Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 88 (1963), No. 3, 376--381

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117459

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 88 (1963), Praha

RECENSE

Karel Havlíček: DIFERENCIÁLNÍ POČET PRO ZAČÁTEČNÍKY. Polytechnická knižnice sv. 19. Praha 1962, SNTL. Str. 252, obr. 58, cena Kčs 9,70.

V poslední době vyšlo několik populárních příruček, jejichž úkolem je dát čtenáři na poměrně malém rozsahu první poučení o nejjednodušších pojmech matematické analýzy. Do této kategorie patří i pěkná knížka Havlíčkova, která se obrací zejména k mládeži, jíž chce usnadnit přechod ze střední školy na školu vysokou. Tím je dán způsob zpracování i výběr probírané látky. Autor nepředpokládá od čtenáře téměř žádné předběžné znalosti a v prvních osmi článcích s ním opakuje některé potřebné pojmy známé ze střední školy (reálná čísla, nerovnosti, absolutní hodnota, intervaly, matematická indukce, funkce, zvl. racionální a goniometrické).

Vlastní látka diferenciálního počtu je pak probrána v dalších jedenácti článcích (spojitost, limita, derivace a její geometrický a mechanický význam, diferenciál, derivace vyšších řádů, inverzní funkce, složená funkce, průběh funkce, maxima a minima, exponenciální funkce a logaritmus). Přitom se autor soustřeďuje zejména na ty partie, které mají bezprostřední použití v praktických aplikacích, avšak nevyhýbá se přitom přesné a pečlivé matematické formulaci výsledků, k nimž dochází, a učí matematicky neškolené čtenáře číst matematický text. (Poněkud nemilosrdně si s autorem zahrál tiskařský šotek na str. 107: po velmi zdařilém výkladu o stavbě matematické věty dochází autor k obratu „tehdy a jen tehdy", avšak na vrcholném místě ve větě 27 je vytištěno „tedy a jen tehdy" a tato chyba unikla i na vložené opravence.) Dokazování je v knize značně omezeno. Autor si je dobře vědom toho, ke kterým důkazům má prostředky, a jen takové důkazy uvádí; názorné výklady, které pouze usnadňují pochopení probírané látky, však nikde za důkazy nevydává a jasně upozorňuje, že to důkazy nejsou. Při autorově erudici a jeho metodických zkušenostech je samozřejmé, že příručka neobsahuje ani věcné, ani metodické nedostatky. Výklad každé nové partie vždy začíná vhodně voleným konkrétním příkladem, od něhož se přechází k obecné abstraktní formulaci. Všecky předpoklady jsou vždy jasně uvedeny, takže se čtenář nemusí nikde nic domýšlet a je autorem veden spolehlivě k cíli. Příručka obsahuje řadu rozřešených příkladů v textu a je doplněna množstvím pečlivě vybraných a nepříliš obtížných cvičení s výsledky a návody k řešení. Lze ji proto vřele doporučit každému začátečníku, který se chce nezkresleně seznámit se základními pojmy diferenciálního počtu.

Karel Hruša, Praha

H. Schwerdtfeger: GEOMETRY OF COMPLEX NUMBERS. University of Toronto Press, Toronto 1962, str. 186, obr. 29, cena $ 4,95.

Kniha pojednáva o zobrazení komplexnej projektívnej priamky na Gaussovu rovinu, o transformáciach tejto roviny, ktoré zodpovedajú v tomto zobrazení homografiám a antihomografiám a o niektorých aplikáciach. Kniha je písaná veľmi zaujímavým svojským štýlom a z moderného hľadiska.

V prvej kapitole sú zavedené základné pojmy a vzťahy analytickej geometrie kružníc. Kružnice Gaussovej roviny sú reprezentované hermitovskými maticami. Nájdená je klasifikácia kružníc a základné vlastnosti zväzkov a sietí kružníc. Ďalej sú popísané definícia a základné vlastnosti inverzie, stereografickej projekcie a dvojpomeru.

Druhá kapitola pojednáva o Moebiových transformáciach. Po ich obecnej definícii sú najprv spomenuté štyri najjednoduchšie typy: translácia, rotácia, dilatácia a reciprokácia. Potom sú odvodené normálne tvary rovníc Moebiových transformácií a ich základné vlastnosti ako aj normálne tvary rovníc antihomografií a špeciálne antiinvolúcií. Zaujímavo je zavedený pojem iterácie a spojitej iterácie Moebiovej transformácie. Napokon je dokázaná *základná veta*:

Nech $Z = f(z)$ je jednoznačné zobrazenie rozšírenej komplexnej roviny do seba také, že každá reálna kružnica (alebo priamka) sa zobrazí do reálnej kružnice alebo priamky, potom $f(z)$ je alebo Moebiova transformácia alebo antihomografia.

