RECENSE

Václav Hruška: **Počet grafický a grafickomechanický.** Přírodovědecké vydavatelství v Praze, 1952, 1072 stran, 573 obrazců, 2 přílohy.

Obsahově je tato objemná kniha rozdělena na pět tematických celků, tvořících pět kapitol (nepočítáme-li Úvod a Dodatky začleněné také jako samostatné kapitoly), které jsou charakterisovány názvy: Aritmetika a algebra, Funkce jedné proměnné, Nomografie, Analysa a Mechanické pomůcky grafického počítání.

Po úvodních připomínkách (kap. I), které se převážně zabývají kreslicími pomůckami a přístroji (pantografy, affinografy, parabolografy, elipsografy a koordinátografy) následuje grafická aritmetika (kap. II). Geometrické konstrukce součtu, součinu a podílu dvou čísel jsou aplikovány při řešení soustav lineárních rovnic a algebraických rovnic vyšších stupňů (Lillovy ortogony).

V kapitole III se popisují různé obraty, jichž se používá v grafickém počítání, při geometrickém zobrazování funkce $y = f(x)$ tak, aby se získaly grafy výpočtové, t. j. takové, kde nákres funkce $f(x)$ umožňuje k hodnotám argumentu x odčítat příslušné funkční hodnoty $f(x)$. Použití funkčních stupnic na osách souřadnicových vede k pojmu grafického papíru, na němž určité typy funkcí se zobrazují jako přímky. Při zobrazování grafu na papíře milimetrovém jsou ukázány některé užitečné geometrické konstrukce usnadňující pořízení nákresu, jako je na př. konstrukce zvaná transformace úsečkou, umožňující velmi prostě sestrojit z nákresu funkce $f(x)$ graf funkce $x \,.\, f(x)$, případně $\frac{f(x)}{x}$ (vhodnější název transformace by byl transformace argumentem). Aplikace transformace úsečkou je rozvedena u grafu mnohočlenu, jehož určení je dáno polohou bodů, tečen, příp. oskulačních kružnic (běží o geometrickou konstrukci interpolace mnohočlenem). Z grafických papírů je vyložen dále papír logaritmický, semilogaritmický a sinový. Konstrukci funkčních stupnic je věnována velká pozornost. Třeba však poznamenat, že tento stěžejní nomografický útvar zde není přesně definován a jeho přibližný popis je neúplný. Popis konstrukce nákresu funkční stupnice je uzavřen nevýstižnou větou: „Obdržíme tím řadu bodů takovou, jako v obr. 87, kterou nazýváme stupnicí funkce $y = f(x)$." (str. 164). Z toho by vyplývalo, že stupnici tvoří pouze dělicí body a že ostatní body na nositelce stupnice, jimž jsou přiřazena čísla z intervalu (který je uvažován) $a \leqq x \leqq b$ (kromě dělicích), ke stupnici nepatří. Kdyby tomu tak bylo, ztrácel by smysl čl. 332 „o interpolaci v stupnici".

Stěžejní kapitola knihy (kap. IV), tvořící téměř polovinu rozsahu, se nazývá nomografií. V oddíle A je pojednáno o průsečíkových nomogramech, v oddíle B o spojnicových nomogramech, v oddíle C o nomogramech s průsvitkami a v oddíle D o anamorfose; oddíl E je nazván „Závěr nomografie".

Při výkladu průsečíkového nomogramu vztahu o třech proměnných $F(x, y, z) = 0$ jsou v této rovnici proměnné x, y, z substituovány parametry ξ, η, ζ a vzniklá rovnice je interpretována jako rovnice plochy. Průsečné křivky — vrstevnice — této plochy s rovinami $\zeta = k$ (k je parametr) jsou promítány do roviny $\zeta = 0$. Tento postup výkladu je sice historicky oprávněn, neboť ukazuje původ této zobrazovací metody, ale je na tolik svízelný, že jej autor opouští, jakmile je nucen vysvětlovat náročnější zobrazovací obraty.

Jak bývá užitečným zvykem v příručkách o nomografii, je také v této knize na témž příkladě vztahu $F(x, y, z) = 0$ demonstrováno několik postupů zobrazení (na různých grafických papírech). Výsledky jsou pak analysovány, zejména s hlediska dobré čitelnosti nákresu (t. j. možnosti odčítat kóty přiřazené geometrickým elementům). Zvláštní pozornost je věnována nomogramům s trojnásobnou soustavou přímek.

Příklady, o něž se opírá výklad, jsou doprovázeny důvtipnými počtářskými obraty, které jistě potěší znalce. Některé obraty mají obecnější povahu, ale jsou tak nesnadno „objevitelné", že mají malou naději na aplikační životaschopnost (konstrukce v obr. 120).

V průsečíkových nomogramech o křivých isopletách je k výkladu použito křivočarých souřadnic, ale rušivě působí, že autor jednou pokládá za souřadnice čísla a po druhé souřadnicové křivky. Také místy najdeme určité terminologické nedůslednosti. Tak na př., přesto že na str. 218, 2 ř. sh. vybízí autor čtenáře, aby si všiml rozdílu mezi termíny „vrstevnice a jejich obrazy", užívá těchto pojmů na mnoha místech knihy zcela protichůdně.

Sdružování průsečíkových nomogramů je věnována v knize malá pozornost, ačkoliv jejich význam vynikne zejména při zobrazování vztahů o velkém počtu proměnných. Metoda sdružování s přenosnicí v knize uvedena není. Název kombinovaný, místo sdružený, lze pokládat za málo vhodný.

V oddíle B je „definice" spojnicového nomogramu „popisována" nepřímo použitím principu duality na průsečíkový nomogram. Přesto že je výkladu definice a základních vlastností spojnicového nomogramů věnováno 25 stránek, jsou zde místy uváděny nepodstatné podrobnosti a naproti tomu opomenuty definice základních pojmů. Dělicí bod, nositelka stupnice i sám pojem stupnice jsou vyloženy dosti neurčitě, takže čtenář si může ztěží utvořit přesnou představu o těchto základních útvarech disciplíny. Tak na př. na str. 283 se říká o nositelce stupnice: „Křivku nakreslíme z bodů, jichž obě souřadnice známe, což je teprve každý pátý nebo desátý bod křivé stupnice."

