Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Ferdinand Budinský

# Výpočet napětí a průhybů u venkovních vedení elektrických o středních a velikých rozpětích. [I.]

*Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, Vol. 74 (1949), No. 1, D20--D36

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/109147

[3] C. GOODMANN: Construction of Nuclear Reactors, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.
[4] H. L. ANDERSON, E. FERMI a spolupracovníci: Phys. Rev., **72**, 16, 1947.
[5] F. L. FRIEDMAN: Elementary Pile Theory, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.
[6] R. D. EVANS: Fundamentals of Nuclear Physics, The Science and Engineering of Nuclear Power, 1947.

# VÝPOČET NAPĚTÍ A PRŮHYBŮ U VENKOVNÍCH VEDENÍ ELEKTRICKÝCH O STŘEDNÍCH A VELIKÝCH ROZPĚTÍCH.

## Část I. Řešení iteracemi.

Prof. Ing. FERDINAND BUDINSKÝ, Praha.

Odvodil jsem již dříve [1] rovnici změny stavu, která umožňuje výpočet napětí pro různé povětrnostní stavy charakterisované teplotou $t$ a přetížením $z$ pro vedení na libovolně strmém svahu a o libovolně velikém rozpětí. Tato rovnice má stejnou stavbu jako rovnice změny stavu odvozená za předpokladu parabolické řetězovky souměrné (platné toliko pro podpory ve stejné výši a pro rozpětí poměrně malá, lišíc se od ní jen tím, že místo rozpětí $a$ a modulu $E$ obsahuje t. zv. redukované rozpětí $a_r$ a t. zv. redukovaný modul $E_r$. Pro úplnost uvádím zde znovu příslušné rovnice:

$$\frac{\xi^2 a_r^2}{24}\left[\left(\frac{z_2}{p_2}\right)^2-\left(\frac{z_1}{p_1}\right)^2\right]=\beta\,\varDelta t+\frac{\varDelta p_b}{E_r}, \tag{1}$$

$$a_r = a\left[1-\frac{\varphi_{b1}^2}{5}(1-\tfrac{8}{3}\gamma^2)\right] = a[1-3{,}2\varphi_{b1}^2(1-\tfrac{8}{3}\gamma^2)],$$

$$E_r = E\left[1-\frac{\varphi_{b1}^2}{6}(1+2\gamma^2)\right] = E[1-2{,}67\varphi_{b1}^2(1+2\gamma^2)]. \tag{1_1}$$

Přitom značí $\xi$ specifickou váhu nenapjatého vlákna při teplotě $t_0$ (prakticky však není třeba dbát rozdílu $\xi$ při různé teplotě a různém napětí; viz [1]. $\beta$ lineární součinitel tepelné roztažnosti vodiče, $p_b$ t. zv. charakteristické napětí*), jež se vyskytuje ve vodiči v bodě, v němž je tečna k řetězovce rovnoběžná se spojnicí podpor, indexy 1 resp. 2 přísluší dvěma povětrnostním stavům charakterisovaným teplotou $t_1$ resp. $t_2$ a přetížením $z_1$ resp. $z_2$. Je pak $\varDelta t = t_2 - t_1$; $\varDelta p_b = p_{b2} - p_{b1}$. Korekční členy příslušné pružné řetězovce jsou v (1) a ($1_1$) vynechány, poněvadž jsou řádově v poměru $\frac{p}{E}$ menší než ostatní korekční členy, jež mají poměrnou velikost řádu $\varphi_{b1}^2$. Lze tedy vypočíst napětí po změně stavu u pružné řetězovky prakticky ze stejné rovnice jako u řetězovky nepružné, známe-li jen napětí příslušné určitému stavu.

Rovnici (1) lze dále zjednodušit. Můžeme v ní totiž při běžných výpočtech — jak uvidíme později — položit vždy $a_r = a$ a $E_r = E$ i u vedení o největších rozpě-

*) Tento název byl zvolen analogicky k charakteristickému průhybu $f_b$, jenž přísluší prakticky témuž bodu řetězovky jako $p_b$. Charakteristickým průhybem nazývá POCHOP [3] „délku svislice mezi středem spojnice závěsů a řetězovkou resp. parabolou“.

