Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 89 (1964), No. 1, 112--116

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117487

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 89 (1964), Praha

RECENSE

Otakar Borůvka: ZÁKLADY TEORIE GRUPOIDŮ A GRUP. Nakladatelství ČSAV, Praha 1962, str. 216, cena Kčs 18,20.

Kniha vznikla podstatným prepracovaním a rozšírením z dvoch vydaní autorovej učebnice „Úvod do teorie grup" (Praha 1944, 1952). Nemecká verzia tejto knihy vyšla pod názvom „Grundlagen der Gruppoid- und Gruppentheorie" (Teubner Verlag, Berlin 1960). České vydanie sa líši od nemeckého len v menších úpravách.

Obsah knihy je nasledovný:

Kapitola I (*Množiny*). Na začiatku sú stručne zhrnuté základné pojmy o množinách. Ďalej sa podrobne vyšetrujú rozklady v množine. Pojmový aparát a významné výsledky týkajúce sa rozkladov v množinách pochádzajú z prác O. Borůvku, publikovaných v rokoch 1939—1946. Približne v tých rokoch bol uverejnený tiež rad prác P. Dubreila, L. Dubriel-Jacotinovej a O. Oreho o teórii ekvivalencií; na rozdiel od týchto prác používajú sa v postupe O. Borůvku len rýdzo množinové pojmy (v popredí sú otázky množinového charakteru a nie otázky, týkajúce sa rozkladov ako relácií). Uveďme na ilustráciu niektoré z najdôležitejších pojmov: rozklad $\overline{A} = \{\overline{a}_i\}$ množiny $M \neq \emptyset$ je neprázdny systém neprázdnych podmnožín $\overline{a}_i$ množiny M; ak $\cup\, \overline{a}_i = M$, je $\overline{A}$ rozkladom množiny M. Ak $B \subset M$, potom $B \sqcap \overline{A}$ je systém všetkých neprázdnych množín tvaru $B \cap \overline{a}_i$, a $B \sqsubset \overline{A}$ je systém všetkých množín $\overline{a}_i$, pre ktoré je $B \cap \overline{a}_i \neq \emptyset$. Dokazuje sa, že ku každej dvojici rozkladov $\overline{A}$, $\overline{B}$ množiny M existuje ich najväčšie spoločné zjemnenie $(\overline{A}, \overline{B})$ a najmenší spoločný zákryt $[\overline{A}, \overline{B}]$; z viet, dokázaných o $(\overline{A}, \overline{B})$ a $[\overline{A}, \overline{B}]$ potom vyplýva, že systém všetkých rozkladov množiny M je sväz (explicitne sa pojem sväzu vyskytuje až v kap. II). Ďalej sa skúmajú dvojice resp. trojice rozkladov v množine M, ktoré sú v určitom vzájomnom vzťahu (rozklady spriahnuté, adjungované, doplňkové). Najdôležitejší z týchto vzťahov je doplňkovosť (v literatúre sa vyskytuje tiež názov zameniteľnosť) rozkladov, používaný vo viacerých partiách abstraktnej algebry, hlavne v súvislosti s priamymi a polopriamymi súčinmi algebraických systémov.

Nasledujú úvahy *o zobrazeniach množín*. Definuje se skladanie zobrazení a dokazuje sa jeho asociatívnosť. Špeciálne sa vyšetrujú *permutácie* a dokazuje sa, že každá permutácia je vytvorená konečným počtom cyklických permutácií. Skúmajú sa tiež zobrazenia rozkladov. Obecným zobrazením množiny N do množiny N nazýva autor *priradenie* g, ktoré každému prvku $m \in M$ priradzuje podmnožinu $gm \subset N$. Analogicky ako v teórii relácií sa definuje reflexívne resp. tranzitívne resp. symetrické obecné zobrazenie množiny M do seba (napr. g je reflexívne, ak $m \in gm$ pre každé $m \in M$). Obecné zobrazenie množiny M do seba sa nazýva *kongruenciou*, ak je reflexívne a tranzitívne; vyšetrujú sa vzťahy medzi symetrickými kongruenciami a rozkladmi. Pomocou antisymetrickej kongruencie je definované čiastočné usporiadanie.

