavedeny pro případy složitější); (II) vede programova-

cí jazyk uživatele k tomu, aby svůj program sestavil přehledně? (III) vede programovací jazyk uživatele k tomu, aby vyloučil, případně rozeznal chyby? Jsou uvedeny velice stručné poznámky o programovacích jazycích ALGOL 68, ALGOL 60, EULER a SIMULA 67.

Dodatek (str. 175—191) má název „K dějinám informatiky“ a začíná Leibnizem. Uvádí se v něm řada jmen badatelů 17. až 19. století, kteří se pokoušeli o mechanizované počítání, až nakonec jsou uvedena jména konstruktérů prvních počítačů koncem války v USA. Kromě toho jsou však připojeny i stručné dějiny kryptologie a signalizace a také velice stručné dějiny automatů a algoritmů.

Nakonec je připojen seznam literatury (rovněž navazující číslováním na 1. díl), věcný resjtrifik a dvě stránky oprav a chyb.

Kniha byla sepsána jako úvodní přehled, což je v matematické literatuře neobvyklé. Je to kniha nematematická, tj. nejsou v ní žádné matematické definice ani věty či důkazy, takže se nedá číst matematicky. Plní však své poslání, protože uvádí do současné problematiky počítačů a podává přehled současných pojmů a termínů. Zavedení německé terminologie do tohoto nového oboru bylo nepochybně rovněž jedním z cílů, které si autoři vytkli.

Karel Čulík, Brno

Martin Golubitsky, Victor Guillemin: STABLE MAPPINGS AND THEIR SINGULARITIES, Graduate Texts in Mathematics 14, Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1974. X + 209 stran. Cena 21,10 DM.

Autoři napsali tuto knihu s cílem vyložit studentům vyšších ročníků hezký a poměrně přístupný obor moderní matematiky — teorii singularit stabilních diferencovatelných zobrazení.

Úvodní kapitola obsahuje standardní výklad základního materiálu o hladkých (tj. nekonečně diferencovatelných) varietách a zobrazeních, tečných prostorech a libovolných vektorových bundlech. V 2. kapitole je podán velmi ucelený a hluboký výklad otázek transversality. Nejprve se dokazuje Sardova věta. Pak se definují prostory $J^k(X, Y)$ všech k -jetů z hladké variety X do hladké variety Y , $k = 1, 2, \dots$, pomocí nichž se na prostoru $C^\infty(X, Y)$ všech hladkých zobrazení z X do Y zavádí Whitneyho C^∞ -topologie (jiné topologie na $C^\infty(X, Y)$ se v knize neuvažují). Ukazuje se, že $C^\infty(X, Y)$ je Baireův prostor (každá jeho residuální podmnožina je hustá, přičemž residuální množina se definuje jako průnik spočetně mnoha otevřených a hustých množin). Pak se dokazuje Thomova věta o transversalitě: množina všech hladkých zobrazení z X do Y , jejichž k -tá jetová prolongace je transversální k dané podvarietě v $J^k(X, Y)$, je residuální. Dokazuje se i o něco obecnější multijetová věta o transversalitě, která právě v teorii singularit nachází podstatné aplikace. Těmito prostředky se pak snadno odvozují Whitneyho věty o imersi a vložení a věta o existenci Morseových funkcí. Kapitola končí důkazem existence tubulárního okolí dané podvariety. Na začátku 3. kapitoly se vedle stability hladkých zobrazení definuje i infinitesimální stabilita, z níž se později odvodí efektivní algoritmus pro vyšetřování stability. Pak se provádí srovnání obou pojmů v jazyce Frechetových variet (který je vůbec v teorii singularit heuristicky velice důležitý) a ukazuje se, že kdyby pro Frechetovy prostory platila věta o implicitní funkci, pak při kompaktním X by z ní ihned plynula ekvivalence stability a infinitesimální stability. Taková věta o implicitní funkci však neplatí a zmíněná ekvivalence bude zcela jiným způsobem (pomocí Malgrangeovy preparační věty) dokázána až v 5. kapitole, ale autoři věnují zbytek 3. kapitoly tomu, že pomocí podmínky pro infinitesimální stabilitu dokazují stabilitu řady geometricky zajímavých zobrazení: submersí, Morseových funkcí s různými kritickými hodnotami, prostých imersí, imersí s normálními průseky (normal crossings) a submersí s přehyby (with folds). 4. kapitola je věnována odvození několika technických vět, které jsou potřebné k důkazu věty o ekvivalenci. Neprve se uvažují funkce analytické, kde se Weierstrassova věta o dělení, jejímž speciálním případem je Weierstrassova preparační věta, dokazuje celkem snadno technikou Cauchyho

