Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 96 (1971), No. 3, 302--306

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117717

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1971

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 96 (1971), Praha

RECENSE

J. C. Burkill, H. Burkill: A SECOND COURSE IN MATHEMATICAL ANALYSIS. Cambridge University Press 1970. 526 stran.

Kniha je pokračováním knihy *A First Course in Mathematical Analysis* od prvního z autorů. Prvních devět kapitol je věnováno obecné analýze a reálným funkcím, zbývajících pět potom komplexním funkcím. Jednotlivé kapitoly se zabývají následujícími tématy: Úzce spolu souvisí kapitoly 1, 2 a 3, které tvoří jakýsi úvod do abstraktního pojetí moderní analýzy. Pojednávají o množinách a funkcích, metrických prostorech a spojitých funkcích na metrických prostorech. Čtvrtá kapitola se zabývá limitami na reálné přímce a v komplexní rovině. Důležitému pojmu stejnoměrné konvergence je věnována celá pátá kapitola. Tato obsahuje mimo jiné konstrukci spojité funkce, která nemá derivaci a Weierstrassovu větu o aproximaci spolu s jejím zobecněním (tzv. Stone-Weierstrassova věta). Kapitola šestá obsahuje teorii Riemann-Stieltjesova integrálu včetně věty o reprezentaci spojitého lineárního funkcionálu. V sedmé kapitole se vyšetřují zobrazení z R^m do R^n a diferencovatelnost těchto zobrazení, osmá se zabývá integrály v R^n (křivkovými, přes interval v R^n, přes omezenou množinu v R^n) a funkcemi definovanými pomocí integrálu (integrály závisícími na parametrech). K obsahu tří naposledy jmenovaných kapitol je třeba poznamenat, že zde není žádná zmínka o Lebesgueově integrálu a tento není nikde dále v knize vykládán. Z hlediska učebních plánů našich universit je to jistě nedostatek. Teorii Fourierových řad je věnována devátá kapitola, kde je také mimo jiné zmínka o Fourierových integrálech. V kapitolách 10, 11 a 12 jsou vyloženy základní pojmy a výsledky z teorie funkcí jedné komplexní proměnné a to značně stručně. V třinácté kapitole se zavádí pojem analytické funkce. Konečně v závěrečné, čtrnácté kapitole jsou uvedeny některé aplikace teorie, vyložené v předchozích čtyřech kapitolách, na speciální funkce včetně krátké zmínky o gamma funkci a beta funkci. Na konci jednotlivých kapitol je nejprve vyložen stručný nástin historického vývoje právě vyložené látky a potom některé vysvětlující nebo rozšiřující poznámky. Vykládanou látku vhodně doplňují a rozšiřují také příklady, uvedené na závěr každého paragrafu. Řešení, resp. u složitějších příkladů návod k řešení, je uvedeno na konci knihy. Kniha je doplněna rejstříkem.

Kniha, nebo spíše učebnice, je určena studentům, kteří jsou seznámeni s pojmem limity a nekonečné řady a se základy diferenciálního a integrálního počtu. Výklad je všude přesný a jasný, o grafické úpravě knihy, která usnadňuje její čtení, není snad třeba u tohoto nakladatelství mluvit. Přes uvedený nedostatek, že v knize není vyložen Lebesgueův integrál, může tato sloužit našim studentům jako vhodná učební pomůcka.

Oldřich Horáček, Praha

Herbert Federer: GEOMETRIC MEASURE THEORY, Die Grundlehren d. Math. Wissenschaften Bd. 153, Springer Verlag 1969; 676 str.

