

Časopis pro pěstování matematiky

Boris Vladimirovich Gnedenko
Aleksander Michajlovič Ljapunov

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 78 (1953), No. 1, 105--112

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117070>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1953

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ALEKSANDR MICHAJLOVIČ LJAPUNOV

B. V. GNEDENKO, dopisující člen Akademie věd USSR.

DT: 92
Ljapunov

Přeloženo z knihy „Přehled dějin matematiky v Rusku“, vydal OGIZ
r. 1946, § 13, str. 133—143.

Životopisný nástin. Krátký přehled o předrevolučním období petrohradské matematické školy*) a o jejích největších představitelích této doby zakončíme výkladem o životě a činnosti geniálního žáka Čebyševova — ALEXANDRA MICHAJLOVIČE LJAPUNOVA. Celý život tohoto vědce proběhl v nezištné službě vědě; mimo vědu nebylo pro něho života. A tato služba, spojená s lety úporné, vytrvalé a namáhavé práce, plnými odříkání a bezesných nocí, s lety nasycenými hořkostí nezdaru a radostí úspěchů, tato služba vydala plody trvalého vědeckého významu.

A. M. Ljapunov se narodil 25. května 1857 v Jaroslavi, kam se nedlouho předtím jeho otec přestěhoval z Kazaně. Jeho otec pracoval mnoho let na kazaňské universitě jako astronom a ředitel hvězdárny. Do Jaroslavi přišel jako ředitel Demidovova lycea. Ljapunov nabyl počátečního vzdělání doma a vstoupil do gymnasia až r. 1870 hned do třetí třídy. V gymnasiu byl mezi nejlepšími žáky; na konci svých studií v r. 1876 dostal zlatou medaili. Téhož roku vstoupil na fyzikálně-matematickou fakultu petrohradské university. Profesorský sbor fakulty byl v té době výjimečně zdatný svým složením: pracoval v něm nesmrtelný ČEBYŠEV, akademik SONIN, profesor KORKIN, vynikající mechanik BOBYLJOV a jiní. Přednášky byly na výši nejnovějších výsledků vědy. Profesori se snažili vzbudit v žácích zájem o své předměty. Fakulta vypisovala každoročně themata pro samostatné práce. R. 1880 byl Ljapunov, který tehdy studoval ve čtvrtém ročníku, fakultou odměněn zlatou medailí za takovou studentskou práci a byl ponechán dále na universitě, aby se připravoval na profesuru mechaniky.

Je zcela přirozené, že Ljapunov byl za studentských let pod silným vlivem Čebyševovým. Poslouchal podle svého vlastního přiznání s obzvláštním okouzléním přednášky tohoto vědce a řídil se jeho radami. Také veškerý další vědecký život Ljapunovův proběhl pod vlivem myšlenek a problémů, vzrušujících

*) Gnedenko pojednal o petrohradské matematické škole v §§ 9. — 12. své knihy. (Q. V.)

oích Čebyševa. Prvních pět pouniversitních let a rovněž posledních sedmnáct let života věnoval Ljapunov řešení úlohy, kterou mu dal jeho učitel.

R. 1884 zadal Ljapunov magisterskou disertaci a za rok nato byl povolán na katedru mechaniky charkovské university. První dva roky charkovského období ztrávil Ljapunov hlavně přípravou svých universitních přednášek a proto ochabla intenzita jeho vědecké činnosti. Avšak již od roku 1888 začínala se objevovat řada jeho pozoruhodných prací, věnovaných problémům stability pohybu.

Výzkumy byly natolik cenné, že mohly vytvořit předmět skvělé doktorské disertace, avšak Ljapunov byl nadmíru přísný k sobě a zřekl se zadání disertace, neboť viděl, jak vzdálené jsou jeho výsledky od cílů, které si vytyčil. Odmítl návrh fakulty na jmenování zástupcem profesora, ačkoli by to bylo zdvojnásobilo jeho příjmy. Setrval v hodnosti docenta, zatím co jeho kolegové použili naskytnuvší se možnosti zlepšit své hmotné postavení. Teprve r. 1892 předložil fyzikálně-matematické fakultě charkovské university svou disertaci „*Obecný problém stability pohybu*“, která mu získala světovou proslulost.