tích. Proto budou také v dalších statích indexy $r$ vypuštěny. Z rovnice (1) počítáme většinou napětí $p_{b2}$; vzhledem k této veličině je třetího stupně. U středních rozpětí, kde poměrný průhyb $\varphi$ dosahuje relativně velikých hodnot, lze však (1) upravit na tvar umožňující jednoduchý výpočet $p_{b2}$ iterací. To je účelem první části tohoto pojednání. U velikých rozpětí je pak možno výpočet ještě dále zjednodušit, jak bude ukázáno v dalších částech pojednání. Tato matematická řešení nemají nahradit řešení rovnice změny stavu pomocí nomogramů často velmi důmyslně sestavených ([3], [5], [6], [7]), [8], [9]), mají je toliko doplnit. Je výhodné, disponujeme-li jednoduchým matematickým řešením, které použijeme v případech, kdy nemáme po ruce nomogram pro dané hodnoty $E$ neb $\beta$ (není-li nomogram universální) nebo nevyhovuje-li abak svým rozsahem, na př. tehdy, máme-li řešit abnormální případy jako vedení o značně velikých rozpětích, za katastrofálního omrznutí a podobně. Můžeme pak navrhnout nomogramy s menším rozsahem stupnice pro redukované rozpětí a poměrné průhyby a tím dosáhnout větší přesnosti čtení v oblasti malých, případně středních rozpětí, kde nomografické řešení je výhodnější než matematické určení. Konečně je výhodou naznačeného matematického řešení, že usnadňuje výpočet vedení o velikých rozpětích, jež nyní nabývají v praxi stále na důležitosti a jichž přesný výpočet byl poměrně složitý. [10], [11] Právě v těchto případech poskytuje matematické řešení velmi jasný názor na závislost hlavních intervenujících veličin, t. j. napětí a průhybů.

**1,0. Princip řešení. Odvození obecných vztahů.** Zaveďme v (1) poměrné průhyby:

$$\varphi_{b1} = \frac{\xi a z_1}{8 p_{b1}}, \quad \varphi_{b2} = \frac{\xi a z_2}{8 p_{b2}}, \tag{$1_2$}$$

takže nabude tvaru

$$\beta\, \Delta t + \frac{\Delta p_b}{E} = \tfrac{8}{3}(\varphi_{b2}^2 - \varphi_{b1}^2). \tag{$1_3$}$$

Dosaďme dále $\varphi_{b2} = \varphi_{b1} \dfrac{p_{b1} z_2}{p_{b2} z_1}$ a stanovme poměr $\dfrac{p_{b2}}{p_{b1}}$; bude

$$\frac{p_{b2}}{p_{b1}} = \frac{z_2}{z_1} \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{3}{8\varphi_{b1}^2}\left(\beta\, \Delta t + \dfrac{\Delta p_b}{E}\right)}} = \zeta \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{3}{8\varphi_{b1}^2}\lambda}}, \tag{2}$$

označíme-li

$$\frac{z_2}{z_1} \stackrel{!}{=} \zeta \quad \text{a} \quad \beta\, \Delta t + \frac{\Delta p_b}{E} = \tfrac{8}{3}(\varphi_{b2}^2 - \varphi_{b1}^2) \stackrel{!}{=} \lambda. \tag{$1_4$}$$

Ve výrazu pro $\lambda$ neznáme hodnotu $\Delta p_b = p_{b2} - p_{b1}$, kterou však stačí určit přibližně, poněvadž výraz $\dfrac{3}{8\varphi_{b1}^2}$ je při větších hodnotách $\varphi_{b1}$ malý vzhledem k 1. Dosadíme proto předběžně za $\Delta p_b$ výraz plynoucí z (2) pro $\lim \varphi_{b1} = \infty$ čili

$$\Delta p_b^0 = p_{b2}^0 - p_{b1} = (\zeta - 1)\, p_{b1},$$

takže dostaneme

$$\lambda^* = \beta\, \Delta t + (\zeta - 1) \frac{p_{b1}}{E} \tag{$1_5$}$$

a tudíž napětí v prvním přiblížení:

$$p_{b2}^{*} = \frac{\zeta p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{3}{8\varphi_{b1}^2}\lambda^*}} = \frac{\zeta p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}375}{\varphi_{b1}^2}\left[\beta\, \Delta t + (\zeta - 1)\frac{p_{b1}}{E}\right]}}. \tag{3}$$

Pomocí této hodnoty stanovíme přesnější hodnotu $\lambda^{**} = \beta \Delta t + \frac{p_{b2}^{*} - p_{b1}}{E}$

a dále

$$p_{b2}^{**} = \frac{\zeta p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}375}{\varphi_{b1}^2}\lambda^{**}}}. \tag{$3_1$}$$

Kdyby se hodnota $p_{b2}^{**}$ ještě značněji lišila od hodnoty $p_{b2}^{*}$, bylo by nutno postup opakovat, až by se dosáhlo žádané přesnosti.

