Cornelius Plch

Přirozený kyvadlový stroj a dva nápodobené kyvadélkové strojky. [I.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 17 (1888), No. 1, 1--10

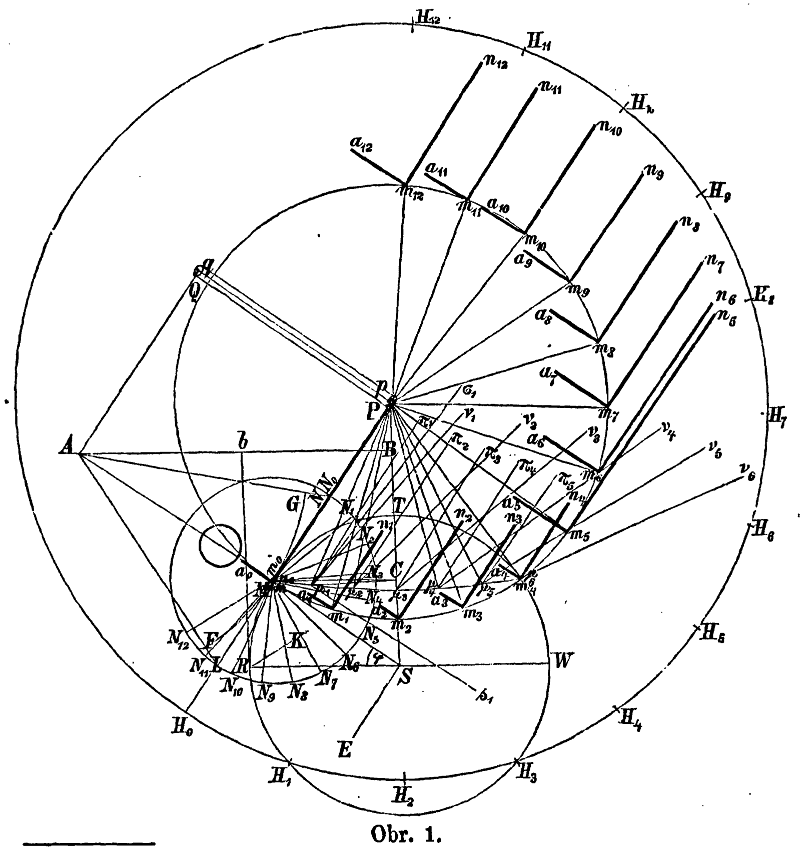
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109157

Přirozený kyvadlový stroj a dva nápodobené kyvadélkové strojky.*)

Onen objevil roku 1883 a tyto nápodobil roku 1884 P. **Cornelius Plch**, T. J. v Bohusudově.

Úvod.

Budiž RMTWR (obr. 1.) rovina poledníková naší země, již tuto považujeme za kouli dokonalou všude stejné hustoty, S její



Obr. 1.

*) Stylisace tohoto článku je upravena tak, aby i studující všemu mohli bez obtíže porozuměti.

střed, RW rovníkový průměr, pM *„úsečka poledníku“ čili zkrátka „poledník“* místa M povrchu zemského, a ST zemská osa, kterouž poledník pM protíná v pevném bodě p.

Otáčí-li se země kolem osy ST *od západu k východu úhlovou rychlostí*

$$V = \frac{360^0}{D} = \frac{360^0}{24\,\text{hodin}} = 15^0,$$

tož opíše za den $D = 24$ hodin místo M rovnoběžník $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ o poloměru MC $\perp$ ST; současně opíše poledník pM oblinu přímého kužele $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, a zemský poloměr SM oblinu přímého kužele $S\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$.

Rovnoběžník $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ není totožný s onou stopou, kterou místo M ve světovém prostoru po sobě zanechá, pohybuje-li se země v ekliptice kolem slunce a se sluncem do světového prostoru.*) Taktéž obliny kuželové nejsou totožné s oněmi stopami, kteréž poledník pM a zemský poloměr SM za téže podmínky ve světovém prostoru po sobě zanechají.

