Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 99 (1974), No. 2, 188--199

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117829`

RECENSE

Jean Giraux: COHOMOLOGIE NON ABÉLIENNE. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg — New York, ix + 467 str., cena DM 109,— (179 svazek knižnice Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen.)

Kniha je prakticky první monografií o neabelovských kohomologiích. Na tomto místě je užitečné si připomenout, že ačkoliv kohomologické grupy topologického prostoru s koeficienty ve svazku abelových grup jsou dnes v matematice běžně používány, analogické grupy s koeficienty ve svazku neabelovských grup definovat nelze. Podařilo se zavést pouze objekt daleko skromnější, totiž kohomologickou množinu topologického prostoru s koeficienty ve svazku neabelovských grup, a to ještě pouze v dimensích nula, jedna a dvě. Nultá kohomologická množina má sice strukturu grupy, první a druhá však již na sobě žádnou algebraickou strukturu nenesou. Přesto však s použitím takovýchto kohomologických množin bylo dosaženo pěkných výsledků, zejména v teorii tzv. fibrovaných prostorů.

Recensovaná monografie obsahuje systematický výklad teorie neabelovských kohomologií. Autor pracuje zcela v pojmech teorie kategorií. Není zde snad třeba připomínat, že znalost klasické teorie neabelovských kohomologií je pro četbu knihy zcela nezbytná. Na druhé straně ovšem čtenář alespoň nepotřebuje nikterak obzvláštní znalosti teorie kategorií.

Kniha je rozdělena do osmi kapitol. První dvě kapitoly jsou přípravné. Velmi pěkně a srozumitelně jsou zde probírány všechny pojmy a konstrukce nezbytné pro následující výklad. Uveďme zde především Grothendieckovy topologie a speciální typy fibrovaných kategorií „champ sur un site".

Třetí kapitola je věnována kohomologii v dimensi 1. Centrálním pojmem zde je první kohomologická množina Grothendieckovy topologie s koeficienty ve svazku (obecně neabelovských) grup. Je možno říct, že výklad v této kapitole je celkem standardní, a že se v hlavní linii neodlišuje od klasického nekategorického pojetí. První kohomologická množina je zde definována pomocí pojmu zobecňujícího pojem hlavního fibrovaného prostoru.

Kohomologie v dimensi 2 se studují potom ve čtvrté a páté kapitole. Oproti kohomologiím v dimensi 1 je zde autorův přístup nový. Přesun z klasického pojetí do teorie kategorií a zavedení nového pojmu „gerbe", (který je ústředním pojmem výkladu) zjednodušuje teorii a činí ji přehlednější. Uveďme zde pro orientaci, že definici a základní vlastnosti neabelovských kohomologií v dimensi 2 nalezne čtenář v § 3 kapitoly 4. Za zmínku stojí též, že pro neabelovské kohomologie je možno zobecnit příslušnou část Lerayovy spektrální posloupnosti.

Závěrečné kapitoly 7 a 8 jsou věnovány aplikacím. První z nich aplikacím v algebraické geometrii, druhá pak aplikacím v teorii Grothendieckových topologií a v teorii rozšiřování grup.

Celkový dojem z knihy je velmi pěkný a je možno říct, že autor ji napsal srozumitelným a přehledným stylem. Tiskových chyb se nenalezne mnoho, zákonem schválnosti jsou ovšem někdy umístěny na velmi nepříjemných místech.

Jiří Vanžura, Praha

Edwin Hewitt, Kenneth A. Ross: ABSTRACT HARMONIC ANALYSIS. Volume II. Vydalo nakladatelství Springer jako 152. svazek serie Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften. Cena DM 140, stran X + 776. Berlin—Heidelberg—New York 1970.

První díl, vyšlý v roce 1963, obsahoval prvních šest kapitol (teorie topologických grup, teorie integrace na lokálně kompaktních prostorech a grupách, konvoluce a reprezentace, dualita LCA grup) a tři dodatky.

V tomto druhém dílu je cílem autorů, jak se praví v předmluvě, podat nejdůležitější části harmonické analýzy na kompaktních grupách a na LCA grupách. Zabývají se obecnými lokálně kompaktními grupami jen tam, kde je to zcela přirozené.

Dlouhá sedmá kapitola je věnována teorii reprezentací a dualitě kompaktních grup (Peterova-Weylova věta, podrobné studium duálního objektu kompaktní grupy, Tannaka-Krejnova věta o dualitě).

V osmé kapitole se studuje Fourierova transformace (L_2 a L_p teorie, positivně definitní funkce na lokálně kompaktních grupách, Bochnerova věta, Stoneova věta o unitárních reprezentacích LCA grup).

Další kapitoly jsou věnovány teoriím, které byly zatím monograficky méně zpracovány. V deváté kapitole je to teorie absolutně konvergentních Fourierových řad na kompaktních grupách, teorie multiplikátorů pro různé třídy Fourierových transformací na kompaktních grupách, lakunární Fourierovy transformace; centrálním výsledkem desáté kapitoly je Malliavinova věta o nemožnosti spektrální syntézy v nekompaktním případě. Konečně jedenáctá kapitola jedná nejprve o funkcích, pro něž v Hausdorffově-Youngově nerovnosti platí rovnost; poslední paragraf pak je věnován bodové sčítatelnosti Fourierových transformací.

Kniha končí dalšími dvěma dodatky (tenzorové součiny, různé výsledky z funkcionální analýzy) a drobnou opravou k prvnímu dílu.

Čtenáři tohoto impozantního díla shledají, že výklad je podrobný a pozoruhodně plynulý; zvláště je třeba upozornit na zajímavé poznámky k jednotlivým paragrafům, kde jsou komentovány práce z obsáhlého seznamu literatury.

Karel Karták, Praha

J. L. Lions, E. Magenes: NON-HOMOGENEOUS BOUNDARY VALUE PROBLEMS AND APPLICATIONS. Springer-Verlag; Berlin—Heidelberg—New York 1972. Díl I: XVI + + 358 stran, cena DM 78,—. Díl II: XII + 242 stran, cena DM 58,—.

Jako svazky 181 a 182 vycházejí ve známé žluté řadě první dva díly třídílné monografie (vydání třetího dílu se chystá v roce 1973). Překladem tohoto významného díla do angličtiny se jeho obsah zpřístupnil podstatně širšímu okruhu čtenářů (připomeňme, že *rusky* vyšel *první* díl v roce 1971). Překladatel se držel věrně francouzského originálu, o němž jsme referovali v tomto časopise ve 4. čísle ročníku *97* (1972), str. 421—422; autoři pouze opravili některé chyby a podstatněji doplnili seznam literatury.

Dodáno při korektuře: V roce 1973 vyšel anglicky i třetí díl monografie; dodejme proto pro úplnost, že tvoří svazek 183 žluté řady, má XII + 308 stran (a 1 obrázek) a stojí DM 78,—.

Alois Kufner, Praha

Elna B. McBride: OBTAINING GENERATING FUNCTIONS. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971. VIII + 100 stran, cena 44,— DM.