ntegrálu. Důkaz analogických tvrzení pro hladké funkce, tj. Matherovy věty o dělení a Malgrangeovy preparační věty, je podstatně obtížnější a autoři volí důkaz Nirenbergův, který probíhá paralelně k analytickému případu a opírá se o jeho lemma o extensi. Ve zbytku kapitoly se provádějí příbuzné algebraické úvahy týkající se morfismů modulů s tzv. Weierstrassovou vlastností, čímž se dostává obecnější algebraická verze preparační věty. Důkaz věty o ekvivalenci stability a infinitesimální stability v 5. kapitole se provádí tak, že se zformuluje několik dalších pojmů stability (homotopická stabilita, stabilita vzhledem ke k -parametrickým deformacím, transversální stabilita), které jsou zajímavé i samy o sobě, a postupným odvozením řetězce vztahů mezi nimi se ukáže, že při kompaktním X jsou všechny tyto pojmy vzájemně ekvivalentní. Dokazují se rovněž obě základní věty o „konečnosti“ problému stability: a) infinitesimální stabilita je charakterizována podmínkou řádu nejvýše $\dim Y$, b) jestliže zobrazení je simultánně lokálně stabilní na všech konečných podmnožinách obsahujících nejvýše $\dim Y + 1$ bodů, pak je stabilní.

Poslední dvě kapitoly jsou věnovány otázce klasifikace singularit a obsahují hojnost vhodně volených příkladů v nižších dimensích, které jsou nezbytné k hlubšímu proniknutí do celé problematiky. Část výkladu se přitom přesouvá do cvičení. V 6. kapitole se probírá původní Thomova klasifikace zdokonalená Boardmanem. Ukazuje se tu rovněž, že neplatí hypotéza, v níž se po jistou dobu věřilo, že stabilní zobrazení vždy tvoří hustou podmnožinu. V knize se dokazuje, že pokud $\dim X = \dim Y$ je čtverec přirozeného čísla většího než 2, pak stabilní zobrazení nejsou hustá. Bez důkazu se dále uvádějí Matherovy nerovnosti, které popisují všechny dvojice ($\dim X$, $\dim Y$), pro něž stabilní zobrazení nejsou hustá. V 7. kapitole se zavádí pojem lokálního okruhu germu zobrazení, který je jiným nástrojem ke klasifikaci singularit. Bez důkazu se uvádí Matherova věta, podle níž dvě stabilní singularitativy jsou ekvivalentní právě tehdy, jsou-li jejich lokální okruhy algebraicky isomorfní. Věty se však nepoužívá, ale určitá část této teorie se dále vykládá podrobně. Jako zobecnění lokálního okruhu germu zobrazení se zavádí pojem lokálního okruhu dotyku dvou podvariet stejně dimenze ve společném bodě. V duchu tohoto přístupu se pak definuje dotyková ekvivalence dvou germů zobrazení, která určuje tzv. dotykové třídy singularit. Dokazuje se, že dvě singularitativy patří téže dotykové třídě právě tehdy, jsou-li jejich lokální okruhy isomorfní. Dále se popisuje charakter konečných singularit, tj. singularit, jejichž lokální okruh má konečnou dimenzi nad \mathbb{R} , a pro některé z nich se nacházejí kanonické tvary. V některých nižších dimensích se pak podává úplná klasifikace všech stabilních singularit. V závěrečném dodatku se dokazuje, že orbity Lieovy transformační grupy jsou vnořené (immersed) podvariety, což bylo v předchozím textu několikrát použito.

Recenzovaná kniha je první a zatím jedinou učebnicí singularit, je psána živě a poutavě a je nepochybně zdařilá. Autoři dokázali vybrat nejdůležitější části dnes již značně rozpracované teorie (z toho základního chybí snad jen pojem Jacobiho ideálu germu zobrazení a problematika dostatečných jetů) a přitom vyložit i řadu výsledků, kterých bylo dosaženo teprve nedávno. Nové metody jsou vždy ukázány v celé své mohutnosti, některé věty se však neformulují v plné obecnosti, ale autoři se s pedagogickým taktem vyhýbají místům, která jsou pouze technicky komplikovaná. Mimo rámec knihy leží pochopitelně souvislosti mezi teorií singularit a algebraickou topologií. Knihu lze doporučit jak aspirantům, tak i všem zájemcům z řad matematiků.

Ivan Kolář, Brno