

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Václav Špaček

O změnách polohy osy zemské a variacích geografické šířky

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 36 (1907), No. 1, 55--76

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109258>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1907

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

O změnách polohy osy zemské a variacích geografické šířky.

Podává **Václav Špaček**, s. učitel gymnasia v Chrudimi.

Poloha osy zemské v zemi samé byla považována až do nedávných dob za stálou, neboť nebylo možno dokázati změny geografické šířky, jež by změně polohy osy nutně následovaly. Rozložení hmoty na povrchu zemském se ovšem poněkud mění — jmenujme příliv a odliv, fluktuaci atmosféry a snad i nepevného nitra zemského, dále mohutné nánosy některých řek během staletí vzniklé — pak mění se ovšem poloha hlavní osy setrvačnosti i poloha s ní téměř splývající rotační osy země, avšak změny ty byly považovány za tak nepatrné, že se vymykají veškerému pozorování.

Rozdíly, které se jevily v zeměpisných šířkách některých hvězdáren určených před několika desetiletími oproti měřením novějším, daly se vysvětliti jiným způsobem nedosahující hodnot větších než $0\cdot25''$. Hvězdárny byly opatřeny zatím novými stroji, změnili se pozorovatelé, užito bylo jiné metody pozorovací, a jedná-li se o přesnost v desetínách vteřiny, lze jí docíliti jen z dlouhé řady pozorování, kde možno předpokládati kompensaci různých chyb s každým pozorováním spojených.

A když navrhoval ředitel neapolské hvězdárny prof. Fergola na VII. všeobecné konferenci pro mezinárodní měření země konané v Římě r. 1883, aby byla konána pozorování za příčinou konstatování saekulárních změn geografické šířky, nemohl se odvolávatí jen na 25letá pozorování Pulkovské hvězdárny, konaná na stroji Ertelově. Nyren redukoval je všechna dle téže metody a našel úbytek geografické šířky. Podobně jevilo se dle 40letého pozorování její zmenšení na hvězdárně Greenwichské, změna ta dala se však vysvětliti způsobem nahoře uvedeným.

Fergola navrhoval, by bylo zvoleno k pozorování několik párů hvězdáren ležících v téže zeměpisné šířce, poukazuje na výhody odtud plynoucí. Bude možno především pozorovati stejné hvězdy a výsledky měření budou pak neodvislé od deklinace hvězd, avšak na základě pozorování těch dá se též přesněji stanoviti hodnota aberrační konstanty světla. K provedení plánu

jmenoval Fergola pět dvojic hvězdáren — Mys dobré naděje a Sydney (rozdíl v z. šířce $4'22''$, rozdíl v z. délce $8\ h\ 51\ m$), Santiago a Windsor ($9'47''$, $9\ h\ 14\ m$), Řím a Chicago ($3'53''$, $6\ h\ 40\ m$), Neapol a New York ($6'22''$, $3\ h\ 53\ m$), Lissabon a Washington ($11'7''$, $4\ h\ 31\ m$).

Otázka změn polohy osy zemské týká se astronomie neméně než geodesie a proto vyzvala ústřední kancelář mezinárodního měření zemského hvězdárny k spolupráci, avšak pozorovati se počalo jen v Berlíně, kde se objevil na základě více než ročního pozorování Küstnerova od jara 1884 do jara roku následujícího úbytek zeměpisné šířky o $0.44'' \pm 0.02''$.

I byla zvolena na návrh ředitele Berlínské hvězdárny Förstera na schůzi stálé kommisie mezinárodního měření země v Solnohradě r. 1888 zvláštní kommisie, jež by se otázkou variací geografické šířky zabývala a povoleno bylo 4000 *Mk* na přípravné práce, zejména ku zkoumání method pozorovacích. A od této doby věnuje mezinárodní měření země svoji péči otázce této, jež tvoří dnes jeden z nejpřednějších jeho úkolů. Zprávy o stavu jejím vydává každoročně Th. Albrecht, sekční chef geodetického ústavu v Postupimi, který jest též ústřední kancelář mezinárodního měření země.

Ihned v lednu r. 1889 počalo se konati pravidelné pozorování v Berlíně (Dr. Marcusse) a v Postupimi (Dr. Schnauder) a počátkem března též v Praze (prof. Gruss a Weinek). Na všech třech stanicích těchto jevílo se do konce dubna roku následujícího souhlasné klesnutí výšky polu téměř o $0.5''$.*) Současné pozorování ve Strassburku, od oněch značně se lišící, bylo nutno zamítnouti pro nesprávnost jediné použité libelly. Avšak i potom pochybovali ještě mnozí o změnách těchto.

Aby se tedy zjistilo, zda se nejedná o změny pozorované snad jen ve střední Evropě, působené třeba refrakcí světla, byl vyslán dle usnesení stálé kommisie mezinárodního měření země ve Freiburku Bad. r. 1890 Dr. Marcusse na Sandwichský ostrov Oahu, by konal pozorování v zem. délce téměř o 180° rozdílne od délky jmenovaných tří hvězdáren. Ve Washingtonu připojil

*) Albrecht: Provisorische Resultate der Beobachtungsreihen in Berlin, Potsdam und Prag betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhe. Berlin 1890.

se k němu E. D. Preston, jenž měl tamtéž konati pozorování na náklad americké Coast and Geodetic Survey. Obě stanice byly zřízeny vedle sebe na pobřeží mořském 5·4 *km* jihovýchodně od hlavního města Honolulu blíže jeho předměstí Weikiki v zem. šířce $21^{\circ}16'$ a v z. délce 11 *h* 25 *m* záp. od Berlína. Pozorování svá konal Marcusse na zenitovém teleskopu geodetického ústavu od počátku června 1891 do počátku května r. 1892, pozorování Prestonova s Marcussovými dobře souhlasící trvala o měsíc déle. A skutečně pokud bylo ve střední Evropě pozorováno stoupání výšky pólu, jevílo se v Honolulu*) klesání a naopak; jednalo se tedy o skutečné změny polohy zemské osy, o nichž přestalo se pochybovati. Četné hvězdárny počaly konati nyní příslušná měření, by poskytly materiál k odvození dráhy polu.

Majíce však také jiné úkoly nemohly se zavázati hvězdárny k mnohaletému pravidelnému pozorování, jemuž byla namnoze na překážku i nepříznivá poloha jejich uprostřed měst a zařízení místností pozorovacích. Jedná se tu o variace výšky pólu činící nejvýše několik desetin vteřiny, kdežto anomalie refrakční nejbližším okolím podmníněné, mohou dosáhnouti i hodnoty celých minut. Proto se vyslovila stálá kommisie mezin. měř. v Inšpruku r. 1894 pro zavedení mezinárodního měření šířkového a roku následujícího povolila za účelem tím XI. všeobecná konference v Berlíně přijímajíc novou konvenci také zvýšení roční dotace na 60.000 *Mk* místo dřívějších 16.000 *Mk*.

Po tomto náčrtku vývoje této otázky přistupme k popisu metody měření a jeho zpracování.

