Časopis pro pěstování matematiky, roč. 93 (1968), Praha

RECENSE

H. Braun, M. Koecher, JORDAN-ALGEBREN, Springer Verlag Berlin. Heidelberg. New York 1966, 14 + 357 stran, cena 48,— DM.

Jordanovy algebry, které vznikly v souvislosti s některými otázkami kvantové mechaniky, byly, podobně jako Lieovy algebry, v minulých letech podrobeny důkladnému studiu z čistě algebraického hlediska. Jejich studium rozhodnou měrou přispělo k rozvoj i vyšetřování obecných nesociativních algeber; v poslední době se zájem o tyto struktury rozšiřuje i mezi pracovníky jiných oborů, zejména funkcionální analysy. Přichází proto velmi vhod předložená monografie obou autorů, která si klade za úkol podati přehled současného stavu algebraické teorie Jordanových algeber. Kniha je rozdělena do jedenácti kapitol, z nichž první tři (136 stran) obsahují úvodní poučení o nesociativních algebrách vůbec; vlastní teorie Jordanových algeber začíná kapitolou čtvrtou. Ke čtení knihy není potřeba žádných speciálních znalostí, stačí jen základní vědomosti z teorie algebraických těles a ovšem jistá zběhlost v zacházení s pojmy abstraktní algebry; naši posluchači takové předpoklady budou asi mít ve druhém roce studia. První tři kapitoly jsou napsány velmi pěkně a srozumitelně a nebudou činit potíže ani tomu, kdo se s neasociativními algebrami setkává poprvé. Kniha asi není míněna jako učebnice, recensent se však domnívá, že i sebespeciálnější monografie získá na ceně, jestliže jednotlivým oddílům předcházejí diskuse konkrétních případů, které vysvětlí motivaci zaváděných definic a vyšetřování a pomohou pochopit dosah pojmů i dokázaných vět. V předložené knize se čtenář setkává se studiem konkrétních algeber až poměrně pozdě. Kniha je psána velmi jasným slohem a látka je podána podle pečlivě promyšleného rozvrhu. Velmi užitečný je seznam zavedených pojmů s udáním stránek, kde se definují a podobně upravený seznam označení. Cenný je rovněž rozsáhlý seznam literatury. Kniha je vzorně vytištěna a upravena; jako první systematické a zevrubné zpracování tohoto tématu bude nepostradatelnou pomůckou jak pro specialisty tak i pro ty, kteří tuto teorii potřebují pro aplikace v jiných oborech.

Vlastimil Pták, Praha

P. A. P. Moran, TEORIE ZÁSOBNÍCH PROSTORŮ, Nakladatelství SAV Bratislava 1967. Překlad z angličtiny. 96 stran, 6 obrázků, brož. 11 Kčs.

Publikace obsahuje kromě obsahu, předmluvy hlavního redaktora a předmluvy autora celkem šest problémových kapitol včetně všeobecného úvodu. Dále je opatřena seznamem literárních pramenů, doplněných cenným dodatkem, sestaveným překladatelem V. Klemešem.

Kniha popisuje základní pravděpodobnostní problémy vznikající v teorii zásobních prostorů, které jsou aplikovány především na otázky řízení odtoku přehradními nádržemi. Čtenář má možnost se seznámit se základy moderní teorie významného australského odborníka, jejíž podrobnější uvedení v naší vodohospodářské literatuře chybělo. Kniha podrobně vysvětluje souvislosti problémů hromadění a přehradních nádrží, uvádí některé novější aplikace teorie pravděpodobnosti na stochastické modely a umožňuje tak čtenáři samostatně přispívat k řešení svých specifických problémů. Její studium je však do značné míry náročné, neboť kromě základních vodohospodářských disciplín předpokládá i hlubší znalosti aparátu matematické statistiky a počtu pravděpodobnosti.

V první úvodní kapitole se nejdříve uvádějí rozdíly mezi problémy zásob, front a přehradních nádrží, jejich matematická formulace a současně se poukazuje na nezbytnost použití teorie stochastických procesů. Z této teorie je věnována největší pozornost markovovským procesům, se kterými se také převážně pracuje v dalších kapitolách.

