

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 86 (1961), No. 3, 377--380

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117374>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1961

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

RECENSE

E. Lukacs: CHARACTERISTIC FUNCTIONS (Charakteristické funkce). Vydalo nakladatelství Charles Griffin & Co, London 1960; 216 stran.

Charakteristické funkce jsou jedním z nejdůležitějších analytických nástrojů teorie pravděpodobnosti. Významnou roli hrají zvláště v teorii limitních zákonů rozložení součtů nezávislých náhodných proměnných. Je sice pravda, že mnohé vlastnosti charakteristických funkcí lze odvodit z dnes již bohatě rozvinuté teorie Fourierovy transformace, avšak pro teorii pravděpodobnosti jsou v četných případech mnohem důležitější právě ty speciální vlastnosti charakteristických funkcí, které vyplývají ze specifikace příslušných Fourierových originálů jako normovaných nezáporných měr. Tomuto speciálnímu případu však v obecných monografiích o Fourierově transformaci nebyla obvykle věnována zvláštní pozornost, a tak byla teorie charakteristických funkcí rozvíjena většinou jen příležitostně podle potřeb jejich pravděpodobnostních aplikací. Určitý obrat zde nastal teprve s rozvojem teorie rozkladů pravděpodobnostních zákonů.

Recenzovaná knížka prof. E. Lukacse je soustavným monografickým zpracováním základů *matematické* teorie charakteristických funkcí. Pravděpodobnostní hledisko se tu uplatňuje výběrem látky i celkovým zaměřením, i když vlastní aplikace v teorii pravděpodobnosti nejsou zde uvedeny. Autor knihy patří mezi přední světové odborníky v této oblasti; známy jsou zejména jeho příspěvky k teorii analytických charakteristických funkcí. Originální přínos autorův k látce jinak vesměs klasické najdeme v knize zvláště v kapitolách 7—9.

Všimněme si nyní blíže vlastního obsahu knihy. Je rozdělena do devíti kapitol a tří dodatků.

Prvá kapitola je úvodní. Obsahuje definice základních pojmů (distribuční funkce, momenty, vytvořující funkce různých typů). Druhou kapitolou začíná obecné studium charakteristických funkcí: základní vlastnosti, vztah k momentům, některé konkrétní příklady. Toto studium pokračuje i v následující kapitole. Zde nalézáme věty o jednojednoznačnosti a spojitosti korespondence mezi charakteristickými a distribučními funkcemi, inverzní formule, větu o konvoluci a obě věty Hellyovy. Konečně čtvrtá kapitola přináší podmínky nutné, postačující a nutné i postačující pro to, aby daná komplexní funkce reálné proměnné byla funkcí charakteristickou.

Následující kapitoly jsou již věnovány otázkám speciálním. V páté kapitole se zavádí pojem rozkladu zákona rozložení na faktory a pojem nekonečně dělitelných zákonů. Jsou uvedena známá kanonická vyjádření nekonečně dělitelných a stabilních charakteristických funkcí a některé jejich konkrétní příklady. Studium otázek faktorizace pak pokračuje v kapitole šesté obecnými problémy aritmetiky zákonů rozložení.

Další dvě kapitoly obsahují látku, která je autorovou specialitou, totiž teorii analytických charakteristických funkcí. V kapitole sedmé jde o obecnou teorii (kritéria analytičnosti, periodické analytické charakteristické funkce, vlastnosti příslušných distribučních funkcí). Na to navazuje osmá kapitola pojednávající o otázkách faktorizace analytických charakteristických funkcí. Tato teorie není zdaleka dovršena a v poslední době se neustále rozvíjí.

V poslední deváté kapitole se autor zabývá některými problémy tzv. směsí zákonů rozložení a transformacemi charakteristických funkcí. Jde tu především o několik originálních výsledků autorových.

V dodatcích jsou pak vyloženy některé pojmy a věty hrající pomocnou úlohu. Jsou to: A) Symboly o a O ; B) Schwarzova nerovnost; C) Weierstrassova věta o aproximaci.

Ke knize je připojen seznam literatury (69 údajů). Není vyčerpávající a obsahuje hlavně literaturu doplňkovou.