Zeměpisná šířka rovná se, jak známo, výšce pólu nad obzorem. Nejjednodušší způsob stanovení jejího jakožto průměru výšek některé cirkumpolární hvězdy při její horní a dolní kulminaci neskýtá však výsledků spolehlivých proto, že měřené výšky jsou větší než skutečné následkem refrakce světla. Tato dosahuje při obzoru hodnot až $0^{\circ}5'$ a vzorce k jejímu výpočtení užívané nemohou zaručiti přesnost sahající do desetin vteřiny. Užívá se tudíž k měření výšky pólu hlavně metody Horrebow-Talcottovy, jež se nejlépe osvědčila a jíž bylo krom několika

*) Albrecht: Resultate der Beobachtungsreihe in Honolulu... Berlin 1892.

málo výjimek použito při všech měřeních vyšetřujících variace geografické šířky.

Kulminuje-li hvězda, jejíž deklinace jest δ , jižně od zenitu, v zenitové distanci z , bude patrně zeměpisná šířka φ místa, v němž se pozorování koná, identická s úhlem mezi zenitem a rovinou nebeského rovníka, tedy

$$\varphi = \delta + z.$$

Pro jinou hvězdu deklinace δ' , jež kulminuje severně od zenitu v distanci z' , bude podobně

$$\varphi = \delta' - z'$$

a sečteme-li obě tyto rovnice, jest

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta + \delta') + \frac{1}{2} (z - z').$$

Ježto však měřená distance z jest o refrakci r menší než skutečná, nutno ve vzorci tom klásti $z + r$ místo z a bude tedy posléze vzorec pro vypočtení zem. šířky

$$\varphi = \frac{1}{2} (\delta + \delta') + \frac{1}{2} (z - z') + \frac{1}{2} (r - r').$$

Volí se tedy k pozorování hvězdy, jejichž deklinace jest přesně určena. K veličině δ v katalogu hvězdném uvedené, platící pro určitý čas, připojí se redukce vzhledem k praecessi, nutaci a aberraci světla a tím získá se δ přináležející zdánlivé poloze hvězdy v době pozorování. Zenitové distance z se měří, r se vypočte jakožto známá funkce z . K přesnosti výsledku jest však nutno, aby z nepřesahovalo 30° — refrakce r jest pak malou, ale obě z a z' nesmějí se mnoho od sebe lišiti, ježto pak budou si i hodnoty r a r' téměř rovny a poslední člen ve vzorci pro φ uvedený blíží se nule; vliv refrakce jest tím eliminován.

Veškerá pozorování hleděla se nejprve přivésti v souhlas s formulí Chandlerovou pro změnu zem. šířky o dvou periodách roční a čtrnáctiměsíční, vzorec ten však neukázal se býti správným. Na základě pozorování stanovila se dráha pólu způsobem následujícím.

Má-li místo A při střední poloze pólu S zeměp. šířku φ a délku λ čítanou na západ od poledníka Greenwichského a posune-li se pól ve směru poledníka λ_1 do nové polohy S' , přejde šířka φ místa A ve $\varphi + \Delta\varphi$. Ve sferickém trojúhelníku $SS'A$

jest $AS = 90^\circ - \varphi$, $AS' = 90^\circ - (\varphi + \Delta\varphi) \nlessdot ASS' = \lambda_1 - \lambda$
a tudíž dle cosinusové věty

$$\sin(\varphi + \Delta\varphi) = \cos SS' \sin \varphi + \sin SS' \cos \varphi \cos(\lambda_1 - \lambda).$$

Rozvinou-li se $\sin(\varphi + \Delta\varphi)$, $\cos(\lambda_1 - \lambda)$ a klademe-li vzhledem k nepatrným hodnotám SS' a $\Delta\varphi$

$$\cos SS' = 1, \cos \Delta\varphi = 1, \sin SS' = SS', \sin \Delta\varphi = \Delta\varphi,$$

obdržíme změnu zeměpisné šířky místa A

$$\Delta\varphi = SS' \cos \lambda_1 \cos \lambda + SS' \sin \lambda_1 \sin \lambda.$$

V poledníku Greenwichském $\lambda = 0$ bude pozorována změna

$$x = SS' \cos \lambda_1$$

a ve směru západním k tomuto kolmém $\lambda = 90$ bude změna šířky

$$y = SS' \sin \lambda_1.$$

Jsou tedy x , y pravouhlé souřadnice bodu S' a dosazením jich do vzorce pro $\Delta\varphi$ právě uvedeného bude změna zeměp. šířky místa A

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda.$$

Z výrazů pro x , y plyne též

$$\operatorname{tg} \lambda_1 = \frac{y}{x}, \quad SS' = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Se změnou zeměpisné šířky jest ovšem spojena též změna azimutu a zem. délky. Úhel SAS' našeho sférického trojúhelníka, udávající změnu směru poledníka, stanoví též změnu azimutu Aa . Dle sinusové věty jest

$$\sin Aa : \sin SS' = \sin(\lambda_1 - \lambda) : \cos(\varphi + \Delta\varphi),$$

a klademe-li

$$\sin SS' = SS', \quad \sin Aa = Aa,$$

bude

$$Aa = \sec(\varphi + \Delta\varphi) SS' (\sin \lambda_1 \cos \lambda - \cos \lambda_1 \sin \lambda)$$

a posléze

$$Aa = (y \cos \lambda - x \sin \lambda) \sec \varphi.$$

Měřením těchto změn zabýval se Sokolof.

Je-li východištěm při počítání zem. délky místo A' v šířce φ' , plyne z trojúhelníka $AA'S$

$$\cos AA' = \sin \varphi \sin \varphi' + \cos \varphi \cos \varphi' \cos \lambda,$$

a differencováním rovnice této (oblouk AA' jest stálý)

$$0 = \cos \varphi \sin \varphi' \Delta \varphi + \sin \varphi \cos \varphi' \Delta \varphi' - \sin \varphi \cos \varphi' \cos \lambda \Delta \varphi - \cos \varphi \sin \varphi' \cos \lambda \Delta \varphi' - \cos \varphi \cos \varphi' \sin \lambda \Delta \lambda.$$

A dosadíme-li tu ještě pro odvozené již změny šířkové

$$\Delta \varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda, \quad \Delta \varphi' = x,$$

obdržíme pro změnu zem. délky místa A

$$\Delta \lambda = (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \operatorname{tg} \varphi + y \operatorname{tg} \varphi'.$$

V rovnicích těchto jsou $\Delta \lambda$, $\Delta \varphi$, x , y vyjádřeny v míře obloukové, ježto však lze násobiti obě jejich strany příslušným převodním faktorem, platí i tehdy, jsou-li veličiny ony vyjádřeny ve vteřinách.

Při odvození dráhy pólu nanášeny byly graficky pro každou stanici, kde se pozorování konala, hodnoty $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$ — to jest rozdíl mezi pozorovanou šířkou φ (tvořící většinou průměr pozorování měsíčního) a střední šířkou φ_0 z celého pozorování plynoucí — jakožto funkce času a nakreslena křivka průběh výšky pólu v místě tom znázorňující. A z křivky této vyňaty pak pořadnice $\Delta \varphi$ pro intervaly postupující po desetinách roku.

