# RECENSE

*Jiří Klapka*: ANALYTICKÁ GEOMETRIE. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1960, 1. vydání, 380 stran, 151 obrázků, 2200 výtisků, cena Kčs 41,—.

Kniha je schválena ministerstvem školství a kultury jako učebnice analytické geometrie a vektorové algebry pro studium na fakultách inženýrského stavitelství, architektury a pozemního stavitelství a ostatních fakultách technického směru. Dělí se na šest částí; obsah a koncepce jednotlivých částí knihy se jeví v hlavních rysech takto:

Prvá část je věnována vázanému a volnému geometrickému vektoru, součtu konečného počtu vektorů, součinu čísla a vektoru, dalším pravidlům pro počítání s vektory, vektoru obecnému a aritmetickému, afinním (rovnoběžkovým) souřadnicím bodu a vektoru na přímce, v rovině a prostoru, orientaci přímky, roviny a prostoru. Výchozími, základními pojmy jsou přitom pojem orientované úsečky čili vázaného vektoru a pojem soustavy všech navzájem rovných vázaných vektorů čili volného vektoru.

Druhá část, věnovaná rovinné a prostorové afinní geometrii lineárních útvarů, studuje parametrické rovnice přímky v rovině a prostoru, dělicí poměr, rovnice přímky v rovině, dvojice přímek v rovině, svazky a osnovy přímek v rovině, parametrické rovnice roviny, rovnice roviny v prostoru, dvojice rovin, svazky a osnovy rovin, trojice rovin, trsy přímek a rovin. Při výkladu se vychází zpravidla od vektorového vyjádření; rozepsáním ve složky dostanou se potom výrazy klasické.

Třetí část pojednává vlastně o analytické geometrii lineárních útvarů eukleidovského prostoru. Ke studiu metrických vlastností geometrických útvarů užívá přitom součinů vektorů. Hlavní body výkladu a tím i jeho postup můžeme stručně zachytit hesly: skalární součin vektorů, kartézské souřadnice vektoru a bodu, vzdálenosti bodů a úhly vektorů, rovnice přímky a roviny v kartézských souřadnicích, vzdálenost bodu od přímky (roviny), vektorový součin, součiny tří nebo čtyř vektorů, objem rovnoběžnostěnu, transformace kartézských souřadnic, polární souřadnice v rovině, semipolární a polární (sférické) souřadnice v prostoru, základní věty sférické trigonometrie.

Ve čtvrté části se probírají především kuželosečky, dále pak některé algebraické křivky vyšších stupňů a některé křivky transcendentní. Výklad o kuželosečkách se začíná odvozením normálních rovnic kuželoseček (z elementárních definic kuželoseček) a vrcholí rozborem rovnice druhého stupně ve dvou proměnných a jejím uvedením na normální tvary (užitím transformací souřadnic). Z algebraických křivek vyšších stupňů a křivek transcendentních jsou probírány jednak technicky důležité křivky jako Bernoulliho lemniskáta, kubická a semikubická parabola, cyklické křivky, spirály, jednak křivky užívané při aplikacích diferenciálního a integrálního počtu jako Descartesův list, kruhová evolventa atd.

Část pátá se zabývá plochami druhého stupně, plochami rotačními a některými důležitými plochami přímkovými (speciálně konoidy). Regulární kvadriky se přitom studují na základě normálních tvarů svých rovnic (neprovádí se úplný rozbor rovnice druhého stupně ve třech proměnných). U kuželových a válcových ploch (i nekvadratických) se naproti tomu odvozují rovnice jak pro polohy obecné, tak pro polohy zvláštní. Totéž lze říci o rovnicích ploch rotačních a uvedených ploch přímkových.

Šestá část jedná o determinantech, maticích a jejich užití při řešení soustavy lineárních rovnic (homogenních i nehomogenních). Je míněna jako nutný (stručný) doplněk pro ty čtenáře, kteří neslyšeli výklady o algebře, uváděné v přednáškách na technických fakultách.

Při hodnocení Klapkovy knihy dívejme se na ni: 1. s hlediska požadavků kladených na učebnici určenou pro fakulty technického směru, 2. s hlediska koncepce a metody, 3. s hlediska zařazení mezi knihami o analytické geometrii.