R. 1900 byl Ljapunov zvolen dopisujícím členem Akademie věd a za rok nato jejím řádným členem. Po tomto zvolení se odstěhoval do Petrohradu a zanechav přednášek oddal se zcela vědecké práci.

Později byl zvolen členem Akademie v Římě a dopisujícím členem Akademie věd v Paříži. Události posledních sedmnácti let jeho života — japonské a německé války, revoluce — silně vzrušovaly Ljapunova, který byl nejen vědcem, nýbrž i vášnivým vlastencem.

Poslední období jeho života bylo naplněno objevy prvořadě důležitosti, výjimečnými co do svěžesti vůdčích myšlenek, virtuosity analytických výkladů a jemnosti užitých method.

R. 1917 se Ljapunov odebral do Oděsy, aby se zlepšilo zdraví jeho choti, která trpěla tuberkulosou. Avšak tato cesta nepřinesla nemocné úlevu a její stav se každým dnem zhoršoval. V téže době došla Ljapunova zpráva, že shořel jeho statek a v něm bohatá knihovna. Spojení s Petrohradem bylo přerušeno. Možnost pokračovat ve vědecké práci zcela zmizela při obtížích nevyhnutelného ošetřování nemocné ženy. Duševní stav učencův pozbyl rovnováhy a přivodil katastrofu: v den smrti ženy se Ljapunov postřelil. Rána byla těžká a použité zákroky ho již nemohly zachránit. Za tři dny, 3. listopadu 1918, v den ženina pohřbu, Ljapunov skončil.

Vědecké zájmy. Přejdeme nyní ke krátkému popisu těch oborů matematiky, v nichž Ljapunov pracoval.

Jeho magisterská disertace a rovněž všechny práce jím napsané od r. 1901 jsou věnovány jedné jediné úloze: vybudování theorie rovnovážných útvarů homogenní rotující kapaliny. Tuto úlohu mu dal Čebyšev, předem jej při tom

upozorniv na nadlidské obtíže, s nimiž se nutně setká při řešení. Stále však mu doporučoval, aby tuto úlohu zpracoval. Přesvědčoval ho, tehdy ještě mladého člověka, teprve přistupujícího k vědecké činnosti, že se sluší, aby se obíral jen vážnými a složitými otázkami, je-li skutečně způsobilý k vědecké tvořivosti. Jenom na překonání překážek, před nimiž ustoupili jiní, jen na objevení cest, které nemohli najít jiní, je člověku možno projevit své nadání. Podle Čebyševa se však nemá určit za životní dílo učenovo libovolná namáhavá úloha. Vědec může a má své síly, čas a schopnost vynaložit jen na řešení těch úloh, jež jsou ve vědě aktuální, které ji skutečně posunou vpřed. Ljapunov si neochvějně osvojil učitelovo přesvědčení a ve své další práci se ani o krok od něho neodchýlil.

Jiným velkým thematem, jehož propracování pohltilo dobrou desítku let Ljapunovova života, bylo vytvoření theorie stability pohybu, která, možno říci, před Ljapunovem neexistovala.

K charkovskému období jeho života se vztahují jeho práce z matematické fyziky a z počtu pravděpodobnosti. Ačkoli tyto práce nepatřily do hlavního oboru jeho tvůrčí činnosti, přece by samy byly učinily Ljapunova slavným.

V počtu pravděpodobnosti se podařilo Ljapunovovi dokázat centrální limitní větu*) za obzvláště obecných podmínek. Ljapunovova podmínka byla opravdu více než dostatečnou pro všechna možná praktická upotřebení. Bylo třeba dvaceti let k tomu, aby byl Ljapunovův výsledek překonán. Avšak ani tyto pozdější práce nepřinesly podstatně nových myšlenek, které by dovolily ještě podrobněji odhalit příčiny, v jejichž působení spočívá tato obecná zákonitost pro náhodné veličiny. Centrální limitní věta počtu pravděpodobnosti nese nyní Ljapunovovo jméno a vykládá se ve všech kursech počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky.