Rychleji dojdeme ke konečnému výsledku, vypočteme-li napřed z (2) přibližně $p_{b2}$ tím, že jednak vyjádříme přibližně odmocninu, takže:

$$p_{b2} \approx p_{b1}\left(1 - \frac{3}{16\varphi_{b1}^2}\lambda\right);$$

jednak nahradíme $\lambda$ hodnotou $\lambda^*$ danou ($1_5$); obdržíme po úpravě:

$$p_{b2}' = \frac{\zeta p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{3}{8\varphi_{b1}^2}\lambda'}}, \tag{$3_2$}$$

kde

$$\lambda' = \lambda^*\left(1 - \frac{3}{16\varphi_{b1}^2}\zeta\frac{p_{b1}}{E}\right). \tag{$3_3$}$$

Rovnici ($3_2$) nahradíme pak rovnicí (3) a dále pokračujeme stejně, jako výše.

Počet potřebných kroků závisí především na velikosti hodnoty $\varphi_{b1}$, jež vystupuje v druhé mocnině, čili za jinak stejných okolností na velikosti redukovaného rozpětí *az*. Čím je toto rozpětí větší, tím rychleji vede naznačený postup k cíli. Při dostatečně velikých rozpětích (viz ještě dále) vyhovuje pak již hodnota $p_{b2}'$ daná rovnicí ($3_2$), ba často již i hodnota $p_{b2}^{*}$ daná rovnicí (3) s dostačující přesností. V těchto případech dostaneme výsledek již při prvním kroku a methoda přestává být iterační. Přes to budeme nazývat nadále ($3_2$) úplnou nebo korigovanou rovnicí iterační a (3) zkrácenou rovnicí iterační. Pokud nepoužíváme kriterií udaných v dalších statích tohoto pojednání, poznáme, že hodnoty $p_{b2}'$ resp. $p_{b2}^{*}$ jsou blízké přesné hodnotě $p_{b2}$ též podle toho, že tu je i předběžná hodnota $p_{b2}^{0} = \zeta p_{b2}$, jež se objevuje v čitateli pravých stran (3), ($3_2$), blízká hodnotě $p'_{b2}$ resp. $p^*_{b2}$ a že hodnoty $\frac{0,375}{\varphi^2_{b1}}\lambda'$ resp. $\frac{0,375}{\varphi^2_{b1}}\lambda^*$ jsou malé vůči 1.

Používáme-li rovnic (3), ($3_2$) i v případech, kde $\varphi_{b1}$ je poměrně malé, vyplatí se zmenšit počet potřebných kroků tím, že při výpočtu napětí příslušného dalšímu kroku (na př. $p''_{b2}$) používáme místo napětí vypočteného v předcházejícím kroku ($p'_{b2}$) hodnoty ležící mezi hodnotou v předcházejícím kroku a hodnoty v předpředcházejícím kroku (na př. hodnoty $p^{\mathrm{I}}_{b2}$ definované nerovností $p'_{b2} > p^{\mathrm{I}}_{b2} > p^0_{b2}$). Viz také příklad 3. Lze to učinit proto, že uvedenou methodou se blížíme správné hodnotě střídavě z obou stran, takže správná hodnota leží vždy *mezi* hodnotami po sobě následujících kroků (v mezích použitelnosti methody; viz dále). Přitom leží správná hodnota napětí $p_{b2}$ tím blíže hodnotě následujícího (posledního) kroku ($p^{\mathrm{I}}_{b2}$), čím je hodnota $\varphi_b$ příslušná tomuto kroku ($\varphi^{\mathrm{I}}_{b2}$) větší (t. j. vzdálenější od mezního $\varphi_z$, daného rovnicí ($8_5$)).