Pre začiatočníka pomerne náročný je § 10, pojednávajúci o radoch *rozkladov množín*. Systém rozkladov $\{\overline{A}_1, \ldots, \overline{A}_n\} = (A)$ sa nazýva radom rozkladov v M, ák $\overline{A}_{k+1}$ je zjemnením rozkladu $\overline{A}_k$ pre $k = 1, \ldots, n - 1$. Je definovaný pojem zjemnenia radu (A). Popisuje sa konštrukcia, ktorá (za určitých predpokladov o daných radoch (A), (B)) umožňuje nájsť zjemnenie (A') radu (A) a zjemnenie (B') radu (B) tak, že (A'), (B') sú si v určitom zmysle „podobné". Ďalej sa dokazuje, že niektoré vlastnosti radov (A), (B) sa pri tejto konštrukcii prenášajú na rady (A'), (B').

Kapitola II (*Grupoidy*). Grupoidom $\mathfrak{G}$ sa nazýva neprázdna množina G spolu s binárnou operáciou (násobením) definovanou na G. Rozklad $\overline{A}$ v množine G je vytvorujúcim rozkladom v grupoide $\mathfrak{G}$, keď pre ľubovoľnú dvojicu $\overline{a}, \overline{b} \in \overline{A}$ existuje $\overline{c} \in \overline{A}$ tak, že $a_1 b_1 \in \overline{c}$ pre každé $a_1 \in \overline{a}$ a každé $b_1 \in \overline{b}$. Dokazuje sa: ak $\overline{A}, \overline{B}$ sú vytvorujúce rozklady grupoidu $\mathfrak{G}$, potom aj $[\overline{A}, \overline{B}]$, $(\overline{A}, \overline{B})$ sú vytvorujúce rozklady. Ak pri označení ako v predošlom texte definujeme v $\overline{A}$ násobenie rovnosťou $\overline{a}\overline{b} = \overline{c}$, dostávame dôležitý pojem faktoroidu $\mathfrak{A}$ v grupoide $\mathfrak{G}$. Sú dokázané tri vety o izomorfizme grupoidov, zovšeobecňujúce známe vety z teórie grúp (prvá hovorí o faktoroide, patriacom ku homomorfnému zobrazeniu; druhá sa týka spriahnutých faktoroidov; tretia hovorí o faktoroide $\overline{\overline{\mathfrak{A}}}$ na danom faktoroide $\overline{\mathfrak{A}}$. Ďalej sa skúmajú rady faktoroidov v $\mathfrak{G}$, definované podobným spôsobom ako rady rozkladov. Mimo iných výsledkov sa popisuje konštrukcia zjemnení dvoch daných radov faktoroidov; ide o konštrukciu z kap. I, pri ktorej sa teraz skúmajú aj vlastnosti, týkajúce sa násobenia. V poslednej časti kap. II sú definované niektoré význačné druhy grupoidov (napr. pologrupy, grupy, Brandtove grupoidy) a sväzy (ako dvojica súmiestnych grupoidov, splňujúcich určité postuláty).

Kapitola III (*Grupy*). V prvej časti sú definované základné pojmy o grupách (inverzný prvok, podgrupa, multiplikačná tabuľka). Potom sa vyšetrujú ľavé a pravé triedy patriace ku danej podgrupe $\mathfrak{A}$ grupy $\mathfrak{G}$. Obvykle sa v literatúre skúmajú podrobnejšie len rozklady, určené invariantnými podgrupami; O. Borůvka dokázal rad nových výsledkov o vlastnostiach ľavých resp. pravých rozkladov bez predpokladu o invariantnosti príslušných podyrúp. U známych výsledkov uvádza často nové postupy dôkazov, umožňujúce hlbší pohľad do vyšetrovanej situácie. Operácie $\sqcap$, $\sqsubset$, zavedené v kap. I, umožňujú teraz prehľadnú formuláciu tvrdení a dôkazov. Vyšetruje sa najväčšie spoločné zjemnenie a najmenší spoločný zákryt dvoch ľavých rozkladov, ako aj vzťahy mezi ľavými a pravými rozkladmi. Skúmajú sa vzťahy medzi vlastnosťami ľavých rozkladov a vlastnosťami príslušných grúp; dokazuje sa napr.: ľavé rozklady, vytvorené podgrupami $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ sú doplňkové vtedy a len vtedy, keď sú podgrupy $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ vzájomne zameniteľné. Je dokázaná veta: Ak S je neprázdny systém podgrúp grupy $\mathfrak{G}$, uzavrený vzhľadom k preniku a súčinu, ktorého každé dva prvky sú zameniteľné, potom S je (vzhľadom k množinovej inklúzii) modulárny sväz. Dokazuje sa tzv. *obecná veta o piatich grupách*, z ktorej vyplýva ako špeciálny prípad Zassenhausova veta o štyroch grupách. Vyšetrujú sa rady ľavých a pravých rozkladov patriacich k radu podgrúp $\mathfrak{A}_1 \supset \mathfrak{A}_2 \supset \ldots \supset \mathfrak{A}_n$ a skúma sa existencia zjemnení s určitými vzťahmi „podobnosti" pre dva doplňkové rady podgrúp.

