

Jan Kubíček

Jednoduché nové řešení diofantické rovnice  $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 99 (1974), No. 2, 177--178

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117827>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1974

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

JEDNODUCHÉ NOVÉ ŘEŠENÍ  
DIOFANTICKÉ ROVNICE  $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$

JAN KUBÍČEK, Olomouc

(Došlo dne 8. března 1973)

Již starověcí matematici znali některá celočíselná řešení diofantické rovnice

$$(1) \quad A^3 + B^3 + C^3 = D^3$$

(např. řešení  $A = 1, B = 6, C = 8, D = 9$ ). Řešením této rovnice se též zabýval Euler, který dokázal, že jestliže celá čísla  $p, q, r, s$  vyhovují jednodušší diofantické rovnici

$$(2) \quad qr = s^2 + 3p^2,$$

pak čísla

$$(3) \quad A = 3pq - sq - r^2, \quad B = 3pq + sq + r^2, \quad C = sr + q^2 - 3pr, \\ D = sr + q^2 + 3pr$$

jsou řešením diofantické rovnice (1). (Eulerovy vzorce jsou tedy čtyřparametrické, přičemž parametry  $p, q, r, s$  jsou svázány diofantickou rovnicí (2).)

Nové řešení diofantické rovnice (1) je formulováno v následující větě (Kubíčková identita):

*Buďte  $a, b$  libovolná celá čísla. Potom čísla  $A, B, C, D$  daná vzorci*

$$(4) \quad A = a(b^3 - a^3), \quad B = b(b^3 - a^3), \quad C = a(2b^3 + a^3), \\ D = b(2a^3 + b^3)$$

*jsou opět celá a jsou řešením diofantické rovnice (1).*

Důkaz Kubíčkovy identity se snadno provede dosazením vzorců (4) do rovnice (1).

Na závěr poznamenáváme, že vzorce (4) jsou dvouparametrické, přičemž parametry  $a, b$  jsou nezávislé. Jsou-li parametry  $a, b$  racionální, dostáváme opět racionální

řešení rovnice (1). Je samozřejmé, že toto nové řešení, stejně jako Eulerovo, není úplné.

*Adresa autora: 772 00 Olomouc, Starodružníků 3.*

### Zusammenfassung

#### EINE EINFACHE NEUE LÖSUNG DER DIOPHANTISCHEN GLEICHUNG $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$

JAN KUBÍČEK, Olomouc

In der Arbeit wird die folgende Behauptung bewiesen: *Es seien  $a, b$  beliebige ganze Zahlen und sei*

$A = a(b^3 - a^3)$ ,  $B = b(b^3 - a^3)$ ,  $C = a(2b^3 + a^3)$ ,  $D = b(2a^3 + b^3)$ .  
*Dann genügen die ganzen Zahlen  $A, B, C, D$  der diophantischen Gleichung  $A^3 + B^3 + C^3 = D^3$ . Diese Lösung wird die „Kubíček-Identität“ genannt.*