Aplikujme nyní iterační postup na *výpočty podle předpisů*. Zásadně se tu vyskytují dvě úlohy: 1,1. Jest určit napětí příp. průhyby při montáži tak, aby při *normálních* krajních stavech povětrnostních napětí nepřekročovalo dovolené meze. 1,2. Jest kontrolovat napětí příp. průhyby vodičů při *abnormálních* (katastrofálních) poměrech.

**1,1. Normální případy počasí. Vypočet montážních napětí.** Krajní případy počasí, kdy napětí smí dostoupit dovoleného namáhání $\max p = k$, jsou podle norem ESČ-ČSN: stav $A$ ($t_A = -20°$ C, holý vodič a bezvětří čili $z_A = 1$), $B$ ($t_B = -5°$ C a omrznutí čili $z_B > 1$), $C$ ($t_C = -5°$ C a vítr čili $z_C > 1$). U větších rozpětí rozhoduje vždy stav $B$ nebo $C$. Výpočet jest pro oba stavy obdobný, poněvadž se liší tyto případy toliko velikostí přetížení $z$. Proto bude nadále uvažován toliko stav $B$ jakožto representant obou stavů $B$ a $C$. Největší průhyb může nastat buď v případě $B$ nebo při maximální teplotě, kdy uvažujeme bezvětří. Je to stav $D$ ($t_D = 40°$ C, $z_D = 1$). Celkem mohou tedy nastat tyto krajní změny stavů: $B \to D$, $B \to A$ a $D \to A$.

Poněvadž se v případech $A$ a $D$ průhyby zpravidla mnoho neliší, je též hodnota $\lambda$ (a tudíž i $\lambda'$ příp. $\lambda^*$) malá, jak plyne z ($1_4$). Bude tedy i hodnota $p'_{b2}$ příp. $p^*_{b2}$ vypočtená podle ($3_2$) příp. (3) již blízká předběžné hodnotě $\zeta p_{b1}$ a tudíž i přesné hodnotě $p_{b2}$. Proto je výhodné určit nejprve napětí za stavu $D$ a z něho teprve ostatní napětí při montáži ($z = 1$).

Dosadíme-li $z_1 = z_B \overset{!}{=} z$; $z_2 = z_D \doteq 1$ $\left(\text{tudíž } \zeta = \frac{1}{z}\right)$; $p_{b1} \equiv p_{bB}$; $p_{b2} \equiv p_{bD}$, $\varphi_{b1} \equiv \varphi_{bB}$; $\Delta t = 45°$ C do ($3_2$), ($3_3$), nabývají rovnice pro výpočet $p_{bD}$ tvaru:

$$\varphi_{bB} = \frac{\xi a z}{80 p_{bB}} \quad (\varphi_{bB}\%;\ \xi \text{ g/cm}^3;\ a \text{ m};\ k \text{ kg/mm}^2). \tag{$4_1$}$$

1. krok:

$$\lambda' \cdot 10^4 \stackrel{!}{=} \Delta' = \left(45\beta \cdot 10^4 - \frac{z-1}{z}\,\frac{p_{bB}}{E \cdot 10^{-4}}\right)\left(1 - \frac{0{,}1875}{\varphi_{bB}^2}\,\frac{p_{bB}}{zE}\right), \quad (4_2)$$

$$p'_{bD} = \frac{\dfrac{p_{bB}}{z}}{\sqrt{1 + \dfrac{0{,}375}{\varphi_{bB}^2}\Delta'}}. \quad (4_3)$$

2. krok:

$$\Delta'' = 45\beta \cdot 10^4 - \frac{p_{bB} - p'_{bD}}{E \cdot 10^{-4}}, \quad (4_4)$$

$$p''_{bD} = \frac{\dfrac{p_{bB}}{z}}{\sqrt{1 + \dfrac{0{,}375}{\varphi_{bB}^2}\Delta''}}. \quad (4_5)$$

Atd.

Obdobné rovnice dostaneme, vyjdeme-li ze zkrácené iterační rovnice (3); namísto $\Delta'$ resp. $p'_{bD}$ z $(4_2)$ resp. $(4_3)$ určíme pak $\Delta^*$ resp. $p^*_{bD}$ z těchto rovnic:

$$\Delta^* = 45\beta \cdot 10^4 - \frac{z-1}{z}\,\frac{p_{bB}}{E \cdot 10^{-4}}, \quad (4_2{}^*)$$

$$p^*_{bD} = \frac{\dfrac{p_{bB}}{z}}{\sqrt{1 + \dfrac{0{,}375}{\varphi_{bB}^2}\Delta^*}}. \quad (4_3{}^*)$$

Dále postupujeme stejně jako v případě předešlém.