Předmětem druhé kapitoly jsou systémy zásob, zvláště pokud jsou stochastickými procesy a mají vztah k jiným typům hromadění, zejména takovým, jaké se vyskytují u přehradních nádrží. Jsou uvedeny výsledky některých prací v tomto oboru (Pitt, Gani aj.).

Třetí kapitola přechází na řešení nádrží při diskrétním čase. Podstatou autorovy metody je zkoumání pravděpodobnosti rozdělení náplní nádrže na mezích časového intervalu. Teorie vychází ze znalosti náhodného procesu přítoků do nádrže (zpravidla ročních přítoků), velikosti nádrže a jejího manipulačního řádu. Podstatný je předpoklad nezávislosti ročních přítoků, který nemusí vždy odpovídat skutečnosti. V metodě zůstává k dořešení otázka přechodu na kratší časové intervaly (s uvažováním sezónní rozkolísaností), kdy dochází k vzájemné korelaci mezi přítoky a rovněž i k různému rozdělení jejich pravděpodobnosti v jednotlivých časových intervalech.

Čtvrtá kapitola bezprostředně navazuje na předchozí kapitolu a problémy řízení odtoku nádržemi řeší za předpokladu spojitého času. Metodicky se postupuje tak, že model nádrže se spojitým přítokem se aproximuje limitou diskrétního modelu. V závěru stati je naznačen způsob, kterého použili Gani a Prabhu při řešení problému pomocí funkcionálních rovnic.

Pátá kapitola uvádí stručným způsobem užití metody Monte-Carlo při řešení nádrží. Tato metoda má význam především pro řešení složitějších způsobů řízení odtoku nádržemi, neboť vylučuje většinu analytických obtíží a požadované pravděpodobnosti příslušného parametru umožňuje (za předpokladu dostatečně dlouhé řady) jednoduše odhadnout na základě podílu doby jeho trvání a celé řady. Praktické použití metody Monte-Carlo je dokumentováno numerickým příkladem. Kapitola je doplněna odhadem střední chyby výsledku a končí úvahou o možnostech odhadu kulminačních průtoků povodní. Metody Monte-Carlo lze považovat s ohledem na naše složité hydrologické podmínky za perspektivní. Z toho důvodu se domnívám, že náročný čtenář uvítá tuto kapitolu spíše z hlediska některých metodologických poznámek nežli z hlediska výčtu a podrobného popisu možných aplikací této metody.

Poslední šestá kapitola se zabývá programováním systémů nádrží. Na rozdíl od předchozích kapitol, kde problémy nádrží se týkaly zjišťování provozního chování systému za předem daných podmínek, zejména při daném manipulačním řádu, sleduje tato kapitola úlohu opačnou (a zatím z velké části nevyřešenou), tj. stanovení takového manipulačního řádu, který by v určitém smyslu provoz systému optimalizoval. V podstatě jsou uvedeny dvě úlohy: programování hydroenergetického systému s několika nádržemi a programování kombinace hydroenergetického systému a tepelné elektrárny. Kapitola si všímá jen některých teoretických rysů těchto problémů, bez rozboru programování do praktických podrobností a bez uvedení úplné literární rešerše.

Moranova publikace může sloužit nejen inženýrům vodohospodářům, kteří se v praxi zabývají konkrétními úlohami hospodaření s vodou v nádržích, ale i matematikům a statistikům jako podklad pro další rozvoj a rozpracování metod v tomto oboru.

Karel Nacházel, Praha

Frank Harary: A SEMINAR ON GRAPH THEORY, Holt, Rinehart and Winston, New York—Chigago—San Francisco—Toronto—London, 1967, stran 116, obr. 38, cena neuvedena.

Na knižním trhu se množí publikace věnované teorii grafů. Jedné z těchto knih, kterou vydal Frank Harary za přispění Lowella Beinekeho a dalších autorů, si všimneme v těchto řádcích. Není to monografie, ale spíše sborník prací z matematického semináře.

První část knihy má informační charakter a zpracoval ji F. Harary. Skládá se ze šesti kapitol. První z nich obsahuje definice základních pojmů a bez důkazů jsou tu uvedeny některé věty.