Jestliže tedy pro dobu t_1 , již přísluší poloha pólu stanovená souřadnicemi x_1 , y_1 , byla na stanici jedné v z. délce λ' pozorována odchylka $\Delta \varphi'_1$, na jiné stanici v délce λ'' současně odchylka $\Delta \varphi''_1$ atd., máme k určení x_1 , y_1 rovnice

$$\begin{aligned} \Delta \varphi'_1 &= x_1 \cos \lambda' + y_1 \sin \lambda' \\ \Delta \varphi''_1 &= x_1 \cos \lambda'' + y_1 \sin \lambda'' \\ \Delta \varphi'''_1 &= x_1 \cos \lambda''' + y_1 \sin \lambda''' \end{aligned}$$

atd., jichž jest tolik, na kolika stanicích bylo $\Delta \varphi_1$ v době t_1 určeno.

A přičtou-li se všem hodnotám $\Delta \varphi$ k odvození x , y použitým stejné váhy 1, stanoví se dle metody nejmenších čtverců pravdě nejpodobnější hodnoty x_1 , y_1 rovnicemi

$$\begin{aligned} x_1 [\cos^2 \lambda] + y_1 [\sin \lambda \cos \lambda] &= [\Delta \varphi_1 \cos \lambda] \\ x_1 [\sin \lambda \cos \lambda] + y_1 [\sin^2 \lambda] &= [\Delta \varphi_1 \sin \lambda], \end{aligned}$$

kdež značí

$$\begin{aligned} [\cos^2 \lambda] &= \cos^2 \lambda' + \cos^2 \lambda'' + \cos^2 \lambda''' + \dots \\ [\sin \lambda \cos \lambda] &= \sin \lambda' \cos \lambda' + \sin \lambda'' \cos \lambda'' + \sin \lambda''' \cos \lambda''' + \dots \\ [\Delta \varphi_1 \cos \lambda] &= \Delta \varphi'_1 \cos \lambda' + \Delta \varphi''_1 \cos \lambda'' + \Delta \varphi'''_1 \cos \lambda''' + \dots \end{aligned}$$

atd.

Váhy takto určených x , y jsou pak

$$p_x = [\cos^2 \lambda] - \frac{[\sin \lambda \cos \lambda]^2}{[\sin^2 \lambda]}, \quad p_y = [\sin^2 \lambda] - \frac{[\sin \lambda \cos \lambda]^2}{[\cos^2 \lambda]}.$$

Pro jinou dobu t_2 určeny podobně z hodnot $\Delta\varphi_2$ pomocí stejných rovnic souřadnice pólu x_2 , y_2 atd. Když však na základě takto stanovených hodnot x , y byly pro každou stanici počítány odchylky $\Delta\varphi$ dle vzorce

$$\Delta\varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda,$$

lišily se tyto více méně od pozorovaných hodnot $\Delta\varphi$, jichž bylo k výpočtu x , y použito. Dělí-li se pak součet veškerých odchylek těch na určité stanici jejich počtem n , obdržíme průměrnou odchylku mezi pozorovaným a počítaným $\Delta\varphi$

$$v_0 = \frac{1}{n} \sum (\Delta\varphi_{\text{mér.}} - \Delta\varphi_{\text{poč.}}).$$

O tento obnos jsou tedy změny pozorované $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ průměrem větší než počítané, proto jest nutno o obnos v_0 zvětšiti předpokládanou střední šířku φ_0 , čímž se pozorování uvede v souhlas s počtem. Dle toho změni se pozorované hodnoty na $\Delta\varphi = \varphi - (\varphi_0 + v_0)$ a výpočet x , y se opakuje. Tímto způsobem se postupuje tak dlouho, až se docílí na všech stanicích toho, že součet odchylek mezi pozorováním a počtem jest nullou. Jsou tedy odchylky ty brzy kladné brzy záporné a jsou-li pozorování správná, mohou činiti jen málo setin vteřiny.

Takto byla tedy stanovena dráha pólu nejprve za dobu 1890·0 — 1895·0*), t. j. od počátku r. 1890 a později 1895·1 až 1899·8**). Průběh její znázorňuje obr. 1. kreslený dle Albrechta podobně jako obrazce následující. Souřadnice jednotlivých bodů počítány byly po desetínách roku a body těmi vedena křivka dráhu pólu znázorňující. V místech, kde by nebylo jasno, které části křivky stanovený bod přísluší, zejména v průsečících, připojena číslice udávající desetiny roku. Zde uvádíme též seznam všech pozorování, jichž bylo při odvození dráhy pólu použito.

*) Albrecht: Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation im Dezember 1897.

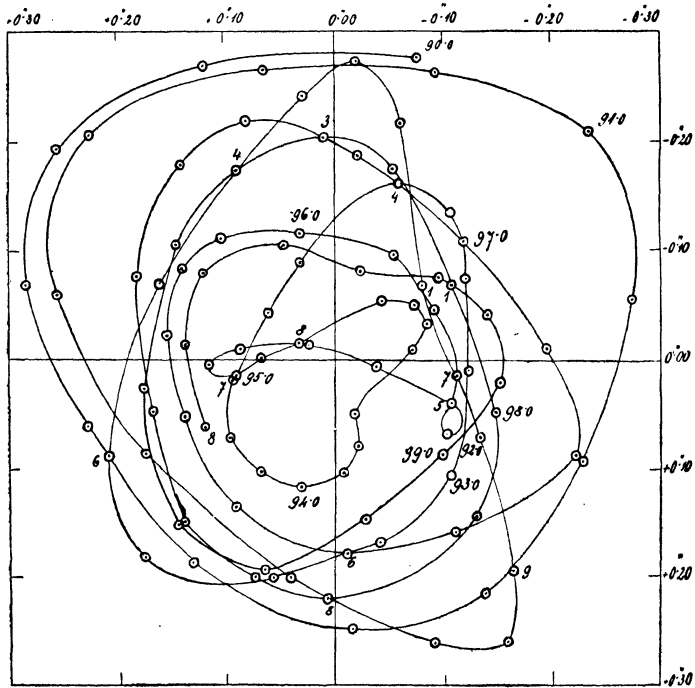
***) Bericht über den Stand... am Schlusse des Jahres 1899.