Kdy použijeme úplné a kdy zkrácené iterační rovnice, o tom ve stati 1,1,2.

Ze znaménka $\Delta'$ resp. $\Delta^*$ je možno též soudit, kdy je největší průhyb: Je-li $\Delta' > 0$, je max$\varphi$ v případě $D$, je-li $\Delta' < 0$, je v případě $B$ (srovn. $(1_4)$).

Pro horizontální vedení je $p_{bB} = k$; $p_{bD} = p_D$; $\varphi_{bB} = \varphi_B$. Hodnoty $\xi$; $E$; $\beta$; $k$ pro běžně používané vodiče (lana) viz v tab. 1 ve stati 1,1,1.

Hodnoty $p_{bD}$ použijeme pak jako výchozí hodnoty pro výpočet montážních napětí příslušných teplotám $t < 40°$ C. Tu je $z_2 = 1$, takže montážní napětí $p_{b2}$ při teplotě $t_2$ budeme počítat podle schematu:

$$\varphi_{bD} = \frac{\xi a}{80 p_{bD}}, \quad (5_1)$$

$$\Delta' = \Delta t_{D2}\,\beta \cdot 10^4 \left(1 - \frac{3}{16\varphi_{bD}^2}\,\frac{p_{bB}}{E \cdot 10^{-4}}\right), \quad (\Delta t_{D2} = t_D - t_2;\ \varphi_{bD}\%), \quad (5_2)$$

$$p'_{b2} = \frac{p_{bD}}{\sqrt{1 - \frac{0{,}375}{\varphi_{bD}^2}\Delta'}}, \tag{5_3}$$

$$\Delta'' = \Delta t_{D2}\,\beta\,.\,10^4 - \frac{p'_{bD} - p_{bD}}{E\,.\,10^{-4}}, \tag{5_4}$$

$$p''_{b2} = \frac{p_{bD}}{\sqrt{1 - \frac{0{,}375}{\varphi_{bD}^2}\Delta''}}. \tag{5_5}$$

Při prvním kroku je též výhodno vypočíst nejprve

$$\Delta p^*_{b2D} = \frac{3}{16}\,\frac{\beta \Delta t_{D2}}{\varphi_{bD}^2}\,p_{bD} \tag{5_0}$$

a pak teprve stanovit

$$\Delta' = \Delta t_{D2}\,\beta\,.\,10^4 - \frac{\Delta p^*_{b2D}}{E\,.\,10^{-4}}, \tag{5_2'}$$

poněvadž podle hodnoty $\Delta p^*_{b2D}$ při srovnání s hodnotou $\Delta p'_{b2D} = p'_{bD} - p_{bD}$ lze soudit na přesnost hodnoty $p'_{b2}$ (viz také příklad 3). Při větších hodnotách $\varphi_{bD}$ lze nahradit — analogicky jako u zkrácené rovnice — hodnotu $\Delta'$ hodnotou

$$\Delta^* = \Delta t_{D2}\,\beta\,.\,10^4. \tag{5_2*}$$

Pro horizontální vedení je $p_{bD} = p_D$; $\varphi_{bD} = \varphi_D$ atd. Dále budou pro jednoduchost indexy $b$ vynechány i při odvozování obecně platných rovnic.

Při určení napětí $p_3$ příslušného teplotě $t_3 = t_2 - \Delta t_{23}$ odhadneme při prvním kroku změnu napětí $\Delta p_{32}$ buď analogicky podle $(5_0)$, z níž plyne $\Delta p_{32} = \beta\,\Delta t_{23}\left(\frac{p_2}{p_3}\right)^3$ nebo, lépe, podle skoku $\Delta p_{2D} = p_2 - p_D$ příslušného změně teploty $\Delta t_{D2} = t_D - t_2$. Zpravidla volíme $\Delta t_{23} = \Delta t_{D2} = \Delta t$, takže bude $\Delta p_{32} = \Delta p_{2D}\left(\frac{p_2}{p_D}\right)^3$. Při stanovení $p_3$ vycházíme pak s výhodou z výchozího stavu při teplotě $t_D = 40°$ C, abychom jednak nezatížili $p_3$ případnou nepřesností hodnoty $p_2$, jednak si ušetřili výpočet $\varphi_2$. Budeme tedy používat při výpočtu napětí $p_3$ rovnice

$$\Delta' = 2\,\Delta t\,\beta\,.\,10^4 - \frac{\Delta p_{2D}}{E\,.\,10^{-4}}\left[1 + \left(\frac{p_2}{p_D}\right)^3\right] \tag{5_2''}$$