Autor zvolil přirozenou cestu výkladu tím, že čtenáře seznamuje s problémem sedmi mostů města Královce, s Hamiltonovou úlohou o dodekaedru, s problémem čtyř barev a s užitím stromů v chemii a ve fyzice a na těchto klasických problémech ilustruje zaváděné pojmy a poučky. Druhá kapitola se zabývá topologickými pojmy v teorii grafů. V prvním jejím oddíle je devět vět o souvislosti grafů (hranový a uzlový stupeň souvislosti, Mengerova věta apod.) a druhý oddíl si v sedmi větách všímá vnoření grafů na různé plochy (Kuratowského věta apod.). Všechny věty v této kapitole jsou rovněž podány bez důkazů. Obsah třetí kapitoly se shoduje s tím, co F. Harary uveřejnil v našem smolenickém sborníku Theory of graphs and its applications (Praha 1964). Jde tu o Ulamovu domněnku o jistých rekonstrukcích grafu z jeho podgrafů. Autor informuje o tom, co dosud o této domněnce vyšlo a závěrečné *vypsání sta dolarů za rozřešení tohoto problému* dokresluje styl jeho výkladu. Čtvrtá, pátá a šestá kapitola první části mají podobný charakter. Je tu jeden důkaz Pólyovy enumerační věty a výklad o použití této věty na grafy orientované i neorientované.

Druhou část knihy tvoří osm přednášek různých autorů, z nichž mnozí jsou i u nás osobně známí. Pro informaci zde uvádím autory i plné názvy všech osmi přednášek:

Lowell W. Beineke: Complete Bipartite Graphs: Decomposition into Planar Subgraphs.
Paul Erdös: Extremal Problems in Graph Theory.
Paul Erdös: Applications of Probabilistic Methods to Graph Theory.
Paul Erdös - Paul Kelly: The Minimal Regular Graph Containing a Given Graph.
J. W. Moon: Various Proofs of Cayley's Formula for Counting Trees.
C. St. J. A. Nash - Williams: On Well-Quasi-Ordering Trees.
Richard Rado: Universal Graphs.
Cedric A. B. Smith: Graphs and Composite Games.

Kniha končí rejstříkem, v němž je zpracován pojmový a jmenný materiál z úvodní části knihy i ze všech osmi přednášek. Literární odkazy jsou v knize uváděny průběžně u každé kapitoly zvlášť.

Jiří Sedláček, Praha

P. Révész: THE LAWS OF LARGE NUMBERS (Zákony velkých čísel). Akadémiai Kiadó, Budapest 1967. Stran 176.

Zákony velkých čísel patří bezpochyby k nejvýznamnějším partiím teorie pravděpodobnosti, které stojí ve středu zájmu odborníků téměř od samých jejích začátků. Jde v nich — řečeno obecně — o konvergenci posloupností náhodných veličin ζ_n tvaru

$$\zeta_n = B_n \sum_{k=1}^{n} \xi_k - A_n\,, \quad n = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

kde A_n, B_n jsou čísla a $\{\xi_k\}_{k=1}^{\infty}$ je posloupnost náhodných veličin. Podle toho, jaké předpoklady učiníme o posloupnosti $\{\xi_k\}$, o číslech A_n, B_n, a v jakém smyslu chápeme konvergenci posloupnosti (1), dostáváme různé druhy zákonů velkých čísel. Nejznámější z nich jsou klasické zákony (spojené se jmény Čebyšev, Markov, Bernoulli, Kolmogorov), kde předpokládáme, že náhodné veličiny ξ_k jsou navzájem stochasticky nezávislé, mají konečné střední hodnoty $\mathbf{E}\xi_k = a_k$ a variance $\mathbf{D}^2\xi_k = \sigma_k^2 < \infty$ (splňující jistá omezení) a klademe $B_n = n^{-1}$, $A_n = n^{-1} \sum_{k=1}^{n} a_k$; posloupnost (1) pak konverguje buď podle pravděpodobnosti (tzv. slabý zákon velkých čísel) anebo skoro jistě (silný zákon velkých čísel).