Stanice	φ	λ	Doba pozorování
Berlín	52° 30' 18"	— 13° 24'	1890·0—1892·9
Betlehem . . .	40 36 23	+ 75 23	90·0— 90·9 93·0— 93·9 95·1— 95·5
Honolulu . . .	21 16 25	+ 157 50	91·5— 92·4
Kapské Město .	— 33 56 3	— 18 29	92·2— 93·9
Karlsruhe . . .	49 0 29	— 8 24	93·5— 96·3
Kazaň	55 47 23	— 49 7	92·5— 99·8
Lyon	45 41 41	— 4 47	93·0— 99·4
Neapol	40 51 46	— 14 15	93·5— 94·3
New York . . .	40 48 28	+ 73 58	93·5— 94·3 95·1— 99·8
Philadelfia . .	39 58 2	+ 75 10	96·8— 99·8
Postupim . . .	52 22 53	— 13 4	89·1— 90·3 94·0— 99·8
Praha	50 5 16	— 14 25	89·3— 92·4 95·2— 99·8
Pulkova	59 46 18	— 30 19	90·4— 94·3 96·4— 99·8
Rockville . . .	39 5 11	77 10	91·5— 92·1
San Francisco .	37 47 29	122 26	91·5— 92·6
Strassburk . .	48 35 1	— 7 46	91·5— 98·7
Taškent	41 19 39	— 69 18	95·6— 96·7
Tokio	35 39 17	— 139 45	95·6— 97·7 98·8— 99·4
Varšava	52 13 6	— 21 2	97·5— 98·7
Vídeň	48 12 40	— 16 22	93·0— 93·9
Washington . .	38 55 14	77 3	94·4— 97·1 98·2— 99·8

Řady méně spolehlivé, jichž použito nebylo, zde uvedeny nejsou. Taktéž nebyl zřetel vzat k řadě Moskevské 1892·3 až 1895·4, jež nebyla včas oznámena. Váha souřadnic jest různá v jednotlivých místech křivky dle toho, kolika pozorování různých stanic bylo k odvození jejich použito. Vzhledem k různým vahám tvoří body ty 20 skupin. Pro dobu 1891·0 – 91·4 a 1892·7, kde bylo málo spolehlivého materiálu, byly hodnoty x , y interpolovány.

Střední chyba souřadnic jednotlivých bodů v první části před dobou 1895·0 činí asi $\pm 0\cdot04$, v druhé části následkem souměrnějšího rozdělení stanic $\pm 0\cdot03$.

V druhé části křivky byl vzat též zřetel k různým vahám pozorování na různých stanicích. Kde činily odchylky mezi pozorováním a počtem více než $0\cdot073$ při průměru 0 všech od-



Obr. 1.

chylek, přičena pozorování váha poloviční $p = \frac{1}{2}$. Rovnice k určení příslušných souřadnic x, y změni se pak tak, že jest v nich klásti

$$[p \cos^2 \lambda], [p \sin \lambda \cos \lambda], [p A\varphi \sin \lambda],$$

atd. místo

$$[\cos^2 \lambda], [\sin \lambda \cos \lambda], [A\varphi \sin \lambda].$$

Na obrazci našem značí směr meridiánu Greenwichského přímka jdoucí svisle dolů od střední polohy pólu. Z obrazce toho lze graficky stanoviti změny výšky pólu v kterékoli země-

pisné délce λ . Nakresleme na obrazci tom polohu onoho poledníka a promítněme na něj pravouhle jednotlivé body křivky pólové. Průměty tyto značí pak odchylku polohy pólu v poledníku tom pozorovanou. Klesne-li poloha jeho pod polohu střední, padá průmět do prodloužení poledníka λ opačným směrem od počátku. Vzdálenost průmětu některého bodu křivky v poledníku λ od počátku jest totiž rovna průmětu průvodiče bodu toho a tudíž i průmětu jeho souřadnic x , y na směr λ , totiž

$$x \cos \lambda + y \sin \lambda,$$

což jest však pozorovaná změna $\Delta\varphi$.

Kdybychom vedli počátkem kolmici ke směru poledníka λ , značí též vzdálenosti jednotlivých bodů křivky od kolmice té změny výšky pólové.

Na přesnost výsledků plynoucích z veškerých měření zde uvedených mohly však míti značný vliv nepřesné hodnoty deklinací při metodě Horrebow-Talcottové předpokládané. Bylo nutno tudíž z pozorování samého odvoditi příslušné korekce členu $\frac{1}{3}(\delta + \delta')$ pro každý pár hvězdný. Musily se tedy pozorovati na různých stanicích tytéž hvězdy a aby se dle uvedené metody měření mohla konati s náležitou přesností, musily ležeti stanice ty pokud možno na téže rovnoběžce. Z měření již uvedených konala se taková v Neapoli a New Yorku v době 1893:5—94:3.

Ku stanovení x , y stačily by ovšem stanice dvě, aby se však zmíněné korekce deklinací určily neodvisle od různých rušivých vlivů, jež se mohly na jedné stanici vyskytnouti, a aby byla zajištěna kontrola a také náhrada, když by se někde pozorování konati nemohla, měly se zřídit na mezinárodní útraty čtyři stanice pozorovací. Tím ovšem nestala se bezcennými pozorování jinde konaná, jež mohou sloužiti jako kontrola oněch, zejména pokud by se konala blíže poledníků stanic mezinárodních.

Návrhy o volbě stanic předložila centrální kancelář stálé kommissi m. měř. z. v říjnu r. 1896. Ze sedmnácti navržených kombinací vztahujících se na rovnoběžky: $+ 36^{\circ} 48'$ (Alžír, 2 komb.), $+ 37^{\circ} 7'$ (Likata na Sicilii), $+ 37^{\circ} 47'$ (San Francisco), $+ 38^{\circ} 10'$ (Palermo), $+ 39^{\circ} 8'$ (Mizusava, 5 komb.), $+ 40^{\circ} 50'$ (Neapol, 2 komb.), $+ 41^{\circ} 19'$ (Taškent), $+ 44^{\circ} 50'$

(Krim), — $33^{\circ} 54'$ (Sydney), — $33^{\circ} 27'$ (Santiago, 2 komb.), zvolena byla kombinace Mizusava, Carloforte, Gaithersburg, Ukiah.

Při jich volbě bylo nutno přihlédnouti ke mnoha okolnostem. Stanice musily ležeti v civilisované zemi v blízkosti většího města, by měly snadné spojení s centrální kanceláří. Bylo třeba příznivých poměrů meteorologických, by stanice vykazovaly ve všech ročních dobách pokud možno nejvíce jasných večerů, by se pozorování mohla konati. Tomu odpovídá pásmo subtropické a vzhledem k podmínce prvé mohla se na východě zříditi stanice jen v Japonsku v zem. šířce 36° — 40° .

Souměrného rozložení stanic nebylo však možno dosáhnouti a zvolena tudíž kombinace nahoře uvedená. Po rozhodnutí tom dalo ruské topografické oddělení generálního štábu zříditi stanici v Čárdžuj a také hvězdárna v Cincinnati na téže rovnoběžce ležící přihlásila se k součinnosti.

Poloha stanic musila se voliti též tak, aby terrain vykazoval k severu i jihu stejné poměry. Jinak mohou v blízkosti stanice vznikati velké rozdíly tepelné a následkem toho i anomalie refrakční. Tak ku př. v Postupimi v zimě 1894 jevíly se značné odchylky mezi pozorováním a počtem. K jihu prostírá se les, k severu se půda níží. Ve vzdálenosti 2 *km* od Postupimi dosáhly tehdy rozdíly teploty až $10^{\circ} C$, jež mohou značné změny refrakce přivoditi.