Monografie podává v pěti kapitolách bohatý materiál z geometrické teorie míry. První kapitola má pomocný ráz a je věnována Grassmanově algebře. Pojednává o tensorových součinech, alternujících formách a dualitě, vnějších i vnitřních součinech a normách vektorů a kovektorů a o symetrických formách. Druhá kapitola podává výklad obecné teorie míry. Od čtenáře se zde nepožadují žádné předběžné znalosti o míře a integrálu. Je vyložena Carathéodoryova teorie vnějších měr a měřitelnosti a jsou odvozena základní fakta o borelovských a Suslinových (analytických) množinách. Následují Lebesgueova teorie integrace, funkcionální přístup k integrálu (s Radon-Nikodymovou větou), Radonův integrál na lokálně kompaktních prostorech, Fubiniova věta, invariantní míry na lokálně kompaktních grupách, pokrývací věty Vitaliova typu a teorie diferenciace, a konečně rozličné konstrukce (spojované se jmény Hausdorff, Favard, Gillespie aj.) měr kladných kodimensí v euklidovských prostorech. Třetí kapitola je nadepsána „rektifikovatelnost" a studuje integraci podle m-rozměrných měr v n-rozměrných prostorech, tečné vlastnosti množin v euklidovských prostorech a transformace integrálů při lipschitzovských zobrazeních. Začíná obecnými větami o diferenciaci funkcí (jako Stěpanovova věta nebo Rademacherova věta o diferencovatelnosti skoro všude funkcí splňujících Lipschitzovu podmínku) a větami Whitneyova typu o rozšiřování funkcí s uzavřených množin na celý prostor se zachováním diferenciálních vlastností. Pak je odvozena věta o výpočtu (s pomocí jakobiánů) Hausdorffových měr množin definovaných lipschitzovskými zobrazeními a teorie transformací integrálů při takových zobrazeních. Kapitola zahrnuje rovněž obecné věty Sardova typu o obrazu množiny těch bodů, kde zobrazení z k-rozměrného prostoru do m-rozměrného prostoru má diferenciál hodnosti h. Čtvrtá kapitola pojednává o homologické teorii integrace. Jejím hlavním předmětem je studium tzv. normálních, rektifikovatelných a integrálních proudů. Proudy G. De Rhama (s kompaktním nosičem) jsou, zhruba řečeno, spojité lineární funkcionály nad příslušně topologisovaným prostorem nekonečně hladkých diferenciálních forem; zobecňují pojem distribuce L. Schwartze. Má-li proud konečnou normu (tzv. masu) jakožto funkcionál na vhodně onormovaném prostoru diferenciálních forem, pak se nazývá normálním proudem. Každý orientovaný simplex lze přirozeně ztotožnit s normálním proudem. Ty proudy, které je možno v jistém smyslu libovolně přesně aproximovat kombinacemi (s celočíselnými koeficienty) těchto jednoduchých proudů, se nazývají rektifikovatelnými. Dualitou k operátoru vnějšího diferenciálu na prostoru forem je v prostoru proudů zaveden pojem hranice. Integrální proudy jsou pak ty rektifikovatelné proudy, jejichž hranicí je opět rektifikovatelný proud. Osou celé kapitoly jsou výsledky, které autor s W. H. Flemingem publikovali v práci „*Normal and integral currents*" otištěné v Annals of Mathematics *72* (1960), 458—520. Ukazuje se, že integrální proudy mají řadu výhodných vlastností (souvisejících s kompaktností, aproximovatelností a isoperimetrickým nerovnostmi), které z nich tvoří tvárný nástroj pro studium obecných úloh variačního počtu. To je ilustrováno v poslední, páté kapitole knihy. V termínech integrálních proudů lze např. velmi přirozeně formulovat Plateaův problém. K danému integrálnímu cyklu (což je integrální proud s nulovou hranicí) najít integrální proud minimální masy, jehož hranicí je předepsaný cykl. Existence příslušného minimálního proudu se odvodí snadno, zatím co dokázat jeho regularitu nebo vyšetřit možné typy jeho singularit je velmi obtížný úkol. Některé moderní hluboké výsledky tohoto typu týkající se obecných variačních úloh tvoří závěr monografie.

Kniha je psána neobyčejně hutně a formálně precisně. Autorovi se podařilo shrnout obdivuhodný materiál. Samotná druhá kapitola (případně doplněna o kap. 3) by stačila na obsažnou monografii o teorii míry a integrálu.

Josef Král, Praha

Wolfgang Haack, Wolfgang Wendland: VORLESUNGEN ÜBER PARTIELLE UND PFAFFSCHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN. Basel—Stuttgart, Birkhäuser 1969, 555 str.

Kniha je rozdělena do tří částí:

Část I. Parciální diferenciální rovnice druhého řádu ve dvou proměnných.

První kapitola pojednává o existenční větě Cauchy-Kowalevské. Ve druhé kapitole zavádějí autoři Pfaffovy formy a Pfaffovu derivaci, vnější součin a vnější derivaci a operátor d_n, objasňují význam symbolu $[d, d_n u]$ a převádějí standartní zápis parciálních diferenciálních rovnic na zápis v zavedené symbolice. Dále je uveden princip maxima a věty o jednoznačnosti řešení pro eliptické a parabolické rovnice. Třetí kapitola je věnována hyperbolickým rovnicím (Cauchyův i smíšený problém, charakteristiky, Riemannova metoda atd.). Čtvrtá kapitola pojednává o eliptických rovnicích a o příslušných okrajových úlohách, zejména o první a druhé okrajové úloze. Pátá kapitola je věnována Beltramiho rovnici, šestá kapitola pak problémům smíšeným (v tom smyslu, že daná rovnice je různého typu (eliptického apod.) v různých částech vyšetřovaného oboru).