Najzaujímavejšou kapitolou je tretia, ktorá pojednáva o dvojrozmerných neeuklidovských geometriách. Hyperbolická geometria sa zavádza ako geometria grupy Moebiových transformácií, ktoré transformujú do seba jednotkový kruh ohraničený kružnicou $z\bar{z} - 1 = 0$. Podobne eliptická geometria sa zavádza ako geometria grupy Moebiových transformácií, ktoré ponechávajú invariantnou jednotkovú imaginárnu kružnicu $z\bar{z} + 1 = 0$. Pomerne veľmi jednoducho sú potom odvodené všetky základné vlastnosti hyperbolickej aj eliptickej roviny.

Veľkou prednosťou knihy je množstvo príkladov na cvičenie, ktoré zväčša doplňajú látku preberanú v knihe. Na konci je bohatá bibliografia.

Kniha je určená pre študentov matematiky na univerzitách a pre všetkých tých, ktorí sa zaoberajú projektívnou geometriou a teóriou funkcií komplexnej premennej. Oproti iným pojednaniam z tohoto odboru má tú výhodu, že je spracovaná skôr ako učebnica a aj po metodickej stránke je výhodná ako úvod do štúdia komplexných priestorov.

Václav Medek, Bratislava

Gábor Szász: EINFÜHRUNG IN DIE VERBANDSTHEORIE. Teubner, Leipzig 1962, str. 254, obr. 32, cena váz. výt. DM 30,70.

Kniha je úvodem do teorie svazů, který může sloužit matematikovi jak k využití výsledků této bohaté teorie ve vlastní práci v rozmanitých oborech matematiky, tak jako východisko samostatné vědecké práce ve svazech. Popišme nejprve obsah knihy:

Kap. 1 — Částečně uspořádané množiny, kap. 2 — Obecně o svazech, kap. 3 — Úplné svazy, kap. 4 — Distributivní a modulární svazy, kap. 5 — Modulární svazy se speciálními vlastnostmi, kap. 6 — Booleovy algebry, kap. 7 — Polomodulární svazy, kap. 8 — Ideály ve svazech, kap. 9 — Kongruence; dále následují pokyny pro řešení těžších cvičení, seznam literatury, jmenný a věcný index a seznam vět v knize uvedených.

Je tedy vidět, že v knize je zahrnut výklad základních svazových pojmů. Při tom pojmy jsou ilustrovány na příkladech z abstraktní algebry, teorie grup, abstraktní teorie množin, teorie míry apod. Z klasických pojmů v knize chybí pojem volného svazu a operace s ordinálními typy. K definicím podotkněme, že Birkhoffovým svazem autor nazývá svaz v Birkhoffově knize označený jako svaz polodedekindovský. *Polomodulární svaz* je v knize definován takto:

L je polomodulární svaz, když ke každé trojici prvků a, b, x, která splňuje podmínky $a \parallel b$ a $a \cap b < x < a$, existuje t, pro něž platí $a \cap b < t \leqq b$ a $(x \cup t) \cap a = x$.

Zvláštní pozornost je věnována svazům z různými druhy doplňků (např. v kap. 7). Na mnoha místech je výklad doveden až do uvedení nejnovějších poznatků, případně je poukázáno na neřešené problémy (těchto poukazů by snad mohlo být více). Je samozřejmé, že jsou velmi podrobně uvedeny výsledky maďarských matematiků, kteří významnou měrou přispěli k rozvoji teorie svazů. Na mnohých místech jsou citovány práce československých matematiků (Vl. Kořínka, J. Jakubíka, V. Vilhelma, M. Kolibiara). K těmto citacím by bylo vhodné doplnit, že např. F. Šik v. r. 1954 dokázal, že podmínka komutativnosti dvou ekvivalencí je též podmínka nutná k tomu, aby sjednocení těchto ekvivalencí byla ekvivalence (dostatečnost této podmínky je v knize dokázána ve větě 69). Odkazy na literaturu jsou bohaté a doplňují Birkhoffovu knihu.