Všech šest stanic leží v pásu asi $\frac{1}{2}$ *km* širokém a rozloženy jsou takto:

Mizusava $\varphi = 39^{\circ} 8' 4''$, $\lambda = -141^{\circ} 7' 30''$ v severovýchodní části ostrova Nipponu ve vzdálenosti asi $1\frac{1}{4}$ *km* od města, v místě, jež není ohrožováno zemětřesením.

Čárdžuj $\varphi = 39^{\circ} 8' 11''$, $\lambda = -63^{\circ} 29' 20''$ na levém břehu řeky Amu Darja při důležité silnici vedoucí do Chivy, asi 9 *km* sevzáp. od města.

Carloforte $\varphi = 39^{\circ} 8' 14''$, $\lambda = -8^{\circ} 18' 50''$ na italském ostrově San Pietro při jihozáp. břehu Sardinie.

Gaithersburg $\varphi = 39^{\circ} 8' 14''$, $\lambda = 77^{\circ} 11' 56''$ blíže Washingtonu.

Cincinnati $\varphi = 39^{\circ} 8' 20''$, $\lambda = 84^{\circ} 25' 20''$ v zahradě hvězdárny ležící 8 *km* sevových. od města.

Ukiah $\varphi = 39^{\circ} 8' 12''$, $\lambda = 123^{\circ} 13'$ ve státě Cal.

Pozorovací domky byly vystavěny dle návodu daného centrální kanceláři v létě r. 1899 tak, aby vnitřní i vnější teplotura se rychle vyrovnávaly. Stavba jejich provedena souměrně v podobě obdélníka, uprostřed postaven byl izolovaně pilíř pro zenitový teleskop. Stroje tyto zhotovil Wanschaff v Berlíně, optické části jejich Zeiss. Kalibr jejich měří 108 mm, ohnisková délka 130 cm, zvětšení jest 104násobné. V Čárdžuj a Cincinnati použito bylo poněkud menších starších strojů téhož systému z téže dílny.

K pozorování bylo užito metody visuelní, ježto pokusy s methodou fotografickou navrženou Marcussem nepodávaly výsledků tak přesných. Při rozměřování desek fotografických vadila nejasnost obrazů, při methodě prvé jest počet při stanovení výšky φ nepatrný proti práci spojené s vyvoláváním a měřením desek a jest tak možno záhy též postřehnouti každou poruchu stroje.

Program pozorování, jež se musilo konati na všech stanicích souhlasným způsobem, vydal Albrecht.*) Především bylo nutno stanoviti konstanty stroje, totiž úhlovou hodnotu otočení mikrometrického šroubu (t. j. úhel, jenž odpovídá posunutí pohyblivého vlákna v okuláru při jednom otočení šroubu), závislost její na teplotuře, chyby šroubu toho a úhlové hodnoty dílců libel.

Pozorováno bylo 12 hvězdných skupin, z nichž každá obsahovala 30" rektascense, takže hvězdy jedné skupiny kulminovaly během dvou hodin. Každá skupina má 6 hvězdných párů, jejichž výběr učinil z největší části japonský observator H. Kimura. Aby refrakce r nenabyla větších hodnot, voleny byly tak, by zenitová distance nedosahovala 24° , a v jednotlivých párech neliší se z , z' od sebe více než o $10' - 15'$, takže i v nejnepříznivějším případě, kde $z - z' = 15'$, $z = 24^{\circ}$, bylo by dle tabulky v Albrechtově návodě uvedené $\frac{1}{2}(r - r') = 0.15''$.

Refrakce byla tu počítána dle vzorce $r = \alpha \operatorname{tg} z$, takže

$$r - r' = \alpha (\operatorname{tg} z - \operatorname{tg} z') = \alpha \frac{\sin(z - z')}{\cos z \cos z'}.$$

*) Anleitung zum Gebrauche des Zenittelteleskops auf den internationalen Breitenstationen. Berlin 1902.

Vyjádří-li se pak rozdíl $z - z'$ v minutách, bude $\sin(z - z') = (z - z') \sin 1'$ a tedy posléze

$$\frac{1}{2}(r - r') = \frac{1}{2}\alpha \sin 1' \frac{z - z'}{\cos^2 z},$$

kdež stanoví velikost konstanty

$$\log\left(\frac{1}{2}\alpha \sin 1'\right) = 7.9237 - 10.$$

V každém páru jsou hvězdy pokud možno stejné jasnosti — v mezích velikosti 4. až 7. — a kulminace obou následuje za sebou na opačných stranách zenitových po 4—15 minutách. Krom toho se pozorovaly na návrh Helmertův v každé skupině ještě dva páry v zenitové distanci asi $60''$ s rozdílem z nejvýše 5' ku zjištění anomalí refrakčních, jež by mohly nastati. Tu by se totiž značně lišilo φ z těchto dvou párů určené od výšek plynoucích z párů zenitových. Anomalie tyto zvláště vystupují před východem a západem slunce, proto počalo pozorování vždy aspoň $1\frac{1}{2}$ hodiny po západu a $1\frac{1}{2}$ hod. před východem slunce končilo.

Z přehledu pozorování těchto, v němž uveden jest hvězdný čas každé skupiny, datum i počet dní jejího pozorování a počet dní, kde byla pozorována se skupinou následující,

I.	0—2	23. září	—	6. pros.	75 dní	35 dní
II.	2—4	2. list.	—	4. led.	64	29
III.	4—6	7. pros.	—	30. led.	55	26
IV.	6—8	5. led.	—	24. ún.	51	25
V.	8—10	31. led.	—	21. břez.	50	25
VI.	10—12	25. ún.	—	15. dub.	50	25
VII.	12—14	22. břez.	—	11. květ.	51	26
VIII.	14—16	16. dub.	—	8. červ.	54	28
IX.	16—18	12. květ.	—	9. červc.	59	31
X.	18—20	9. červ.	—	13. srp.	66	35
XI.	20—22	10. červc.	—	22. září	75	40
XII.	22—24	14. srp.	—	1. říj.	80	40

jest patrné, že každá skupina v první polovině doby svého pozorování pozorována byla se skupinou předešlou, jež v druhé polovině byla vypuštěna a nahrazena skupinou následující. Pozorování obou skupin trvalo denně 4 hodiny.