Klasifikace spojnicových nomogramů je provedena podle geometrické struktury nákresu. Počet křivých stupnic v nomogramu je nazýván rodem (podle d'Ocagne). Výklad konstrukce nomogramu začíná případem nejnáročnějším, nomogramem rodu 3 (tedy se třemi křivými stupnicemi). Pak jsou probrány nomogramy rodu 2, 1 a 0. Autor nedocenil velmi užitečnou klasifikaci nomogramů podle nomografického řádu zobrazované rovnice (podle Soreaua). Pojmu nomografického řádu věnoval pouze poznámku pod čarou (str. 620), ačkoliv právě tento pojem umožňuje velmi elegantní a přehlednou klasifikaci rovnic všech kanonických tvarů, které jsou v knize předváděny. Oba pojmy, rod i řád, jsou v nomografii velmi užitečné. O tom, že obrácený postup klasifikace by byl výkladu přirozenější, svědčí skutečnost, že autor nomogramy rodu dvě zahrnuje do článku (422), pojednávajícím o nomogramech rodu 3.

Také výklad o spojnicových nomogramech je doprovázen velmi vtipně navrženými příklady. Pro zobrazování vztahů o více proměnných než třech jsou vyloženy sdružené nomogramy (podle autora „kombinované") a tak zvané nomogramy s binárním polem. Místo názvu binární pole, ač běží o útvar dvojrozměrný, užívá autor názvu binární stupnice, přesto že binární stupnicí je ve světové literatuře označován jiný nomografický útvar. Je ovšem nepochybné, že název (binární) pole je pro zmíněný pojem výstižnější a také se v naší literatuře již vžil. Ostatně jeho vhodnost podporuje i ruský termín shodně znějící „бинарное поле". Termíny, německý das Netz a francouzský le réseau, odpovídající překladu síť, jsou výstižnější než název binární „stupnice", protože ukazují, že i grafický papír lze považovat za binární pole, ale těžko lze obhájit název, podle něhož milimetrový papír je binární stupnice.

V nomogramech o stálém úhlu indexů se ukazuje, že jde o jednoduchou metodu zobrazování vztahů o čtyř až osmi proměnných. Dotykové nomogramy uzavírají oddíl spojnicových nomogramů.

Významné metodě pro zlepšení čitelnosti nomogramů, kolineární transformaci, je věnováno nemnoho pozornosti a tak rozsah látky, který je podáván v oddíle Spojnicové nomogramy, spadá do t. zv. elementární teorie nomogramů; o t. zv. efektivních metodách Pentkovského (sítích a skeletech) a Denisjukových a nekolineárních transformacích není v knize zmínka.

V oddíle C (nomogramy s průsvitkou) — je vyložena teorie nomogramů kreslených na dvou (i více) rovinách π a π'. Pevná rovina π je nazývána podklad a pohyblivá π', která je představována průsvitným papírem, se nazývá průsvitka. Odtud název celého nákresu.

Z transformačních rovnic, kterými je vyjádřena incidence bodů A_1 a A_2 roviny π s odpovídajícími body A_1' a A_2' roviny π', jsou odvozovány kanonické tvary vztahů, které jsou zobrazitelné touto metodou. Rozlišeny jsou ty případy nomogramů, kdy π' má vzhledem k π tři, dva, případně jeden stupeň volnosti. Zavedení další průsvitky umožňuje zobrazování vztahů o velkém počtu proměnných; v knize je uvedeno schema pro rovnici o 21 proměnných. Uvedené příklady velmi pěkně ilustrují vtipné obraty při konstrukci těchto typů nomogramů.

Způsob výkladu této partie se opírá o metodu vypracovanou W. Margoulisem. Výsledky, které podal v nedávné době sovětský nomografik Něvskij lépe umožňují obsáhnout jednotící teorii všech dosavadních nomografických způsobů zobrazení; ty ovšem nemohly být autoru známy.

Podkapitola D pojednávající o anamorfose je v podstatě volným překladem pojednání Gronwallova, uveřejněného v r. 1912 v Journal de math. pures et appliquées. Ukazuje se v ní, jak se k dané rovnici sestaví dvě parciální diferenciální rovnice druhého řádu s proměnnými koeficienty a že existence společného integrálu obou rovnic rozhoduje o možnosti zobrazit danou rovnici spojnicovým nomogramem.

Kapitola V, Analysa, pojednává o metodách grafického derivování a integrování. Užití metody lichoběžníkové a Simpsonovy je demonstrováno na mnoha velmi důvtipných a promyšlených příkladech (vypracovány jsou příklady výpočtů obsahů rovinných i prostorových ploch, objemy těles rotačních i nerotačních a výpočet momentů různých řádů, a to grafickou aproximací jednoduchých i dvojnásobných integrálů).

V odst. B, Diferenciální rovnice o jednom argumentu, jsou úvodem připomenuty ve stručném a zběžném podání základní pojmy z teorie diferenciálních rovnic pro hrubou informaci. Explicitní diferenciální rovnice prvního řádu jsou řešeny metodami, které ukazují různé postupy k získání elementů směrového pole (metoda isoklin, Czuberova, Heinrichova nomografická), pomocí něhož získáváme graf funkce, který aproximuje partikulární integrál dané diferenciální rovnice. Též je uvedeno užití grafických papírů při řešení diferenciálních rovnic. Zajímavé jsou metody řešení diferenciálních rovnic vyššího řádu, kanonické soustavy diferenciálních rovnic.