Funkce $G(x_1, \ldots, x_p; t)$ se nazývá vytvořující funkcí soustavy funkcí $f_n(x_1, \ldots, x_p)$ $(n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$, existují-li konstanty c_n tak, že (formálně!) platí:

$$G(x_1, \ldots, x_p; t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n f_n(x_1, \ldots, x_p)\, t^n .$$

Autorka se v knížce zabývá především třemi metodami, umožňujícími k dané soustavě funkcí f_n

nalézt nějakou vytvořující funkci G: Metoda Rainvilleova je založena na přímé manipulaci s mocninnými řadami (kap. I), Weisnerova metoda využívá některých poznatků z teorie grup (kap. II a III) a Truesdellova metoda se hodí tam, kde lze funkce soustavy $\{f_n\}$ přetransformovat v soustavu $F(z, \alpha)$, pro jejíž funkce platí vztah typu $\partial F(z, \alpha)/\partial z = F(z, \alpha \pm 1)$ (kap. IV). V kap. V je pak pro úplnost uvedeno ještě několik dalších metod získání vytvořujících funkcí.

Vytvořující funkce známe především z teorie speciálních funkcí a ortogonálních polynomů. Na těchto polynomech také autorka své metody hojně ilustruje a hlavně jimi se zabývá: tak např. v kap. II je uvedeno šest vytvořujících funkcí pro soustavu Laguerreových polynomů.

Výklad je celkem elementární a zabývá se ve valné většině zcela konkrétními případy; s trochou nadsázky lze říci, že obsahem knihy je řada nepříliš obtížných cvičení. Nelze ovšem zapomenout, že vytvořující funkce mají značné užití především v teorii speciálních funkcí (umožňují např. nalézt rekurenční vztahy mezi funkcemi soustavy $\{f_n\}$, a to i vztahy diferenciální, pomáhají při výpočtech různých integrálů apod.), a také je třeba zdůraznit, že čtenář najde v knížce celou řadu velmi užitečných a zajímavých vztahů, které se případně mohou hodit i jinde. Přesto však celkový pohled na publikaci vyvolává spíše otázku, zda jde o téma, které je natolik nosné a uzavřené, aby stálo za to zpracovat je jako 21. svazek edice *Springer Tracts in Natural Philosophy*. Srovnání s některými jinými svazky této edice spíše naznačuje, že to bylo předčasné.

Alois Kufner, Praha

DIE HILBERTSCHEN PROBLEME. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G., Leipzig 1971. 302 strany.

Na mezinárodním matematickém kongresu v Paříži v srpnu roku 1900 formuloval David Hilbert 23 problémů, které považoval za klíčové problémy dalšího rozvoje matematiky. Tehdy to byla prognóza; v průběhu desítiletí se však ukázalo, že to, co Hilbert vyslovil, představovalo velmi reálný program.

Hilbertova řeč (a konečně celá Hilbertova tvorba vůbec) výrazně ovlivnila matematiku 20. století, ze slov ,,Hilbertův problém" se stal *terminus technicus* a jeho přednáška je realitou nejen *matematickou*, ale i *historickou*. Myšlenka podívat se na Hilbertovy úvahy z odstupu téměř sedmdesáti let a konfrontovat je se současným stavem matematiky je tedy velmi lákavá. Uskutečnění této myšlenky se ujalo moskevské nakladatelství ,,Nauka", které v roce 1969 vydalo pod redakcí P. S. Aleksandrova sborník ,,Проблемы Гильберта". Vedle úvodního slova redaktora sborníku je zde uveden autentický text Hilbertovy přednášky a pak následují komentáře k jednotlivým problémům, jichž se ujalo 16 předních sovětských matematiků: A. S. Jesenin-Vol'pin, V. G. Boltjanskij, I. M. Jaglom, E. G. Skljarenko, B. V. Gnedenko, A. O. Gel'fond, J. V. Linnik, D. K. Faddejev, J. I. Chmelevskij, J. I. Manin, A. G. Vituškin, O. A. Olejniková, B. N. Delone, A. G. Sigalov. B. V. Šabat a L. E. El'sgol'c; jedinou výjimku tvoří dvacátý prvý problém, kde bylo jako komentáře použito článku H. Röhrla, uveřejněného v roce 1957 v časopise *Mathematische Annalen*.

Posuzovaná kniha je německým překladem tohoto sborníku; je doplněna ještě dalším úvodem, v němž je podán stručný přehled o životě a díle Davida Hilberta.

Autorský kolektiv sborníku je tedy velmi široký; už z toho plyne, že charakter komentářů je poněkud nehomogenní, že některé z nich lze číst bez velkých předběžných znalostí, zatím co jiné předpokládají už dosti zasvěceného čtenáře. Bezpochyby se však jedná o práci, která skládá hold jedné z nejvýznamnějších postav světové matematiky a v níž je historické ocenění této osobnosti spojeno s přístupem k současnému stavu bádání. V tomto ideálním sjednocení dvou velmi rozdílných aspektů vidím hlavní cenu sborníku, nemluvě už o tom, že mladším generacím se naskýtá možnost seznámit se přímo s fakty, která se stala historií matematiky.

(Je snad na místě připomenout, že časopis ,,Pokroky matematiky, fyziky a astronomie" začal v poslední době otiskovat seriál podobných komentářů k jednotlivým Hilbertovým problémům z péra domácích autorů.)

Alois Kufner, Praha

J. K. Percus: COMBINATORIAL METHODS, Applied Mathematical Sciences 4, Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1971, stran 194, obrázků 58, cena 24 DM.

Tato kniha vznikla z přednášek o kombinatorických metodách, které autor konal v Courantově ústavě na newyorské universitě v období 1967—68. Obsah přednášek byl ovlivněn výběrem studentů, o nichž se v předmluvě říká, že měli nestejnorodé zaměření (byli to matematikové, fyzikové a chemikové). Knížka je rozvržena do dvou kapitol, z nichž první má název Counting and enumeration on a set a druhá Counting and enumeration on a regular lattice. Povězme si nejprve trochu o obsahu kapitoly první.