Před pozorováním určitého páru hvězdného dá se dalekohledu v poledníku střední sklon $\frac{1}{2}(z + z')$, který jest předem

již dosti přesně znám vzhledem ku přibližně aspoň známé již šířce místa. Objevivši se v zorném poli protíná hvězda kolmo soustavu 11 rovnoběžných vláken okuláru rozložených souměrně po obou stranách vlákna středního. Příčné pohyblivé vlákno posune se mikrometrickým šroubem tak, aby stanovilo na rovnoběžných oněch vláknech místo, kde je hvězda pozorovaná přešla. Odpovídá-li pak při nulovém postavení šroubu poloze příčného vlákna zenitová distance z_1 , bude patrné

$$z = z_1 + m R,$$

značí-li m počet otočení šroubových při té poloze vlákna, kudy hvězda prošla kulminujíc, a R úhlovou hodnotu jednoho otočení šroubu. Po odečteních těchto, jež se dala na čtyřech vláknech postranních a jejichž průměr jest přesnější než snad jediné odečtení na středním vláknu sítě, obrácen byl stroj o 180° a nejdéle ve čtvrt hodině objevila se druhá hvězda onoho páru. A je-li tu počet otočení šroubu při postavení příčného vlákna m' , bude

$$z' = z_1 + m' R.$$

Odečtením obou posledních rovnic bude

$$z - z' = (m - m') R,$$

záleží tedy stanovení druhého členu $\frac{1}{2}(z - z')$ ve vzorci pro zeměpisnou šířku φ pouze na odečtení dvou poloh mikrometrického šroubu okuláru. Jedno otočení odpovídalo úhlu asi $40''$, hlava šroubu jest rozdělena na 100 dílů, jichž desetiny — tedy $0.04''$ — lze ještě odhadovati. Odečtení tato byla ovšem ještě korigována zejména vzhledem k údajům libell kolmo k ose dalekohledu připevněných, stanovících úhel, o nějž se zatím změnil daný střední sklon dalekohledu na obou stranách zenitu, než se k odečtení na šroubu přistoupí.

Pozorování počala se konati na podzim r. 1899, definitivně zpracována jsou do d. 4. ledna 1902.*) V době od 16. prosince 1899, kdy se konala již na všech stanicích pozorování, do 4. ledna 1902 bylo jen 5 dní, v nichž byla pozorování na všech šesti stanicích neúplná. Zde uvádíme při každé stanici počátek pozorování r. 1899, počet pozorovacích dnů v době do 4. ledna 1902 a počet pozo-

*) Th. Albrecht: Resultate des internationalen Breitendienstes. Bd. I. Berlin 1903.

rovaných zenitových párů v době do 4. ledna 1900, od této doby do 4. ledna 1901 a odtud do 4. ledna 1902.

Mizusava . . .	16. pros.	357 dní	29, 1335, 1408
Čárdžuj . . .	10. září	283	402, 1113, 1441
Carloforte . . .	24. října	564	393, 2347, 2562
Gaithersburg . . .	2. října	396	440, 1748, 1565
Cincinnati . . .	1. září	289	551, 1135, 1258
Ukiah	11. října	382	327, 1596, 1498

Kromě toho pozorovány byly páry refrakční, jichž počet činil asi třetinu párů zenitových.

Výšky pólu stanovené téhož večera na základě měření různých párů téže skupiny lišily se však od sebe v desetínách vteřiny — patrně následkem chyb v předpokládaných deklinacích ve členu $\frac{1}{2}(\delta + \delta')$. Tyto deklinace hvězd k pozorování zvolených i pohyb jejich stanovil na základě hvězdných katalogů observator hvězdárny kralovecké Dr. Cohn.*) Bylo tudíž nutno z pozorování samého stanoviti korekce těchto členů pro každý pár hvězdný.

Průměr pozorování všech šesti zenitových párů jedné skupiny $\varphi = \frac{1}{6}(\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_6)$ vzat byl za hodnotu správnou a rozdíl mezi ním a hodnotou odvozenou z pozorování jednotlivého páru tvoří opravu deklinace onoho páru $\varphi - \varphi_1$, $\varphi - \varphi_2$ atd. Opravy tyto byly stanoveny ve všech dnech, kde bylo pozorování úplné, kdy totiž bylo všech šest zenitových párů pozorováno, a průměr oprav těchto tvořil korekci průměrnou. Při páru 2. ku př. činila korekce tato na stanici Miz. + 0·09 (ze 24 poz.), Č. + 0·02 (36 poz.), Carl. + 0·17 (64 poz.), G. + 0·13 (66 poz.), Cin. + 0·13 (52 poz.), U. + 0·15 (45 poz.) a průměr jejich utvořený se zřetelem k počtu pozorování jednotlivých na každé stanici + 0·12 činí redukci na střední deklinační systém I. skupiny. Byla odvozena tedy z celkového počtu 250 pozorování. Podobně se utvářely poměry při párech ostatních, hodnotu 0·5 přesahuje redukce ta jen ve čtyřech případech. Střední chyba redukci činila tu $\pm 0·03''$, v Čárdžuj však činila nepoměrně více. Proto byla pozorováním na stanici této konaným přičtena

*) Ableitung der Deklinationen und Eigenbewegungen der Sterne für den intern. Polhöhendienst. Berlin 1900.

jen váha poloviční. Různé vady na teleskopu byly zatím opraveny a pozorování z r. 1902 jsou již přesnější. Zavedením redukci jednotlivých párů získal se souhlas ve výsledcích plynoucích z kteréhokoliv páru téže skupiny.

Ona průměrná výška každého dne z celé skupiny stanovená jest téměř nezávislá na hodnotě R , neboť v průměru všech šesti φ přichází člen $\frac{1}{6} \Sigma \frac{1}{2} (z - z')$, jehož hodnota jest menší než $\frac{1}{3}'$. Při volbě plánu bylo totiž přihlíženo k tomu, by $\Sigma (z - z')$ v žádné skupině nepřesahovalo hodnotu $1'$. Při měření samém jest člen ten vyjádřen však součinem hodnoty R činicí asi $40''$, jejíž součinitel bude tedy velmi malý a chyba v R snad se vyskytující nemá vlivu na φ . Ježto však následkem praecesse mění se také deklinace hvězd ročně až o $\pm 0.3'$, bude nutno po několika letech část párů hvězdných zejména kulminujících při 0^h a 12^h nahraditi novými, aby v jednotlivých skupinách součet $\Sigma (z - z')$ zůstal blízký nulle.

Když však byly výsledky všech pozorování pomocí nalezených redukci opraveny, lišily se od sebe opět šířky plynoucí z obou skupin současně pozorovaných. Bylo tedy nutno stanovití další redukce jedné skupiny na druhou, aby se výsledky ty shodovaly. I utvořeny byly průměrné výšky plynoucí z jedné i druhé skupiny za dobu jejich současného pozorování, jež odpovídají patrně téže doby. Odečtou-li se pak obě výšky od sebe, obdržíme redukci skupiny na předcházející skupinu. Značí-li tedy φ_k výšku plynoucí ze skupiny k té, m_k redukci na skupinu předešlou, bude

$$\varphi_{k-1} - \varphi_k = m_k$$

a dle toho

$$\varphi_2 + m_2 = \varphi_1$$

$$\varphi_3 + m_3 = \varphi_2$$

$$\varphi_4 + m_4 = \varphi_3$$

.