Odst. C, pojednávající o grafickém řešení parciálních diferenciálních rovnic prvého a druhého řádu (i více než dvou nezávisle proměnných), je opět uváděn povšechnou informací o základních pojmech. Další úvahy jsou převážně teoretického charakteru a nejsou ilustrovány ani jediným řešeným příkladem. Způsob interpolace v soustavě isoklin, naznačený v obr. 288, je zřejmě nesprávný. Stačí nakreslit spojnici M_1M_2, aby procházela bodem M s větší vzdáleností bodů M_1, M_2 a dostaneme isoklinu m znatelně odlišnou.

Kapitola VI, Mechanické pomůcky grafického počítání, popisuje různé matematické analogové přístroje a pomůcky (t. j. taková mechanická zařízení, kde číselné vztahy jsou vyjadřovány kvantitativně analogickými vztahy mezi fysikálními veličinami). Zvláštní pozornost je věnována integrafu Bushovu. Teorie planimetrů je vyložena zevrubně a obecně, takže z ní lze snadno odvodit principy, na nichž jsou založeny všechny známé typy planimetrů. Podrobné vyšetřování chyb, plynoucí z nedodržení přesných poloh jednotlivých mechanických elementů, na př. rovina, v níž leží ostrá hrana měřicího kolečka, není „přesně kolmá" na osu pojízdné tyče, zvyšuje hodnotu této stati, protože v běžných příručkách se této stránce věnuje zpravidla malá pozornost.

Závěr kapitoly je věnován integrátorům a harmonickým analysátorům. Doplněk k této kapitole tvoří popis logaritmického pravítka a nástin o počitacích pravítkách a o mechanisování odčítání v nomogramech.

Závěrem je třeba se vyrovnat s otázkou celkového zhodnocení knihy. Autor sám, podle vyjádření v předmluvě, pokládá knihu za učebnici (nikoliv ve školském slova smyslu, kdy náplň knihy je omezována povinným výběrem látky předepsaným osnovami), v níž by „každý, kdo používá těchto metod, nalezl poučení a dokumentaci pokud možno o všem, co jest možno graficky řešiti buď vůbec, nebo alespoň podle nynějšího stavu této nauky". Je celkem přirozené, že autor nemohl dosáhnout tohoto náročného cíle v disciplině, která není zdaleka uzavřena a která je stále plná živé problematiky, jak o tom svědčí četná pojednání ze současné doby. Stačí uvést na př. nauku o spojnicových nomogramech, kde, jak již dříve uvedeno, se autor omezil při výkladu pouze na elementární teorii a nepojednal o efektivních metodách, umožňujících úspěšně ovládnout metody kolineární i nekolineární transformace, podstatného nástroje při konstrukci nomogramů. Zásadní výsledky této teorie byly publikovány sovětskými nomografiky již v roce 1937 a jejich publikace u nás tehdy dosažitelné byly. Také nelze souhlasit s autorem „že jsme se již přiblížili hranici toho, co jest vůbec možno graficky vypočítat, a že v tomto směru nebude již žádného *podstatného* pokroku. Snad ještě nejvýš při řešení integrálních rovnic" (str. 9). Neopodstatněnost tohoto tvrzení spočívá především v tom, že zpracování knihy je obrazem toho stavu nauky, o němž autor čerpal poučení z učebnicové literatury anglosaské, ale není již svědectvím o stavu, který byl v časopisecké literatuře anglosaské. Topologické úvahy dotýkající se nomografie, které byly předmětem Blaschkova semináře v Hamburku (Geometrie der Gewebe, z r. 1938), nejsou autorem nikde citovány ani uváženy. Také v části „mechanické pomůcky početní" nejsou a také ani nemohly být uváděny výsledky, které byly dosaženy rozvojem elektronických zařízení. Za vážné nedostatky knihy, jejíž poslání má být učebnice, nutno pokládat značně nepřesné formulace vět, málo jasný výklad běžně užívaných pojmů a terminologické nedůslednosti. Sotva lze se smířit na př. s formulací věty: „Extrémní hodnotu má $f(x)$ tam, kde $f'(x)$ mění znaménko" (str. 647), když se tak vylučuje případ extrémní hodnoty funkce v bodě: v němž první derivace neexistuje, nehledě k tomu, že v bodě, o kterém je řeč, nemá $f'(x)$ vůbec znaménko. Modulu jako „jednotce délky" (str. 12), jsou na str. 99 připisovány fysikální rozměry! Při grafickém počítání zacházíme vždycky pouze s *mírami* fysikálních a jiných kvantitativních veličin, což jsou čísla, a tím se ihned zbavujeme všech nesnází, plynoucích ze snahy vnutit číslům rozměry. Nedostatků podobného druhu je v knize velmi mnoho. I některé výrazové prostředky a obraty nelze aprobovati; namátkou: „Pohodlněji než kružítkem sestrojí se kolmice pravým úhlem ze dřeva, celuloidu nebo kovu", str. 22.

Třeba konstatovat, že zmíněné nedostatky jsou nepochybnou škodou, protože běží o knihu s užitečnou matematickou tematikou často v aplikacích užívanou.

Inženýři po právu budou v knize hledat poučení o grafických a mechanických metodách početních (i mechanických pomůckách početních a matematických analogových přístrojích) a toho jim tato kniha poskytne v hojné míře. Budou ovšem nuceni překonat místy nepřehledný způsob výkladu a smířit se s tím, že ani teoretická odůvodnění ani terminologii nemohou vždy přijmout za směrodatné.

Václav Pleskot, Praha.

Geometrie v technice a umění. Sborník k sedmdesátým narozeninám prof. Ing. dr *Františka Kadeřávka*. Sestavila redakční komise fakulty inženýrského stavitelství ČVUT: prof. Ing. dr *Ferdinand Klimeš*, prof. Ing. dr *Otakar Novák* a prof. dr *František Vyčichlo*. Praha, 1955, Státní nakladatelství technické literatury, 134 stran, 6 obr. příloh.

Úvodem je stručný životopis jubilantův, ve kterém je popsána jeho práce v oboru vědy, která se dělí na tři hlavní části: práce ze synthetické geometrie, aplikace geometrie ve výtvarném umění a studie význačných představitelů českého života. Rovněž je připomenuta jeho práce pro vysokou školu a pro veřejnost. Životopis je zakončen seznamem 66 nejdůležitějších prací prof. Kadeřávka.

