Časopis pro pěstování matematiky

Úlohy a problémy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 91 (1966), No. 3, 358

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117560

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1966

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 91 (1966), Praha

ÚLOHY A PROBLÉMY

5. Nechť $dx/d\theta = f_i(x, \theta)$, $(i = 1, -1)$ jsou dvě obyčejné diferenciální rovnice v n-rozměrném euklidovském prostoru R^n; předpokládejme, že $f_i : D \to R^n$ jsou spojitá zobrazení, $D \subset R^n \times R^1$ otevřená souvislá množina, a dále, že obě rovnice mají jednoznačnost řešení počáteční úlohy. Nalezněte pokud možno jednoduché nutné (případně i postačující, případně jen v speciálních případech) podmínky na zobrazení f_i pro to, aby řešení daných rovnic byly v následujícím velmi názorném vztahu „komutativity posunů po řešeních": Pro libovolné počáteční podmínky $(x, \xi) \in D$ a libovolná $\xi_i \in R^1$ (resp. jen pro dostatečně malá $\xi_i - \xi \geqq 0$) označme $x_i(.)$ řešení i-té rovnice procházející bodem x v čase ξ, a dále $y_i(.)$ řešení i-té rovnice bodem $x_{-i}(\xi_{-i})$ v čase ξ_{-i}; potom $y_1(\eta) = y_{-1}(\eta)$ pro $\eta = \xi_1 + \xi_{-1} - \xi$, má-li alespoň jedna strana smysl.

Poznámky. Jsou-li dané rovnice lineární autonomní, $dx/d\theta = A_i x$, pak lokální i globální komutativita je ekvivalentní s komutativností matic A_1, A_{-1} v obvyklém smyslu; v nehomogenním případě je poslední podmínka nutná. Další částečné výsledky pro autonomní případ jsou v článku O. Hájek, Meromorphic dynamical systems III, Czech. Math. Journal *16* (*91*) (1966), 36—40.

6. Udejte konstruktivní popis všech topologických orientovatelných ploch (= variet dimense 2) P s touto vlastností „dichotomie": každá prostá uzavřená křivka C v P rozděluje P v dvě souvislé množiny mající C jako svoji hranici. Zjistěte, zda orientovatelnost není důsledkem ostatních předpokladů.

Poznámky. (1) Ukazuje se, že dichotomické plochy mají velký význam pro účely zobecňování kvalitativní teorie diferenciálních rovnic v rovině. (2) Ze známé klasifikace ploch ihned plyne, že jediná kompaktní dichotomická plocha je plocha kulová S^2. (3) Lze dokázat, že každá neprázdná podoblast dichotomické plochy je opět dichotomickou plochou. (4) A. Pultr vyslovil hypotézu o tom, že (2—3) v podstatě vyčerpávají dichotomické plochy, tj. že každá dichotomická plocha je homeomorfní s oblastí v S^2.

Otomar Hájek, Praha