Část II. Systémy prvního řádu ve dvou proměnných.

V úvodní sedmé kapitole zavádějí autoři základní pojmy týkající se systémů rovnic (normální tvar a typy lineárních systémů apod.). Osmá kapitola pojednává poměrně obsáhle o hyperbolických systémech. Devátá kapitola je věnována první okrajové úloze pro eliptické systémy a jejímu vyšetřování užitím Greenovy funkce a integrálních rovnic. V desáté kapitole je zaveden pojem indexu čili charakteristiky pro obecný případ okrajových úloh a ukázáno jeho použití. Jedenáctá kapitola řeší okrajové úlohy pro případ „vyšších indexů" („vyšších charakteristik", zejména okrajové problémy s negativní charakteristikou). Dvanáctá kapitola je věnována převážně problémům s pozitivní charakteristikou. Třináctá kapitola se zabývá existenčními větami „v celém" (tedy globálními existenčními větami), čtrnáctá kapitola pak užitečnými poznámkami týkajícími se problematiky numerického řešení eliptických systémů. Poměrně stručná patnáctá kapitola je věnována systémům smíšeného typu.

Část III. Systémy Pfaffových forem v R_n a parciální diferenciální rovnice.

Tato část obsahuje rozšíření předcházejících výsledků na n-rozměrný případ a některá doplnění. V kapitole šestnácté jsou uvedeny některé příklady pro třírozměrný případ. Sedmnáctá kapitola pojednává o integrálních varietách v R_n a Pfaffových formách, osmnáctá kapitola o integrálních varietách Pfaffovy rovnice, resp. Pfaffova systému, devatenáctá o konstrukci integrálních variet. Dvacátá kapitola uvažuje parciální diferenciální rovnice jako systémy Pfaffových rovnic. V jednadvacaté kapitole uvádějí autoři integrální věty pro Pfaffovy formy, zejména užití věty Gaussovy-Stokesovy-Cartanovy k řešení rovnic druhého řádu v n proměnných. Dvaadvacátá, resp. třiadvacátá kapitola je věnována eliptickým, resp. hyperbolickým rovnicím v R_n.

Monografie W. Haacka a W. Wendlanda jistě zaujme čtenáře svým pojetím. I když kniha používá klasických metod (nikoli metod funkciální analýzy), zpracování celé problematiky je zcela netradiční a celá kniha je svou koncepcí skutečně pozoruhodná. Autoři věnovali péči i detailnímu zpracování jednotlivých kapitol, takže předložili veřejnosti dobře promyšlené a pečlivě zpracované dílo.

Karel Rektorys, Praha

František Zítek: ZTRACENÝ ČAS (Elementy teorie hromadné obsluhy). Academia, nakladatelství ČSAV, Praha 1969. 180 stran, 6 obrázků. Cena Kčs 12,—.

Tato knížka je dalším svazkem edice Cesta k vědění; v duchu této edice snažil se autor o takový způsob výkladu, který by byl srozumitelný i čtenářům bez vysokoškolské přípravy v matematice. Kromě středoškolské matematiky se autor odvolává pouze na jiný svazek Cesty k vědění (Dupač-Hájek, Pravděpodobnost ve vědě a technice). Některé další pravděpodobnostní pojmy, bez nichž nebylo možné se obejít, vyložil autor v Dodatcích; potřebné elementy teorie stochastických procesů pak v samostatné kapitole II.

Velmi výstižný nematematický úvod do problematiky hromadné obsluhy představuje kap. I. Matematická teorie hromadné obsluhy začíná tedy až v kap. III, jejíž obsah je vymezen klasickým předpokladem exponenciálního rozdělení dob obsluhy i dob mezi příchody.

Systémy založené na jiných předpokladech (zejména systémy M/D/1, M/E_K/1, M/G/1 a GI/M/1 v Kendallově klasifikaci) se studují v kap. IV. Některé doplňky (jako jsou uzavřené systémy, obsluhové sítě, simulace systémů obsluhy aj.) jsou zařazeny do kap. V.