Výklad je v knize velmi srozumitelný. Věty jsou dokazovány naprosto detailně. Každá kapitola je doprovázena řadou cvičení. Snad jen výklad o svazu tříd výroků (kap. 6, § 42) je příliš stručný v porovnání s jinými místy. Ve výkladu o relacích není použito obvyklé definice relace jako podmnožiny kartézského součinu, a proto popis svazu všech relací na množině je dosti zdlouhavý.

Tiskových chyb je v textu málo a to na místech, která není třeba zde uvádět. Co se týče cvičení, třeba upozornit na chybný obrázek 18, dále v cvičení 17 kap. 2 platí $\varphi(x) -\!\!< \varphi(y)$ nebo $\varphi(x) = \varphi(y)$, ve cvičení 2 kap. 7 má asi být $h(x \cup y) \leqq m$ místo $h(x), h(y) \leqq m$, ve cvičení 11, kap. 9 je třeba žádat nesrovnatelnost prvků a a b.

Na závěr je třeba znovu zdůraznit, že kniha je velkým přínosem k rozšíření výsledků a metod teorie svazů. Dobře promyšlený způsob podání látky jistě přispěje k brzkému rozšíření tohoto spisu.

Milan Sekanina, Brno

Edwin F. Beckenbach a *Richard Bellman*: INEQUALITIES. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Unter Mitwirkung der Schriftleitung des „Zentralblat für Mathematik", Springer-Verlag Berlin, Göttingen, Heilderberg 1961. Stran XII + 198, obr. 6, cena DM 48,60.

Deset let po klasické knize Hardy, Littlewood, Pólya: Inequalities (London, Cambridge University Press 1951) vychází v náročné knižnici „Ergebnisse der Mathematik" další nomografie o nerovnostech, které jsou základním kamenem klasické i moderní analysy. Za těchto deset let byla platnost některých výsledků zobecněna, v mnoha případech byly nalezeny lepší odhady a s rozvojem některých moderních partií matematiky, na příklad funkcionálně-analytických metod v teorii parciálních diferenciálních rovnic, teorie her, některých partií teorie pravděpodobnosti a ekonomických aplikací matematiky, se objevil a rozvíjel nový materiál. V recensované publikaci jsou uvedeny nejdůležitější nerovnosti klasické i moderní analysy s přihlédnutím k jejich významu a užití v jednotlivých partiích matematiky a se zvláštním zřetelem k těm oborům, které se rozvíjejí v současné době.

Prvá kapitola obsahuje nejdůležitější vztahy, které jsou důležité jednak samy o sobě, jednak se potřebují v dalších kapitolách. Jedním z nejznámějších vztahů, které jsou zde uvedeny, je Cauchyova nerovnost a Lagrangeova identita. Podstatnou část prvé kapitoly tvoří dvanáct důkazů nerovnosti mezi aritmetickým a geometrickým průměrem, které se liší základní ideou i užitým materiálem. Dále je uvedena a dokázána Hölderova nerovnost a Minkowského nerovnost, obě v diskrétní i spojité formě, a zobecnění Minkowského nerovnosti od Beckenbacha a Dreshera. Při těchto zobecněních je důležitá tzv. metoda kvasilinearisace, která pochází od Minkowského a byla rozvedena Mahlerem a dalšími autory. Dále jsou do této kapitoly zařazeny vztahy, které se týkají Schurovy transformace, Pólyovy výsledky o majorantních posloupnostech, některé vztahy, které se týkají elementárních symetrických funkcí, a nerovnosti pro řady konvexních funkcí se střídavými znaménky. Dále je v této kapitole několik výsledků, které mají vztah k otázce zjemňování a obracení klasických nerovností; tato otázka je rozvedena podrobněji ve čtvrté kapitole v souvislosti s teorií momentů.

Vyšetřujeme-li uspořádání širších okruhů, než je obor reálných čísel, dostaneme nové typy vztahů. Druhá kapitola je věnována nerovnostem v okruhu matic. Při zavedení uspořádání do okruhu matic se nejčastěji používá dvou způsob: při prvém se definují kladné prvky jako positivně definitní matice, při druhém jako matice positivní. Positivní matice byly poprvé vyšetřovány Perronem a mají značný význam v teorii pravděpodobnosti, teorii her, lineárním programování, ekonomických aplikacích a při studiu numerických metod v teorii parciálních diferenciálních rovnic. Zde jsou uvedeny výsledky, které se týkají určení vlastního čísla positivní matice s největší absolutní hodnotou (toto číslo je reálné) a vztahy vyjadřující chování charakteristických čísel jakožto funkcí matic.