Ad 1: Výklad, promyšleně se zříkaje axiomatického pojetí, navazuje na vědomosti získané na jedenáctiletce. Názornost, srozumitelnost a aplikabilita vyložené látky je plánovitě posilována přehlednými obrázky, celou řadou v textu řešených příkladů a mnoha vhodně a rozmanitě volenými cvičeními s udanými výsledky resp. pokyny k řešení. Metodika výkladu je pečlivě promýšlena se zřetelem k udržení zájmu studenta-technika o matematiku, se zřetelem k vyučování technickým disciplinám a se zřetelem k řešení technických problémů. (Viz např. na vhodných místech uvedené příklady z fysiky, technicky i jinak důležité křivky v části čtvrté, plochy rotační a některé důležité plochy přímkové v části páté, základní věty sférické trigonometrie v části třetí apod.) Při označování bodů, vektorů a jejich souřadnic, zavádění nových názvů apod. jsou správně respektovány zvyklosti vžité ve vyučování jiným předmětům na technických fakultách.

Ad 2: Koncepce knihy, vyrůstající vhodně z výsledků synthetické geometrie (známých ze střední školy), vrcholí v promyšleném a přiměřeným způsobem prováděném seznamování s novými myšlenkami obsaženými v moderní literatuře o analytické geometrii. (Viz např. partie jednající o vektorových prostorech, orientaci base vektorového prostoru, determinantu přechodu apod.) Po stránce metodické užívá kniha podstatně, s důslednou domyšleností a geometrickou názorností prostředků vektorové algebry.

Ad 3: Skutečnosti uvedené v 1 a 2 charakterisují jasně Klapkovu knihu jako velmi dobrou a mnohostranně užitečnou vysokoškolskou učebnici, která bezesporu zaujme významné místo mezi učebnicemi analytické geometrie psanými pro technické fakulty.

Závěrem je třeba se zmínit o názorných obrázcích a pečlivém vydání knihy Státním nakladatelstvím technické literatury v Praze.

*Zdeněk Vančura*, Praha

*M. Miller*: VARIATIONSRECHNUNG. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1959, 133 stran, 23 obr.

Knížka Millerova je elementárním úvodem do variačního počtu v rozsahu potřebném pro pracovníky v exaktních a technických vědách, kteří používají matematiky jako pomocného aparátu ve své problematice. Metoda výkladu a způsob odvozování jednotlivých poznatků je volen tak, aby čtenář, který je obeznámen se základními poznatky z diferenciálního a integrálního počtu a s elementární teorií diferenciálních rovnic, mohl bez obtíží sledovat text i výpočet. Klasickými obvyklými metodami vykládá autor teorii a postup výpočtů pro nejběžnější kategorie variačních problémů ve snaze podat teorii ve srozumitelné stručné formě s dodržováním matematické exaktnosti; vykládá především metodu výpočtu pro různé typy variačních úloh. Velká řada do konce propočtených příkladů učí čtenáře bezprostřední aplikaci odvozených teoretických výsledků. To je právě velká výhoda této elementární učebnice variačního počtu, která je určena těm, kteří se ve své vlastní problematice setkávají s konkrétními variačními problémy.

Způsob a výklad problematiky je obdobný postupu jiných učebnic elementárních metod variačního počtu.

První kapitola zasvěcuje čtenáře do problematiky variačního počtu. Velmi stručně seznamuje se tu čtenář s pojmem funkcionálu a extrému funkcionálu v porovnání s pojmem funkce a jejího extrému. Tato úvodní kapitola obsahuje též základní pomocnou větu elementárního variačního počtu, která je velmi důležitá při odvozování rovnic extrémál při jednotlivých typech variačních úloh.