Sečtením u těchto rovnic bude

$$\varphi_n + m_n + m_{n-1} + \dots + m_3 + m_2 = \varphi_1,$$

lze tedy sečtením redukci všech skupin předcházejících redukovati pozorování kterékoliv skupiny na skupinu prvou. Redukce jednotlivých skupin na předešlou byly stanoveny po obě léta,

průměr jejich tvořil redukci staniční a průměr všech šesti staničních redukcí činil vlastní redukci skupiny na skupinu předešlou.

Součet všech dvanácti redukcí tvoří redukci skupiny na ní samotnou, měl se tedy rovnati 0, činil však — 0·141". Vzhledem ku přesnosti pozorování samého bylo nutno hledati původ této chyby v nepřesné hodnotě aberrační konstanty 20·470".

V katalogu Cohnově uvedeny byly rektascense α a deklinace δ pro počátek r. 1900. Deklinace pro zdánlivou polohu hvězdy v době t stanoví se připojením redukce

$$A\delta = Aa' + Bb' + Cc' + Cd' + tm',$$

kdež konstanty A, B, C, D jsou jen funkcí času t a uvedeny jsou v „Berl. Astr. Jahrbuch“. Veličiny a', b', c', d' jsou pak pouze funkcí deklinace a rektascense hvězdy, *) m' značí vlastní pohyb její v deklinaci. Pro pár hvězdný přistoupí ku členu $\frac{\delta_s + \delta_j}{2}$ redukce

$$A \frac{\delta_{sev.} + \delta_{jiz.}}{2} = A \frac{a_s' + a_j'}{2} + B \frac{b_s' + b_j'}{2} + C \frac{c_s' + c_j'}{2} + D \frac{d_s' + d_j'}{2} + t \frac{m_s' + m_j'}{2};$$

konstanty A, B, C, D změní se během doby mezi oběma kulminacemi jen nepatrně, vezmou se tedy hodnoty příslušné době střední.

Veličiny B a C obsahují však také jako faktor konstantu aberrační K . Hodnotu její uváděl Berl. Jahrb. ještě r. 1900 dle Struweho 20·445", pro rok 1901 pak 20·470", jíž bylo při výpočtu zdánlivých poloh hvězd použito. Ukazovala totiž veškerá novější pozorování, že hodnotu Struweho jest nutno zvětšiti. Ku př. Marcusse při pozorování v Honolulu docílil souhlasu v redukcích jednotlivých skupin zavedením konstanty 20·50".

Přejdeme-li od K k hodnotě $K + AK$, bude nutno členy

$$C \frac{c_s' + c_j'}{2} + D \frac{d_s' + d_j'}{2} = M$$

*) O významu veličin těch viz ku př. Brünnow, Lehrb. der sphär. Astronomie, IV. vyd. 1881, str. 205.

násobiti faktorem

$$\frac{K + \Delta K}{K} = 1 + \frac{\Delta K}{K},$$

t j. hodnotu M zvětšíme o součin $\frac{\Delta K}{K} M$. Značí-li tedy n_{kI} neb n_{kII} počet zenitových párů, jichž měřením stanovena průměrná výška k -té skupiny v první neb druhé části pozorování (totiž se skupinou předešlou neb následující), zvětší se průměrné výšky φ_k, φ_{k+1} plynoucí ze dvou skupin současně pozorovaných o veličiny

$$+ \frac{\Delta K}{K} \frac{1}{n_{kII}} \sum M_{kII}, \quad + \frac{\Delta K}{K} \frac{1}{n_{k+1I}} \sum M_{k+1I},$$

a k redukci $m_k = \varphi_k - \varphi_{k+1}$ přistoupí jejich rozdíl $\frac{\Delta K}{K} N_k$, kdež význam N jest zřejmý.

Z podmínky, že součet nových redukcí

$$\sum \left(m_k + \frac{\Delta K}{K} N_k \right) = 0,$$

neb jinak

$$\sum m_k + \frac{\Delta K}{K} \sum N_k = 0,$$

bylo určeno $\Delta K = +0.042 \pm 0.015''$. Hodnota aberrační konstanty z měření toho plynoucí jest tedy $20.512''$.

Sčítáním takto opravených redukcí m_2', m_3' atd. členy $\frac{\Delta K}{K} N_k$ odvozeny byly, jak dříve uvedeno, redukce kterékoliv skupiny na skupinu první $r_k = m_2' + m_3' + \dots + m_k'$. Je-li opět φ_1 výška plynoucí ze skupiny první, plyne ze skupiny k -té výška $\varphi_k = \varphi_1 + r_k$. Průměr všech těchto hodnot jest

$$\frac{1}{12} (\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_{12}) = \varphi_1 - \frac{1}{12} (r_2 + r_3 + \dots + r_{12}).$$

Připojíme-li tudíž ke skupině první redukci

$$n_1 = -\frac{1}{12} (r_2 + r_3 + \dots + r_{12})$$

a k dalším skupinám $n_k = n_1 + r_k$, budou se shodovati výšky plynoucí z obou skupin za dobu současného jich pozorování. Korekci Cohnova průměru deklinací každého páru tvoří tedy součet redukce n_k příslušné skupiny a redukce páru dříve v jeho skupině stanovené.

Na základě takto korigovaných deklinací opraveny byly veškeré výsledky jednotlivých měření a k odvození dráhy pólu mohlo se přistoupiti s přesností daleko větší než při pozorování starších. Stanovily se definitivní téměř měsíční výšky pólu plynoucí ze dvou sousedních skupin za dobu jejich současného pozorování a z nich na základě grafického znázornění hodnoty $\Delta\varphi$ pro desetiny roku způsobem nahoře výtčeným.

Průměrné výšky stanoveny byly postupným přiblížením tyto :

Mizusava . . .	39° 8' 3·62''	Čárdžuj . . .	10·67''
Carloforte . . .	8·93''	Gaithersburg .	13·15''
Cincinnati . . .	19·31''	Ukiah	12·08''

Na obr. 2. a 3. znázorněn jest průběh výšky pólu na stanicích Mizusava a Gaithersburg na základě zmíněných výšek průměrných. U jednotlivých poloh uveden počet párů, z nichž výška ta byla odvozena.