Praktického uživatele zajímá teorie hromadné obsluhy především jako výčet modelů pro jednotlivé situace a souhrn vzorců popisujících vlastnosti těchto modelů. Ke spolehlivému porozumění výsledkům je však nezbytná i určitá znalost metod jejich odvození. Tím spíše budou matematické metody zajímat čtenáře, kteří knihu nečtou z profesionálního zájmu o teorii hromadné obsluhy, ale ze zájmu o matematiku a o její aplikace. Autor se proto soustředil na výklad základních metod a základních myšlenkových postupů teorie hromadné obsluhy; jim, jak se zdá, podřídil i výběr detailních výsledků. Vznikla tak knížka, která působí uceleným dojmem, velmi dobře se čte, a která přitom na nevelkém počtu stran obsahuje mnoho zajímavých poznatků.

Kromě tiskových chyb uvedených na opravence jsem nalezl ještě dvě nebo tři další, které si však pozorný čtenář sám snadno opraví. Určité nedorozumění může způsobit text na str. 126, kde se symbol p_j zavede pro limitní pravděpodobnosti procesu $X(t)$, ale o několik řádek níže se jím už zřejmě míní pravděpodobnosti procesu $X_1(t)$. Závěrečná poznámka Dodatku 1 (str. 161) je formulována chybně, neboť náhrada dané funkce funkcí ekvivalentní zaručuje sice konvergenci relativní chyby k nule, nikoli však konvergenci chyby absolutní. Konečně neshoda mezi výsledky odstavce IV.2 Zítkovy knížky a odst. 6.3 Saatyho monografie je způsobena jen rozdílným významem konstant μ a ϱ u obou autorů a nikoli chybnou interpretací výsledků u Saatyho, jak tvrdí Zítek v poznámce pod čarou na str. 125. (Saatymu lze nejvýše vytknout použití symbolu ϱ v nezvyklém významu.)

Těmito několika výtkami však nechci snižovat cenu knížky, která svým srozumitelným výkladem i aktuálním tématem může zaujmout široký okruh čtenářů, poskytnout jim dobrou představu o předmětu i o metodách teorie hromadné obsluhy i vzbudit zájem o další studium teorie i konkrétních aplikací.

Václav Dupač, Praha

Eduard Čech: POINT SETS. Z českého originálu Bodové množiny přeložil Aleš Pultr. Academia Praha 1969. 271 stran. Váz. Kčs 63,—.

V tomto časopise nebylo české vydání recenzováno, zmíníme se proto také o něm. V roce 1936 vyšla Čechova kniha Bodové množiny I, jež si získala význačné postavení v naší matematické literatuře. Mnoho let byla proslulým, ale ojedinělým dílem, žádaným, ale nedostupným, protože nebyla znovu vydávána a ani druhý díl nevyšel. Po autorově smrti v roce 1960 se v jeho pozůstalosti našel úplný rukopis druhého dílu. V roce 1965 byl vydán knižně pod názvem Bodové množiny spolu s prvními třemi kapitolami původní knihy. Byla vynechána čtvrtá kapitola, věnovaná teorii míry a integrace, a Dodatek od prof. Jarníka. Uveďme nyní obsah recenzované knihy a tedy i českého originálu.

Kapitola I. *Úvod.* Zavádějí se množiny (v intuitivním pojetí) a množinové operace, zobrazení, spočetné množiny. Podrobněji se zkoumá uspořádání (tj. lineární uspořádání), různá uspořádání spočetných množin, řezy v uspořádané množině; uspořádaná množina se doplňuje tak, aby neměla mezery. Závěr kapitoly je věnován cyklickému uspořádání.

Kapitola II. *Obecné metrické prostory.* Začíná se definicemi vzdálenosti, metrického prostoru, euklidovského a Hilbertova prostoru, bodové množiny, kartézského součinu a isometrie, pokračuje se rozborem základních topologických pojmů a vlastností v metrických prostorech, tj. konvergence posloupností, uzávěru, spojitých zobrazení a funkcí, atd. až k množinám typu F_σ a G_δ. Zkoumají se hustě a řídce rozložené prostory, množiny husté a řídké v daném prostoru, oddělování množin. Velká pozornost se věnuje funkcím první třídy.

Kapitola III. *Speciální metrické prostory.* Obsahuje tři paragrafy, které pojednávají postupně o prostorech úplných, separabilních, kompaktních. Vedle obvyklých věcí se probírají také absolutní G_δ a topologicky úplné prostory, vnořování separabilních prostorů a na nich funkce první třídy, totálně omezené prostory, Hausdorffův nadprostor, prostory spojitých zobrazení, lokálně kompaktní prostory, dokazuje se, že kompaktní prostory jsou spojitými obrazy Cantorova diskontinua.