Jakmile obliny kuželů $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, $S\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ jedenkráte jsou opsány, pošinují (klouzají) se po nich následkem rotace místa M ramena pM, SM pravého úhlu pMS neustále směrem $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ a úhlovou rychlostí $V = 15^0$, protože každý bod ramen pM, SM (vyjma pevné body p, S) za každou hodinu opíše oblouk patnácti stupňův. *Vzhledem k tomuto pošinovacímu (klouzacímu) pohybu ramen* pM, SM *na oblinách kuželů* $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, $S\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ *jsou tyto obliny a kužele (relativně) nehybné, ačkoliv se zároveň se zemí v ekliptice a s ekliptikou pohybují, kterýžto společný pohyb ani relativného pohybu ramen* pM, SM *ani relativného klidu oblin a kuželů nikterak nemění, takže v tomto článku od společného pohybu v ekliptice a s ekliptikou odezírati smíme.* **Odezíráme-li skutečně od tohoto společného pohybu, smíme též osu** Sp **a kužele** $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, $S\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ **za „naprosto (absolutně) nehybné“ považovati.**

Rozdělíme-li v mysli rovnoběžník $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ na libovolný počet n **) stejných oblouků

---

*) Viz *Dr. A. Seydler: „Základové theoretické fysiky“.* Díl I. §. 47. pag. 160—163. V Praze. Slavík a Borový. 1880.

**) Na obrazci je $n = 12$.

$$\mu_0\mu_1 = \mu_1\mu_2 = \ldots = \mu_{n-1}\mu_0,$$

a spojíme-li nehybná místa μ_0, μ_1, $\mu_2 \ldots$ s vrcholy p, S oněch kuželů přímkami, rozdělí se každá oblina na n stejných oblinek

$$\mu_0 p\mu_1 = \mu_1 p\mu_2 = \ldots = \mu_{n-1}p\mu_0,$$
$$\mu_0 \mathrm{S}\mu_1 = \mu_1 \mathrm{S}\mu_2 = \ldots = \mu_{n-1}\mathrm{S}\mu_0,$$

z nichžto každá za dobu

$$d = \frac{\mathrm{D}}{n} = \frac{24\,\text{hodin}}{n}$$

byla opsána.

Rozřízneme-li v mysli oblinu kužele $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ směrem $\mu_0 p$, a prostřeme-li odvinutou oblinku $\mu_0 p\mu_1$ na pevný obzor o_1 nehybného místa μ_1, obdržíme kruhovou výseč o středovém úhlu u_1 a poloměru $\mu_0 p$.

Značí-li $\varphi = \sphericalangle \mathrm{RSM}$ zeměpisnou šířku místa M a $\gamma = \frac{360^0}{n}$ středový úhel $\mu_0 \mathrm{C}\mu_1$, tož bude

$$\sphericalangle\, \mu_0 p\mathrm{S} = \varphi,$$
$$\sphericalangle\, \mu_0 \mathrm{S}p = 90^0 - \varphi,$$
$$\text{arc}\, \mu_0\mu_1 = 2\pi \,.\, \mu_0 p \,.\, \frac{u_1}{360^0},$$
$$\text{arc}\, \mu_0\mu_1 = 2\pi \,.\, \mu_0 \mathrm{C} \,.\, \frac{\gamma}{360^0},$$

z čehož vychází

$$u_1 = \gamma \,.\, \frac{\mu_0 \mathrm{C}}{\mu_0 p} = \gamma \sin \varphi.$$

Poledník pM *pošinuje se tudíž po oblině kužele* $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ *směrem* $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, *otáčeje se při tom kolem zemské osy* Sp *úhlovou rychlostí* $\gamma = \frac{360^0}{n}$, *a zároveň kolem pevného bodu* p *čili kolem osy* $pq \perp p$M *úhlovou rychlostí* $u_1 = \gamma \sin \varphi$. *Vzhledem k těmto rotacím jsou osy* Sp, pq *nehybné.*

Znamenají-li u_2, u_3, $\ldots$ u_n středové úhly odvinutých a potažmo na pevné obzory o_2, o_3, $\ldots$ $o_n \equiv o_0$ nehybných míst μ_2, $\mu_3, \ldots \mu_n \equiv \mu_0$ prostřených oblinek $\mu_0 p\mu_2$, $\mu_0 p\mu_3, \ldots \mu_0 p\mu_n \equiv \mu_0 p\mu_0$, pak bude

$$u_2 = 2\gamma \sin \varphi,$$
$$u_3 = 3\gamma \sin \varphi,$$
$$\ldots\ldots$$
$$u_n = n\gamma \sin \varphi = 360^0 \sin \varphi.$$