Pak následuje 14 prací nejbližších spolupracovníků, bývalých asistentů, demonstrátorů a pomocných vědeckých sil pracoviště deskriptivní geometrie a stereotomie, které jubilant vede.

1. *Ludvík Císař:* O jistém vzniku kuželoseček a jeho použití.

V šesti úvahách (k nimž lze snadno sestrojit úvahy duální) je popsána konstrukce kuželoseček založená na projektivních bodových soustavách, dále je ukázáno použití na sestrojení tečen v libovolných dvou bodech kuželosečky určené pěti body a odvozena věta Pascalova.

2. *Karel Drábek-Bořivoj Kepr:* O vlastnostech některých křivek inženýrské praxe.

Účelem práce bylo vybrat z vlastností vyšetřovaných křivek takové, které jsou zajímavé a mají užití v inženýrské praxi. Nejprve jsou probrány vlastnosti parabol vyšších stupňů, zejména konstrukce bodů paraboly třetího stupně a Neilovy paraboly. Po zmínce o hyperbolách vyšších stupňů jsou uvedeny lemniskata a klothoida, z nichž první se užívá jako přechodnice ve vodním stavitelství, druhé v silničním stavitelství. V druhé části jsou popsány vlastnosti cykloid, epicykloid, hypocykloid a kruhové evolventy. Závěr práce je věnován řetězovkám a to obecné řetězovce a řetězovce stálé pevnosti.

3. *Ladislav Drs:* Vektorové zobrazování a jeho použití.

V práci je definováno paralelní promítání na jednu průmětnu, nazvané vektorové zobrazení. V tomto zobrazení jsou řešeny úlohy vektorového počtu (skalární a vektorový součin dvou vektorů), úlohy statiky (převádění silových soustav na soustavy ekvivalentní) a úlohy stereometrické (příčka čtyř mimoběžek).

4. *Václav Havel-František Harant:* O některých vlastnostech klínových ploch.

Pomocí analytické geometrie je v práci popsán nejdříve přechod od parabolické válcové plochy přes hyperbolický paraboloid a parabolický konoid ke zvláštním plochám klínovým. Je to zvláště t. zv. Hacarova plocha, kterou autoři uvažují ve třech typech, které lze provést jako skořepiny pro střešní nebo mostní konstrukce. V další části je uvedena geometrická definice klínových ploch, o nichž je pak ukázáno, že jde o zobecnění ploch translačních. Pak následuje odvození rovnice klínové plochy ve tvaru explicitním i implicitním. Jako příklad je vyšetřována plocha $z = \sin x \,.\, \sin y$.

5. *Václav Havel:* Poznámka k jedné větě Kadeřávkově o kuželosečkách.

V práci je provedeno zobecnění věty o hyperbole, týkající se konstantní hodnoty součinů úseků na rovnoběžných sečnách hyperboly měřených od jejích bodů k asymptotám.

Nahrazením asymptot kuželosečkou k' a hyperboly jinou kuželosečkou k, při čemž obě kuželosečky musí být ve vztahu uvedeném v zobecnění věty, ukazuje se, že platí obdobně věta o konstantní hodnotě součinů úseků na rovnoběžných sečnách kuželosečky k', měřených od bodů kuželosečky k.

6. *Jiří Hořejší:* Určení teplotních účinků příčinkovými čarami.

V článku je pojednáno o vlivu oteplení (rovnoměrného i nerovnoměrného) na soustavu n-krát staticky neurčitou a je odvozen pomocí příčinkových čar vzorec pro staticky neurčité veličiny X. Odvozené výsledky jsou užity na příkladech: určení příčinkové čáry pootočení prostého nosníku způsobené nerovnoměrným oteplením, stanovení příčinkové čáry momentů vetknutí dokonale upnutého nosníku a příčinkové čáry dvoukloubového oblouku pro oteplení rovnoměrné i nerovnoměrné.

7. *Miroslav Chalupníček:* Použití fotografie pro zobrazení projektů v praxi stavebního inženýra.

V práci je ukázáno, jaké podmínky musí splňovat fotografický snímek, aby bylo možno do něho vkreslovat perspektivu navrhovaného objektu. Toto vkreslování je důležité proto, že je možno uvést projektovaný objekt do souladu s přírodním okolím. Na pěti přílohách je zachyceno použití navrhované methody.

8. *Ferdinand Klimeš:* Geometrická úprava rozpouštěcích zhlaví třídicích nádraží vzhledem na kolejové brzdy.

Autor porovnal theoretické zásady pro optimální konstrukce stromkových zhlaví třídicích nádraží s ohledem na počet kolejí v kolejovém svazku, na počet kolejí připadajících na jednu kolejovou brzdu a jejich délku na jednu kolej s výsledky analysy osmdesáti třídicích nádraží postavených v Evropě a USA v letech 1926—1953. Na několika příkladech pak ukázal tendence vývoje konstrukcí třídicích nádraží ve světě a nastínil cestu pro naše poměry.

9. *Josef Křižan:* Tvary montovaných střešních konstrukcí ze železového betonu a z předpjatého betonu.

V práci je zdůvodněno vyrábění prefabrikátů, dále jsou uvedeny typy skořápek užívaných pro střešní konstrukce, užití pro konstrukce spojitého nosníku a vytváření rámových soustav.

10. *Otakar Novák:* Řešení příčinkových čar staticky určitých soustav použitím pomocné páky Žukovského.

V práci je nejdříve uveden postup pro konstrukci pomocné páky Žukovského a pak užitím kinematické methody jsou vyšetřovány příčinkové čáry staticky určitých prutových a plnostěnných soustav. Podrobnosti řešení jsou uvedeny v příkladech jednoduchých i složitějších soustav.

11. *A. Piffl:* Komposice fasád ruské architektury do konce XII. stol.