V úvodu se zavádějí vytvořující funkce a řeší se několik jednoduchých příkladů. Zvláště je rozebrán problém Fibonacciových čísel, pro něž se odvodí explicitní vzorec. Pak následuje odstavec o principu inkluze a exkluze s několika příklady (Eulerova funkce v číselné teorii, permutace, které mění každý prvek a známá úloha o n manželských párech sedících kolem kulatého stolu tak, že se muži a ženy střídají a žádný muž nesedí vedle své manželky). O pár stránek dále se ukazuje užití permanentů v kombinatorických úlohách a odvozuje se Mac Mahonova věta o vyjádření permanentu jako koeficientu vhodné mocninné řady. V jednom paragrafu se diskutuje známá úloha o rozmístění daného počtu předmětů do daného počtu tříd. Vznikají čtyři typy úlohy podle toho, zda předměty resp. třídy jsou rozlišitelné nebo nikoliv. Jeden z těchto případů je triviální, zbývající tři mají své ustálené názvy (composition, decomposition, partition) a jsou zde řešeny. Pak se obrací pozornost k Ramseyově větě, o níž už existuje obsáhlá literatura. Je tu i malá tabulka dnes známých Ramseyových čísel, která si však zřejmě nečiní nároků na úplnost. Když takto s námi čtenář prošel asi čtvrtinu knihy, setká se poprvé s pojmem graf. Přesná definice tu není uvedena, autor se spíše opírá o názor a odvolává se na instruktivní obrázek. Takovou povahu má i zavádění dalších pojmů (cesta, kružnice, Cayleyho a Husimiho strom, artikulace atd.). Při definici cesty a kružnice (path, cycle) není např. jasné, zda posloupnost uzlů musí být prostá či nikoliv. Nezvyklý je název hvězda (star) pro to, čemu se obvykle říká blok (F. Harary) nebo starším názvem neseparabilní graf (H. Whitney). Praví se, že hvězda je graf bez artikulací, ale zřejmě se myslí graf souvislý. O grafech se odvozují některé enumerační vzorce (počet souvislých grafů s n očíslovanými uzly a k hranami, Cayleyho vzorec s hodnotou n^{n-2}) a probírá se Pólyova věta. V příkladech na tuto větu se autor zabývá zjišťováním počtu všech isomerů $C_nH_{2n+1}OH$ a několik nerozřešených úloh zůstává jako cvičení pro čtenáře.

Druhá kapitola s názvem už výše zmíněným se rozpadá opět na několik částí. Začíná se náhodnými procházkami po mřížových bodech a řeší se např. tato úloha: Mají-li všechny kroky od mřížového bodu k jeho sousedům stejnou pravděpodobnost, jaká je pravděpodobnost, že se po n krocích dostaneme zpět do počátku? Ve speciálních odstavcích se probírá jednorozměrný a dvojrozměrný případ a výklad se ilustruje např. tzv. hlasovacím problémem. Na dalších stránkách jsou aplikace přírodovědné a tato část knihy ukazuje zjevně, že vznikla z přednášek pro posluchače různých profesí, jak se o tom mluvilo v úvodu. Řeší se tu např. tzv. dimer problem, v němž jde o model kapaliny s dvojatomovými molekulami. V problému entropie dvojrozměrného ledu jde o to, kolika způsoby lze zorientovat dvojrozměrnou mříž, aby byla splněna jistá podmínka vzatá z praxe (ice condition). Není třeba připomínat, že látka se tu nepodává systémem definice — věta — důkaz, ale jde o volný výklad známý z fyzikálních a přírodovědných pojednání.

Percusova kniha leží na pomezí matematiky a aplikovaných věd a okruh jejích čtenářů bude jistě pestrý. Není tištěna klasickým způsobem, nýbrž fotografována přímo z rukopisu. Na titulním listě se praví, že dílo má 58 obrázků, ale mám dojem, že si autor trochu usnadňuje práci. Řada ilustrací jsou jen banální schémata a na druhé straně čtenář někdy postrádá obrázek u složitějších situací. Seznam literatury není uveden, ale časopisecké prameny jsou citovány průběžně v textu.

Jiří Sedláček, Praha

Erik M. Alfsen: COMPACT CONVEX SETS AND BOUNDARY INTEGRALS, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971, 210 str.

Kniha je věnována studiu konvexních kompaktů v topologických lineárních prostorech, které zaznamenalo pozoruhodný rozmach v posledním desetiletí. Všimněme si některých typických výsledků, které jsou v knize vyloženy. Připomeňme, že (Radonovým) nábojem na kompaktním Hausdorffově prostoru T se rozumí spojitý lineární funkcionál na prostoru $C_R(T)$ všech spojitých reálných funkcí normovaném pomocí maxima, tj. prvek prostoru $C_R(T)^*$ duálního k $C_R(T)$. Každému takovému náboji $\mu \in C_R(T)$ odpovídá vzájemně jednoznačně Baireův náboj ($=$ σ-aditivní množinová funkce na σ-algebře $B_0(T)$ všech baireovských podmnožin prostoru T), který lze jednoznačně rozšířit na regulární Borelův náboj, jenž se rovněž značí symbolem μ. Třída všech regulárních borelovských nábojů na T se značí symbolem $M_R(T)$, $M_R^+(T)$ je třída všech nezáporných nábojů ($=$ měr) z $M_R(T)$. Je-li E lokálně konvexní Hausdorffův topologický lineární prostor a $\mu \in M_R(T)$, pak zobrazení $q : T \to E$ se nazývá (slabě) integrovatelným s integrálem $y \in E$, jestliže pro každý funkcionál $p \in E^*$ platí $p(y) = \int p \circ q \, d\mu$ (přičemž $p \circ q$ značí komposici q a p); $y = \int q(x) \, d\mu(x)$ se pak nazývá (slabým) integrálem q podle μ. Jestliže μ je míra na konvexním kompaktu $K \subset E$, $\mu(K) > 0$, pak těžištěm μ se rozumí prvek $x_\mu = \mu(K)^{-1} \int x \, d\mu(x)$ (jenž padne do K a je dobře definován díky tomu, že identické zobrazení $K \to E$ je slabě integrovatelné). G. Choquetovi patří následující věta o těžišti:

Je-li f afinní reálná funkce 1. Baireovy třídy na K, pak f je omezená a pro každou pravděpodobnostní míru $\mu \in M_R^+(K)$ platí $f(x_\mu) = \int f \, d\mu$; tato formule však nemusí platit pro omezené afinní funkce 2. Baireovy třídy.

Důležitou roli v řadě vyšetřování hraje Choquetovo (částečné) uspořádání v $M_R(K)$. Značí-li $P(K)$ kužel všech spojitých konvexních funkcí na K, pak toto uspořádání je indukováno duálním kuželem $P(K)^* = \{\mu \in M_R(K);\ \mu(f) \geqq 0$ pro všechna $f \in P(K)\}$; pro $\mu_1, \mu_2 \in M_R(K)$ je tedy $\mu_1 \prec \mu_2$, právě když $\mu_1(f) \leqq \mu_2(f)$ pro každou funkci $f \in P(K)$. (Poznamenejme, že antisymetrie relace $\prec$ plyne z hustoty $P(K) - P(K)$ v $C_R(K)$. Nechť $M_1^+(K) = \{\mu \in M_R^+(K);\ \mu(K) = 1\}$ je třída všech pravděpodobnostních měr na K a $M_{1x}^+(K) = \{\mu \in M_1^+(K);\ x_\mu = x\}$ je třída těch měr z $M_1^+(K)$, které mají za těžiště $x \in K$. Jestliže $\mu_1, \mu_2 \in M_1^+(K)$ a $\mu_1 \prec \mu_2$, pak míry μ_1, μ_2 mají společné těžiště $x_{\mu_1} = x_{\mu_2}$ a lze si představit, že μ_2 je ve srovnání s μ_1 „více rozptýlena od x_{μ_1} směrem k extremální hranici konvexního kompaktu K". Přesnějším vyjádřením této představy je následující Cartierova věta:

Je-li K metrisovatelný konvexní kompakt a $\mu_1, \mu_2 \in M_1^+(K)$, pak $\mu_1 \prec \mu_2$ právě když existuje zobrazení $x \mapsto \sigma_x \in M_{1x}^+(K)$ definované μ — skoro všude na K takové, že pro každou funkci $f \in C_R(K)$ je funkce $x \mapsto \sigma_x(f)$ integrovatelná vzhledem k μ_1 a $\mu_2(f) = \int \sigma_x(f) \, d\mu_1(x)$.