P. Révész ve své monografii přehledně shrnul známé výsledky v této oblasti; jeho vlastní původní přínos v ní ostatně není zdaleka zanedbatelný. Po stručném uvedení do dané problematiky a připomenutí potřebných základních matematických pojmů probírá P. Révész postupně jednotlivé druhy zákonů velkých čísel: pro nezávislé veličiny ξ_k (kapitola 2), pro ortogonální ξ_k (kap. 3) a pro stacionární posloupnosti $\{\xi_k\}$ (kap. 4), dále pak pro posloupnosti veličin ξ_k se vzájemnou závislostí určitého typu, jako jsou ekvivalentní náhodné veličiny (kapitola 6), Markovovy řetězce (kap. 7), slabě závislé náhodné veličiny (kap. 8). Vedle toho pojednává též o některých speciálnějších otázkách, jako je konvergence vybraných posloupností (kap. 5), konvergence součtů náhodného počtu náhodných veličin (kap. 10) a o zobecněných zákonech velkých čísel pro posloupnosti náhodných veličin s hodnotami v abstraktních prostorech (kap. 9). V poslední, 11. kapitole je uvedeno několik příkladů aplikací zákonů velkých čísel v teorii čísel, statistice a teorii informace.

V knížce rozsahem celkem nevelké nebylo přirozeně možné pojednati zevrubně o všem, co se zákonů velkých čísel týká; tak široké cíle si ostatně autor ani nekladl. A tak zůstala zcela stranou např. důležitá oblast studia tzv. velkých odchylek (tj. stanovení asymptotického chování pravděpodobností, s nimiž veličiny ζ_n nabývají velkých hodnot). Autor se rovněž zcela vědomě vyhnul významné problematice konvergence dvojných posloupností (jež ovšem tvoří klasický aparát při studiu limitních zákonů teorie pravděpodobnosti, jimiž se autor rovněž nijak nezabýval) a tím spíše i studiu dalších, ještě obecnějších konvergenčních schémat.

Tato nutná omezení daná specialisací knížky na vymezenou tematiku nijak nesnižují její hodnotu. Není pochyby o tom, že po Révészově monografii se zájmem sáhne každý odborník v teorii pravděpodobnosti.

František Zítek, Praha

P. Révész: DIE GESETZE DER GROSSEN ZAHLEN (Zákony velkých čísel). Akadémiai Kiadó, Budapest 1968; 176 stran.

Německý překlad knihy, o níž pojednává předcházející recense, znamená další rozšíření okruhu čtenářů.

František Zítek, Praha.

E. Nelson, TENSOR ANALYSIS. Mathematical notes. Princeton University Press & University of Tokyo Press, Princeton (N.J.) 1967. Stran IV + 127. Cena \$ 2.00.

Kniha je záznamem první části semestrální přednášky o diferenciální geometrii, která se konala v Princetonu v r. 1967. Pokusím se podrobněji přiblížiti obsah tohoto textu, který by si měl zasloužiti jisté pozornosti u nás, neboť naše představy o tom, co to je tensorový počet, jsou zřejmě poněkud zastaralé.

§ 1. Multilineární algebra. Celá algebraická část je budována nad tělesem charakteristiky 0. Definují se moduly (libovolné dimense) a jejich tensorové součiny, dále multilineární funkcionály. Tím je umožněno zavedení operací s tensory. Přichází se k symetrickým součinům a Grassmannově algebře, pro moduly konečné dimense jsou uvedena tensorová pole na varietě (jejíž definice se předpokládá), konečně se probírá chování tensorů při zobrazeních.

§ 2. Derivace skalárů. Definuje se derivace na algebře a ukazuje se, že všechny derivace tvoří Lieův modul. Hlavním příkladem jsou derivace na algebře diferencovatelných funkcí na varietě, které můžeme ztotožnit s množinou kontravariantních vektorových polí. Tím se přechází ke studiu vektorových polí a toků, velmi podrobně se ukazuje vytvoření Lieovy závorky dvou polí. Příkladem je problém odjezdu z obou stran tísněného zaparkovaného vozu!

§ 3. Derivace tensorů. Zde se vykládá pojem Lieovy derivace.

§ 4. Vnější derivace. Zavádí se definice, vyjádření v lokálních souřadnicích, základní vztah $d^2 = 0$, kohomologický okruh.