Na začátku kapitoly druhé je ve stručnosti odvozena Eulerova diferenciální rovnice pro nejjednodušší případ funkcionálu s pevnými a volnými konci a odvozeny podmínky transversality. Vhodně volené jednoduché i obtížnější příklady (podrobně propočtené) objasňují nejen předchozí teorii, ale upozorňují též čtenáře na různé detaily, které se mohou vyskytnout v konkrétních případech a které nejsou teorií podchyceny. Pojem totální a prvé variace nejjednoduššího funkcionálu je zde vysvětlen se stručností postačující pouze k porozumění dalšího textu teorie. Po objasnění pojmů slabých a silných extrémů jsou diskutovány nutné a postačující podmínky pro extrém nejjednoduššího funkcionálu. Tak, jak je obvyklé v jiných učebnicích, jsou v dalším uvedeny nutné podmínky pro extrém funkcionálu závislého na vyšších derivacích hledané funkce a je odvozena Euler-Poissonova rovnice. Po stručné teorii variačních problémů s více proměnnými a vícedimensionálních variačních problémů je zařazen obsáhlejší text o variačních úlohách v parametrickém tvaru pro případ křivek rovinných a prostorových. Také zde jsou ve stručnosti odvozeny podmínky transversality. Stať o Hamiltonově principu uzavírá pak druhou kapitolu, která je nasycena cennými instruktivními příklady za každým typem variační úlohy.

V kapitole třetí je formulován isoperimetrický problém a ve stručnosti vysvětlena a zdůvodněna metoda jeho řešení. Na deseti vhodně volených a úplně propočtených příkladech je postup výpočtu tohoto problému čtenáři velmi přiblížen. Velmi málo pozornosti je zde věnováno variačnímu problému s vedlejšími holonomními podmínkami. Kapitolu třetí uzavírá rozbor pojmu geodetických čar plochy s hlediska variačního počtu.

Přímé metody řešení variačních úloh (Eulerova, Ritzova a řešení pomocí Fourierových řad) jsou stručně vysvětleny v kapitole čtvrté a předvedeny na příkladech. Konečně poslední kapitola pátá orientuje čtenáře jen o tom, jak lze v některých případech převést okrajové problémy z diferenciálních rovnic na problémy variační.

Při hodnocení této knížky o elementárním variačním počtu je třeba vyjít z faktu, že byla sepsána pro nematematiky, kteří užívají klasických početních metod nebo budou jich užívat při tvořivé práci ve svém oboru. Více než polovina knížky je zaplněna propočtenými příklady. Je tedy s tohoto hlediska knížka elementární učebnicí klasických variačních metod a dobře poslouží těm, kterým je určena. Knížka je též vhodná pro studenty těch technických oborů, které vyžadují širší matematické vzdělání. Matematik a teoretický fysik musí být shovívavý při jejím posuzování: autor ve snaze po velké stručnosti nepodává ucelenou teorii. Jasně však formuluje předpoklady a závěry. Bohužel je tato snaha po stručnosti mnohdy na úkor porozumění — především v důkazech jednotlivých tvrzení. Řada formulí by měla být přece jen blíže zdůvodněna. Také některé tiskové chyby ve formulích mohou čtenáře zmást.

Vcelku je možno říci, že knížka splní dobře ten účel, za kterým byla sepsána, tj. je vhodnou pomůckou pro ty, kdo mají přání brzy a dobře se seznámit s početními metodami při řešení klasických variačních úloh.

*František Nožička*, Praha

*L. Rédei*: ALGEBRA, I. díl. Lipsko, Akademische Verlagsgesellschaft, Geest & Portig K.-G., 1959, XV, 797 str. Přepracovaný a rozšířený překlad z maďarštiny pořízený autorem. Originál vyšel r. 1954.

Jak říká autor v předmluvě, nevyžadují se ke studiu knihy žádné zvláštní předběžné vědomosti až na znalost přirozených čísel a k tomu jisté obratnosti v matematickém myšlení, kterou má posluchač matematiky již v druhém semestru studia na vysoké škole. Radil bych však, aby posluchači matematiky přistoupili ke studiu knihy k doplnění svých vědomostí z algebry až po prostudování elementárnějších učebnic, jako je např. Algebra Kořínkova nebo Kurošova. Autor je senior úspěšné algebraické školy maďarské. Při zpracování látky užil prací svých i prací svých žáků, takže i pokročilému čtenáři může kniha poskytnout dobré služby. Vedle věcí zcela nových najde v ní zajímavý výklad i věcí již známých.

Na konci mnohých paragrafů jsou připojeny příklady a úlohy, namnoze velmi sugestivní, a také uvedeny některé neřešené problémy. Dosti příkladů je obsaženo i v textu, aby sloužily k lepšímu porozumění látce.