V článku jsou postupně probrány na jednotlivých případech (celkem dvanácti „soborů“ a „cerkví“) fasády z oblasti kyjevsko-černigovské, oblasti novgorodsko-pskovské a oblasti vladimirsko-suzdalské. Zvláště je poukázáno na to, jak se v jednotlivých oblastech mění komposiční prvky.

12. *Jaroslav Šlechta:* Perspektiva cylindrická.

V pojednání je uveden důvod pro užití cylindrické perspektivy v praxi a základní podmínky tohoto zobrazování, při kterém se používá jen vztahů z elementární geometrie.

13. *Václav Vilhelm:* O jedné úloze z fotogrammetrie.

V článku je řešena úloha, jak se při známých středových průmětech šesti různých bodů trojrozměrného prostoru (z nichž žádné čtyři neleží v rovině) určí střed promítání, z něhož byly tyto body promítnuty do daných středových průmětů.

14. *František Vyčichlo:* O diferenciálních invariantech zvláštní dvojice přímkových ploch.

V článku jsou vytvořeny diferenciální invarianty prvního řádu pro speciální dvojice přímkových ploch a řešena úloha, existují-li ještě jiné dvojice přímkových ploch, které mají tytéž invarianty. Ukazuje se, že takových dvojic existuje dokonce nekonečně mnoho a všechny tyto nové dvojice úzce souvisí s danými plochami.

Karel Drábek, Praha.

Rudolf Kochendörffer: **Einführung in die Algebra.** Berlín 1955, XII + 316 stran.

Kniha vyšla jako 18. svazek sbírky „Hochschulbücher für Mathematik", vydávané ve východním Německu, a je věnována Issai Schurovi (1875—1941), prof. berlínské university, jehož žákem spisovatel byl. Zabývá se algebrou abstraktní (zvanou také formální nebo axiomatickou). Nejznámější kniha toho druhu je Algebra van der Waerdenova, která v prvních třech vydáních se nazývala moderní algebrou, ve čtvrtém vydání (1955) se však na podnět Brandtův nazývá prostě algebrou.

V předmluvě říká spisovatel, že při prvním styku s vyšší algebrou se setká začátečník s řadou základních pojmů, které musí nejen poznat, nýbrž musí si je tak osvojit, aby je dokonale ovládal. Je tomu tak i v jiných částech matematiky, ale jistě je to vzhledem k větší abstraktnosti v algebře obtížnější než na př. v analyse nebo v geometrii. Za úkol úvodní učebnice považuje autor v první řadě zprostředkovat bezpečně zvládnutí těchto základních pojmů. Domnívá se, že se to nepodaří, když se látka bude čtenáři podávat s co největší obecností. U většiny začátečníků bude záhodno pokračovat po stupních, navázat na věci známé a obvyklé a tak pronikat k abstraktním výšinám moderní algebry. Kniha tato má být průvodcem při prvních stupních na této dráze.

Aby začátečník se nemusil zabývat s příliš velkým množstvím nových pojmů, jsou tu uvedeny svazy jen jako příklad algebraických struktur s dvěma výkony a také o teorii ideálů se v knize příliš mnoho nemluví. Aby se získalo více látky pro příklady, předpokládá se znalost počítání s čísly reálnými a komplexními a znalost počátků lineární algebry. Těchto znalostí mohou naši čtenáři nabýt studiem příslušných částí „Základů algebry" akad. Vl. Kořínka a pro lineární algebru studiem Gelfandovy knihy „Lineární algebra" (přeloženo z ruštiny M. Fiedlerem).

Podáme pokud možno stručný obsah knihy. Skládá se ze tří dílů.

První díl, *Základní pojmy,* obsahuje kapitolu 1—5: 1. kapitola, *Množiny, zobrazení, algebraické struktury,* jedná také o ekvivalencích. 2. kapitola, *Celá racionální čísla,* je úvodem do číselné teorie. 3. kapitola, *Grupy,* obsahuje dosti obsáhlou teorii grup (abstraktních), permutační grupy (místo obvyklého důkazu jednoduchosti alternativní grupy je na str. 66 uveden důkaz L. Rédeie) a v posledním odstavci grupy s operátory. 4. kapitola, *Okruhy, obory integrity, tělesa,* jedná o těchto algebraických strukturách se dvěma výkony, sčítáním a násobením. Zde uvedeny nejdůležitější vlastnosti těchto struktur. 5. kapitola, *Polynomy.* Polynomy se neuvažují jako funkce svých proměnných. V algebře se polynomy považují v prvé řadě za objekty, s nimiž se počítá podle určitých pravidel, a právě tato pravidla pro počítání s polynomy nás především zajímají, kdežto ta okolnost, že polynom může také sloužit k definici funkce, ustupuje do pozadí. V odstavci o polynomech nad tělesem komplexních čísel je uvedena tak zvaná základní věta algebry. Jako v Kořínkově algebře je i zde podán důkaz pocházející od DÖRGA, což je vlastně druhý důkaz Gaussův moderními prostředky upravený. V posledním odstavci je pojednáno o reálných kořenech reálných mnohočlenů a uvedena řada vět sloužících k oddělení kořenů. Dokázána věta Sturmova, věta Rolleova. Pro Descartesovo pravidlo znaménkové je uveden důkaz PETRŮV (úplnou indukcí na základě věty Rolleovy). Věta mezerová (udávající odhad počtu reálných kořenů podle počtu za sebou jdoucích nulových koeficientů rovnice) je dokázána rovněž úplnou indukcí.

Druhý díl: *Teorie těles a algebraických rovnic*, obsahuje kapitolu 6—9.

Kapitola 6 pojednává o *rozšíření těles*. V posledním odstavci, *Konstrukce rozšíření tělesa*, je podán důkaz, že pro spočetné těleso **P** existuje až na ekvivalenci právě jedno algebraické a algebraicky uzavřené těleso nad **P**. Autor se omezuje na spočetná tělesa. Tu důkaz nepůsobí zvláštních obtíží, které nastanou v obecném případě, kdy je třeba užít axiomu výběru. Kapitola 7 se zabývá konečným rozšířením tělesa. Pod jménem *Galoisovy teorie* je to jedna z hlavních částí algebry. Obsahem kapitoly 8 je *řešení rovnic*.