Když pak byly vypočteny hodnoty x, y po desetinaách roku, činil součet čtverců chyb (t. j. rozdílů mezi použitými hodnotami $\Delta\varphi$ a hodnotami z odvozené dráhy pólu plynoucími) na všech stanicích 0·1684, řešení tudíž neuspokojilo vzhledem ku přesnosti metody. Bylo tedy použito rozšířeného vzorce

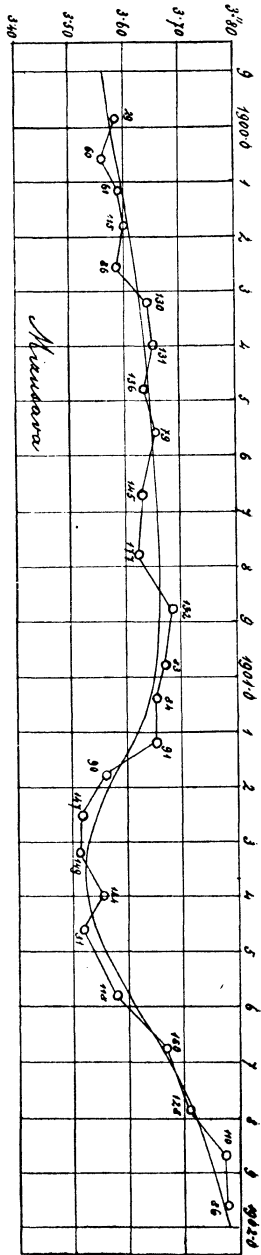
$$\Delta\varphi = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

na něž upozornil již při předběžném zpracování měření japonský observator Kimura; člen z jest tu neodvislý od složek pohybu pólu. Hodnoty x, y, z byly pak počítány z normálních rovnic

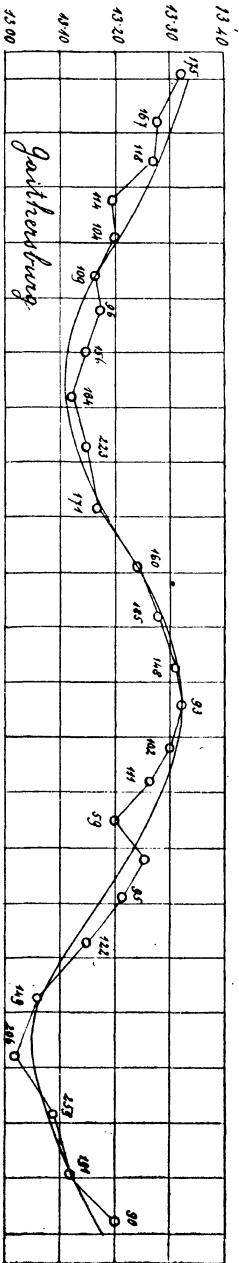
$$\begin{aligned} [p \cos^2 \lambda] x + [p \sin \lambda \cos \lambda] y + [p \cos \lambda] z &= [p \Delta\varphi \cos \lambda] \\ [p \sin \lambda \cos \lambda] x + [p \sin^2 \lambda] y + [p \sin \lambda] z &= [p \Delta\varphi \sin \lambda] \\ [p \cos \lambda] x + [p \sin \lambda] y + [p] z &= [p \Delta\varphi], \end{aligned}$$

načež součet čtverců chyb činil 0·069. Dále zavedla se ještě v Gaithersburku, kde se jevily veliké odchylky od pozorování v Cincinnati jen 7° vzdálené, osobní rovnice 0·10'' vzhledem ku střídání pozorovatelů a docílilo se součtu čtverců chyb 0·035, kdežto na základě jednodušší rovnice pro $\Delta\varphi$ činil 0·13.

Hodnoty x, y, z tohoto definitivního řešení zde uvádíme a na obr. 2. a 3. naznačená křivka znázorňuje též průběh výšky pólu na základě hodnot x, y, z vypočtených.



Ober. 2.



Ober. 3.

	x	y	z
1889·9	+ 0·039''	+ 0·097''	+ 0·031''
1900·0	+ 052	+ 058	+ 028
1	+ 055	+ 018	+ 021
2	+ 047	— 019	+ 008
3	+ 018	— 045	— 014
4	— 016	— 055	— 029
5	— 029	— 048	— 033
6	— 047	— 027	— 025
7	— 052	+ 009	— 008
8	— 052	+ 044	+ 019
9	— 033	+ 055	+ 047
1901·0	— 001	+ 058	+ 062
1	+ 027	+ 052	+ 055
2	+ 071	+ 048	+ 022
3	+ 095	+ 021	— 005
4	+ 119	— 030	— 026
5	+ 112	— 092	— 036
6	+ 084	— 133	— 032
7	+ 033	— 141	— 016
8	— 016	— 122	+ 007
9	— 067	— 086	+ 025
1902·0	— 117	— 038	+ 044

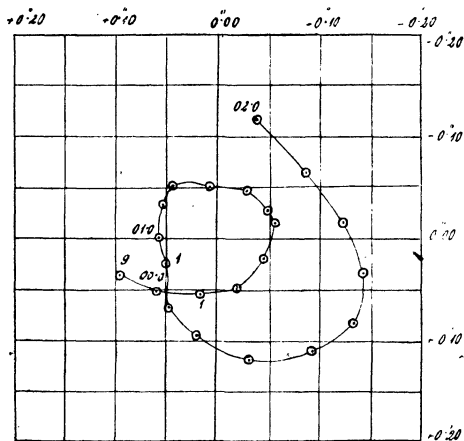
Vypočtené hodnoty z platí ovšem především pro rovnoběžku $39^{\circ} 8'$ a snad i pro celé mírné pásmo severní polokoule, nelze je však přisuzovati geoidu celému. Ku zkoumání jeho bylo by třeba stanic ležících v jiných šířkách. Též o původu členu z nelze zatím určit, má-li původ jen v anomáliích refrakčních, je-li příčinou jeho snad zanedbání parallax stálic či něco jiného. Průběh hodnoty z jest v obou letech podobný a snad po delší době bude možno bližší vysvětlení jeho podati.

Na obr. 4. nakreslena dráha pólu pomocí uvedených hodnot x , y . Rozdíl mezi krajními polohami jejími činí asi $0\cdot25''$, kterémužto úhlu odpovídá na zemi délka asi $7\frac{1}{2} m$.

Počátek křivky této jest týž jako při křivce znázorňující dráhu pólu v době 1890·0—1899·8, jak plyne z oněch pozorování hvězdáren, jež padají do doby před i po periodě 1899·8.

Jsou to:

Tokio	15. října	1898 — 26. července	1901
Kazaň	20. července	1897 — 16. února	1901
Pulkova	20. ledna	1898 — 18. prosince	1900
Leiden	($\varphi = 52^{\circ} 9' 20''$, $\lambda = -4^{\circ} 29'$)	27. června	1899 až do 19. listopadu 1901
Philadelphia	11. září	1898 — 25. srpna	1901.



Obr. 4.

Ve staré soustavě, kde byla průměrná výška φ_0 , bylo by

$$\varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

v nové soustavě při průměrné šířce φ_0' a souřadnicích x' , y' , z podobně

$$\varphi - \varphi_0' = x' \cos \lambda + y' \sin \lambda + z.$$

Odečtením obou posledních rovnic. obdržíme

$$\Delta\varphi_0 = \Delta x \cos \lambda + \Delta y \sin \lambda,$$

kdež $\Delta\varphi_0 = \varphi_0' - \varphi_0$ značí změnu střední šířky stanice, $\Delta x = x' - x$, $\Delta y = y' - y$ značí souřadnice nového počátku ve staré soustavě. Pro pět uvedených stanic máme tedy pět rovnic k stanovení hodnot Δx , Δy . Dle metody nejmenších čtverců se stanoví

$$\Delta x = + 0.017 \pm 0.013, \quad \Delta y = + 0.013 \pm 0.013.$$

Splývají tedy počátky souřadnic obou křivek v mezích chyb pozorovacích.