

## Úlohy a problémy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 84 (1959), No. 3, 374

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117316>

### Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1959

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ÚLOHY A PROBLÉMY

**K problému č. 1** položenému JANEM MAŘÍKEM v Časopise pro pěstování matematiky roč. 84 (1959), str. 105:

Buď  $Y$   $K$ -lineál, který je zároveň Banachovým (tj. úplným normovaným lineárním) prostorem s normou  $\varphi$ . Předpokládejme, že

$$\varphi(a) = \varphi(|a|) \tag{1}$$

pro každé  $a \in Y$ . Rozhodněte, zda platí implikace

$$a, b \in Y, \quad 0 \leq a \leq b \Rightarrow \varphi(a) \leq \varphi(b). \tag{2}$$

Odpověď na položenou otázku je záporná. Příklad: Nech  $Y$  je  $K$ -lineál, popísaný v prvom odseku na str. 41 knihy Л. В. Канторович, Б. З. Булих, А. Г. Пинскер: Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах, Москва-Ленинград 1950 ( $Y$  je množina všetkých dvojíc reálnych čísel a vzťah  $(x, y) > 0$  platí práve vtedy, keď je alebo  $x > 0$  alebo  $x = 0, y > 0$ ). Pre  $(x, y) \in Y$  položme  $\varphi((x, y)) = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ . Potom  $Y$  je Banachov priestor s normou  $\varphi$ . Pre  $Y$  platí vzťah (1) z citovaného problému, neplatí však (2), keďže je napr. pre  $a = (0, 2), b = (1, 0)$   $0 < a < b, \varphi(b) < \varphi(a)$ .

Poznámka. Týmto príkladom nie je problém rozriešený pre archimedovské  $K$ -lineály. Ján Jakubík, Košice

4. Řešte problém č. 1 pro archimedovské  $K$ -lineály (viz předcházející text).

Jan Mařík, Praha.

\*

5. Buďte  $P, Q$  spojité funkce ve čtverci  $\langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$ . Necht pro všechna  $[x, y] \in (0, 1) \times (0, 1)$  existují konečné derivace  $\frac{\partial Q(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial P(x, y)}{\partial y}$  a jsou si rovny. Rozhodněte, zda potom platí

$$\int_0^1 (P(x, 1) - P(x, 0)) dx = \int_0^1 (Q(1, y) - Q(0, y)) dy. \tag{*}$$

Poznámka. V práci Г. П. Толстов: О криволинейном и повторном интеграле, Труды мат. инст. В. А. Стеклова, XXXV, М. — Л. 1950, je dokázáno, že (\*) platí, jestliže existují též konečné derivace  $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial Q}{\partial y}$ .

Jan Mařík, Praha.