*Co je algebra*, vysvětluje autor v předmluvě: Algebra začala početními výkony, které lze provádět v množině přirozených čísel. V dalším rozvoji vznikly i jiné příklady výkonů, ještě dříve než vzniklo uvědomění, že je lze pojímat z jednotného hlediska a značně je zobecnit. V každé množině lze výkony definovat tak, že každé dvojici prvků z množiny přiřadíme prvek z ní a množinu s těmito výkony nazveme pak strukturou. Algebra se zabývá zkoumáním takových struktur.

Toto vymezení oboru bádání algebry vyžaduje však dvojího omezení. Jedno z nich záleží v tom, že se zkoumají ze všech myslitelných výkonů pouze výkony důležité pro praxi. Těmi jsou především výkony asociativní, na něž se tudíž kniha omezuje, jako ostatně většina učebnic algebry. Neasociativní výkony se budou vyskytovat jen jako pojmy pomocné.

Principiální význam má však ta modifikace pojmu algebry, která vznikne z poznatku, že není třeba přihlížet k podstatě prvků struktur. Přesnou formulaci tohoto pojmu vděčíme geniu Ernsta Steinitze, který svou prací „Algebraische Theorie der Körper" (1910) vytyčil směr algebraickému bádání tím, že zavedl „princip izomorfismu", podle kterého se považují izomorfní struktury za v podstatě rovné. Tak vytvořil v algebře cosi podobného jako Felix Klein v geometrii svým „Erlangským programem".

Proberu nyní obsah knihy, ovšem jen v heslech, a to tak, že budu upozorňovat hlavně na věci, které se nevyskytují v jiných algebrách.

Kapitola I. *Úvod do teorie množin.* Jedná se tu také o zobrazeních, o rozděleních v třídy a o ekvivalenci, o množinách uspořádaných a dobře uspořádaných. Při této příležitosti nazývá autor větu známou pod jménem Zornovo lema lematem Kuratowského-Zornovým, poněvadž ji K. Kuratowski dříve uveřejnil. Ovšem na význam této věty v algebře upozornil M. Zorn.

Kapitola II. *Struktury* (u Bourbakiho algebraické struktury). Nejprve jsou definovány výkony a operátory v množině, pak probrány nejdůležitější struktury: pologrupy, grupy, moduly, okruhy, kosotělesa, tělesa (a na konci kapitoly svazy). Následuje definice podstruktury a nadstruktury (rozšíření struktury), pak vytčeny některé důležité podstruktury, jako např. podstruktury Frattiniho. O komplexech se jedná jako o zobecnění podstruktur. Pak jsou uvedeny definice izomorfismu a homomorfismu a pojmů z nich odvozených. Také se tu mluví o různých způsobech konstrukce struktur, nejprve jako nadstruktur k dané struktuře. To jsou např. podílové struktury. Z více struktur jsou např. sestrojeny součiny struktur a jejich nejdůležitější použití, direktní součiny a součty. Vždy se zdůrazňuje analogie mezi různými strukturami. Aby se analogie mezi grupami a okruhy co nejvíce rozšířila, zavádějí se dvojice zobrazení okruhu v sebe, tzv. dvojné homotetismy. V této kapitole se také jedná o volných strukturách a o strukturách definovaných rovnicemi, o reprezentaci grup pomocí grup permutačních a o grupě alternující. Je tu také umístěna věta Schreierova a věta Jordanova-Hölderova. Lema Zassenhausovo přitom užívané je doplněno explicitním udáním izomorfismů, které se v něm vyskytují.

Kapitola III. *Operátorové struktury.* Po obecných úvahách se uvažuje o operátorových grupách, modulech a okruzích. Je uvedena věta Remakova-Krullova-Schmidtova. Pak je promluveno o vektorových prostorech, dvojných vektorových prostorech, o algebrách a dvojných algebrách. Jako příklady jsou uvedeny křížové součiny (u E. NOETHEROVÉ „Verschränkte Produkte", zde však obecněji) a monomiální okruhy. Dále se mluví o polynomových okruzích, lineárních zobrazeních, maticových okruzích, lineárních grupách a alternujících okruzích, které slouží k definici determinantů a odvození jejich vlastností. Cramerovo pravidlo je vyřčeno i pro komutativní okruhy s jednotkou, v nichž mohou být i dělitelé nuly. Je definován charakteristický mnohočlen matice, normy a stopy algeber. Konečně je promluveno o komplexních a kvaternionových okruzích.