Je-li dáno těleso **P** a mnohočlen $f(x)$ s koeficienty z **P**, je úlohou úplného řešení rovnice $f(x) = 0$ konstrukce rozkladového tělesa mnohočlenu $f(x)$ nad **P**. Diskutuje se tu o otázce, kdy rovnice $f(x) = 0$ je řešitelná pomocí odmocnin a dokáže se, že pro rovnici stupně vyššího než čtvrtého neexistuje obecný vzorec podávající řešení pomocí odmocnin. Konečně v posledním odstavci pojednáno o tom, kdy řešení geometrické úlohy se dá sestrojit pomocí pravítka a kružítka. 9. kapitola se zabývá *ohodnocením*, což jest zobecnění pojmu absolutní hodnoty. Je to jeden z prvních pokusů, jak zavést do algebry topologii. Teorie tato má velký význam pro algebraickou geometrii a číselnou teorii.

Obsahem třetího dílu jsou moduly (kapitola 10), algebry (kapitola 11) a representace (kapitola 12). Pod názvem *moduly* jsou myšleny aditivně psané Abelovy grupy, jejichž operátorový obor je okruh a které lze vytvořit konečným počtem prvků. Bezprostředním použitím je věta o obyčejných Abelových grupách s konečným počtem vytvořujících prvků, dále kriterium o podobnosti matic. 11. kapitola uvádí nejjednodušší pojmy z nauky *o algebrách*. (Algebry byly dříve nazývány systémy hyperkomplexních čísel.) V podstatě se probírají jen algebry polojednoduché. V posledním odstavci je dokázána věta Frobeniova. V kapitole 12 podána obecná teorie *representace* polojednoduchých algeber a probrána podrobněji representace konečných grup.

Kniha je vedle četných provedených příkladů doplněna šedesáti úlohami ke cvičení, což je však vzhledem k bohatosti probrané látky počet dosti malý.

Uvážíme-li, jaký cíl si autor pro knihu vytkl, můžeme říci, že ho bylo dosaženo.

K. Rychlík, Praha.

Историко-математические исследования. IX. Moskva, 1956, Gosiztechlit, 80, 804 str., cena váz. 25,05 rublů.

O předešlých svazcích této sbírky jsem referoval v tomto časopise v 81. ročníku na str. 83—84.

První část IX. svazku je věnována N. I. LOBAČEVSKÉMU, jehož stoleté výročí smrti připadlo do r. 1956. Je tu důkladně dokumentovaná stať zemřelého A. A. ANDRONOVA „Kde a kdy se narodil N. I. Lobačevskij", odstraňující dosavadní nejistotu a dokazující, že velký ruský geometr se narodil 20. listopadu 1792 v Nižním Novgorodě (dnes Gorkij). N. I. PRIVALOVÁ popisuje „Dům, v kterém se narodil N. I. Lobačevskij". B. V. FEDORENKO v článku „Některé údaje k životopisu N. I. Lobačevského" píše o jeho otci. „N. I. Lobačevskij a Kazaňská hospodářská společnost" je předmětem článku D. S. GUTMANA. A. D. DUBJAGO přeložil dopis Gaussův J. M. Smirnovovi. G. F. RYBKIN a

B. V. FEDORENKO píší v článku „Göttingenská společnost věd a N. I. Lobačevskij“ o bronzové medaili udělené Lobačevskému. I. JA. DEPMAN píše o rodáku z Biskupské Týnice v Čechách v článku „J. A. Littrov — učitel N. I. Lobačevského“. V. P. ZUBOV řeší otázku „Kdo byl autorem anonymní recense o Lobačevského „Pangeometriia v Otečestvennych zapiskach“. „O činnosti N. I. Lobačevského v oboru národní osvěty“ pojednává P. F. JAKUNIN. A. P. NORDEN osvětlil vzájemný vztah názorů v článku „Gauss a Lobačevskij“. „Interpretace Lobačevského geometrie“ B. A. ROSENFELDA líčí znázornění Lobačevského geometrie od Beltramiho až po Kagana. Vzorce z teorie řad odvozuje G. F. LUNC ve stati „O jednom použití zobecnění kriteria Lobačevského o konvergenci řad“. Obsáhlé jsou stati JU. M. GAJDUKA „Doplňující materiály k dějinám rozšíření myšlének N. I. Lobačevského v Rusku“ a V. D. ČISŤAKOVA „O proniknutí myšlének Lobačevského do střední školy“. O pokračovatelích Lobačevského píší V. M. OLONIČEV „Kazaňský geometr Fedor Matvejevič Suvorov“ a B. A. ROSENFELD „Alexander Petrovič Kotelnikov“.

Předmětem druhé části IX. svazku jsou dějiny matematiky na Ukrajině. Jsou uvedeny statí B. V. GNEDENKA a I. B. POGREBISSKÉHO „O rozvoji matematiky na Ukrajině“. „K dějinám rozvoje funkcionální analysy na Ukrajině“ promlouvá G. E. ŠILOV. B. V. GNEDENKO a J. P. GICHMAN probírají „Rozvoj teorie pravděpodobnosti na Ukrajině“. „Časopis elementární matematiky a Věstník pokusné fysiky a elementární matematiky“ oceňuje S. D. DACHIJA. „Charkovská matematická společnost za prvních 75 let svého trvání“ je vylíčena M. N. MARČEVSKÝM. Stati L. N. GRACIANSKÉ „Vasilij Petrovič Jermakov“ a K. JA. LATYČEVÉ „O pracích V. P. Jermakova o teorii diferenciálních rovnic“ líčí život a působení tohoto vědce. Práce M. P. ČERNJAJEVA „Konstantin Alexejevič Andrejev jako geometr“ ukončuje ukrajinskou část tohoto svazku.