Nasleduje definícia *normálnej podgrupy*; sú popísané vzťahy medzi vytvorujúcimi rozkladmi grupy $\mathfrak{G}$ a jej normálnymi podgrupami. Niektoré vety o faktorových grupách (medzi iným tiež výsledky o zjemneniach radov faktorových grup) vyplývajú teraz ako špeciálne prípady z tvrdení o faktoroidoch grupoidov. Je dokázaná *Cayleyova veta*; dôkazy viet o izomorfizme grúp nadväzujú na príslušné obecné vety týkajúce sa grupoidov. V poslednom paragrafe sa vyšetrujú *cyklické grupy*.

Na konci knihy je uvedená literatúra o rozkladoch v množinách a ekvivalenciách publikovaná v rokoch 1937—1959. V každom paragrafe sú cvičenia. Obsahujú príklady k preberaným abstraktným pojmom; mnohé z nich tiež rozširujú výsledky jednotlivých paragrafov.

Kniha je vhodná pre študentov matematiky a pre záujemcov o teóriu grúp a o abstraktnú algebru. Čitateľ-začiatočník uvíta ako veľkú prednosť knihy jej metodickú prehľadnosť. Z postupu je vidieť „stavbu" jednotlivých výsledkov teórie grúp (t. j. časť, patriacú do teórie množín; časť, ktorá je splnená v ľubovoľnom grupoide; a nakoniec časť, špecifickú pre teóriu grúp). Prevážna väčšina dôkazov je prevedená do všetkých podrobností, novozavádzané pojmy sú osvetlené na konkrétnych príkladoch.

Čitateľa, ktorý sa zaujíma hlbšie o abstraktnú algebru, zaujmú hlavne nasledujúce veci: Za prvé obecnosť úvah z kapitoly I a II; čitateľ si bez ťažkostí preverí, že všetky výsledky o obecných grupoidoch (vety o izomorfizme, vety o radoch vytvorujúcich rozkladov, a pod. aj s postupmi dôkazov) platia i pre obecnejší prípad ľubovoľnej univerzálnej algebry (t. j. množiny so systémom operácií $f_i(x_1, \ldots, x_{n(i)})$). Za druhé hlboké výsledky o radoch rozkladov a radoch faktoroidov (§ 10, 17, 23), dávajúce mnoho podnetov pre ďalšiu prácu v tomto smere (v teórii univerzálnych algeber i v samotnej teórii grúp); za tretie nové výsledky o ľavých resp. pravých rozkladoch v grupe.

Grafická úprava knihy je veľmi dobrá. *J. Jakubík*, Košice

SBORNÍK PRO DĚJINY PŘÍRODNÍCH VĚD A TECHNIKY (Acta historiae rerum naturalium nec non technicarum), VII, Nakladatelství ČSAV, Praha 1962, 336 stran, 71 obrázků, cena brož. 39,— Kčs.

V sedmém svazku Sborníku pro dějiny přírodních věd a techniky je matematice věnována asi pětina celého textu. Tvoří ji dvě práce z historie matematiky, jimiž je tento svazek uveden.

První práce má název „Matematika středověkého Východu" a jejím autorem je A. P. JUŠKEVIČ. Článek je rozšířeným textem přednášky, kterou A. P. Juškevič proslovil 8. února 1961 v Praze. V první části autor zpřesňuje Kolmogorovovu periodisaci historie matematiky (uvedenou ve Velké sovětské encyklopedii pod heslem „Matematika"). Druhá část práce nás seznamuje s hlavními výsledky matematických prací středověkého Východu a v podrobnějším zpracování ji už autor publikoval r. 1961 ve své knize „История математики в средние века".

Další příspěvek napsal do sedmého svazku J. FOLTA; jeho práce má název „Vyťváření ortografických názorných zobrazovacích metod a přínos Rudolfa Skuherského k jejich vypracování". Není pochyb, že i tato práce najde řadu čtenářů již proto, že r. 1963 uplynulo právě 100 let od smrti českého geometra R. Skuherského, prvního profesora deskriptivní geometrie na pražské polytechnice.

Kladně lze též hodnotit českou bibliografii dějin přírodních věd, lékařství a techniky za rok 1960, která je uvedena v závěru sborníku a kterou zpracovala A. LEBEDOVÁ. Zde jsou čtyři tiskové stránky věnovány matematickým a fysikálním vědám.