Kapitola IV. *Dělitelnost v okruzích.* V předešlých dvou kapitolách se jednalo o různých strukturách z obecného hlediska. Nyní se autor začne zabývat zvláštními vlastnostmi struktur. Při otázkách dělitelnosti se neomezuje jen na komutativní okruhy. Pojednává o okruzích s hlavními ideály a o euklidovských okruzích. Je uvedena věta Szendreiova o možnosti rozšíření okruhu bez dělitelů nuly na podobný okruh s jednotkovým prvkem. Dále se tu mluví o polynomových okruzích nad kosotělesy. Konečně je obšírně pojednáno o okruzích celých kvaternionů.

Kapitola V. *Konečné Abelovy grupy.* Jsou uvedeny hlavní věty o nich a o jejich charakterech a je vyslovena věta Hajósova a její zpřesnění. Dále následuje rozšíření Möbiova vzorce na Abelovy grupy a jako zobecnění vzorec Möbiův-Delsarteův. Pojednáno je o zavedení zetafunkcí pro konečné Abelovy grupy. Kapitola končí statí o grupě zbytkových tříd mod $m$ nesoudělných s $m$ a o primitivních číslech mod $m$.

Kapitola VI. *Operátorové moduly.* Tato teorie se obvykle nazývá lineární algebrou. Jsou uvedeny nejprve základní věty o determinantních a elementárních dělitelích. Následuje důkaz hlavní věty o Abelových grupách s konečným počtem vytvořujících prvků. V dalších paragrafech se mluví o lineární závislosti v kosotělesech, ve vektorových prostorech a o lineárních soustavách rovnic v nich. Tu je uvedena Kroneckerova věta o hodnosti, Schurovo lema, Chevalleyova-Jacobsonova věta o hustotě a konečně strukturové věty Wedderburnovy-Artinovy.

Kapitola VII. *Nekomutativní okruhy mnohočlenové.* Tato kapitola obsahuje řadu známých vět o mnohočlenech, vzorce Newtonovy a Waringovy, pro něž je podáno nové odvození, a Hilbertovu větu o bázi. Dále jsou uvedeny dvě věty, Szekeresova a Kroneckerova-Henselova, poskytující efektivní určení všech ideálů z $R[x]$, kde $R$ je okruh s hlavními ideály. Konečně následují paragrafy jednající o Tschirnhausových transformacích ideálů a o okruzích, které lze vytvořit jedním prvkem.

Kapitola VIII. *Teorie těles.* V této kapitole je vyvinuta Steinitzova klasická teorie těles. Je odvozena determinantní věta Königova-Radosova o počtu různých kořenů mnohočlenu nad konečným tělesem, věta Wedderburnova o konečných kosotělesech, několik vět o mnohočlenech cyklotomických, platných i pro prvočíselnou charakteristiku. Dále je pojednáno o Oreových mnohočlenových okruzích. Konečně je pak dokázána existence normální báze pro konečná tělesa.

Kapitola IX. *Uspořádané struktury.* V tělese racionálních čísel je možno zavést pořádkovou relaci $<$ ryze algebraicky, tj. pomocí výkonů platných v tomto tělese. Rozšířením je věta Artinova-Schreierova a věty Szeleho a Johnsonova pro kosotělesa resp. okruhy. Na konec je tu promluveno o uspořádáních archimedovských a nearchimedovských a o absolutní hodnotě v uspořádaných strukturách.

Kapitola X. *Ohodnocená tělesa.* J. KÜRSCHÁK (1913), veden Henselovou teorií $p$-adických čísel, rozšířil pojem absolutní hodnoty a dal tak vznik teorii ohodnocení pro tělesa, což je velmi důležitá kapitola algebry s širokou možností použití. Autor nejprve definuje ohodnocení tělesa, takže hodnoty jsou prvky z uspořádaného tělesa („tělesa hodnot"), definuje pokračování ohodnocení, konvergentní posloupnosti a limity, jakož i pojem perfektního[1]) tělesa, a podává sestrojení perfektního[1]) obalu ohodnoceného tělesa. V této souvislosti je sestrojeno těleso čísel reálných a pak i komplexních. V dalším se předpokládá, že těleso hodnot je tělesem čísel reálných a zavedeno pak ohodnocení exponentové, diskretní a $\mathfrak{p}$-adické. Jsou uvedeny obě věty Ostrowského, a jako příprava pro další, lema Henselovo. Dále je tu podáno pokračování reálných perfektních ohodnocení nejprve při rozšíření konečného stupně, pak při algebraickém rozšíření. Konečně se uvažuje o reálných ohodnoceních číselných těles konečného stupně a o reálných ohodnoceních jednoduchých transcendentních rozšířeních těles.