Taková míra μ, jež je maximálním prvkem $M_R^+(K)$ vzhledem k relaci $\prec$, se nazývá hraniční. Je-li $\mu \in M_R^+(K)$ hraniční, pak pro každou uzavřenou G_δ-množinu $C \subset K$, jež je disjunktní s extremální hranicí $\partial_e K$ ($=$ množina všech vrcholů konvexního kompaktu K), platí $\mu(C) = 0$; speciálně nosič μ je obsažen v $\overline{\partial_e K}$ (pruh značí uzávěr). Je-li K metrisovatelný, pak $\partial_l K$ je typu G_δ a $\mu \in M_R^+(K)$ je hraniční, právě když $\mu(K \setminus \partial_e K) = 0$. V obecném případě platí následující důležitá věta ukazující, že každý bod z K lze representovat hraniční mírou (Choquet - Bishop - de Leew):

Ke každému bodu x konvexního kompaktu K existuje hraniční míra $\mu \in M_{1x}^+(K)$. Ideu Choquetova uspořádání měr lze ovšem aplikovat i v obecnějších situacích, kdy roli konvexního kompaktu $K \subset E$ přebírá kompaktní topologický prostor X a roli kužele $P(K)$ jistý kužel S funkcí na X. Předpokládejme, že X je kompaktní topologický prostor a S je kužel shora polospojitých funkcí $< +\infty$ na X, jenž obsahuje konstanty a odděluje body z X. Pak lze na $M_R(X)$ zavést reflexivní a transitivní relaci $\prec_S$ předpisem

$$\mu_1 \prec_S \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1(f) \leqq \mu_2(f) \ \forall f \in S .$$

Tato relace je (částečným) uspořádáním (tj. je antisymetrická), jestliže lineární obal třídy $S \cap$

$\cap\, C_R(X)$ je hustý v $C_R(X)$. Bod $x \in X$ se nazývá S-Choquetovým bodem, jestliže Diracova míra ε_x je maximálním prvkem v $M_R^+(X)$ vzhledem k relaci $\prec_S$; množina $\partial_S X$ všech S-Choquetových bodů se nazývá Choquetovou hranicí prostoru X. Neprázdnost Choquetovy hranice je důsledkem následujícího Bauerova principu maxima:

Ke každé funkci $f \in S$ existuje takový bod $x \in \partial_S X$, že $f(x) = \sup\{f(y); y \in X\}$.

Předpokládejme nyní stále, že $S \subset C_R$. Potom $\partial_S X$ je (v relativní topologii) Baireův prostor (Choquet, Edwards). Poznamenejme, že $\partial_S X = \partial_e K$ ve výše uvažované situaci, kdy $X = K$ je konvexní kompakt v lokálně konvexním lineárním prostoru E a $S = P(K)$. Věta o representaci bodů pomocí měr na Choquetově hranici vyplývá z následujícího výsledku:

Ke každému $x \in X$ existuje míra μ definovaná na $\partial_S X \cap B_0(X)$, pro niž $\mu(\partial_S X) = 1$ a $f(x) \leqq \int_{\partial_S X} f \, d\mu$ pro všechny funkce $f \in S$.

Otázky související s jednoznačností representujících měr jsou soustředěny do druhé části knihy, v níž je studována geometrická struktura konvexních kompaktů. Předpokládejme, že K je konvexní kompakt v lokálně konvexním prostoru E takový, že E splývá s lineárním obalem K a K je částí jisté nadroviny v E neprocházející počátkem. Pak každý bod $x \in E$ určuje lineární funkcionál q_x na prostoru $A(K) \subset C_R(K)$ všech spojitých afinních funkcí na K definovaný předpisem $q_x(a) = \lambda\, a(y) - \mu\, a(z)$ $(a \in A(K))$, kdykoli $x = \lambda y - \mu z$, $y, z \in K$, $\lambda, \mu \geqq 0$. Jestliže $x \mapsto q_x$ je topologický isomorfismus E na (slabě topologisovaný) duál $A(K)^*_W$ prostoru $A(K)$, pak řekneme, že K je regulárně vnořen do E.

Abstraktním konvexním kompaktem se rozumí dvojice (X, A), kde X je Hausdorffův kompaktní topologický prostor a A je uzavřený podprostor v $C_R(X)$ obsahující konstanty, oddělující body z X a takový, že každý stav p na A (= nezáporný lineární funkcionál nabývající hodnoty 1 na funkci identicky rovné jedné) je určen jistým bodem $x_p \in X$ (tj. $p(a) = a(x_p)$ $\forall a \in A$). Každý abstraktní konvexní kompakt lze regulárně vnořit do lokálně konvexního Hausdorffova prostoru E v tom smyslu, že existuje homeomorfismus φ kompaktu X na konvexní kompakt $\varphi(X)$ regulárně vnořený do lokálně konvexního Hausdorffova prostoru E takový, že zobrazení $\varphi^* : a \mapsto a \circ \varphi$ je isomorfismus $A(\varphi(X))$ na A. Navíc je takové regulární vnoření až na lineární homeomorfismy jednoznačně určeno. Protože každý „konkrétní" konvexní kompakt v lokálně konvexním Hausdorffově prostoru lze chápat jako abstraktní konvexní kompakt $(K, A(K))$, je možno při studiu vnitřních vlastností konvexních kompaktů vždy předpokládat, že jde o kompakty regulárně vnořené do jistého lokálně konvexního Hausdorffova prostoru E. Nechť K je takový konvexní kompakt a buď $\mathcal{K}$ kužel v E s vrcholem O a basí K. Je-li E svazem při (částečném) uspořádání určeném kuželem $\mathcal{K}$, pak K se nazývá (Choquetovým) simplexem. Souvislost tohoto pojmu s representací bodů hraničními mírami objasňuje Choquetova věta: Konvexní kompakt K je právě tehdy simplexem, když každý bod z K je těžištěm jediné hraniční pravděpodobnostní míry.

Takový simplex K, jehož extremální hranice $\partial_e K$ je uzavřená, se nazývá Bauerovým simplexem. Uveďme některé charakteristické vlastnosti Bauerových simplexů K:

Každý bod z K je těžištěm jediné pravděpodobnostní míry s nosičem v $\partial_e K$. $A(K)$ je svazem v přirozeném uspořádání funkcí. Každou spojitou reálnou funkci na $\partial_e K$ lze rozšířit na funkci z $A(K)$.

V druhé kapitole monografie je vyložena řada zajímavých vlastností simplexů. Dále se studují stěny konvexních kompaktů v souvislosti s ideály v $A(K)$, stěnová topologie na $\partial_e K$ a direktní konvexní rozklady.

