J. S. Vaněček

Pošinování úhlu v jeho rovině

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 9 (1880), No. 4, 160--161

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109297

Pošinování úhlu v jeho rovině.

Podává

J. S. Vaněček.

1. Nepromĕnný úhel $(A, B) = \alpha$ točí se kolem svého pevného vrcholu v. Při tom protíná rameno A kuželosečku K v bodech $a, a_1, \ldots$, čímž vzniknou úseky $va, va_1, \ldots$ Nanesme tyto úseky na příslušné polohy ramena B tak, že $va = vb$, $va_1 = vb_1, \ldots$ Jaké místo probíhá bod b? Snadno seznáme, že:

Místem bodů b jest jiná kuželosečka K_1, shodná s první kuželosečkou K, jež se ze své původní polohy pošinula do K_1 otočením kolem bodu v o daný úhel (A, B).

2. Vytkněme na kuželosečce K bod a a jeho homologický b na K_1. Bodem a nechť prochází libovolné množství kuželoseček K_a, jež rameno A postupně protíná. Kuželosečkám K_a odpovídají jiné kuželosečky K_b, procházející bodem b. Tečna T_a v bodu a, ku kterékoliv K_a vedená, uzavírá s tečnou T_b, vedené v bodu b k homologické K_b, daný úhel α. To platí o všech párech homologických tečen. Ramena všech těchto stejných úhlů (co tečny) procházejí pevnými body a, b. Z toho následuje:

Geometrickým místem vrcholů všech úhlů $(T_a, T_b) = \alpha$ jest kruhová čára, procházející body a, b, v.

Tato věta platí i pro případ, necháme-li kuželosečky K_a a K_b přejíti v tečny T_a, T_b.

Tu pak platí pravidlo:

Probíhá-li rameno A úhlu (A, B) všemi body přímé T_a, jich homologické body b ramena B probíhají jinou přímou T_b. *Přímá T_a prochází bodem a, a přímá T_b bodem b; uzavírají spolu úhel $\alpha = (A, B)$. Každé přímé T_a odpovídá jediná přímá T_b, a jejich průseky leží na kruhové čáře abv.*

3. Předešlé věty užijeme ke spojitému popsání křivých čar.

Jest dána kruhová čára abv, procházející pevnými body a, b a mající průměr d. Kolem a, b se točí ramena A, B úhlu α, jehož vrchol v probíhá tuto kruhovou čáru.

Každý bod m ramena B popisuje křivou čáru, která jest

1. pro $mv < d$ Pascalovou závitnicí;

2. pro $mv = d$ kardioidou; a konečně

3. pro $mv > d$ Descartesovým ovalem.

Základnicí Pascalovy závitnice jest daná kruhová čára a pólem pevný bod b. U kardioidy jest bod b bodem vratným. Ohniska Descartesova ovalu leží na příčné čáře, procházející bodem b a středem dané kruhové čáry.

4. Probíhá-li rameno A úhlu (A, B) kruhovou čáru K_a která prochází bodem a, probíhá druhé rameno B (dle 1) jinou kruhovou čáru K_b, procházející pevným bodem b, který jest určen relací $bv = av$. Kruhová čára K_a má střed o_1 a K_b střed o_2.

Dvě a dvě tečny, vedené v homologických bodech zmíněných kruhových čar, protínají se v bodech, které leží na závitnici Pascalově.

Její základnicí jest kruhová čára proložená body o_1, v_2 v, pólem bod v a parametrem délka bv.*)

O plochách rozvinutelných.

Napsal

V. Řehořovský v Praze.

(Pokračování).

16. *Poloměr a střed koule oskulační.* Souřadnice středu koule oskulační určili jsme již v článku 10.; jsou udány vzorci (16) neb (17). Znajíce pak souřadnice středu, určíme snadno poloměr koule oskulační co vzdálenost středu jejího od příslušného bodu křivky vratu, kterýž určen jest rovnicemi (10) čl. 7.; označíme-li poloměr oskulační koule R_0, souřadnice bodu křivky vratu x, y, z a ony příslušného středu koule x_0, y_0, z_0, platí

$$R_0^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2,$$

aneb vložíme-li ze vzorců (10) a (17) příslušné hodnoty

$$R_0^2 = \left[\frac{\beta'}{\alpha'} - \varphi + \alpha \frac{D\left(\frac{\varphi'}{\gamma'}\right)}{D\left(\frac{\alpha'}{\gamma'}\right)} + \gamma \frac{D\left(\frac{\varphi'}{\alpha'}\right)}{D\left(\frac{\gamma'}{\alpha'}\right)}\right]^2$$

*) O Pascalově závitnici pojednáno ve spisovatelově spisu: „Pošinování geometrických útvarů“.