Kapitola XI. *Teorie Galoisova.* Nejprve je dokázána základní věta této teorie. Následuje důkaz věty Stickelbergovy pro konečná tělesa; té je pak užito k důkazu zákona reciprocity (podle Mirimanova a Hensela). Pak je pojednáno o tělesech cyklotomických a cyklických, o rovnicích řešitelných (odmocninami) a o neřešitelnosti (odmocninami) obecných rovnic stupně $\geqq 5$. Zde jsou odvozeny vzorce pro řešení rovnic druhého, třetího a čtvrtého stupně a u rovnic třetího a čtvrtého stupně nad konečným tělesem $K$ stanoveny podmínky, kdy mají kořeny v $K$ a jejich počet v $K$. V obvyklém rozsahu se pojednává o sestrojitelnosti kořenů pravítkem a kružítkem, po čemž následuje zajímavý paragraf o význačných bodech v trojúhelníku. Konečně se uvažuje o určení Galoisovy grupy k dané rovnici a o normálních bázích.

Kapitola XII. *Konečné jednostupňové nekomutativní struktury.* Jednostupňové nekomutativní struktury jsou struktury, u nichž všechny vlastní podstruktnry jsou komutativní. Je tu podána teorie takových struktur pro případ konečných grup, okruhů a pologrup, pocházející od autora knihy.

*Karel Rychlík*, Praha

*Wacław Sierpiński*: O STU PROSTYCH, ALE TRUDNYCH ZAGADNIENIACH ARYTMETYKI. — Z POGRANICZA GEOMETRII I ARYTMETYKI. S dodatkem *A. Mąkowského*: Przypisy do Stu prostych, ale trudnych zagadnień arytmetyki. Vydavatel Państwowe zakłady wydawnictw szkolnych, Warszawa 1959, 80 stran, 4 obr., cena zl. 9,—.

Novou knížku W. Sierpińského je možno rozdělit do tří zhruba stejně rozsáhlých částí:

Část první má název „O stu prostych, ale trudnych zagadnieniach arytmetyki". Autor sem zařadil sto aritmetických úloh, které je možno formulovat přístupně i pro naprostého laika, z nichž většina však dosud čeká na své řešení. Nerozřešené problémy třídí Sierpiński do dvou skupin. Do první se řadí ty úlohy, pro něž je (teoreticky) známa metoda řešení; mohli bychom je např. rozřešit složitými výpočty, ale tyto výpočty jsou tak pracné a zdlouhavé, že je dosud neumíme provést ani s použitím nejmodernějších počítacích strojů. Do druhé skupiny spadají ty nerozřešené aritmetické problémy, pro něž není známa žádná metoda, která by (třebas i po velmi dlouhých výpočtech dnešní technikou nezvládnutelných) vedla k jejich řešení. Příkladem úlohy patřící do první skupiny je otázka najít rozklad v prvočinitele čísla $2^{101} - 1$. Do druhé skupiny patřil do nedávna např. problém J. CULLENA, zda pro každé přirozené číslo $n > 1$ je číslo $n \cdot 2^n + 1$ složené. Tato otázka byla zodpověděna teprve nedávno zjištěním, že číslo $141 \cdot 2^{141} + 1$ je prvočíslem.