V třetí části svazku rozbírá I. G. BAŠMAKOVÁ „Archimedův traktát o plovoucích tělesech“ a N. I. ŠIMONOV píše „O prvních výzkumech J. A. d'Alemberta a L. Eulera o teorii lineárních soustav diferenciálních rovnic se stálými koeficienty“.

Q. Vetter, Praha.

Edward Koffler: **Z dziejów matematyki.** (Wiedza powszechna.) Varšava, 1956. Státní populárně-vědecké vydavatelství, 8°, 280 str., cena brož. 9,40 zl. pol.

Účelem této knihy je popularisace matematiky a snaha vzbudit pro ni zájem. Autor předpokládá u čtenáře jen elementární matematické znalosti a chce je rozšířit. Nejsou to ani dějiny matematiků, ani soustavné dějiny matematiky, nýbrž dějiny vybraných částí elementární matematiky.

Abychom našeho čtenáře seznámili s obsahem knihy, uvedeme nadpisy jednotlivých kapitol:

I. Čísla a číselné soustavy. — II. Zlomky. — III. Vlastnosti přirozených čísel. — IV. Jak povstala algebra. — V. Elementární geometrie do doby alexandrinské. — VI. Elementární geometrie od doby alexandrinské. — VII. Geometrické konstrukce. — VIII. Kvadratura kruhu. — IX. Z dějin polské matematiky. — Doslov.

Seznam polské literatury k hlubšímu studiu látky a seznam jmen zakončují knihu.

Q. Vetter, Praha.

В. Ф. Каган: **Основания геометрии.** Учение об обосновании геометрии в ходе его исторического развития. — *Часть первая:* Геометрия Лобачевского и ее предистория. Moskva-Leningrad 1949, 492 stran, 332 obrázků. — *Часть вторая:* Интерпретации геометрии Лобачевского и развитие ее идей. Moskva 1956, 344 stran, 130 obrázků.

Kaganova monografie je věnována výhradně klasickým partiím základů geometrie. Rozebírá snahy o analysu logických základů geometrie od dob starověkých Řeků až do první poloviny 19. století, kdy geometrie přestává být isolovanou matematickou disciplinou a kdy řada matematiků do ní vnáší nové ideje (LOBAČEVSKIJ, BOLYAI, GAUSS, BELTRAMI, KLEIN, CAYLEY, RIEMANN, CLIFFORD a POINCARÉ).

Monografie je rozdělena do dvou svazků. První vyšel r. 1949, zatím co druhý r. 1956, tedy již po smrti autorově (V. F. Kagan zemřel r. 1953 ve věku 85 let), a to na základě, bohužel, nedokončeného rukopisu, který k tisku připravili pracovníci semináře pro vektorovou a tensorovou analysu, který Kagan vedl.

Prvý svazek jde ve svých výkladech až k objevu neeukleidovské geometrie. Po dosti podrobném rozboru Eukleidových *Základů* je shrnut přínos Eukleidových pokračovatelů a pozdějších komentátorů jakož i přínos matematiků z doby Velké francouzské revoluce, kteří se pokoušeli sepsat nové a logicky přesnější základy geometrie. Konečně jsou tu vyloženy různé neúspěšné pokusy dokázat pátý postulát o rovnoběžkách a naznačeno, jak došlo k objevu neeukleidovské geometrie.

Následuje podrobný výklad Lobačevského geometrie, který v prvém svazku zaujímá nejvíce místa. Tento výklad není přísně axiomatický. Lze ho sotva lépe charakterisovat než jak to učinil v předmluvě sám autor. Na str. 12 píše:

„*Považuji za nejvýš nesprávné mínění, že si Lobačevského geometrii dostatečně objasníme tím, že se obecně seznámíme s jednou z jejích interpretací nebo s jedním z jejích modelů. Vzhledem k tomu je v tomto díle vyložena hyperbolická geometrie tak, aby si ji mohl čtenář osvojit a ovládnout do té míry, jako ovládá klasickou geometrii; a proto je ji nutno vyložit v tom pořádku a rozsahu, v kterém se vykládá geometrie eukleidovská* (*elementární, analytická, diferenciální*).“

Podrobnější rozbor Kaganova výkladu se vymyká z rámce této recense. Výklad je pojat ve velké šíři a opírá se o nejnovější výsledky, jaké přinesli HILBERT, HJELMSLEV, LIEBMANN, MORDUCHAJ-BOLTOVSKIJ, SCHUR a ŠATUNOVSKIJ. Pouze při zavedení trigonometrie užívá Kagan zdlouhavé methody pocházející v podstatě od Lobačevského a zjednodušené Liebmannem, ačkoli existuje daleko jednodušší a elementárnější způsob, o němž není u Kagana zmínky. Dlužno ovšem přiznat, že matematikům, u nichž se s tímto zavedením setkáváme po prvé (L. GÉRARD 1892, CH. J. DE LA VALLÉE POUSSIN 1895, W. H. YOUNG 1911, O. PERRON 1944), se hned nepodařilo dát tomuto způsobu elementární ráz, což učinil teprve r. 1950 maďarský matematik P. SZÁSZ v práci *Neue Herleitung der hyperbolischen Trigonometrie in der Ebene.* Acta Sci. Math. Szeged *12* (1950), str. 44—52.

Ve druhém svazku je v ucelené formě vyložena problematika geometrie, jež vznikla objevem geometrie neeukleidovské. Hlavní ideje jsou tu vyloženy přístupně (složitější důkazy jsou jen naznačeny s odkazem na literaturu) a spíše v logickém než historickém sledu. Nastíním ve stručnosti tento výklad.