Knihy je psána velmi jasným a přístupným slohem. Její četba nevyžaduje speciálních znalostí ani z teorie pravděpodobnosti ani z jiných oblastí matematiky. Čtenář z ní může získati nejen základní znalost teorie charakteristických funkcí v rozsahu užitečném pro teorii pravděpodobnosti, ale i přehled jejího vývoje a zejména uvedení do živé problematiky dosud neuzavřené teorie rozkladů pravděpodobnostních zákonů. Právě čtenářům, kteří se chtějí s touto problematikou seznámit, je možno knihu E. Lukacse jako *úvodní četbu* vřele doporučit. Orientaci v problematice napomáhají i četné odkazy v textu na doplňkovou literaturu.

Je ovšem nesporné, že teorie charakteristických funkcí by dovedla poskytnout látku i ke knize mnohem obsažnější, ohled na rozsah knihy spolu se speciálním okruhem autorových zájmů byl jistě příčinou toho, že některé partie nejsou studovány do všech detailů. Důraz je kladen spíše na problémy faktorizace než na otázky limitních zákonů.

Knihy je zařazena do série „Griffinových statistických monografií a kursů“, obsahující vesměs nevelké knížky monograficky zpracovávající speciální úseky matematické statistiky. Její grafická úprava je velmi dobrá, počet tiskových chyb je minimální.

František Zitek, Praha

Ю. В. Линник: РАЗЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ. (Ju. V. Linnik: Rozklady pravděpodobnostních zákonů.) Vydalo Nakladatelství leningradské university, Leningrad 1960; 263 stran, cena 1,38 r.

Svým obsahem je tato monografie příbuzná knížce Lukacsově, o které pojednává předcházející recenze: také v této knize se vykládají teorie charakteristických funkcí a problémy faktorizace pravděpodobnostních zákonů. Na rozdíl od knížky Lukacsovy klade si však Linnik cíle značně hlubší. Nejde tu jen o úvod do příslušné problematiky, nýbrž teorie rozkladů zákonů je zde přímo rozvíjena v podrobnostech vystihujících její současný stav, a to znalcem nad jiné povoláním: velmi četné výsledky v knize uvedené jsou právě autorovým přínosem. Proto také četba této knihy je náročnější na matematickou erudici čtenáře.

Probereme si nejprve obsah knihy. Je rozdělena do třinácti kapitol, jimž předchází úvod.

V úvodu je vyložena souvislost teorie faktorizace s teorií sčítání náhodných proměnných: teorie faktorizace leží na hranici mezi teorií pravděpodobnosti (zejména teorií limitních zákonů) a teorií funkcí komplexní proměnné. Dále jsou v úvodu zavedeny některé základní pojmy.

Prvé kapitoly mají charakter přípravný. První obsahuje výklad potřebného matematického aparátu z nejrůznějších oblastí matematiky (Diniho čísla, řetězové zlomky, Fourierova transformace, θ -funkce, věta Paley-Wienerova, atd.). Potřebné výsledky jsou ovšem uvedeny co nejstručněji, mnohdy i bez důkazů, s odkazem na příslušnou literaturu. Rovněž druhá kapitola je přípravou pro kapitoly další: je věnována teorii charakteristických funkcí. Jsou tu ovšem uváděny hlavně takové vlastnosti charakteristických funkcí, které mají vztah k teorii rozkladů. Speciálnímu případu analytických charakteristických funkcí je pak věnována kapitola třetí.

Čtvrtou kapitolou začíná studium vlastního tématu, tj. teorie faktorizace pravděpodobnostních zákonů. Autor začíná případem charakteristických funkcí analytických. Vedle obvyklého pojmu rozkladu zavádí i pojem α -rozkladu. V páté kapitole jsou studovány obecné vlastnosti rozkladů (včetně tzv. aritmetiky zákonů rozložení) a rovněž nerozložitelné zákony. V kapitole šesté je pak sledován případ faktorizace nekonečně dělitelných zákonů rozložení. Zde jsou mj. uvedeny známá věta Cramérova o faktorech normálního zákona a k ní se úzce přimykající věty o nezávislých lineárních formách (Skitovič-Darmois) a obdobná Rajkovova věta o rozkladu Poissonova zákona. Na tuto problematiku úzce navazuje následující kapitola sedmá, která celá je v podstatě podrobným rozvedením důkazu autorovy věty o rozkladech konvolucí zákonů Gaussova a Poissonova.