§ 5. Kovariantní derivace. Afinní konexe se zavádí Koszulovým způsobem, tj. jako operátor kovariantního derivování, splňující jisté požadavky. Ukazuje se, že (v souřadnicích) tato definice vede k známým Γ^i_{jk}, definuje se torse a křivost, odvozují se Bianchiho a Ricciho identity.

§ 6. Holonomie. Velmi abstraktně se ukazuje, že Koszulova definice konexe splývá s obvyklou definicí (např. Nomizu) konexe na hlavním fibrovaném prostoru reperů variety.

§ 7. Riemannovy metriky. Odvozuje se přiřazená Riemannova konexe a všechny technické záležitosti se zvyšováním a snižováním indexů. Další část je zajímavější. Definuje se kodiferenciál jako adjungovaný operátor k vnějšímu diferenciálu, což umožňuje definici Laplace-deRhamova operátoru a tím i harmonických vnějších forem. Odvozuje se Weitzenböckova formule pro jeho výpočet. Závěrem je velmi stručně a bez důkazů uveden přehled Hodgeovy teorie.

§ 8. Symplektické struktury. Je podána definice těchto struktur a jejich souvislost s hamiltonovskou dynamikou.

§ 9. Komplexní struktury. Definují se skoro komplexní struktury a jejich torse; komplexní struktura je pak skoro komplexní struktura bez torse. Tím se obchází Newlander-Nirenbergova věta, která by zabrala příliš mnoho místa. Pokračuje se definicí skoro komplexních konexí, Kählerových variet a užitím Hodgeovy teorie na ně.

Ke každému paragrafu je připojena knižní literatura, pojednávající podrobněji o probírané látce. Index termínů chybí.

Knížka je velmi zajímavá, ale zcela důrazně ji nedoporučuji začátečníkovi, který by se těžko prokousával její formálností. Celý výklad je veden pokud možno algebraicky, a to co nejobecněji. Jestliže však čtenář spojí abstraktní text s konkrétním příkladem objektů na diferencovatelné varietě, může být četba velmi užitečná. Jako své osobní hodnocení bych uvedl to, že kniha se mi velmi líbí, ale sám bych ji napsal (kdybych to uměl) v poněkud přeházené formě. Je to však dobrá kniha a měli bychom se s ní seznámit.

Alois Švec, Praha

I. Vaisman, CONTRIBUTION À LA GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE PROJECTIVE-SYMPLECTIQUE. Anal. Sti. Univ. „Al. I. Cuza“ Iasi; Monografii, Sect. I, Matematica 1, 1966. Stran 126. Cena Lei 57.

Vaismanova kniha je monografií z poměrně speciální partie lokální diferenciální geometrie, studované Cartanovými metodami. Kniha byla napsána již v r. 1964, takže nezachycuje výsledky novějších prací. Značná část výsledků náleží samotnému autorovi. Celá práce je psána stylem, kterému nyní říkáme klasický, neobsahuje žádné existenční věty. Mnoho úvah je provedeno přímo v prostoru se symplektickou konexí (zde se využívá přístupu, kterým jsme u nás studovali projektivní diferenciální geometrii). První kapitola rozebírá definici symplektického prostoru a prostoru se symplektickou konexí, studují se křivky v prostoru s konexí (Frenetovy formule atd.) a provádějí obecné úvahy o podvarietách těchto prostorů. V druhé kapitole se studují plochy v trojrozměrných prostorech (s konexí nebo rovných). Vytváří se obvyklá teorie: základní invariantní formy a invarianty, jejich geometrická interpretace, určenost plochy, indukovaná konexe,

Alois Švec, Praha

N. Bourbaki, VARIÉTÉS DIFFÉRENTIELLES ET ANALYTIQUES. Fascicule de résultats/Paragraphes 1 à 7. Éléments de Mathématique XXXIII. Actualités Sci. et Ind. 1333. Hermann Paris 1967. Stran 97. Cena neudána.

Zdá se, že tímto svazkem vstupuje teorie variet do matematiky. Svazek sám však neobsahuje nic nového a překvapivého, je to spíše svazek definic než výsledků. Vypracování je ovšem standartní (tedy dobré), nicméně si raději čtu v Langově Introduction to Differential Manifolds.