Beltrami našel v eukleidovském prostoru plochy, na nichž platí Lobačevského geometrie. O něco později dokázal Hilbert, že na těchto plochách platí Lobačevského geometrie pouze *lokálně*, neboť neexistují v eukleidovském prostoru plochy, na nichž by platila geometrie Lobačevského roviny *ve velkém.* Beltramiho objev, že na některých plochách platí Lobačevského geometrie, umožnil nicméně udat zobrazení Lobačevského roviny na jednotkový kruh eukleidovské roviny, neprokázal však isomorfismus tohoto zobrazení, což učinil teprve Klein. Nástin jeho *Erlangenského programu* doplňuje Kagan výkladem elementů Lieovy theorie transformačních grup. Speciálně pak probírá grupu projektivních transformací, jež nechávají invariantní reálnou regulární kuželosečku. Do projektivního rozšíření hyperbolické roviny zavádí pak projektivní metriku a pomocí homogenních Beltramiho souřadnic probírá theorii kuželoseček. Obecný princip projektivního zavedení metriky je vyložen na základě idei Cayleyho a po výkladu o diferenciálním zavedení metriky v Riemannových prostorech je prokázána existence eliptické neeukleidovské geometrie, jež je pak velmi podrobně probrána analytickou methodou. Celý oddíl je zakončen výkladem o rovinné geometrii patřící grupě kruhových transformací, do něhož je zahrnuta také Poincarého interpretace hyperbolické roviny.

Původním úmyslem Kaganovým bylo podat závěrem axiomatické vybudování geometrie eukleidovské i obou geometrií neeukleidovských. Z této části autor dokončil pouze první kapitolu jednající o axiomatice geometrie na přímce. Výklad v této kapitole se neliší od obvyklého způsobu až snad na zavedení míry úseček pomocí řetězových zlomků na základě Eukleidova algoritmu, jež je v literatuře většinou opomíjeno.

Vydavatelé připojili ke konci spisu ještě dva dodatky od B. A. Rozenfelda. První podrobně rozvádí myšlenku, že hyperbolická geometrie je sférickou geometrií na kouli imaginárního poloměru, jež ovšem existuje pouze v prostoru s metrikou danou indefinitní kvadratickou formou. Je ukázáno, že trigonometrie hyperbolické roviny vznikne z trigonometrie sférické substitucí imaginárního poloměru za reálný a že Poincarého a Kleinova interpretace hyperbolické roviny vzniknou průmětem koule imaginárního poloměru na rovinu: první průmětem stereografickým a druhá průmětem ze středu koule. Druhý Rozenfeldův dodatek doplňuje na základě novějších pramenů naše znalosti o Aristotelových názorech na důkaz postulátu o rovnoběžkách a o pokusech podat důkaz tohoto postulátu, jež se dochovaly v dílech dvou významných středoasijských učenců, jimiž jsou Nasîr-Eddîn at Tûsî a Omar Chajam. Spis tohoto posledního učence nebyl přeložen do žádné evropské řeči a teprve r. 1933 vyšel rusky. V něm se také dochovaly prve zmíněné názory Aristotelovy.

Kaganova monografie o základech geometrie je dílem velice záslužným. Je psána přístupně, takže může vydatně pomoci studentům; bohatstvím látky pomůže i učitelům vysokých škol, na nichž se základům geometrie věnují přednášky, semináře, diplomové práce a pod. Nutno vítat i historické hledisko, s něhož je kniha psána; činí z ní důležitou pomůcku pro studium historického vývoje geometrie. Tomu napomáhá i bohatá bibliografie a četné odkazy v textu.

Jan Pavlíček, Praha.

N. N. Lebeděv: **Speciální funkce a jejich použití.** Z ruštiny přeložil RNDr Mg. Mat. *Karel Winkelbauer.* Vyšlo v SNTL, Praha 1956, 296 stran, 32 obrázků, cena Kčs 29,—.

Kniha vyplňuje citelnou mezeru v naší matematické literatuře, mezi níž se zatím nevyskytuje žádný soustavný výklad z tohoto oboru, důležitého v nejrůznějších aplikacích ve fysice a jiných oborech i v problémech matematiky samé. Lebeděvova kniha obsahuje stručné základy theorie funkce gamma, funkce $\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-z^2}dz$ (t. zv. pravděpodobnostního integrálu), integrální exponenciální funkce, orthogonálních polynomů Legendreových, Hermiteových a Laguerreových, Besselových funkcí (prvního, druhého a třetího druhu a Besselových funkcí imaginárního argumentu), Legendreových sférických funkcí, hypergeometrické funkce a Hermiteových funkcí (prvního a druhého druhu).

Funkce jsou vyšetřovány v komplexním oboru a je třeba, aby čtenář znal základy theorie analytických funkcí a něco málo z theorie diferenciálních rovnic. V uvedených aplikacích — kterých se však nikde v dalších theoretických částech neužívá — jsou požadavky na čtenářovy znalosti matematické analysy poněkud větší.

Výklad základů theorie jednotlivých speciálních funkcí je velmi dobře srozumitelný. Začíná vždy definicí příslušné funkce a obsahuje dále funkcionální rovnice (rekurentní vztahy) pro danou funkci, asymptotická vyjádření, souvislosti s jinými funkcemi, příslušnou vytvořující funkci (pokud existuje) a vyjádření funkce řadou a křivkovým integrálem. Detailnímu provedení výpočtů, které je třeba při výkladu provést, je věnována velká péče. Na konci kapitoly jsou uvedeny názvy knih, v nichž lze nalézt tabulky příslušné funkce, a cvičení obsahující výsledky důležité pro aplikace, které nebylo možno uvést v textu, aby se rozsah knihy příliš nezvětšil.

Jedním z hlavních přínosů pro naši literaturu jsou aplikace uvedených speciálních funkcí; zejména jde o aplikace ve fysice. Tyto části knihy umožní čtenáři získat (alespoň v nejhrubších rysech) přehled o tom, ve kterých úsecích fysiky se té nebo oné funkce užívá. Aplikacím nejdůležitějších speciálních funkcí — Besselových a Legendreových — jsou věnovány celé dvě kapitoly.

Překlad knihy je opravdu dobrý a je třeba vítat další překlady tohoto druhu, pokud není naděje, že by naši odborníci sami svými původními pracemi vyplnili mezery v naší matematické literatuře. *Ilja Černý*, Praha.