Otázky týkající se positivně definitních matic jsou zde zkoumány v souvislosti s vlastními čísly matice a jejich funkcemi, z nichž nejdůležitější je součin vlastních čísel — determinant dané matice. Některé výsledky plynou přímo z reprezentace příslušné positivně definitní kvadratické formy součtem čtverců, jiné z tak zvané integrální reprezentace determinantu.

Získané vztahy jsou přeneseny na Hermitovy matice. Na konci kapitoly jsou vyšetřovány některé třídy matic, které mají význam v teorii parciálních diferenciálních rovnic, v teorii elektrických sítí a v kvantové mechanice, a vztahy mezi vlastními čísly těchto matic.

Třetí kapitola je věnována tak zvanému problému momentů a má převážně funkcionálně analytický charakter. Jde zde o charakterisaci libovolného prvku lineárního prostoru pomocí hodnot některých funkcionálů v tomto prvku a o hledání tak zvané úplné třídy nerovností, která charakterisuje daný moment. Užívá se zde principu duality, který je velmi důležitý v nejrůznějších odvětvích matematiky, a metod získaných zobecněním geometrických úvah o pólech a polárách. Je zde v obecnější formě propracována metoda kvasilinearisace, které bylo užito již v prvé kapitole. Setkáme se zde se základními principy funkcionální analysy, na příklad s větou Hahn-Banachovou a Banach-Steinhausovou, dále je zde možno najít Besselovu nerovnost pro Fourierovy řady a její zobecnění na ortogonální projekce v Banachově prostoru, které má význam pro parciální diferenciální rovnice. Dále jsou do této kapitoly zahrnuty některé vztahy, které se týkají trigonometrických polynomů.

Čtvrtá kapitola je věnována studiu positivity operátorů. Jsou zde vyšetřovány takové operátory L, že pro všechny funkce u splňující určité podmínky plyne z nerovnosti $L(u) \geqq 0$ vztah $u \geqq 0$. Tyto operátory jsou důležité při studiu obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic. Jsou odvozeny věty, které jsou jemnější než Čaplyginovy výsledky týkající se nalezení vhodných aproximačních metod pro řešení různých složitějších typů diferenciálních rovnic. Nejprve jsou diskutovány vlastnosti operátorů příslušných k diferenciálním rovnicím prvého řádu z hlediska existence, jednoznačnosti a stability řešení. Dále je vyšetřován oscilatorický a neoscilatorický typ rovnic druhého řádu. Zobecnění odvozených principů je pak užito k důkazům různých vět o maximu řešení parciálních diferenciálních rovnic. V další části kapitoly je popsána metoda faktorisace, které užil Pólya k řešení otázek souvisejících s iteračními problémy pro lineární diferenciální operátory n-tého řádu. Studium těchto otázek vede k vyšetřování tak zvané zobecněné konvexity a zobecněných Taylorových řad. Do této kapitoly jsou dále zahrnuty některé výsledky pro soustavy diferenciálních rovnic. Dále je ukázáno, že mnoho výsledků, odvozených pro obyčejné diferenciální rovnice, lze přenést i na parciální diferenciální rovnice, kterým přísluší kladný asociovaný operátor nebo, což je ekvivalentní, které mají kladnou Greenovu funkci. V závěru kapitoly je ukázáno, jak lze pomocí metody kvasilinearisace užít teorie kladných operátorů pro řešení nelineárních diferenciálních rovnic.

Poslední pátá kapitola je věnována nerovnostem, které platí pro diferenciální operátory. Jsou zde vyšetřovány otázky následujícího typu: Jsou dány obyčejné diferenciální operátory T_i a funkce u, které patří do jejich definičních oborů; ptáme se, za jakých podmínek z toho, že funkce $T_i(u)$ patří do jisté předem dané třídy funkcí (na příklad do $L^r(0, +\infty)$), plyne příslušnost funkce u do jiné předem dané třídy (na příklad do $L^p(0, +\infty)$). Klasickým příkladem výsledku tohoto typu je známá Bernsteinova věta pro trigonometrické polynomy n-tého řádu, podle které pro $u(t) = \sum_{m=0}^{n} a_m e^{imt}$ je $\max_{0 \leqq t \leqq 2\pi} |u'(t)| \leqq n \, . \max_{0 \leqq t \leqq 2\pi} |u(t)|$, a obdobná Markovova věta pro obyčejné polynomy na konečném intervalu. V recensované knize jsou uvedena různá zobecnění těchto výsledků na celistvé funkce a jiné typy norem. Kapitola dále obsahuje Hadamardovy výsledky o vztazích mezi u, u', u'', na konečném intervalu, jejich zobecnění a odhady vyšších derivací ve stejnoměrných i integrálních normách společně s jejich diskrétními analogiemi. Tyto výsledky mají přímé aplikace v teorii lineárních diferenciálních rovnic.