Osmá kapitola pojednává o nekonečně dělitelných zákonech obsahujících normální komponentu. Hlavní problém, který se tu sleduje, je otázka nutných podmínek pro to, aby takový zákon měl jen nekonečně dělitelné faktory. Také tato nijak krátká čtyřicetistránková kapitola obsahuje v podstatě „jen“ podrobný důkaz jedné autorovy věty. Obdobný problém, avšak pro postačující podmínky, je pak studován v deváté kapitole pro případ, že rozkládaný zákon má ohraničené Poissonovo spektrum, a to bez ohledu na přítomnost normální složky.

Pro obecný případ zákonů s neomezeným spektrem se doposud nepodařilo získat obdobné obecné výsledky. V desáté kapitole jsou uvedeny některé výsledky týkající se speciálního případu, kdy Poissonovo spektrum klesá dostatečně rychle.

Krátká jedenáctá kapitola pojednává o některých speciálních otázkách („stabilita“ rozkladů, aplikace v teorii limitních zákonů, α -rozklady nekonečně dělitelných zákonů).

Předposlední dvanáctou kapitolou se autor vrací k problému nutných podmínek, za nichž zákon neobsahující normální složku má jen nekonečně dělitelné faktory. Jsou tu uvedeny některé dílčí výsledky Cramérovy, Lévyovy a Rajkovovy.

Třináctá kapitola obsahuje dodatky. V prvním paragrafu je to autorova (pomocná) věta z teorie funkcí komplexní proměnné, již používal ve třetí kapitole. Ve druhém paragrafu třinácté kapitoly pak autor podává přehled neřešených problémů a některé nedokázané domněnky.

Ke knize je připojen seznam literatury (80 citací). Určitým nedostatkem je, že (na rozdíl od knihy Lukacsovy) jí chybí rejstřík. Vytištěna je velmi slušně.

Již z uvedeného obsahu jednotlivých kapitol je zřejmé, jak se Linnikova kniha liší od zmíněné knížky Lukacsovy. Linnikova kniha je v pravém slova smyslu vědeckou *monografií o speciálním problému*. Přípravné úvahy a výklady jsou omezeny na nutné minimum, *podstatná* část knihy je věnována problémům poměrně nedávno řešeným a rozhodně dosud živým. Umožňuje čtenáři navázat bezprostřední kontakt s otevřenou problematikou a současně ho vyzbrojuje i potřebným arsenálem známých výsledků a užívaných metod. I když je jistě možno číst Linnikovu knihu samostatně, je ihned zřejmé vhodné pořadí četby obou těchto knih: nejprve knihu Lukacsovu jako úvodní a pak monografii Linnikovu jako její pokračování, resp. *prohloubení*. Ačkoliv problematika zde studovaná je nesporně již velmi speciální, její studium jistě dokáže zaujmout všechny, kdo se vážněji zabývají teorií pravděpodobnosti a zvláště teorií limitních zákonů.

František Zitek, Praha

A. A. Савелов: ПЛОСКИЕ КРИВЫЕ. Fizmatgiz, Moskva 1960, vyd. 1, str. 296, obr. 212, nákl. 10 000 ks, cena váz. Kčs 9,40.

Po historickém úvodu a hlavních způsobech získávání křivek jsou zopakovány nejdůležitější věty a pojmy (stupeň, třída, rod apod.) o algebraických křivkách. Pro další úvahy bylo třeba se aspoň stručně zmínit o některých přibuznostech v rovině (afinita, kolineace, kruhová inverze, kvadratické transformace a korelace příp. polarita).