Pro důkaz této pozoruhodné věty vypracoval Ljapunov novou metodu, která je zárodkem současné velmi účinné metody počtu pravděpodobnosti — metody t. zv. charakteristických funkcí.

V matematické fyzice studoval Ljapunov t. zv. úlohu Dirichletovu, na kterou vedou základní problémy pohybu kapalin, elektřiny a jiné. Jeho výsledky v tomto oboru získaly všeobecné uznání a byly pojaty do všech obsáhlejších učebnic a pojednání o rovnicích matematické fyziky. Při důkazu svých výsledků zavedl Ljapunov pojem zvláštních ploch, které obdržely ve vědě pojmenování ploch Ljapunovových.

Je zajímavé podotknouti, že podnětem k Ljapunovovým pracím v matematické fyzice i v počtu pravděpodobnosti bylo nevyhnutelné studium látky, jež byla určena universitním studentům.

Rovnovážné útvary. Otázka rovnovážných útvarů homogenní rotující kapaliny, jejíž všechny částice se přitahují podle Newtonova zákona, vznikla

*) *Gnedenko* o ní hovoří v předchozím paragrafu, věnovaném *A. A. Markovovi*. (Q. V.)

již za doby Newtonovy. Důležitost této úlohy je dána problémy astronomie, která se snaží prozkoumat pochody probíhající ve vesmíru. Jak se vytvářely oběžnice, z čeho a jak vznikla sluneční soustava? — To jsou jen dvě otázky z ohromného počtu úloh, vyvstávajících před badatelem. Odpověď na tyto otázky závisí ve značné míře na řešení úloh o rovnovážných útvech.

Čebyšev, ačkoli se sám nezabýval problémy matematické fyziky, přece se o ně vážně zajímal. Otázku o rovnovážných útvech hluboce promýšlel a navrhol ji jako thema práce řadě učenců — ZOLOTAREVU, KOVALEVSKÉ a jiným, kteří byli ve sféře jeho vlivu. Na jeho výzvu se ozval jen Ljapunov.

Čebyšev vyslovil tuto úlohu takto: Necht' je při nějaké rychlosti ω rotující homogenní kapaliny elipsoid možným rovnovážným útvarem. Jaké rovnovážné útvary jsou možné při rychlosti o něco větší $\omega + \delta$, kde δ je nepatrné?

Dva roky (1882 a 1883) Ljapunov horlivě pracoval na Čebyševově úloze, obdržel rovnice pro první aproximace, odvodil z těchto rovnic řadu důsledků a mohl podle nich soudit na povahu uvažovaného zjevu. Tyto výzkumy učinil předmětem své magisterské disertace (r. 1884). V téže době prosluli angličtí fyzikové THOMSON (lord Kelvin) a TAIT uveřejnili nové vydání svého spisu o fyzice,* do něhož pojali výtěžek svého patnáctiletého uvažování o této otázce. Jejich výsledky obsahovaly jen část disertace Ljapunovovy. Přece však Ljapunov nebyl zcela spokojen se svými výsledky, neboť nerozřešil podle svého soudu vlastní Čebyševovu úlohu. Podle Ljapunova jen úplné řešení a nikoli první aproximace je způsobilé podat pravou odpověď na otázky přírodovědy a proto neuveřejnil celou svou disertaci, nýbrž jen její část. Výzkumy Ljapunovovy byly známy jen úzkému kruhu osob a nestaly se všeobecným majetkem. Teprve po dvaceti letech Francouz LE DAVAUT přeložil Ljapunovovu magisterskou disertaci do francouzštiny a otiskl ji v jednom z největších a nejstarších francouzských časopisů, v „*Annales de Toulouse*.“ O něco později než Ljapunov dospěl k části těchto výsledků tehdy ještě mladý francouzský učenec HENRI POINCARÉ (1854—1912) a uveřejnil je, nestaraje se o přesnost důkazů, nýbrž používaje někdy jen domněnek a intuice.**) Práce Poincaréova vyvolala vědeckou sensaci; její autor byl za ni neprodleně zvolen členem Akademie věd v Paříži a obdržel z rukou presidenta anglické Královské společnosti (anglické Akademie věd) zlatou medaili. A přece byly výsledky Poincaréovy jen částí výsledků Ljapunovovy magisterské disertace.