(místo $(5_2)$) a dále rovnic $(5_3)$, $(5_4)$ atd. Jsou-li změny $\Delta p$ poměrně malé, položíme jednodušeji

$$\Delta p_{32} = 2\,\Delta p_{2D};\ \Delta p_{43} = \Delta p_{2D} + 2\,\Delta p_{32};\ \Delta p_{54} = \Delta p_{2D} + \Delta p_{32} + 2\,\Delta p_{43}\ \text{atd.},$$

nebo přesněji

$$\Delta p_{32} = 2\,\Delta p_{2D};\ \Delta p_{43} = 3\,\Delta p_{32};\ \Delta p_{54} = \Delta p_{2D} + 3\,\Delta p_{43};\ \Delta p_{65} = = \Delta p_{2D} + \Delta p_{32} + 3\,\Delta p_{43}\ \text{atd.}$$

**1,1,1. Přetížení a teplota stejného průhybu.** Z $(1_2)$ plyne, že průhyby příslušné dvěma stavům jsou stejné ($\varphi_{b2} = \varphi_{b1}$), platí-li

$$\frac{p_{b2}}{p_{b1}} = \frac{z_2}{z_1} = \zeta. \tag{6}$$

Dosadíme-li tuto podmínku do $(1_3)$, dostaneme vztah:

$$\Delta t\,\beta E = (1 - \zeta)\,p_{b1}.$$

Z této rovnice můžeme vypočíst buď pro daný rozdíl teplot $\Delta t$ určitou hodnotu $\zeta$, jež pak představuje *poměr přetížení stejného pohybu* $\zeta_f$, nebo k danému poměru přetížení $\zeta$ určité $\Delta t$, jemuž přísluší t. zv. *teplota stejného pohybu* $t_f$. Je pak:

$$\zeta_f = 1 - \frac{\Delta t\,\beta E}{p_{b1}}, \tag{$7_1$}$$

$$t_f = t_1 - (1 - \zeta)\,\frac{p_{b1}}{\beta E}. \tag{$7_2$}$$

V praxi je nejdůležitější případ, kdy základní stav 1 je totožný se stavem $B$ ($t_1 = -5°$ C, $z_1 = z$; $p_{b1} = p_{bB}$) a stav 2 je totožný se stavem $D$ ($t_2 = +40°$ C, $z_2 = 1$; $p_{b2} = p_{bD}$). Tu je

$$\zeta_f = \zeta_{BD} = \frac{1}{z_{BD}} = 1 - \frac{45\beta E}{p_{bB}}. \tag{$7_3$}$$

Zpravidla lze položit $p_{bB} \approx k$. Hodnota $z_{BD} = \dfrac{1}{\zeta_{BD}}$ představuje přetížení, při kterém by byl za stavů $B$ a $D$ stejný průhyb. Je-li pak za stavu $B$ skutečné přetížení $z > z_{BD}$, je maximální průhyb za stavu $B$, pro $z < z_{BD}$ za stavu $D$. Mluvíme-li v praxi o přetížení stejného průhybu, rozumíme vždy hodnotu $z_{BD}$ danou rovnicí $(7_3)$.

Zavedením hodnoty $z_{BD}$ do $(4_2)$ lze tomuto výrazu dát přehlednější tvar

$$\lambda' = (\zeta - \zeta_{BD})\,\frac{p_{bB}}{E}\left(1 - \frac{1{,}875}{\varphi_{bB}^2}\,\zeta\,\frac{p_{bB}}{E}\right). \tag{$4_2'$}$$

Tento výraz je složen vesměs z bezrozměrných členů a lze jej tudíž velmi pohodlně vyčíslit, což usnadňuje pak i výpočet $p'_{bD}$ pomocí $(4_3)$. Dostaneme

$$p'_{bD} = \frac{\zeta p_{bB}}{\sqrt{1 + \dfrac{3{,}75}{\varphi_{bB}^2}(\zeta - \zeta_{BD})\left(1 - \dfrac{1{,}875}{\varphi_{bB}^2}\,\zeta\,\dfrac{p_{bB}}{E}\right)}}. \tag{$4_3'$}$$