Obsah: § 1. Diferencovatelné funkce. § 2. Diferencovatelné reálné funkce. § 3. Reálné nebo komplexní analytické funkce. § 4. Analytické funkce (nearchimedovský případ). § 5. Variety. § 6. Fibrované prostory. § 7. Vektorově fibrované prostory. V prvních čtyřech paragrafech jsou základy diferenciálního počtu v Banachových prostorech. Pátý paragraf obsahuje definici Banachovské variety, tečných prostorů, morfismů, Lieových grup. V posledních dvou paragrafech se definují fibrované prostory, asociované a hlavní prostory, redukce strukturální grupy, operace s vektorově fibrovanými prostory.

Alois Švec, Praha

T. Kato: PERTURBATION THEORY FOR LINEAR OPERATORS. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York. 592 stran, 3 obrázky, cena 79,20 DM.

Kniha podává systematický obraz teorie poruch lineárních operátorů. Všeobecně řečeno jde o závislost spektra a resolventy lineárního operátoru T na malých změnách operátoru T, přitom se převážně předpokládá, že uvažované operátory jsou uzavřené. V dalším textu bude tedy pojem operátor znamenat uzavřený, lineární operátor. Poněvadž kniha obsahuje značné množství různorodých výsledků, mohu se zmínit pouze o hlavních směrech vyšetřování a o mnohých velmi zajímavých výsledcích a metodách se nemohu zmínit. K uvedené problematice autor přistupuje ze tří hlavních hledisek.

V prvním případě, kterému je věnována kapitola V, se definuje pojem mezery (tj. „vzdálenosti") operátorů. Nechť M, N jsou uzavřené lineární podprostory B-prostoru (Banachova) A. Položíme $\delta(M, N) = \sup_{u \in S_M} \inf_{v \in N} \|u - v\|$ (kde $u \in S_M \Leftrightarrow u \in M$, $\|u\| = 1$) a $\hat{\delta}(M, N) = \max(\delta(M, N), \delta(N, M))$. Jestliže T, S jsou operátory zobrazující B-prostor X do B-prostoru Y, pak mezeru $\hat{\delta}(T, S)$ definujeme $\hat{\delta}(T, S) = \hat{\delta}(G(T), G(S))$, kde $G(T)$, $G(S)$ jsou grafy operátorů T, S v $X \times Y$. Operátory T, S jsou blízké, jestliže $\hat{\delta}(T, S)$ je malé. Autor ukazuje, že některé vlastnosti operátorů zůstávají zachovány pro dostatečně blízké operátory. Např. operátor, který je dostatečně blízko k omezenému operátoru, je také omezený, nebo jestliže operátor T má omezený inversní operátor T^{-1} a S je dostatečně blízko k T, pak S má také omezený inversní operátor. V knize jsou ve většině případů dány explicitní meze pro $\hat{\delta}(T, S)$. Jeden z velmi zajímavých výsledků je, že spektrum je polospojité zhora, tj., že kompaktní podmnožina resolventní množiny operátoru T je částí resolventních množin blízkých operátorů S. Na příkladech je ukázáno, že spektrum nemusí být polospojité zdola (na rozdíl od operátorů v prostorech konečné dimense E_n). V souvislosti s teorií operátorů v E_n je ukázáno, že ta část spektra, která se skládá z konečně mnoha vlastních hodnot, závisí spojitě na operátoru. Dále je ukázáno, že resolventa $R(\zeta, T)$ je po částech holomorfní v ζ i T, jestliže ζ probíhá resolventní množinu $\zeta \in P(T)$ a T lze vyjádřit $T = T_0 + \tilde{T}$, kde $\tilde{T}$ probíhá množinu omezených operátorů. Případu, kdy $\tilde{T}$ probíhá množinu všech operátorů, je také věnována pozornost, ale situace je již složitější. Dále se vyšetřuje široká třída Fredholmových a semi-Fredholmových operátorů.

Kromě operátorů blízkých ve smyslu mezery se vyšetřují operátory blízké v následujícím smyslu: vyšetřuje se operátor $T + A$, kde A je relativně omezený vzhledem k T, tj., obor definice A obsahuje obor definice T a platí $\|Au\| \leqq a\|u\| + b\|Tu\|$. Na podobném principu lze definovat relativní kompaktnost atd.