Kapitola IV. *Souvislost.* Nejprve se probírají základní pojmy, komponenty, quasikomponenty, kontinua, semikontinua. Dále se studují jednoduché oblouky a jednoduché smyčky (termín simple loop v anglickém vydání se mi zdá vhodnější než jednoduchá křivka v českém originálu), hlavními výsledky jsou věty o jejich orientaci a topologické charakteristice.

Kapitola V. *Lokální souvislost.* Kromě základních pojmů a vlastností se zkoumá lokální souvislost úplných souvislých prostorů a kontinuí. Dokazuje se, že lokálně souvislé kontinuum je spojitým obrazem úsečky.

Kapitola VI. *Zobrazení prostoru na kružnici.* Probírají se podstatná a nepodstatná zobrazení prostoru do kružnice, zavádí se stupeň zobrazení. Dokazuje se věta o monodromii, věta o nepodstatném zobrazení součinu, z níž snadno vyplyne, že zobrazení je nepodstatné, právě když je homotopní s konstantním. Dále se definuje unikoherence prostoru a charakterisuje se pomocí nepodstatných zobrazení.

Kapitola VII. *Topologie roviny.* Nejprve se zavádí stereografická projekce, převádějící rovinu na sféru (tj. kulovou plochu) bez jednoho bodu, jež umožní dále pracovat se sférou místo roviny. Dokazují se různé věty o roztínání roviny nebo sféry, věty o vlastnostech komponent doplňku dané množiny, zvláště o jejich počtu, mezi nimi též Jordanova věta. Závěr je věnován důkazu věty o topologické charakterisaci sféry, jemuž předchází řada pomocných vět. Pak se však mohou dokázat ještě další věty o podmnožinách sféry, např., že dvě otevřené souvislé množiny jsou homeomorfní, právě když jejich doplňky mají týž počet komponent.

V každé kapitole je zařazena řada cvičení, lehkých i obtížnějších.

V českém vydání byl připojen ještě dodatek od A. Pultra pojednávající o hlavních směrech současné topologie obsahující též seznam doporučené literatury. V anglickém překladu byl tento dodatek vypuštěn, byl však zařazen jistý kratší seznam literatury, bohužel bez jakýchkoliv poznámek, což se mi nezdá dobré, protože uvedené knihy zdaleka nejsou ekvivalentní po stránce formální ani obsahové.

V knize se občas, avšak velmi málo, vyskytují drobné chyby, které si zkušenější čtenář snadno sám opraví. Téměř všechny jsem však nalezl jen v anglickém překladu. Protože předpokládám, že nezkušený čtenář, který by si přečetl tuto česky psanou recensi, bude studovat knihu v českém originálu, nebudu se o nich podrobněji zmiňovat.

Kniha může velmi dobře pomoci k získání základních znalostí z topologie, i pro potřebu jiných odvětví matematiky, zejména analysy. Výklad je pečlivý a podrobný, může jej sledovat každý, kdo začal podrobněji matematiku studovat, předběžných faktických znalostí je potřeba málo. Topologie se probírá pouze na metrických prostorech. To je pro účely knihy vhodné a zcela postačující, vychází se z názorných pojmů, z malého počtu axiomů. Přes jednoduchost pojmů a prostředků se však v každé kapitole dochází k výsledkům zajímavým a nikterak triviálním. Autor výstižně ukazuje, že krása matematiky je ve velkých větách, nikoliv v množství neprůhledných definic následovaných triviálními důsledky. Poslední dvě kapitoly jsou jako celek obtížnější, obsahují však řadu výsledků, jež jsou málokde vyloženy. Zkušenějšího čtenáře mohou zaujmout i neobvyklé, ale vhodné postupy, uvedu jeden velmi jednoduchý příklad. To, že množina všech reálných čísel v intervalu není spočetná, se nedokazuje obvyklým způsobem pomocí desetinných rozvojů a diagonálního principu, ale jinak, přímo pomocí věty o limitě monotonní posloupnosti. Kniha pochopitelně nedává představu o současném stavu topologie. To, myslím, nevadí, protože čtenář, který se bude chtít zabývat topologií důkladněji, bude studovat ještě další knihy, zde však získá solidní úvod a patrně i zájem.

Jan Hejcman, Praha