Je možno jen litovat, že aplikace na problémy konkrétní analýzy (např. na Dirichletův problém v teorii potenciálu) zůstaly mimo rámec knihy; v tomto směru odkazuje autor čtenáře na časopiseckou literaturu. Důkazy jsou zpracovány srozumitelně a elegantně, výklad je podán v moderním duchu a doprovázen rozsáhlou bibliografií s příslušným komentářem. Monografie si zaslouží pozornosti čtenářů seznámených s elementy funkcionální analýzy a teorie integrálu.

Josef Král, Praha

F. G. Frobenius: GESAMMELTE ABHANDLUNGEN I—III. (Herausgegeben von J. P. Serré), Springer-Verlag, Berlin- Heidelberg—New York 1968, str. 650, 733, 740, cena DM 136, —.

Sebrané spisy F. G. Frobenia (1849—1917) byly pro toto vydání rozděleny do tří dílů. S několika vyjímkami jsou práce v podstatě chronologicky řazené a jsou rozděleny takto: prvý díl (práce 1—21) zahrnuje období 1870—80, druhý díl (práce 22—52) období 1880—1896 a poslední třetí díl (práce 53—107) pokrývá období 1896—1917.

Pochopitelně je nad síly recensenta podat odpovídající rozbor díla tohoto známého matematika, jehož práce účinným způsobem zasáhly do několika odvětví matematiky; omezím se proto na stručný přehled. Recensovaná publikace je zařazena do knihovny MFF UK, Sokolovská 83, Praha 8 a zájemci si mohou Frobeniovy práce ze svého oboru prostudovat.

Rozdělíme-li Frobeniovy práce alespoň zhruba podle oborů, můžeme nejvíce z nich (skoro čtyřicet) zařadit do algebry. Zde převažují práce z teorie grup a teorie matic. Práce č. 74 bude snad nejvíce známa; obsahuje totiž známou podmínku řešitelnosti soustavy lineárních nehomogenních rovnic. Zhruba po dvaceti pracích lze přiřadit matematické analýze (převažuje teorie theta funkcí a funkcí eliptických) a teorii čísel (převažuje teorie kvadratických forem). Oddělíme-li asi deset prací, které jsou věnovány diferenciálním rovnicím, zůstávají jednak ojedinělé publikace z jiných oborů (geometrie, krystalografie), jednak šest prací (spíše příležitostných článků), věnovaných výročím známých matematiků, jejich úmrtí atp. (Euler, Mertens, Weber, Dedekind, Kronecker).

Na druhé straně je zajímavé sledovat, jak se měnil Frobeniův zájem, pokud lze v tomto směru z publikací usuzovat. Do roku 1879 je to teorie funkcí a diferenciální rovnice. Zájem o diferenciální rovnice tím končí, v teorii funkcí Frobenius pokračuje, ale začíná též publikovat práce z teorie kvadratických forem a algebry. Publikace z mat. analýzy ustávají v r. 1889. Zájem o algebru a kvadratické formy trvá a v posledním desítiletí svého života se specializuje na teorii těles a Fermatův problém. Časově je také zajímavé, že nejplodnější roky byly čtyři 1896 a 1911 (po šesti pracích, 1880 a 1903 (po pěti pracích).

Dodejme ještě, že v prvním díle je zařazena Frobeniova fotografie a vzpomínka C. L. Siegela na Frobeniova léta v Berlíně (1915—17). Na závěr je zařazen úplný seznam jeho prací.

Břetislav Novák, Praha

J. C. Oxtoby: MASS UND KATEGORIE, Hochschultexte, sv. 3, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971, str. 112, cena DM 16,—.

Recensovaná publikace je překlad anglického originálu a vychází v nové Springově edici „Hochschultexte", která má obsahovat v podstatě úvodní informaci z různých oborů matematiky. Autor sám vytyčuje dva okruhy problémů, kterým je knížka věnována: existenční důkazy v matematice prováděné na základě Baireovy věty a dualita mezi množinami nulové (Lebesgueovy) míry a množinami prvé kategorie.

Skoro polovina kapitol celé knížky je věnována vybudování potřebného aparátu teorie míry, metrických a částečně i topologických prostorů. Zbytek obsahuje řadu tématických celků, z nichž vybereme nejdůležitější.

Druhá kapitola spadá vlastně do teorie čísel, přesněji do teorie diofantických aproximací. Autor zavádí pojem Liouvilleova čísla (tj. takové iracionální číslo α, že nerovnost $|q\alpha - p| < q^{-n}$ má pro každé přirozené n řešení v celých $p, q, q > 0$), dokazuje transcendentnost těchto čísel a dále, že množina Liouvilleových čísel má míru nula (dokonce nulovou Hausdorffovu dimensi). Na druhé straně však Liouvilleova čísla tvoří „residuel", tj. jejich doplněk je množina 1. kategorie.

Zajímavý a skoro běžně neznámý je obsah šesté kapitoly: Banach-Mazurova hra. Buď dán uzavřený interval I_0. Hráč (A) obdrží podmnožinu $A \subset I_0$, hráč (B) její doplněk $B = I_0 - A$.

Vlastní hra je vlastně postupné definování posloupnosti uzavřených intervalů $I_0 \supset I_1 \supset I_2 \supset \ldots$ tak, že hráč (A) určuje postupně „liché" intervaly, hráč (B) „sudé": Obsahuje-li průnik $\cap I_n$ alespoň jeden bod množiny A, vítězí hráč (A); v opačném případě hráč (B). Přirozeně vzniká otázka, jak dalece volba množiny A určuje vítěze. Platí tato zajímavá věta: „Vítězná" strategie pro hráče (B) existuje, právě když množina A je 1. kategorie. Za předpokladu, že množina A má Baireovu vlastnost, lze dokonce tvrdit, že je-li A první kategorie, má vítěznou strategii hráč (B), jinak hráč (A).

Jedenáctá kapitola obsahuje známý Banachův důkaz existence spojité funkce, která nemá konečnou derivaci v žádném bodě a obvyklé poznámky o Bezikovičově funkci a Saksově větě s tím související. V čtyřstránkové kapitole třinácté jsou studovány automorfismy jednotkového intervalu $I = \langle 0, 1 \rangle$, tj. homeomorfní zobrazení I na I. Je-li H množina všech těchto automorfismů, tvoří H množinu typu G_δ v $C = C(0, 1)$; je to tedy topologicky úplný prostor (příslušná metrika, při níž je H úplný metrický prostor je např. $\varrho(f, h) + \varrho(f^{-1}, h^{-1})$, kde ϱ je metrika v C). Zajímavé jsou nyní tyto věty: Je-li dána množina $A \subset I$ 1. kategorie, pak pro všechna $h \in H$ až na množinu 1. kategorie (v H) je $h(A)$ nulová množina. Dále: Je-li f omezená funkce na I s množinou bodu nespojitosti U, pak funkce $f(h)$ je Reimannovsky integrovatelná pro všechna $h \in H$, právě když U je spočetná a pro alespoň jedno $h \in H$, právě když U je 1. kategorie. Konečně je zajímavé, že množina $A \subset I$ je 1. kategorie, právě když existuje $h \in H$ tak, že $h(A)$ je částí nulové množiny typu F_σ.