Stovka problémů, s kterou zde Sierpiński seznamuje své čtenáře, je popsána velmi přístupně a předběžné znalosti potřebné pro četbu této části spisku jsou minimální (tak např. i pojem faktoriálu je tu definován). Náplň problémů je dosti různorodá: Čtenář se

[1]) Podle terminologie obvyklé v topologii by bylo lépe užít slova úplný (vollständig).

seznámí s čísly Fermatovými[1]) a Mersenneovými, s prvočíselnými dvojčaty, se slavnou větou Dirichletovou o prvočíslech v aritmetické posloupnosti, s dokonalými čísly, s Waringovým problémem apod., je ovšem věnována pozornost také novější číselněteoretické problematice a některým výsledkům, k nimž dospěli v poslední době polští matematikové. Tak např. byla položena tato otázka:

Sestavíme-li (při daném přirozeném čísle $n > 1$) čísla $1, 2, 3, \ldots, n^2$ do tabulky

$$\begin{array}{llll} 1, & 2, & 3, \ldots, & n, \\ n+1, & n+2, \ldots & \ldots, & 2n, \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ n^2-n+1, & \ldots\ldots & \ldots, & n^2, \end{array}$$

máme rozhodnout, zda každý z $n$ řádků tohoto schématu obsahuje alespoň jedno prvočíslo. Polský matematik A. SCHINZEL zjistil, že pro všechna $n \leq 3000$ je uvedené tvrzení správné. Důkazy a literární odkazy v této části knížky nejsou uvedeny; těm je věnována závěrečná část knihy, jejímž autorem je A. MĄKOWSKI.

Druhá část knihy má název „Z pogranicza geometrii i arytmetyki". Množina mřížových bodů v rovině byla studována již mnoha autory, zde se však seznamujeme zejména s novější problematikou tohoto zajímavého oboru matematiky. H. STEINHAUS položil před časem otázku, zda ke každému přirozenému číslu $n$ existuje v dané rovině s mřížovými body kružnice, jejíž vnitřek obsahuje právě $n$ mřížových bodů. Odpověď na otázku je kladná a elementární důkaz, který Sierpiński ve své knížce uvádí, plyne snadno z tohoto lemmatu: *Každá kružnice o středu v bodě* $(\sqrt{2}, \frac{1}{3})$ *prochází nejvýše jedním mřížovým bodem.*

Z obdobné tematiky, kterou zde autor dále popisuje, uveďme ještě alespoň tuto větu (dokázanou A. Schinzelem): Ke každému přirozenému číslu $n$ existuje v rovině kružnice, která prochází právě $n$ mřížovými body. Informativním způsobem (většinou bez důkazů) si druhá část publikace všímá též množiny všech bodů v rovině, jejichž obě souřadnice jsou racionální čísla.

Na dvaceti stránkách závěrečné třetí části uvádí A. Mąkowski některé literární odkazy k první části knížky, místy s obšírnějším komentářem a s elementárními důkazy některých tvrzení.

V knížce není výslovně uvedeno, komu je spis určen; z celkového zpracování je však patrné, že tuto publikaci může číst velmi široký okruh čtenářů. Okolnost, že se A. Mąkowski ve své části zmiňuje o Matematické olympiádě, ukazuje též, že nejvíce čtenářů najde tato zajímavá kniha patrně mezi mládeží.

*Jiří Sedláček*, Praha

## DALŠÍ VYDANÉ KNIHY

*Jiří Hořejší:* SBÍRKA ÚLOH Z DYNAMIKY. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1960, 244 stran, 170 obr., cena Kčs 24,30.

Tato sbírka úloh navazuje na knihu akademika V. DAŠKA „Dynamika"; je určena především posluchačům fakult inženýrského stavitelství a strojního oboru a pak také konstruktérům v projektových závodech.

Podrobné zhodnocení knihy najde čtenář v některém z příštích čísel časopisu Aplikace matematiky.

*

[1]) Je zde uvedeno 35 hodnot $n$, pro něž je $2^{2^n} + 1$ číslem složeným. V této souvislosti stojí za zmínku poznámka v KOŘÍNKOVÝCH „Základech algebry" z r. 1953, kde se na str. 463 praví: Dosud není známo, zda vůbec pro nějaká $h > 6$ číslo tvaru $p = 2^{2^h} + 1$ je nebo není prvočíslem.

*Alois Bura:* MATEMATICKO-STATISTICKÉ VÝRAZY POUŽÍVANÉ V ZEMĚDĚLSKÉM VÝZKUMNICTVÍ. Československá akademie zemědělských věd, Praha 1958; cyklostyl. výtisk, 61 stran.