Podstatně odlišný přístup k této problematice je obsažen v VII. kapitole. Zde se vyšetřují operátory $T(\kappa)$, které závisí na komplexním parametru κ, přičemž se předpokládá, že tato závislost je holomorfní. Pro omezené operátory to znamená, že $T(\kappa)$ je diferencovatelné v normě pro každé κ z jisté oblasti. Pojem holomorfní závislosti lze rozšířit i na neomezené operátory.

Daleko podrobněji se však autor zabývá holomorfní závislostí typu (A). Operátory $T(\kappa)$ definované pro $\kappa \in G$, jsou holomorfní typu (A) v κ, jestliže oblast definice D operátorů $T(\kappa)$ nezávisí na κ a $T(\kappa) u$ je holomorfní v $\kappa \in G$ pro každé $u \in D$. Na tyto operátory lze přenést většinu výsledků, které platí pro operátory v E_n. Jde hlavně o vyjádření vlastních čísel pomocí mocninných řad v κ (s lomenými exponenty), věty o poloměru konvergence těchto řad, odhadu chyb aj.

Jiný typ závislosti je holomorfní závislost typu (B). Tento typ závislosti je definován pouze pro operátory v Hilbertových prostorech. Kromě jiného se předpokládá, že $(T(\kappa) u, v)$ je holomorfní v κ při pevných u, v. Dále autor uvádí ještě jiné typy holomorfní závislosti. Velká pozornost je věnována vzájemným vztahům mezi těmito třídami.

Třetí způsob vyšetřování perturbovaných operátorů je asymptotické vyšetřování operátorů $T(\kappa)$, které je provedeno v kapitole VIII. Zde, kromě různých obecných tvrzení, se vyšetřuje resolventa a vlastní hodnoty operátoru $T + \kappa T^{(1)}$. Jsou uvedeny podmínky, za kterých je možno resolventu a vlastní čísla vyjádřit ve tvaru $R(\zeta, \kappa) u = R(\zeta) u - \kappa R(\zeta) T^{(1)} R(\zeta) u + o(\kappa)$, $\mu(\kappa) = \lambda + \kappa\mu^{(1)} + o(\kappa)$. Jsou vyšetřována také vyšší asymptotická přiblížení. Významnou úlohu zde hraje pojem silné konvergence operátorů v zobecněném smyslu, který úzce souvisí se silnou konvergencí jejich resolvent. Soustavně je studována silná konvergence v zobecněném smyslu operátorů, které odpovídají monotonním posloupnostem bilineárních forem.

I když poslední dvě kapitoly jsou velmi zajímavé, mohu se o nich zmínit jen stručně. V IX. kapitole se vyšetřuje perturbační teorie semigrup operátorů, přičemž perturbovanou semigrupou operátorů se rozumí semigrupa se změněným generátorem.

Poslední kapitola se týká perturbací spojitého spektra. Ukazuje se, že spojité spektrum se chová při poruchách dosti nestabilně, viz větu Weyl - von Neumannovu. Autor ukazuje, že lepší výsledky je možno obdržet při zkoumání absolutně spojitého spektra. V této kapitole jsou z tohoto hlediska zkoumány vlnové operátory.

Protože problematika této knihy je velmi významná v mnohých fyzikálních problémech (teorie oscilací, kvantová mechanika aj.), je kniha napsána tak, aby byla přístupná i pro zájemce z těchto oborů, avšak autor nic neslevuje na matematické exaktnosti. Autor nepředpokládá žádné znalosti z funkcionální analysy. Jsou zde kapitoly, ve kterých jsou uvedeny definice lineárních operátorů různých typů a jejich základní vlastnosti v Banachových i Hilbertových prostorech. Předpokládají se pouze některé nejzákladnější vlastnosti z lineární algebry a z teorie funkcí komplexní proměnné. Z hlediska čtenářů je velmi vhodné, že kniha začíná teorií lineárních operátorů a teorií stability pro operátory v prostorech konečné dimense.

Ivo Vrkoč, Praha