Teprve r. 1901 se Ljapunov znovu chopil úlohy Čebyševovy a dopracoval se řešení v řadě pojednání nadmíru jemnými a složitými obraty. Vynaložil však na to sedmáct let svého života. A nevynaložil je nadarmo. Dnes není sporu o tom, že skoro vše, co je nyní známo o rovnovážných útvech kapalin, je dílem Ljapunovova talentu a vytrvalosti.

*) *Treatise on natural philosophy.* (Q. V.)

**) Je to pojednání „*Sur les figures d'équilibre d'un liquide en rotation.*“ (Q. V.)

Mnohým se může zdát, že Ljapunovův hon za přesností byl vrtochem po-divína-matematika. Odměny, které obdržel Poincaré, rozhodně ukazují, že věda nadmíru vysoko ocenila přibližné výsledky. Doba však ukázala, že měl Ljapunov pravdu; věda nestrpí nepřesných řešení, řešení „od oka“.

Na počátku XX. století jeden z vynikajících synů velkého přírodopisce DARWINA, astronom DARWIN (1845—1912) vystoupil s kosmogonickou teorií, založenou na nepřesných výsledcích Poincaréových o tom, že otáčející se kapaliny hruškovitého tvaru jsou stabilní. Jemné výpočty Ljapunovovy ukázaly, že východisko předpokladů Darwinových je nesprávné. Spor pokračoval řadu let a skončil úplným vítězstvím Ljapunovovým.

Stabilita pohybu. Geniálnost vědceva projevuje se nejen v tom, že je způsobilý najít cesty tam, kde jeho předchůdci ustoupili před nepřemožitelnou složitostí problému, nýbrž i v tom, že výsledky a metody jím z jakéhokoli zvláštního důvodu vypracované se jeví ve svých důsledcích nevyhnutelným předchůdcem rozvoje celé řady nových oborů vědy. Ljapunov měl v plné míře obě tyto vlastnosti.

Obzvláště bádáním v teorii rovnovážných útvarů byl nepochybně probuzen u Ljapunova zájem o vybudování teorie stability pohybu. V tomto oboru Ljapunov neměl skoro předchůdců, byly tu jen různé pokusy přibližných konstrukcí pro důkazy stability pohybu v rozličných jednotlivých případech, pocházející od jmenovaných již anglických učenců Thomsona a Taita, francouzského matematika H. Poincaréa, rovněž pak od ruského mechanika Žukovského. Obecná teorie neexistovala.

V řadě pojednání z let 1888—1892 Ljapunov podal takovou teorii za předpokladů úplně dostatečných ve všech pro praxi nejdůležitějších případech. A co v takové teorii potřebuje praxe, zvláště praxe naší doby, to snadno čtenář uvidí na tomto příkladě. Často se říká, že žijeme ve věku aviatiky. A je to pravda. Aviatika hraje ohromnou úlohu v našem životě, bez ní si již nedovedeme představit další pokrok lidstva. Dříve však, než se dá letadlo do provozu, ba dokonce dříve než se počne s jeho výrobou, je třeba vypočítat jeho konstrukci do všech detailů. Nemálo důležitým detailem je jeho stabilita v letu. Kdyby letadlo nemělo v letu dostatečnou stabilitu a při svém pohybu neposlouchalo pilota, kdyby z jakékoli nicotné příčiny vyšlo z rovnováhy a kdyby se pohybovalo ve dráze, kterou nelze předpovědět, pak by zřejmě nebylo možné létat, aviatika by prakticky neexistovala. A dějiny aviatiky znají nemálo příkladů, kdy nedostatek předběžných výpočtů konstrukce vzhledem ke stabilitě vedl ke katastrofě. V přítomné době vypočítává se každá nová konstrukce vzhledem ke stabilitě v letu. V těchto výpočtech vykazuje se teorii Ljapunovově rozhodující místo.