Jiří Sedláček, Praha

Encyklopädie der math. Wissenschaften, Band I, 1. Heft, 3. Teil, II. W. SPECHT, ...I, 1. 8. ALGEBRAISCHE GLEICHUNGEN MIT REELLEN ODER KOMPLEXEN KOEFFICIENTEN. Teubner, Stuttgart 1958, s. 76.

Tento díl matematické encyklopedie se zabývá analytickou teorií polynomů s reálnými a komplexními koeficienty, speciálně pak vymezením oborů v komplexní rovině, v nichž leží kořeny daných polynomů.

V oddíle A (s názvem *Fundamentální věta*) je podán rozbor řady důkazů základní věty algebry o existenci kořene polynomu a jsou uvedena analytická vyjádření kořenů pomocí obecných hypergeometrických funkcí. Oddíl B (*Věty o ohraničení*) obsahuje vzorce pro vymezení oblasti, v níž leží kořeny daného polynomu. Východiskem výkladu je věta Cauchyova o ohraničení kořenů. Mimo jiné, jeden odstavec je věnován problému Landau-Montelově o ohraničení kořenů polynomu, v němž se vyskytují jen jisté mocniny proměnné veličiny. Oddíl C udává metody určující *odhad počtu kořenů* polynomu v dané oblasti. V oddíle D (*Kritické body polynomu*) se odvozují na základě věty Gauss-Lucasovy vztahy mezi kořeny polynomu a jeho derivace. Řada výsledků se týká racionálních funkcí. Oddíl E (*věty o komposicích polynomů*) vychází z následující *věty J. H. Gracea*: Nechť $f(z) = \sum_0^n \binom{n}{\nu} A_\nu z^\nu$, $g(z) = \sum_0^n \binom{n}{\nu} B_\nu z^\nu$ a $\sum_0^n (-1)^\nu \binom{n}{\nu} A_\nu B_{n-\nu} = 0$. Potom každý kruh (v komplexní rovině) obsahující všechny kořeny polynomu $f(z)$, obsahuje alespoň jeden kořen polynomu $g(z)$. Potom jsou uvedeny další analogické věty.

Stať je psána naprosto srozumitelně, výklad potřebných pojmů je podán na místě. V mnoha případech je podána hlavní myšlenka důkazu, jinde je výsledek jen citován, případně uveden pouze odkaz na literaturu. Studium této práce bude jistě prospěšné každému, kdo chce získat rychlou orientaci ve shora uvedených otázkách. *Milan Sekanina*, Brno

Karel Rychlík: THEORIE DER REELLEN ZAHLEN IM BOLZANOS HANDSCHRIFTLICHEN NACHLASSE. NČSAV Praha 1962, 103 str., Kčs 8,—.

Vydání matematického díla BERNARDA BOLZANA je stále ještě nedokončeným problémem; přestože již od třicátých let se k vydávání přikročilo a matematická podnětnost a závažnost tohoto díla byla již mnohokrát zdůrazňována, byl dosud vydán jen malý zlomek.*) Proto je třeba uvítat edici K. Rychlíka určité části Bolzanovy pozůstalosti — součásti torsa „Grössenlehre“, uvedenou editorovou předmluvou a úvodem, úvodním slovem L. RIEGERA a uzavřenou poznámkami prof. Rychlíka k této části Bolzanova díla a stručným přehledem historie teorie reálných čísel.

V úvodu je vymezen rozsah Bolzanovy pozůstalosti v této práci publikované, jsou uvedeny rukopisné prameny, Bolzanovy publikace dotýkající se reálných čísel a je charakterizováno Bolzanovo pojetí aritmetisace teorie reálných čísel. L. Rieger upozorňuje, že vydávaná část „Grössenlehre“ je vůbec prvý dochovaný pokus o systematickou teorii reálných čísel, daleko ranější než teorie Cantorova a Mérayova, a zdůrazňuje její význam pro poznání způsobu zrodu matematické teorie. Rieger upozorňuje, že kromě Rychlíkovy interpretace Bolzanova pojetí reálného čísla v doslovu uvedené jako analogie Cantorovy a Mérayovy koncepce je možný též výklad Bolzanova pojmu reálného čísla ve smyslu „vypočitatelné“ (nebo obecně rekursivní) analysy, i když upozorňuje, že toto konstruktivní pojetí analysy není dosud ani obecně přijato, ani perfektně vypracováno.