Knížka obsahuje šestijazyčný slovníček (rusko-český, polsko-český, anglicko-český, německo-český, francouzsko-český) odborných statistických termínů a je určena jednak pracovníkům v zemědělském výzkumu jako pomůcka při studiu cizí literatury, jednak překladatelům cizojazyčných děl příslušného oboru. Zájemci mohou slovníček obdržet zdarma přímo v Československé akademii zemědělských věd, Praha 12, Slezská 7.

*

*Alois Urban:* TRIGONOMETRIE, 3. vydání. Nakladatelství ČSAV, 1960, str. 200, obr. 104, cena brož. výt. Kčs 13,10.

Kniha seznamuje čtenáře s vlastnostmi goniometrických funkcí a jejich užitím na řešení rovinných trojúhelníků s praktickým zaměřením. Proti předchozím vydání je tu připojen odstavec o jednoduchých goniometrických rovnicích. Kniha je určena absolventům osmiletých středních škol, kteří chtějí dále studovat už bez učitele.

Recensi 2. vydání této knihy najde čtenář v Časopise pro pěstování matematiky *79*, 1954, 176—177.

*

SBORNÍK VYSOKÉ ŠKOLY DOPRAVNÍ — FAKULTA PROVOZU A EKONOMIKY DOPRAVY, II. Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1960, stran 242, cena brož. výtisku Kčs 17,20.

Vydaný sborník obsahuje práce z oboru matematiky a fysiky sepsané učiteli Vysoké školy dopravní. Každý článek je doprovázen třemi cizojazyčnými résumé.

Obsah: *Milada Antropiusová,* Osvětlení v cylindrické perspektivě (10 obrazů). — *Josef Brabec,* Kvantový zákon souhlasných stavů (3 obrazy). — *Jaroslav Hylán,* Konstrukce společných tečen kružnice a soustředné elipsy nebo hyperboly (2 obrazy). — *Josef Korous,* O jistém zobecnění Hermitových polynomů. — *Rudolf Langhammer,* O funkcích, kterých lze užít při interpolaci na mnohoúhelníkových sítích (6 obrazů). — *Jaroslav Růžička,* O přerovnávání řad (1 obraz). — *Emilie Ryšanová,* Poznámka k eliptickému pohybu (8 obrazů). — *Ladislav Špaček* a *Miloslava Špačková,* Příspěvek k teorii magnetických domén povrchových vrstev a pokus o řešení variačního problému energie labyrintové struktury (20 obrazů).

*

*K. Otto, S. Woyna-Pantschenko*: SBÍRKA MATEMATICKÝCH ÚLOH ZE STAVEBNICTVÍ. Z německého originálu přeložil inž. *Z. Režný.* Stát. nakladatelství technické literatury, Praha 1960, stran 308, obr. 204, cena Kčs 26,—.

Kniha obsahuje matematické úlohy s výsledky, zaměřené na stavební technickou praxi. Je určena jako doplněk k učebnicím matematiky pro studující průmyslových škol a technické pracovníky ve stavebnictví.

*

*Karel Havlíček* a kolektiv: CESTY MODERNÍ MATEMATIKY. Vyd. Orbis Praha 1960 jako 15. svazek „Malé moderní encyklopedie"; stran 182, obrázků 27, cena brož. výt. Kčs 8,—.

Knížka obsahuje úvod a 12 kapitol: Úvod. Matematika a život (*K. Havlíček*), 1. Pracovní metody matematiky (*L. Koubek*), 2. Základy teorie množin (*L. Koubek*), 3. O moderní algebře (*K. Drbohlav*), 4. O algebraických rovnicích (*K. Drbohlav*), 5. Vícerozměrné prostory (*K. Havlíček*), 6. O geometrii v zakřivených prostorech (*K. Havlíček*), 7. O neeuklidovské geometrii (*K. Havlíček*), 8. Z teorie pravděpodobnosti (*F. Fabian*), 9. Matematická statistika (*F. Fabian*), 10. O logaritmech a logaritmických tabulkách (*J. Sedláček*), 11. Nerovnosti a jejich důležitost v dnešní matematice (*J. Sedláček*), 12. Matematika včera a dnes (*L. Nový*). Je dále připojeno encyklopedické heslo: Matematika (*K. Havlíček*), dodatek o autorech, literatura a rejstřík.

V knížce je podán výklad některých problémů dnešní matematiky pro čtenáře, kteří nejsou odborníky a přece chtějí nebo potřebují se s těmito problémy seznámit.

*Redakce*