Potom bylo přistoupeno k vlastnostem *kubických křivek*, jejichž klasifikace byla provedena podle I. NEWTONA. Obecných vět o algebraických křivkách je použito s příslušnými doplňky na kubiky. Pro speciální kubiky je vždy uveden nejdůležitější tvar jejich rovnic, z kterého plynou snadno vlastnosti a konstrukce těchto křivek. Jedná se zejména o Descartesův list, cissoidy, strofoidu a Maclaurinovu trisektrix.

U obecných vlastností *kvartik* je stručná zmínka o různých klasifikacích; jinak je ukázán vznik racionálních a bicirkulárních křivek. Také pro speciální kvartiky a křivky vyšších stupňů jsou nejdříve uvedeny nejhodnější tvary jejich rovnic, které vyplývají obvykle z jejich konstrukce, dále jejich vlastnosti a zvlášť způsob konstrukce jejich bodů a tečen. Uvádějí se konchoidy, cykloidální křivky, ovály (Descartesovy, Cassiniovy, Műngerovy), křivka k κ , Perseovy a Laméovy křivky, sínové křivky, růžice, kotálnice, paraboly a hyperboly vyšších stupňů. Je vždy zvlášť vytčeno,

když některá křivka podle různého možného způsobu vytvoření patří do několika skupin křivek.

V části pojednávající o *transcendentních křivkách* jsou nejdříve probrány spirály (algebraické a logaritmická), řetězovky, traktrix (přímky i kružnice), exponenciální křivka, křivka tlumeného kmitání, cykloida a evolventa kružnice, klotoida aj. Tyto křivky mají řadu zajímavých vlastností, které se týkají konstrukce jednotlivých jejich bodů, tečen, normal, středů a poloměrů křivosti, ale také vlastností jejich úpatnic apod.

V doplňku je pojednáno o evolutách a evolventách křivek a jejich zobecnění, o křivkách paralelních, úpatnicích, radiálách a některých křivkách známých z optiky.

Lze říci, že kniha je pěkným přehledem základních pojmů a vlastností (včetně výhodných konstrukcí) nejnámějších křivek. K porozumění postačí znalosti analytické geometrie v rovině a počátky diferenciálního a integrálního počtu, neboť je někdy odvozena rovnice křivky z jejího vytvoření a jsou určovány její tečny, vícenásobné body, střed a poloměr křivosti, délka oblouku, různé plochy omezené křivkou a objemy rotačních těles vzniklých otáčením křivky kolem přímky. Kniha sama sice připomíná známé knihy o křivkách (Wieleitner, Loria, Teixeira), liší se však od nich podstatně v tom, že téměř u každé křivky je čtenář seznámen s použitím v technické (zejména strojnické) praxi. Použití knihy podle jejího obsahu může být proto rozličné: buď přímo techniky nebo při cvičeních z matematiky, neboť jednotlivé křivky s jejich vlastnostmi lze použít jako příklady k vyloučené látce.

Karel Drábek, Praha

DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

J. Legras: PRAKTICKÉ METODY PRO ŘEŠENÍ PARCIÁLNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC (Rovnice vedení tepla, Laplaceova rovnice, vlnová rovnice). Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1960, přeložil Mg. Mat. *Vladimír Malý*. Stran 192, tabulek 8, obrázků 75, cena váz. výtisku Kčs 19,80.

Kniha vyšla v knižnici „Teoretická knižnice inženýra“ a je určena strojním a elektrotechnickým inženýrům, posluchačům vysokých technických škol a pracovníkům ve výzkumu.

Podrobné zhodnocení knihy najde čtenář v některém z příštích čísel časopisu *Aplikace matematiky*.

*

Čeněk Kohlmann: MATEMATIKA VE SDĚLOVACÍ TECHNICE. Vydalo Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1960, ve 2. zcela přepracovaném a doplněném vydání. Stran 1128, obrázků 229, cena váz. výtisku Kčs 70,—.

Tato příručka obsahuje v přehledu elementární matematiku, základy diferenciálního a integrálního počtu a diferenciální rovnice doplněné maticovým a vektorovým počtem a teorií funkcí komplexní proměnné. Je určena technikům v elektrotechnickém průmyslu a absolventům průmyslových a vysokých technických škol.

Podrobná recenze knihy vyjde v některém z příštích čísel časopisu *Aplikace matematiky*.

Redakce