Je pochopitelné, že v přítomné době další zpracování teorie stability přivábilo pozornost většího počtu vědců a že tímto způsobem nauka Ljapunovem

vybudovaná žije a rozvíjí se, ačkoli od doby, kdy vyšla jeho doktorská disertace, uplynulo již více než padesát let. Mnohé obory přírodovědy a techniky (radiotechnika, theorie mechanismů a pod.) používají jeho výsledků.

Pedagogická činnost. Ljapunov byl především vědcem, vyučování nebylo jeho živlem; nicméně i na tomto poli měl ohromný úspěch. Ljapunov přistupoval ke čtení přednášek a k vedení praktických cvičení studentů jako ke každé své povinnosti s výjimečnou přísností k sobě. První roky jeho přednáškové činnosti v Charkově nebyly marně vyplněny sestavováním náčrtků a zápisků pro studenty. Tyto zápisky měly nepochybné přednosti; Ljapunov však zásadně odmítal všechny návrhy na jejich vydání tiskem, protože byly určeny jen pro něho a pro úzký kruh žáků a podle jeho názoru nebyly sepsány tak, aby se hodily k uveřejnění. Ljapunov pak nemohl přistoupit na velkou ztrátu času spojenou se zpracováním těchto zápisků, protože by ho to bylo znovu oddálilo od jeho základního povolání — od vědy.

mládež má vždy výjimečnou bystrozrakost a je schopna za nedokonalou formou ihned uhádnout výjimečný obsah, jen když tu existuje. Ljapunov v prvních dobách své přednáškové činnosti nepůsobil efektním dojmem. První přednášku četl tichým hlasem, zajíká se; nadto se skoro nelišil věkem od svých posluchačů. Avšak již od první přednášky studenti v něm uhádli velkého vědce, oddaného svému dílu a toužícího před nimi odhalit veškeré bohatství obsažené v předmětu. I on měl na studenty zcela mimořádný vliv. Hle, co napsal jeden z Ljapunovových žáků — akademik V. A. STEKLOV — v nekrologu, jež věnoval památce svého učitele:

„Alexander Michajlovič zaujímal v očích studentů svrchovaně osobité místo a jejich poměr k němu byl naplněn výjimečně hlubokou úctou. Ti z nás, kterým nebyly cizí vědecké zájmy, napínali všechny své síly, aby se aspoň poněkud přiblížili té výši, na kterou Alexandr Michajlovič vedl své posluchače. Vyvinula se zvláštní ostýchavost před ním za vlastní neznalost, většina se dokonce ani neodhodlala s ním pohovořit jenom z obavy, že by před ním odkryla svou nevědomost. Proto vznikla dosti svérázná organizace: kurs vybral jednoho zplnomocněnce, ke kterému se soudruzi obraceli se vším, čemu neporozuměli, a tento zplnomocněnec musil již sám osobně vésti rozhovory s Alexandrem Michajlovičem, přijav závazek za všechny se červenat studem u příležitosti jakéhokoli zjevného pochybení.

Proto se mne také Alexandr Michajlovič ptal s naivním údivem, proč se tak málo studentů k němu obrací s vědeckými otázkami.“

Poměr k vědě. Již jsme se zmínili, že pro Ljapunova účelem veškerého jeho života byla služba vědě. Tomuto účelu se cele oddal. Pracoval po celý den, někdy bděl do 4. až 5. hodiny ránní a časem se obešel i bez spánku.