Kniha při poměrně malém rozsahu (198 stránek) zahrnuje velmi mnoho materiálu. Snaha, aby se výklad nerozrostl, vedla autory k co největšímu zestručnění některých partií a důkazů. Tato stručnost ve spojení s náročností probírané látky způsobila, že kniha rozhodně není „lehkou četbou". Splňuje však funkci přehledné monografie, která může sloužit jako shrnutí nových moderních výsledků o nerovnostech, jež mají základní význam v různých důležitých partiích matematiky. Každá kapitola obsahuje velice podrobný seznam literatury, na který se autoři během výkladu často odvolávají. Kniha je doplněna věcným i jmenným rejstříkem. Vzhledem k uvedeným vlastnostem bude tato publikace jistě velmi užitečná pracovníkům v nejrůznějších oblastech teoretické i aplikované matematiky.

Jiří Vaníček, Praha

Herbert Meschkowski: UNGELÖSTE UND UNLÖSBARE PROBLEME DER GEOMETRIE. Vydalo r. 1960 nakladatelství Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 168 stran, 45 obr., cena váz. výt. DM 19,80.

Téma „neřešené a neřešitelné geometrické problémy" je podle mínění autora — který je profesorem vysoké školy pedagogické v Berlíně — velmi aktuální: jednak proto, že novější problémy z elementární geometrie jsou v knižních publikacích zpracovány jen okrajově, jednak proto, že i tzv. klasické problémy vyžadují při zpracování modernější metody.

Náplň knížky je podrobněji vymezena v kapitole 1, kde autor uvádí deset hlavních problémů, kterými se bude zabývat a na něž naváže úlohy další. Jsou to: 1. Určit poloměr nejmenší kulové plochy, na níž lze umístit n bodů, z nichž kterékoli dva mají vzdálenost větší nebo rovnou jedné. 2. Zvolit na dané kulové ploše n ($\geqq 9$) bodů tak, aby vzdálenost kteréhokoli bodu plochy od nejbližšího z těchto bodů byla co možná nejmenší. 3. Určit takové umístění shodných koulí v trojrozměrném prostoru, aby jeho hustota byla co největší.[1]) 4. Určit nejmenší rovinný obrazec,[2]) jímž lze pokrýt každou konečnou množinu bodů v rovině o průměru rovném jedné.[3]) 5. Zjistit podmínku proto to, aby dva mnohostěny o témž objemu byly shodně rozložitelné.[4]) 6. Určit nejmenší počet neshodných čtverců, v něž lze rozložit daný čtverec. 7. Najít rovinnou oblast o nejmenším obsahu, v níž lze umístit všecky možné jednotkové volné vektory dané roviny. 8. Rozdělit euklidovskými prostředky daný úhel na pět shodných dílů. 9. Na kulové ploše sestrojit pomocí kružítka a sférického pravítka[5]) pravidelný čtyřúhelník o témž obsahu jako daný vrchlík. 10. Rozložit daný kruh a čtverec téhož obsahu v konečný počet množin po dvou shodných.

Kapitoly 2 a 3 se zabývají problémy 1 a 2, pomocným aparátem k jejich řešení a problémy z nich odvozenými. Je tu uvedena Eulerova věta o polygonální síti, dále věty o hustotě umístění (Lagerung) v rovině i na kulové ploše; pomocí grafů na kulové ploše se tu studují úlohy: umístit na kulovou plochu n shodných nepřekrývajících se vrchlíků o obsahu co největším; pokrýt kulovou plochu n shodnými vrchlíky o obsahu co nejmenším. Na konci každé kapitoly jsou uvedeny některé dosud neřešené úlohy s odkazy na příslušnou literaturu.

Kapitola 4 je věnována problému 3 a z něho odvozené úloze o tzv. pevných obalech soustavy koulí.