Sestrojíme-li v mysli na pevných obzorech $o_1, o_2, \ldots o_n \equiv o_0$ nehybných míst $\mu_1, \mu_2, \ldots \mu_n \equiv \mu_0$ ku středovým úhlům u_1, $u_2, \ldots u_n$ střídavé úhly $p\mu_1\nu_1$, $p\mu_2\nu_2, \ldots p\mu_n\nu_n \equiv p\mu_0\nu_n$, tož bude také

$$\begin{aligned} \sphericalangle p\mu_1\nu_1 &= \gamma \sin\varphi, \\ \sphericalangle p\mu_2\nu_2 &= 2\gamma \sin\varphi, \\ &\ldots\ldots\ldots \\ \sphericalangle p\mu_n\nu_n &= n\gamma \sin\varphi = 360^0 \sin\varphi. \end{aligned}$$

Jsou-li $u'_1, u'_2, \ldots u'_n$ středové úhly odvinutých a potažmo na pevné obzory $o_1, o_2, \ldots o_n \equiv o_0$ nehybných míst μ_1, $\mu_2, \ldots \mu_n \equiv \mu_0$ prostřených oblinek $\mu_0 S\mu_1, \mu_0 S\mu_2, \ldots \mu_0 S\mu_n \equiv \mu_0 S\mu_0$, dostaneme podobným spůsobem

$$\begin{aligned} u'_1 &= \gamma \cos\varphi, \\ u'_2 &= 2\gamma \cos\varphi, \\ &\ldots\ldots \\ u'_n &= n\gamma \cos\varphi = 360^0 \cos\varphi. \end{aligned}$$

Zemský poloměr SM *pošinuje se tudíž po oblině kužele* $S\mu_0\mu_1\mu_2\ldots\mu_0$ *směrem* $\mu_0\mu_1\mu_2\ldots\mu_0$, *otáčeje se při tom kolem zemské osy* ST *úhlovou rychlostí* $\gamma = \frac{360^0}{n}$ *a zároveň kolem pevného bodu* S *čili kolem osy* SE $\perp$ SM *úhlovou rychlostí* $u'_1 = \gamma \cos\varphi$. *Vzhledem k těmto rotacím jsou osy* ST, SE *nehybné.*

Přirozený kyvadlový stroj.

I. Podstatné části tohoto stroje jsou tyto:

1. vrchní obzor $pH_0H_1H_2\ldots H_0$ otáčejícího se místa M, s poledníkem pM, děleným kruhem $MN_0N_1N_2\ldots N_0$ a závěsným bodem A Foucaultova kyvadla AM v jediný celek pevně spojený;

2. **spodní obzor** $pm_0m_1m_2\ldots m_{12}p$ otáčejícího se místa M, s osou $pq \perp p$M a soustavou středových i střídavých úhlů, rovnoběžek i rovnoběžných kolmých rovin taktéž v jediný celek pevně spojený;

3. pevné obzory $o_0, o_1, o_2\ldots$ nehybných míst $\mu_0, \mu_1, \mu_2\ldots$ na rovnoběžníku $\mu_0\mu_1\mu_2\ldots\mu_0$ nehybném;

4. přímý kužel $p\mu_0\mu_1\mu_2\ldots\mu_0$ *nehybný.*

Vrchní obzor $pH_0H_1H_2\ldots H_0$ *čili rozšířená vodorovná podlaha otáčejícího se místa* M *je mathematický kruh o poloměru*

pH_0, *jehož částí je poledník* pM. Na pokraji tohoto velikého kruhu sestrojen jest libovolným poloměrem MN_0 menší kruh $MN_0N_1N_2 \ldots N_0$, jenž úhly středovými

$$N_0MN_1 \equiv pMN_1 = \gamma \sin\varphi,$$
$$N_0MN_2 \equiv pMN_2 = 2\gamma \sin\varphi,$$
$$N_0MN_3 \equiv pMN_3 = 3\gamma \sin\varphi,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

rozdělen jsa „děleným kruhem“ se zove.