Čtrnáctá a patnáctá kapitola vyšetřují, jak se přenášejí jisté vlastnosti množiny $E \subset P \times Q$ na množiny „řezů" $E_x = \{y \in Q; [x, y] \in E\}$, a to jak ve smyslu míry, tak i ve smyslu kategorií (Fubiniova věta a věta Kuratowského-Ulamova).

Kapitoly sedmnáct a osmnáct obsahují studium posloupnosti $\{T^n x\}_{n=0}^{\infty}$, kde T je zobrazení jistých vlastností. Zejména je dokázána Poincarého věta (je-li T homeomorfní zobrazení omezené otevřené množiny $G \subset E_r$ na sebe, které zachovává míru, potom až na nulovou množinu 1. kategorie všechny body $x \in G$ jsou rekurentní vzhledem k T, tj. pro každé okolí U bodu x je množina $U \cap \{T^n x\}_{n=0}^{\infty}$ nekonečná) a je (metodou kategorií) ukázaná existence automorfismu T jednotkové krychle $K \subset E_r$ na sebe tak, že pro vhodné $x \in K$ je množina $\{T^n x\}_{n=-\infty}^{\infty}$ hustá v K (dokonce toto platí pro všechny body $x \in K$ s vyjímkou množiny prvé kategorie).

Závěr knihy je věnován podrobnějšímu studiu jisté duality mezi nulovými množinami a množinami 1. kategorie. Již v předchozích kapitolách byla tato podobnost na konkrétních případech zdůrazněna. V r. 1934 ukázal Sierpiński, že za předpokladu platnosti hypotézy kontinua existuje prosté zobrazení E_1 na sebe takové, že $f(E)$ má nulovou míru, právě když E je prvé kategorie. Zobecnění a zpřesnění pochází od Erdöse z r. 1943: Za předpokladu platnosti hypotézy kontinua existuje prosté zobrazení E_1 na sebe takové, že $f = f^{-1}$ a $f(E)$ má nulovou míru (je prvé kategorie), právě když E je prvé kategorie (má nulovou míru). Z této věty pochopitelně plyne dualita výroků o množinách nulové míry a množinách prvé kategorie, pokud ovšem použijeme pouze pojmů „čisté" teorie množin. Pro příklad uveďme jen tyto dvě věty: Každá množina $M \subset E_1$ druhé kategorie obsahuje množinu N, mohutnosti kontinua a takovou, že každá její nespočetná část je 2. kategorie (Luzin 1914). Každá množina $M \subset E_1$ kladné vnější míry obsahuje množinu N, mohutnosti kontinua a takovou, že každá její nespočetná část má kladnou vnější míru (Sierpiński 1924). Kniha obsahuje pochopitelně příkladů celou řadu, dokonce princip duality je dále rozšířen na řadě příkladů pro pojmy Baireova vlastnost a měřitelnost.

Celkem možno shrnout, že tato pečlivě psaná knížka obsahuje nestandardní a zajímavý materiál a lze ji doporučit každému zájemci. Snad lze jen litovat, že útlý rozsah knížky nedovolil autorovi rozsáhlejší přehled využití Baireovy věty v matematice; řada těchto zajímavých výsledků je jen roztroušena v časopisech a mnohdy i zapomenuta.

Břetislav Novák, Praha

Claude Dellacherie: CAPACITÉS ET PROCESSUS STOCHASTIQUES. Vydalo nakladatelství Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, jako 67. svazek knižnice Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete v roce 1972. Stran 155. Cena DM 44,—.

Kniha patří do odvětví teorie pravděpodobnosti, které vzniklo z potřeby logického ospravedlnění intuitivních úvah a nahrazuje pravděpodobnostní intuici schopností představovati si složité množinové konstrukce. Doobova kniha „*Stochastic Processes*", vyšlá před dvaceti léty poprvé pojednávala systematicky o náhodových procesech z hlediska teorie míry. Vývoj teorie náhodových procesů, následující po vyjití této knihy, uspokojivě v rámci teorie míry rovněž vyřešil z názoru zřejmý předpoklad, že markovovská resp. martingalová vlastnost zůstává zachována vzhledem k náhodným časům, nezávislým na budoucnosti. Takové časy jsou stručněji nazývány markovovskými a v teorii martingalů to mohou být doby, kdy se hráč rozhodne k účasti ve hře na základě předchozích výsledků. Nutnost zabývati se podrobně markovovskými časy byla zdůrazněna aplikacemi Markovových procesů v teorii parciálních diferenciálních rovnic a v teorii potenciálu, započatými také J. L. Doobem. V těchto aplikacích jsou markovovské časy důležitým nástrojem a bylo proto třeba mít jejich teorii zpracovánu na úrovni exaktnosti srovnatelné s oblastmi, v nichž jsou aplikovány. Důležitá souborná práce Huntova „*Markovovy procesy a potenciály*" z roku 1957 byla na programu pařížského semináře profesorů M. Brelota, G. Choqueta a J. Denyho v roce 1960—61. Hlavním přednášejícím byl profesor P. A. Meyer, pozdější tvůrce dnes již proslulého semináře o Markovových procesech na universitě ve Štrasburku. Ze štrasburského semináře také pochází recensovaná kniha.

Kniha je rozdělena na dvě části. Část A s názvem Teorie aproximace zdola má dvě kapitoly. Základním obsahem první je Choquetova věta o kapacitách. Pozoruhodný důkaz nepoužívá teorie analytických množin. Druhá pojednává o borelovských množinách, jež jsou sjednocením nespočetného systému disjunktních množin nenulové kapacity. Využívá se v ní teorie kapacit k zobecnění takových tvrzení jako je Alexandrovova-Hausdorffova věta říkající, že nespočetná množina v kompaktním metrickém prostoru obsahuje nespočetnou kompaktní podmnožinu.

Část B má název Obecná teorie procesů. Vychází se z prostoru s pravděpodobnostní mírou $(\Omega, \mathscr{F}, P)$, na kterém je definován rostoucí systém σ-algeber $\mathscr{F}_t$, $t \in R^+$. $\mathscr{F}_t$ obsahuje náhodné jevy, o nichž se v čase t určitě ví, zda nastaly či nenastaly. Kapitola třetí je věnována markovovským časům. Tak se nazývá nezáporná náhodná veličina T, platí-li $\{T \leqq t\} \in \mathscr{F}_t$, $t \in R^+$. Zavádí se pojem předvídatelného a dosažitelného m. času, definuje se σ-algebra $\mathscr{F}_T$. S pomocí Choquetovy věty se řeší důležité otázky měřitelnosti, související s m. časy. Čtvrtá kapitola se týká podmnožin kartézského součinu $(R^+, \mathscr{B}) \otimes (\Omega, \mathscr{F})$. Řezy $A(\omega)$ množiny $A \in \mathscr{B} \otimes \mathscr{F}$ lze interpretovati jako náhodnou množinu časových okamžiků. Autor se soustřeďuje na množiny, jejichž průběh lze vhodně postihnout m. časy. (Např. počátek množiny $\inf A(\omega)$.) Zavádí σ-algebry, generované náhodnými intervaly $[S, T]$, kde S a T jsou m. časy. Podle toho, zda tyto časy jsou libovolné, dosažitelné či předvídatelné, vznikají σ-algebry množin dobře měřitelných, dosažitelných a předvídatelných. Vyšetřují se vlastnosti těchto σ-algeber zejména ve vztahu k náhodovým procesům a k integraci vzhledem k monotónním procesům. Kapitola pátá pojednává o supermartingalech a o projekcích procesů do prostorů funkcí, měřitelných vůči výše uvedeným σ-algebrám. Poslední kapitola je věnována některým speciálním vlastnostem náhodných množin. Jako příklad uveďme tvrzení: Je-li A dobře měřitelná a $A(\omega)$ spočetná pro každé ω, potom $A(\omega)$ je sjednocením posloupnosti grafů m. časů. Jsou studovány rovněž některé topologické vlastnosti náhodných množin.