Vlastní edice obsahuje šestnáct kapitol. Protože však publikuje jen určitou část díla koncipovaného Bolzanem jako nedílný celek, vyplývají z toho určité nevýhody. Čtenář nemůže sledovat Bolzanův výklad v odstavcích, na něž se odvolává, a nemůže dokonale proniknout do podstaty Bolzanovy koncepce teorie reálných čísel. Bylo by pak možné, že by čtenář celé „Grössenlehre“ podal ještě jinou interpretaci Bolzanova pojetí reálného čísla. Řada Bolzanových odkazů (v publikovaném rukopise je kolem 40 odkazů označených jen „§“ bez uvedení bližšího umístění paragrafu v celém díle) není ani objasněna v poznámce, ani zde není naznačen jejich obsah. Tím pochopitelně nemůže dát edice konečný obraz celého Bolzanova chápání vytčeného tématu. Vydavatelovy poznámky nejsou rozsáhlé (vlastně jen str. 96—99), přesto v nich uvádí prof. Rychlík několik zajímavých postřehů, které doceňuje v předmluvě L. Rieger.

V souvislosti s touto edicí se nabízí jiná otázka související se všemi dosavadními vydáními matematických spisů B. Bolzana od roku 1930 počínaje. Všechny edice jsou totiž buď reedicemi, nebo tiskovým přepisem poměrně dobře čitelného textu pořízeného již za Bolzanova života opisovačem, tj. textu téměř již hotového k tisku. Také tato edice je pořízena z druhého přepracování (viz pozn. 2, str. 15). Pozůstalost psaná Bolzanovým neobyčejně těžko čitelným rukopisem nebyla dosud rekonstruována a tedy nemohla být vydána. Zdá se, že dosavadní editoři nepostupovali při vydávání podle závažnosti textu nebo podle posloupnosti jednotlivých částí určitého celku, ale spíše podle čitelnosti. Rozhodně v dosavadních edicích nenajdeme srovnání různých existujících versí, i když je zřejmé, že se jednotlivé verse od sebe liší a byly samým Bolzanem měněny. Tím naléhavější je otázka systematického vydání matematické pozůstalosti Bolzanovy, a to v celcích rozvržených už Bolzanem. Při takto uskutečňovaném vydávání by nemohlo dojít k potížím při lokalisaci odkazů, které se u této edice vyskytly.

Rovněž u této edice chybí porovnání znění originálu a dalších přepracování, tak důležité pro sledování metody práce B. Bolzana, a je pravděpodobně užit jen text druhého přepracování. Tím nejsou zachyceny možné odchylky od původního rukopisu, které Bolzano na mnoha místech prokazatelně neprohlížel a neopravoval. Tyto drobné závady Rychlíkovy užitečné edice však připadají na vrub Nakladatelství ČSAV, které mělo při svých bohatých zkušenostech s vydáváním edic upozornit na snadno odstranitelné nedostatky.

---

*) Z matematického díla B. Bolzana vyšlo doposud ve „Spisech B. Bolzana“: sv. 1. *Functionenlehre*, vydal K. Rychlík, Praha 1930; sv. 2. *Zahlentheorie*, vydal K. Rychlík, Praha 1931; sv. 5. *Geometrische Arbeiten*, vydal J. Vojtěch, Praha 1948.

Rychlíkovo vydání části Bolzanovy pozůstalosti znovu upozornilo na to, co doposud dlužíme jednomu z našich největších matematiků, a při tom při své celkové užitečnosti připomnělo i nedostatky provázející dosavadní nesystematické vydávání Bolzanových matematických spisů.

Jaroslav Folta, Praha

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

NOMOGRAFICKÉ METODY. Sborník teoretických statí a praktických aplikací. Sestavil *Václav Pleskot*. Vydalo Nakladatelství ČSAV, Praha 1962. Stran 248, obr. 107, skládaných příloh 32. Cena brož. výt. Kčs 29,50.

V této publikaci jsou uvedeny články základního teoretického významu (*I. A. Vilner*, Moskva, *F. Radó*, Kluž), články mající bezprostřední význam pro konstrukci nomogramů (*M. V. Pentkovskij*, Kazaň, *E. Jokl*, Praha, *G. S. Chovanskij*, Moskva, *E. Otto*, Varšava, *K. Komínek*, Praha, *V. Štěpánský*, Ostrava) a články dalších autorů, ukazující aplikace nomografických metod v různých oborech lidské činnosti. Úvodní článek V. Pleskota (Praha) podává přehled o současném stavu nomografie a uvádí některé zpřesněné nomografické pojmy usnadňující výklad v teoretických partiích.

Většina příspěvků byla námětově přednesena na celostátní konferenci o nomografii, konané v září 1959 v Praze. (Viz zprávu V. Pleskota, otištěnou v tomto časopise roč. *85* (1960), str. 258 až 259.

Redakce