Navenek činil dojem uzavřeného, zasmušilého člověka. Pohlcen svými úvahami, neviděl a neslyšel, co se děje okolo něho. Nežřídka, když byl ve spo-

lečnosti, dlel duchem ve svém kabinetě a nevnímal svého společníka. Takového druhu roztržitost je vlastní v tom či onom stupni mnohým lidem vědy; nebudeme jim to vytykat, neboť často rozum, zaměřený k rozřešení určitého problému, nalézá chybějící články v řetězu důkazu nebo cestu k řešení i v době, která není vyhrazena uvažování. Každému, kdo aspoň trochu tvořivě pracoval, je známo toto zaměření, tato koncentrace mysli na určitý předmět studia. Pro pravého tvůrce není přesně vymezeného času práce, on nesnáší ducha kanceláře. Je známo mnoho případů, kdy práce myšlenky pokračovala i v noci. Dlouhé měsíce hledání mnohými směry skončily nezdary, a v noci neočekávaně se objevilo řešení v plné jasnosti: na ráno zbylo je jen zapsat.

Viděli jsme již, že Ljapunov nestrpěl nepřesných důkazů, a že se domníval, že vůbec není dokázáno, co nebylo úplně dokázáno. Je zajímavé postavit výpovědi Ljapunovovy proti těmto slovům Poincaréovým, proneseným při příležitosti jeho uvedených výzkumů: „Možno učinit mnoho námitek, ale v mechanice nelze požadovat téže přesnosti jako v čisté analýze.“ V práci „*O Čebyševově problému*“ napsal Ljapunov: „Není dovoleno používat pochybných úsudků, jakmile řešíme určitou úlohu — ať již je to úloha z mechaniky či z fyziky — jen když je úloha dána docela určitě s matematického hlediska; tehdy se stává úlohou ryzí analýzy a musí se s ní zacházet jako s takovou.“

Nakonec podotýkáme, že Ljapunov, jak jsme již viděli na příkladě se zadáním doktorské disertace, nepohlížel na vědu jako na pramen hmotného blahobytu.

Otázky středoškolské. Jak jsme již řekli, Ljapunov nepovažoval otázky vyučování na universitě pro sebe za základní; tím více je to ospravedlněno při vztahu k otázkám vyučování na střední škole. Avšak Ljapunov se setkal s nevyhnutelností promyslet leccos i v tomto oboru, byv zvolen do komise pro posouzení některých otázek, týkajících se vyučování matematice na škole zřízené při Akademii věd. Tato komise, skládající se z akademiků LJAPUNOVA, MARKOVA a STEKLOVA a z dopisujících členů BOBYLJOVA, A. N. KRYLOVA a CINGERA, byla zřízena k tomu, aby odporovala projektům profesora P. A. Nekrasova, o němž jsme měli příležitost hovořit v předcházejícím paragrafu.*) Návrhy Nekrasovovy se setkaly v komisi s ostrým odporem. Členové komise vyjádřili svůj poměr k nim těmito slovy: „Náhledy P. A. Nekrasova jsou matematikům dávno známé, ale pokud nalézaly místo jen v odborných matematických časopisech, byly pokládány za neškodné.“ Od té doby, kdy autor těchto projektů je počal propagovat na stránkách rozšířených publikací, nebylo již možné o nich pomlčet. A komise prohlásila, že je s projekty Nekrasovými „... spjat pokus působit pomocí matematiky na mravně-náboženský a politický světový názor mládeže v napřed určeném směru. Komise se domnívá

*) Paragraf ten je věnován A. A. Markovu, který ostře proti Nekrasovu vystupoval. (Q. V.)

že kdyby proniklo do života školy výše připomenuté poblouzení, mylný výklad základů vědy a zneužití matematiky za zamýšleným cílem proměnit čistou vědu v nástroj náboženského a politického působení na dorůstající pokolení, způsobilo by to nenapravitelnou újmu dílu osvěty“.*)

Přeložil Q. Vetter, Praha.

*) To se stalo za carské vlády. Nekrasov žádal zneužití matematiky v duchu protipokrokovém a zpátečnickém. (Q. V.)