Na stropě vysokého a pevně klenutého chrámu neb divadla aneb domu podobného zavěšeno jest v bodě A, jehožto svislice AS prochází středem M děleného kruhu $MN_0N_1N_2 \ldots N_0$, velmi dlouhé a 10 až 30 kilogrammů těžké *Foucaultovo kyvadlo* AM takovým spůsobem*), aby na vše strany volně mohlo kývati. Zdi oné budovy, ve které je Foucaultovo kyvadlo AM zcela volně zavěšeno, spojují závěsný bod A s vrchním obzorem $pH_0H_1H_2 \ldots H_0$, děleným kruhem $MN_0N_1N_2 \ldots N_0$ a poledníkem pM v jediný pevný celek.

Následkem rotace místa M *kolem zemské osy* Sp *pošinuje se vrchní obzor* $pH_0H_1H_2 \ldots H_0$, *pevně jsa spojen s poledníkem* pM, *po oblině kužele* $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ *směrem* $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$, *otáčeje se při tom kolem zemské osy* Sp *úhlovou rychlostí* $\gamma = \dfrac{360^0}{n}$, *a zároveň kolem svého středu* p *čili kolem osy* $pq \perp pM$ *úhlovou rychlostí* $u_1 = \gamma \sin\varphi$ *tak, že se obliny kužele* $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ *ustavičně týmže poledníkem* pM *dotýká.* Tímto pošinovacím pohybem přijde vrchní obzor $pH_0H_1H_2 \ldots H_0$ z polohy pevného obzoru o_0 nehybného místa μ_0 do polohy pevného obzoru o_1 nehybného místa μ_1, pak z této polohy do polohy pevného obzoru o_2 nehybného místa μ_2, ..., a pokryje na okamžik středový úhel

$N_0MN_1 \equiv pMN_1 = \gamma \sin\varphi$ stejný úhel $p\mu_1\nu_1 = \gamma \sin\varphi$,
$N_0MN_2 \equiv pMN_2 = 2\gamma \sin\varphi$ „ „ $p\mu_2\nu_2 = 2\gamma \sin\varphi$,
$N_0MN_3 \equiv pMN_3 = 3\gamma \sin\varphi$ „ „ $p\mu_3\nu_3 = 3\gamma \sin\varphi$,
. . . .

Otáčí-li se ale vrchní obzor $pH_0H_1H_2 \ldots H_0$ *kolem osy* $pq \perp pM$ *směrem* $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_2$ *a úhlovou rychlostí* $u_1 = \gamma \sin\varphi$,

---

*) Viz *K. V. Zenger a Fr. Fridrich Čecháč: „Fysika pokusná i výkonná“* Díl I. Mechanika pag. 155. V Praze. Fr. Šimáček. 1882.

otáčí se zajisté na rovině, na níž osa pq *stojí kolmo a pevně takže s ní jediný toliko celek tvoří.* **Rovina tato sluje spodním obzorem, poněvadž ku spodní straně vrchního obzoru $pH_0H_1H_2...H_0$ přiléhajíc pod vrchním obzorem se vyskytuje.** *Vzhledem k rotaci vrchního obzoru* $pH_0H_1H_2...H_0$ *na spodním kolem nehybné osy* pq *je spodní obzor nehybný.*

Spodní obzor $pm_0m_1m_2...m_{12}p$ otáčejícího se místa M je s vrchním obzorem $pH_0H_1H_2...H_0$ soustředná kruhová výseč, jež volně leží mezi oblinou kužele $p\mu_0\mu_1\mu_2...\mu_0$ i vrchním obzorem, a s odvinutou kuželovou oblinou je shodná. Její poloměr pm_0 rovná se jak poledníku pM tak také kuželové straně $p\mu_0$. Myslíme si na spodním obzoru sestrojeny *středové i střídavé úhly*

$$m_0pm_1 = pm_1n_1 = \gamma \sin\varphi,$$
$$m_0pm_2 = pm_2n_2 = 2\gamma \sin\varphi,$$
$$m_0pm_3 = pm_3n_3 = 3\gamma \sin\varphi,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

a kolmé rovnoběžné roviny

$$a_0m_0p \parallel a_1m_1n_1 \parallel a_2m_2n_2 \parallel a_3m_3n_3 \parallel \ldots,$$

jež procházejí *rovnoběžkami*

$$a_0m_0 \parallel a_1m_1 \parallel a_2m_2 \parallel a_3m_3 \parallel \ldots$$

na spodním obzoru $pm_0m_1m_2...m_{12}p$ kolmo stojícími a *rovnoběžkami*

$$m_0p \parallel m_1n_1 \parallel m_2n_2 \parallel m_3n_3 \parallel \ldots$$

na spodním obzoru ležícími.