K četbě knihy je zapotřebí zběhlost v teorii míry, k pochopení motivace výsledků jistý přehled o pracích francouzské školy teorie pravděpodobnosti, zejména Meyerova štrasburského semináře. Kniha obsahuje velké množství definic, které jsou však vhodně voleny, a jejich zapamatování je usnadněno sugestivními názvy (hoblování, dláždění, mosaika apod.) Jedná se o dílo skutečně pozoruhodné a, vezmeme-li v úvahu složitost předmětu, také elegantní.

Petr Mandl, Praha

S. Kobayashi: TRANSFORMATIONS GROUPS IN DIFFERENTIAL GEOMETRY. Ergebnisse d. Math. und ihrer Grenzgebiete, Bd. 70. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972. Str. VI + 182, cena DM 52,—.

Obsah knihy je dán titulem. Jedním ze základních objektů matematického vyšetřování je zřejmě grupa automorfismů dané struktury. V diferenciální geometrii máme obvykle diferencovatelnou varietu a na ní určitou strukturu, ptáme se na to, jak vypadá grupa difeomorfismů, zachovávajících tuto strukturu. Např. nás zajímá, je-li tato grupa Lieovou grupou, jakou má maximální dimensi apod. Strukturou zde rozumíme ponejvíce G-strukturu; podle Kobayashiho nám dvě dali bohové (Riemannovu a komplexní), ostatní jsou produktem nižších lidských myslí. Tohoto (patrně rozumného) názoru se autor přidržuje hlavně v tom, že uvedeným dvěma strukturám věnuje hlavní pozornost.

V první kapitole si autor všímá automorfismů obecných G-struktur. Jsou uvedeny četné příklady G-struktur a jejich základní vlastnosti. Ukazuje se, že grupa automorfismů G-struktury, která je kompaktní eliptická nebo konečného řádu, je Lieova grupa. Velká pozornost je věnována symplektickým a kontaktním strukturám. Závěr kapitoly je věnován vztahům mezi G-strukturami, pseudogrupami a filtrovanými Lieovými algebrami, nejsou však uvedeny žádné věty, což je jistě nedostatek. Druhá kapitola se zabývá grupou $g(M)$ isometrií Riemannova prostoru M. Jsou nalezeny prostory s maximální možnou grupou, tj. $\dim g(M) = \frac{1}{2}n(n+1)$, kde $n = \dim M$. Grupa $g(M)$ neobsahuje uzavřené podgrupy h, pro něž $\frac{1}{2}n(n-1) + 1 < \dim h < \frac{1}{2}n(n+1)$. Je nalezena struktura všech M, pro něž $g(M)$ obsahuje podgrupu h s $\dim h = \frac{1}{2}n(n-1) + 1$. Další výsledky se týkají variet M, pro něž $g(M)$ je konečná (např. Ricciho forma je negativní). Velká pozornost je udělena pevným bodům isometrií resp. nulovým místům infinitesimálních isometrií. V třetí kapitole se studují automorfismy komplexních variet. Jsou udány typy variet, jejichž automorfismy tvoří Lieovu grupu (kompaktní, hyperbolické) resp. grupu konečnou (záporná první Chernova třída, kompaktní hyperbolické, nesingulární algebraické nadplochy v projektivním prostoru). Další paragrafy studují Lieovu algebru holomorfních vektorových polí Kählerovy variety. Poslední kapitola je konečně věnována grupám automorfismů prostorů s afinní, konformní a projektivní konexí.

Charakterisace knihy mi dělá značné potíže. Není to učebnice (někdy se předpokládá znalost dosti složitých věcí) ani monografie (výsledky nejsou zdaleka úplné). Snad je tedy kniha nejspíše „populárním" úvodem do velmi důležité partie diferenciální geometrie s podrobným soupisem literatury.

Alois Švec, Praha

N. Bourbaki: ELÉMENTS DE MATHÉMATIQUE, Fasc. XXXVII, GROUPES ET ALGÈBRES DE LIE. Chap. II: Algèbres de Lie libres; chap. III: Groupes de Lie. Actualités scientifiques et industrielles 1349. Hermann, Paris 1972. Stran 320, cena neudána.

Druhá kapitola knihy navazuje bezprostředně na Bourbakiho algebru (Algèbre I, 1970). Obalující algebry Lieovy algebry byly již probrány v první kapitole (vydání z r. 1971), zde se z nich tvoří bigebra a studuje se jejich struktura. Dále jsou uvedeny základní vlastnosti volných algeber a jejich obalujících algeber. Závěrečné části jsou přípravou následující kapitoly a pojednávají o Hausdorffových řadách a jejich konvergenci. Třetí kapitola je věnována vlastní teorii Lieových grup nad tělesem reálných nebo komplexních čísel nebo nad komutativním ultrametrickým tělesem. Nejprve je uvedena obvyklá teorie (definice, podgrupy, morfismy, homogenní prostory, lokální definice). Lokální Lieově grupě se říká groupuscule, je uvedena i jejich teorie. K Lieově grupě je konstruována příslušná Lieova algebra, adjungovaná representace a Maurer-Cartanovy formy. V další části se k Lieově algebře konstruuje příslušná jednoduše souvislá Lieova grupa. Podrobně se studuje struktura množiny automorfismů Lieovy grupy.

Četba knihy vyžaduje neustálé konsultace s Bourbakiho Algebrou a Diferencovatelnými varietami a není tedy lehká. Velmi zajímavá jsou ovšem cvičení, která následují po obou kapitolách.

Alois Švec, Praha

Roman Sikorski: DIFERENCIÁLNÍ A INTEGRÁLNÍ POČET. FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH. Academia, Praha 1973. Náklad 3500 výtisků. Cena vázaného výtisku 39,— Kčs. Podle druhého, změněného a doplněného, polského vydání z roku 1969 přeložil Doc. dr. Ilja Černý, CSc.

Převážná část recenzované knihy (její kapitoly IV—IX) jsou nevelkou modifikací přednášky z diferenciálního a integrálního počtu funkcí více proměnných, kterou autor konal na Varšavské universitě v roce 1963/64. Zbývající kapitoly jsou zařazeny pro úplnost a snadnější odkazy na tvrzení obsažená v těchto kapitolách.