---

[1]) Hustota umístění je dána výrazem $\lim\limits_{R\to\infty} (n_R r^3/R^3)$, kde r je poloměr shodných koulí, R poloměr libovolné koule, n_R počet koulí o poloměru r umístěných v této kouli.

[2]) Tj. obrazec o minimálním obsahu.

[3]) Průměrem množiny rozumíme supremum vzdáleností dvou jejích proměnných bodů.

[4]) Dva mnohostěny jsou shodně rozložitelné, lze-li je oba rozložit v konečný počet tetraedrů po dvou shodných.

[5]) Sférické pravítko je přístroj k rýsování hlavních kružnic na sféře.

V kapitole 5 se studuje problém 4; je to známý „tabulkový“ problém, který vyslovil LEBESGUE v r. 1914. Tabulkou se nazývá obrazec, o němž je řeč v problému 4. Tabulkový problém nebyl až dosud rozřešen.

Kapitola 6 je věnována shodné rozložitelnosti mnohostěnů. Je tu uvedena známá věta Dehnova, která je nutnou podmínkou pro shodnou rozložitelnost. Jako příklad postačující podmínky je uvedena věta: Dva shodně doplnitelné mnohostěny[6]) jsou shodně rozložitelné. Jádrem kapitoly 6 je Hadwigerova věta, která vyslovuje nutnou a postačující podmínku pro shodnou rozložitelnost mnohostěnů.

Také problém 6, studovaný v kapitole 7, je novějšího původu: jeho zkoumání bylo podníceno Lusinovou domněnkou o nemožnosti rozložit daný čtverec v konečný počet čtverců po dvou neshodných (r. 1930). Řešení problému je v úzké souvislosti s teorií grafů a fyzikální aplikací: to autor v textu podrobně vysvětluje.

Hlavním výsledkem, obsaženým v kapitole 8, je věta Beskowitschova, která je řešením problému 7. Tato věta praví, že hledaná rovinná oblast o minimálním obsahu neexistuje, obsah oblasti lze libovolně zmenšovat.

Kapitoly 9 a 10 jsou věnovány klasickým problémům konstruktivní geometrie. V kapitole 9 je odvozena základní věta o řešitelnosti rovinné konstruktivní úlohy euklidovskými prostředky a je uvedeno několik ukázek neřešitelných úloh (Délský problém, problém 8). V kapitole 10 je odvozena nutná a postačující podmínka pro řešení konstruktivní úlohy na kulové ploše pomocí kružítka a sférického pravítka. Postup v obou těchto kapitolách je celkem tradiční.

Kapitola 11 navazuje na kapitolu 6 a zabývá se obecnějším pojetím shodné rozložitelnosti. Najdeme tu Hausdorffovu větu o rozkladu kulové plochy a pojem „konečně ekvivalentních množin“.[7]) V závěru jsou tu uvedeny některé paradoxní rozklady, tj. rozklady, při nichž rozkládaná množina je konečně ekvivalentní s určitou složkou rozkladu.

Závěrečná kapitola 12 obsahuje několik historických poznámek.

Jak je vidět z předchozího popisu, je obsah knížky dosti pestrý; mimo kapitoly 6, 9 a 10 se týká vesměs novějších úseků elementární geometrie. Způsob podání je velmi přístupný, knížka však předpokládá matematicky vyspělejšího čtenáře, asi s úrovní studenta středních semestrů university, jak praví sám autor v předmluvě. Velmi cenným dodatkem je obsáhlý seznam knižní i časopisecké literatury (73 publikací). Dalším kladem knihy jsou autorovy poznámky o otevřených (neřešených) problémech.

Kniha rozhodně stojí za přečtení: Domnívám se, že její témata by byla vhodnou náplní pro prázdninové kurzy, které pořádá JČMF pro další vzdělání učitelů matematiky: tak by bylo možné seznámit širší okruh našich učitelů s novějšími problémy elementární geometrie.

Jan Vyšín, Praha

---

[6]) Dva polyedry se nazývají shodně doplnitelné, lze-li oba doplnit konečným počtem tetraedrů po dvou shodných tak, aby výsledná tělesa byla shodně rozložitelná.

[7]) Množiny M_1, M_2 se nazývají konečně ekvivalentní (přesněji: ekvivalentní v rozkladu na n částí), lze-li obě rozložit v n disjunktních množin po dvou shodných.