Bude tedy

$$\text{arc}\, m_0m_1 = 2\pi \,.\, m_0p \,.\, \frac{\gamma\sin\varphi}{360^0} = 2\pi \,.\, \mu_0p \,.\, \frac{\gamma\sin\varphi}{360^0} = \text{arc}\, \mu_0\mu_1,$$
$$\text{arc}\, m_0m_2 = 2\pi \,.\, m_0p \,.\, \frac{2\gamma\sin\varphi}{360^0} = 2\pi \,.\, \mu_0p \,.\, \frac{2\gamma\sin\varphi}{360^0} = \text{arc}\, \mu_0\mu_2,$$
$$\text{arc}\, m_0m_3 = 2\pi \,.\, m_0p \,.\, \frac{3\gamma\sin\varphi}{360^0} = 2\pi \,.\, \mu_0p \,.\, \frac{3\gamma\sin\varphi}{360^0} = \text{arc}\, \mu_0\mu_3,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Je-li některá z kolmých rovnoběžek

$$a_0m_0 \parallel a_1m_1 \parallel a_2m_2 \parallel a_3m_3 \parallel \ldots$$

svislicí a tudíž souhlasná z kolmých rovnoběžných rovin

$$a_0m_0p \parallel a_1m_1n_1 \parallel a_2m_2n_2 \parallel a_3m_3n_3 \parallel \ldots$$

svislou rovinou, pak nemohou býti ostatní kolmé rovnoběžky svislicemi, a ostatní kolmé rovnoběžné roviny svislými rovinami, protože neprocházejí zemským středem S, jímž procházejí svislice $S\mu_0$, $S\mu_1$, $S\mu_2$, $S\mu_3 \dots$ a souhlasné svislé roviny $S\mu_0 p$, $S\mu_1 \nu_1$, $S\mu_2 \nu_2$, $S\mu_3 \nu_3 \dots$

II. Následkem rotace místa M kolem osy Sp směrem $\mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_0$ pošinuje se místo M po oblouku $m_0 m_1 m_2 \dots m_{12}$ spodního obzoru $p m_0 m_1 m_2 \dots m_{12} p$ z místa $m_0 \equiv \mu_0$ do místa m_1, a zároveň po rovnoběžníku $\mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_0$ z nehybného místa μ_0 do nehybného místa μ_1, pak z místa m_1 do místa m_2 a zároveň z nehybného místa μ_1 do nehybného místa $\mu_2 \dots$

Místo M *přitlačuje tedy nepřetržitě postupné body* $m_0 \dots m_1 \dots m_2 \dots$ *spodního obzoru* $p m_0 m_1 m_2 \dots m_{12} p$ *k souhlasným bodům* $\mu_0 \dots \mu_1 \dots \mu_2 \dots$ *rovnoběžníka* $\mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_0$ **tak, že spodní obzor každý okamžik jiným poloměrem** $m_0 p \dots m_1 p \dots m_2 p \dots$ **obliny kužele** $p \mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_0$ **se dotkne, a tudíž po této oblině kolem vrcholu** p **týmže směrem** $\mu_0 \mu_1 \mu_2 \dots \mu_0$ **a touže úhlovou rychlostí** $u_1 = \gamma \sin \varphi$ **se valí,** *kterým směrem a kterou rychlostí vrchní obzor* $p H_0 H_1 H_2 \dots H_0$ *kolem téhož vrcholu po téže oblině se pošinuje, dotýkaje se jí neustále týmže poledníkem* Mp.