Kniha, která je schválena jako příručka pro vysoké školy universitního směru, obsahuje předmluvu, informaci pro čtenáře, deset kapitol, seznam citované literatury, seznam symbolů, rejstřík a doslov.

Kapitola I (Základní množinové pojmy) začíná tak, jako začíná téměř každá kniha o základech matematické analýzy, tj. operacemi s množinami a pojmem zobrazení. Navíc je pojednáno o posloupnostech reálných čísel a jejich limitách. Se základními geometrickými a algebraickými pojmy (tj. např. bod, vektor, matice, determinant, lineární a multilineární formy, multiindexová matice, zobrazení) je čtenář seznámen v kapitole II. Vlastnosti metrických prostorů a zobrazení mezi takovými prostory jsou zkoumány v kapitole III. Kapitola IV pojednává o diferencování reálných funkcí více proměnných. Nejdříve se definuje derivace ve směru, pak derivace funkce (tj. gradient) a totální diferenciál. Dále se studují derivace vyšších řádů a jejich využití při hledání extrémů funkcí. Teorie zobrazení je název kapitoly páté, ve které se zavádějí pojmy z kapitoly IV — nyní však pro vektorové funkce. Dokazují se základní věty o diferencovatelných zobrazeních (např. věta o derivaci složeného zobrazení) a v § 4 (Řešení rovnic) se dokazuje věta o implicitních funkcích (tento světově používaný název však čtenářovi není prozrazen). Větou o lokálním difeomorfismu, definicí nadplochy a hledáním extrémů s vazbou (tzv. věta o Lagrangeových činitelích) končí tato kapitola. Teorie míry (kapitola VI) je vyložena na 31 stránce (kapitola obsahuje: množinové algebry, definice míry, rozklad intervalu, vnější Lebesgueova míra, měřitelné množiny, charakterizace měřitelných množin v eukleidovském prostoru). Domnívám se, že na Matematicko-fyzikální fakultě Karlovy university v přednáškách pro druhý ročník a v knize V. Jarníka *Integrální počet II* je teorii míry věnována podstatně větší pozornost. Abstraktní Lebesgueův integrál je vybudován a jeho základní vlastnosti (hlavně věty o limitním přechodu za integračním znamením) jsou dokázány v sedmé kapitole, další kapitola (VIII) pak pojednává o integrálu v eukleidovském prostoru (Fubiniova věta, věta o substituci, neurčitý a nevlastní integrál).

Pro české čtenáře je asi největším přínosem této knihy její devátá kapitola o integrálech přes nadplochy a tělesa. Tato problematika vychází (kromě učebního textu *Integrální počet II* autorů I. Černého a J. Maříka) zpracovaná v českém jazyce prvně. Celý výklad téměř stostránkové kapitoly o plošném integrálu končí důkazem věty Gaussovy-Ostrogradského pro dosti obecné množiny.

Poslední kapitola (X) obsahuje několik informací o diferenciálním počtu pro zobrazení v normovaných prostorech, Bettiho grupách, de Rhamově větě a diferencovatelných varietách (všechno pouze formou poznámek a bez důkazů).

Domnívám se, že důkazy některých vět jsou dosti stručné. Autor v úvodu píše, že se rozhodl pro drastický řez v symbolice (ve světové literatuře bylo již koncem padesátých let analogické označování v diferenciálním počtu používané). Na některých místech je revolučnost v označení přehnaná (např. determinant čtvercové matice A je označován $/A/$, vypisujeme-li prvky matice A, pak jsou čárky rovné a $|A|$ znamená absolutní hodnotu determinantu matice A). Zavést lim sup, lim inf a odtud teprve definovat limitu posloupnosti se mi z pedagogického hlediska nezdá vhodné. Kdyby byl definován diferenciál pro zobrazení mezi normovanými prostory (stačilo by konečné dimense), zjednodušila by se formulace některých vět kapitoly páté.

Překlad je proveden pečlivě. Měl bych pouze několik drobných připomínek a výhrad. Např. na str. 25, 10—11 řádek shora, se nedopatřením mluví o rovných zobrazeních, definice řady (na str. 29 nahoře) je mi zcela nesrozumitelná (a je několik možností, kde by mohla být chyba), termín zobecněná funkce používaný pro funkce nabývající i nekonečných hodnot koliduje s užívaným termínem pro distribuci. Čtenáři se předkládá celá řada nových pojmů. Proč se mu tedy zatěžuje paměť termínem verzor, místo použití výstižného termínu jednotkový vektor?

Typografická úroveň je na výši, v knize je celkem běžné množství nezávažných tiskových chyb. Pro lepší orientaci čtenáře by mohly být graficky odděleny důkazy od definic a vysvětlujícího textu. V knize se šetří závorkami a mám dojem, že např. formule na str. 32 by si nějakou závorku navíc zasluhovaly (jedná se o příručku pro posluchače vysokých škol!).

Kniha je vhodným doplňkem a dodatkem ke studiu Jarníkových knih *Diferenciální počet II* a *Integrální počet II.* Jistě je a bude na knižním trhu vítána (vždyť je to jediná kniha o diferenciálním a integrálním počtu pro studenty vysokých škol universitního směru, kterou je možno v současné době zakoupit), i když si myslím, že zvolený přístup i forma výkladu vyvolají v matematické obci mnoho diskusí. Vzejde-li však z těchto diskusí nějaký návrh na nový přístup k přednášce o plošném integrálu vhodné pro posluchače druhého ročníku MFF (méně náročný na čas a kvantum předběžných znalostí) či ukáže-li se, že vhodnější pro naše poměry je překlad některé z osvědčených knih s touto tematikou, bude to dalším kladem Sikorského knihy.

Svatopluk Fučík, Praha

Z. Pírko, J. Veit: LAPLACEOVA TRANSFORMACE. SNTL & Alfa, Praha & Bratislava 1972. 248 stran, 74 obrázků. Cena Kčs 22,—.

S podtitulem „Základy teorie a užití v elektrotechnice" vychází tato vysokoškolská učebnice, určená posluchačům a absolventům elektrotechnických fakult vysokých škol technických, již ve druhém vydání (první vyšlo v roce 1970). Jak vyplývá už z názvu, pojednává kniha především o Laplaceově transformaci (kap. I—X), kapitola XI je věnována Fourierově transformaci a kapitola XII transformaci $\mathfrak{Z}$. Závěr tvoří přehled vzorců a tabulka (slovník) Laplaceových transformací důležitých (především racionálních) funkcí.

Druhé vydání je označeno jako „opravené"; zřejmě byly odstraněny některé drobné nepřesnosti obsažené ve vydání prvním, neboť vnější úpravou se obě vydání od sebe vůbec neliší (zběžným porovnáním lze zjistit, že místo střídavého $n \to \infty$ a $n \to +\infty$ se ve druhém vydání v limitách objevuje důsledně jen $n \to +\infty$). Snad by druhé vydání stálo alespoň za novou předmluvu (slova „v poslední době" mají v roce 1972 jiný smysl než v roce 1970) a za doplnění seznamu literatury (poslední citace je z roku 1967; čtenář by se měl alespoň dozvědět např. o Doetschovi).

Redakce