Tímto současným, stejnosměrným a stejnorychlým pohybem na oblině kuželové přijdou oba tito obzorové $p H_0 H_1 H_2 \dots H_0$, $p m_0 m_1 m_2 \dots m_{12} p$ z polohy pevného obzoru o_0 nehybného místa μ_0 zároveň do polohy pevného obzoru o_1 nehybného místa μ_1, pak z této polohy do polohy pevného obzoru o_2 nehybného místa μ_2, ..., splyne na okamžik rovina

$a_0 m_0 p$	se svislou	rovinou	$S\mu_0 p$,
$a_1 m_1 n_1 \parallel a_0 m_0 p$	„	„	$S\mu_1 \nu_1$,
$a_2 m_2 n_2 \parallel a_0 m_0 p$	„	„	$S\mu_2 \nu_2$,
. . . .	. . .	. . .	. . .

a pokryje na okamžik

středový úhel	bezprostředně *úhel*	a prostředečně *úhel*
$N_0 M N_1 \equiv p M N_1 = \gamma \sin \varphi$	$p m_1 n_1 = \gamma \sin \varphi$	$p \mu_1 \nu_1 = \gamma \sin \varphi$,
$N_0 M N_2 \equiv p M N_2 = 2\gamma \sin \varphi$	$p m_2 n_2 = 2\gamma \sin \varphi$	$p \mu_2 \nu_2 = 2\gamma \sin \varphi$,
$N_0 M N_3 \equiv p M N_3 = 3\gamma \sin \varphi$	$p m_3 n_3 = 3\gamma \sin \varphi$	$p \mu_3 \nu_3 = 3\gamma \sin \varphi$,
. . . .	. . . .	. . . .

Na okamžik tudíž pokryje

poledník bezprostředně	*poloměr* a prostředečně	*kuželovou stranu*
pM	pm_0	$p\mu_0$,
pM	pm_1	$p\mu_1$,
pM	pm_2	$p\mu_2$,
pM	pm_3	$p\mu_3$,

. . . .

zároveň pokryje

poloměr bezprostředně	*rovnoběžku* a prostředečně	*přímku*
MN_0	m_0p	μ_0p,
MN_1	$m_1n_1 \parallel m_0p$	$\mu_1\nu_1$,
MN_2	$m_2n_2 \parallel m_0p$	$\mu_2\nu_2$,
MN_3	$m_3n_3 \parallel m_0p$	$\mu_3\nu_3$,

. . . .

Následkem rotace místa M *kolem osy* Sp *směrem* $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ *stane se tedy každý poloměr* MN_0, MN_1, MN_2, $MN_3 \ldots$ *děleného kruhu* $MN_0N_1N_2 \ldots N_0$ *na okamžik rovnoběžným s poloměrem* m_0p *spodního obzoru* $pm_0m_1m_2 \ldots m_{12}p$, jenž po oblině kužele $p\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ kolem vrcholu p směrem $\mu_0\mu_1\mu_2 \ldots \mu_0$ a úhlovou rychlostí $u_1 = \gamma \sin\varphi$ ustavičně se valí. **Z tohoto parallelismu jde na jevo, že dělený kruh** $MN_0N_1N_2 \ldots N_0$, jenž na spodním obzoru $pm_0m_1m_2 \ldots m_{12}p$ kolem osy pq směrem $m_0m_1m_2 \ldots m_{12}$ a úhlovou rychlostí $u_1 = \gamma \sin\varphi$ se krouží, taktéž **kolem svého středu** M **čili kolem svislice** $AS \parallel pq$ **směrem** $N_{12}N_{11}N_{10} \ldots N_0$ **a úhlovou rychlostí** $u_1 = \gamma \sin\varphi$ **se otáčí** *). *Vzhledem k této rotaci je svislice* AS *nehybná.*

Současně se stane každá nehybná přímka μ_0p, $\mu_1\nu_1$, $\mu_2\nu_2$, $\mu_3\nu_3$, ... *na okamžik rovnoběžnou s týmže poloměrem* m_0p *valícího se spodního obzoru* $pm_0m_1m_2 \ldots m_{12}p$. **Z tohoto parallelismu lze dokázati, že nižádná z nehybných přímek** $\mu_1\nu_1$, $\mu_2\nu_2$, $\mu_3\nu_3$, ... **nemůže býti rovnoběžná s kuželovou stranou** μ_0p a sice takto:

Když poloměr m_0p spodního obzoru pokrývá kuželovou stranu μ_0p, svírají ostatní poloměry m_1p, m_2p, $m_3p \ldots$ se souhlasnými stranami μ_1p, μ_2p, $\mu_3p \ldots$ potažmo úhly:

$$\sphericalangle\, m_1p\mu_1 < \sphericalangle\, m_2p\mu_2 < \sphericalangle\, m_3p\mu_3 < \ldots$$

Když ale poloměr m_1p spodního obzoru pokrývá kuželovou

*) Srovnej můj článek v tomto časopise XV. 1886. pag. 197—211.

stranu $\mu_1 p$, svírají ostatní poloměry $m_0 p$, $m_2 p$, $m_3 p \ldots$ se souhlasnými stranami $\mu_0 p$, $\mu_2 p$, $\mu_3 p \ldots$ potažmo úhly:

$$\sphericalangle m_0 p \mu_0 = \sphericalangle m_2 p \mu_2 < \sphericalangle m_3 p \mu_3 < \ldots$$

V tomto případu pokrývá úhel $p m_1 n_1 = \gamma \sin \varphi$ stejný úhel $p \mu_1 \nu_1 = \gamma \sin \varphi$, a leží tudíž rameno $m_1 n_1 \| m_0 p$ na rameně $\mu_1 \nu_1$. Z toho jde na jevo, že rovnoběžkou $m_1 n_1 \| m_0 p$ pokryté rameno $\mu_1 \nu_1$ je rovnoběžné s poloměrem $m_0 p$, který se stranou kuželovou $\mu_0 p$ svírá úhel $m_0 p \mu_0 = \sphericalangle m_2 p \mu_2$. *Nemůže tudíž přímka $\mu_1 \nu_1$ rovnoběžná býti s kuželovou stranou $\mu_0 p$, protože přímka rovnoběžná s jedním ramenem úhlu $> o^0$ nemůže býti rovnoběžná s jeho druhým ramenem.*

Podobným spůsobem lze dokázati, že ani přímky $\mu_2 \nu_2$, $\mu_3 \nu_3$, $\ldots \mu_n \nu_n \equiv \mu_0 \nu_n$ nemohou býti rovnoběžné s kuželovou stranou $\mu_0 p$, třebas bychom si nehybná místa μ_0, μ_1, $\mu_2 \ldots \mu_n \equiv \mu_0$ nekonečně blízko sebe myslili.*)

Přímky $\mu_0 p$, $\mu_n \nu_n \equiv \mu_0 \nu_n$ leží na pevném obzoru o_0 nehybného místa μ_0 *a svírají úhel*

$$p\mathrm{MN}_{12} \equiv p \mu_0 \nu_n = n\gamma \sin \varphi = 360^0 \sin \varphi \text{ **)}.$$

Přímky $\mu_0 p$, $\mu_1 \nu_1$, $\mu_2 \nu_2 \ldots \mu_{n-1} \nu_{n-1}$ jsou mimoběžné, jelikož dvě a dvě neleží na jediné rovině.

Sestrojíme-li v mysli *rovnoběžky*

$$\mu_0 p \| \mu_1 \pi_1 \| \mu_2 \pi_2 \| \mu_3 \pi_3 \| \ldots,$$

tož neleží rovnoběžky $\mu_1 \pi_1$, $\mu_2 \pi_2$, $\mu_3 \pi_3 \ldots$ potažmo na pevných obzorech o_1, o_2, $o_3 \ldots$ nehybných míst μ_1, μ_2, $\mu_3 \ldots$ nýbrž na rozšířených rovinách $\mu_0 p \mu_1$, $\mu_0 p \mu_2$, $\mu_0 p \mu_3 \ldots$ i jest pak rovinný úhel

$$p \mu_1 \pi_1 = \mu_0 p \mu_1 < u_1 = \gamma \sin \varphi = p \mu_1 \nu_1,$$
$$p \mu_2 \pi_2 = \mu_0 p \mu_2 < u_2 = 2\gamma \sin \varphi = p \mu_2 \nu_2,$$
$$p \mu_3 \pi_3 = \mu_0 p \mu_3 < u_3 = 3\gamma \sin \varphi = p \mu_3 \nu_3,$$

. . . .

z čehož plynou nerovnosti úhlů

$$p \mu_1 \pi_1 < p \mu_1 \nu_1, \quad p \mu_2 \pi_2 < p \mu_2 \nu_2, \quad p \mu_3 \pi_3 < p \mu_3 \nu_3 \ldots$$

z nichžto vychází na jevo, že větší úhly $p \mu_1 \nu_1$, $p \mu_2 \nu_2$, $p \mu_3 \nu_3 \ldots$ nemohou býti pravoúhlými průměty menších úhlů $p \mu_1 \pi_1$, $p \mu_2 \pi_2$, $p \mu_3 \nu_3 \ldots$

---

*) Srovnej můj článek v tomto časopise XIV. 1885. pag. 10—15.

**) Že poloha útvaru se pohybujícího (zde „$\sphericalangle p\mathrm{MN}_{12} = 360^0 \sin \varphi$") s pevnou polohou útvaru nehybného (zde „$\sphericalangle p \mu_0 \nu_n = 360^0 \sin \varphi$") toliko v okamžiku splynutí je totožná („$\equiv$"), samo sebou se rozumí.

Nemohou tudíž roviny $\pi_1\mu_1\nu_1$, $\pi_2\mu_2\nu_2$, $\pi_3\mu_3\nu_3 \ldots$ *na pevných obzorech* o_1, o_2, $o_3 \ldots$ *nehybných míst* μ_1, μ_2, $\mu_3 \ldots$ *státi kolmo, aniž rovnoběžnými býti se svislou rovinou* $p\mu_0\mathrm{S}$, což nejlépe znázorňuje rovina $\pi_n\mu_n\nu_n \equiv p\mu_0\nu_n \equiv p\mathrm{MN}_{12}$, jež s pevným obzorem $o_n \equiv o_0$ nehybného místa $\mu_n \equiv \mu_0$ v jedinou rovinu splývá, a na svislé rovině $p\mu_0\mathrm{S}$ kolmo stojí.

Je-li $s_1\mu_1 \parallel \mathrm{S}\mu_0$ a značí-li $\mu_1\sigma_1$ průsečnici roviny $s_1\mu_1\pi_1$ s pevným obzorem o_1 nehybného místa μ_1, pak bude také $s_1\mu_1\pi_1 \parallel \mathrm{S}\mu_0 p$, $\mu_1\sigma_1 \parallel \mathrm{S}\mu_0 p$, nikoliv ale $\mu_1\sigma_1 \parallel \mu_0 p$, poněvadž jest $\mu_1\pi_1 \parallel \mu_0 p$. **Jsou tedy přímky $\mu_0 p$, $\mu_1\sigma_1$ mimoběžkami.**

(Pokračování.)

O čtyrúhelníku dvojstředovém.

Pro žáky středních škol napsal

A. Strnad,

professor v Hradci Králové.

1. Že čtyrúhelníků rovinných vyznačují se zvláštními vlastnostmi čtyrúhelník kružnici vepsaný a čtyrúhelník kružnici opsaný (tětivový a tečnový čtyrúhelník); z počátků geometrie známy jsou tyto dvě věty charakterisující jmenované dva druhy čtyrúhelníků:

V čtyrúhelníku tětivovém jsou dva a dva protější úhly výplňkové.

V čtyrúhelníku tečnovém rovná se součet dvou protějších stran součtu druhých dvou stran.

Taktéž jest známo, že tyto věty obsahují v sobě podmínky právě dostatečné, dle kterých čtyrúhelník kružnici vepsaný neb opsaný poznáváme; jest však při tom zapotřebí přestati na čtyrúhelnících s úhly vesměs dutými, kteréž omezení v řádcích následujících vždy budeme předpokládati.

Zcela zvláštní druh čtyrúhelníků, zasluhující podrobnějšího vyšetření, vznikne spojením obou druhů jmenovaných; jest to čtyrúhelník, jemuž lze kružnici opsati i vepsati.

Strany jeho jsou tětivami jedné kružnice a tečnami druhé. Že čtyrúhelník takový vůbec může existovati, jest patrno; jestiť čtverec nejjednodušším toho příkladem. Také lichoběžník rovnoramenný o kružnici opsaný jest zároveň čtyrúhelníkem vepsaným.