Hodnota $\zeta_{BD}$ plyne z $(7_3)$; tato obsahuje veličinu $45\beta E \overset{!}{=} p_{BD}$, která má rozměr napětí a je charakteristická pro každý materiál. Veličiny $p_{BD}$ byly proto vyčísleny a zaneseny v tab. 1 spolu s hodnotami $z_{BD} = \frac{1}{\zeta_{BD}}$ vypočtenými pro uvedené hodnoty $k$ (jež jsou blízké maximálním hodnotám připuštěným pro dotčené materiály za normálních povětrnostních podmínek). Materiály byly pak podle těchto hodnot $z_{BD}$ v tab. 1 seřazeny. Tvoří zhruba tři skupiny, jak je v tabulce vyznačeno.

Tabulka 1.

| Materiál | $\xi$ (g/cm³) | $E \cdot 10^{-4}$ [1] (kg/mm²) | $\beta \cdot 10^4$ (1/°C) | $45\beta E$ (kg/mm²) | $k$ (kg/mm²) | $z_{BD}$ | min. $U$ [6] (mm²) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Bronz I | 8,9 | 1,05[2] | 0,166 | 7,83 | 25 max | 1,45 | 150 |
| Bronz II | 8,9 | 1,05[2] | 0,166 | 7,83 | 35 max | 1,29 | — |
| Fe | 7,8 | 1,9[3] | 0,123 | 10,51 | 42 max | 1,33 | — |
| Cu | 8,9 | 1,05[2] | 0,17 | 8,01 | 16 stř.[5] | 2 | 50 |
| Al | 2,7 | 0,54 | 0,23 | 5,69 | 8 | 3,25 | 120 |
| Al/Fe (6 : 1) | 3,45 | 0,75[4] | 0,195 | 6,58 | 8,5 | 4,39 | 50 |
| Al/Fe (4 : 1) | 3,75 | 0,83[4] | 0,175 | 6,52 | 8,5 | 4,31 | 25 |
| Al/Fe (3 : 1) | 3,97 | 0,91[4] | 0,165 | 6,76 | 8,5 | 4,85 | 35 |

[1]) Pro lana. — [2]) $E \cdot 10^{-4} = 0{,}972$ až 1,162 kg/mm² [4]. — [3]) $E \cdot 10^{-4} = 1{,}8$ až 2,0 kg/mm² [2], [4]. — [4]) Normalis. [3]. — [5]) $k = 15$ až 20 kg/mm² [2]. — [6]) Pro omrznutí 650 g/m.

Hodnot $\zeta_f$ definovaných rovnicí $(7_1)$ lze použít též pro výpočet montážních napětí z napětí $p_{bD}$ $(z_2 = z_1 = \zeta = 1)$. Počítáme-li napětí po ochlazení vodiče, je $\Delta t < 0$ a $\zeta_f > 1$. Je-li naopak $\Delta t > 0$, může být $\zeta_f$ i záporné čili hodnotou fiktivní, což však pro výpočet $p_{b2}$ je bezpodstatné. Hodnot $\zeta_f$ (a $\zeta_{BD}$) bude použito hlavně v dalších částích tohoto článku.

Někdy bývá výhodné určit teplotu $t_{B2}$, při níž pro $z_2 = 1$ (t. j. za montáže) je $\varphi_{b2} = \varphi_{b1}$, poněvadž pro tuto teplotu plyne napětí $p_{b2}$ z jednoduché rovnice

$$p_{b2} \overset{!}{=} p_{Bf} = \frac{p_{bB}}{z} \tag{$6_1$}$$

(srovn. rovnici (6)). Příslušná teplota $t_{Bf}$ plyne na základě $(7_2)$ (stav 1 totožný se stavem $B$):

$$t_{Bf} = -5 + \frac{z-1}{z}\frac{p_{bB}}{E\beta} = -5 + 15\,\frac{1-\zeta}{1-\zeta_{BD}}. \tag{$7_4$}$$

Výpočet tímto způsobem může být výhodný, je-li $t_{Bf} \leqq 40°$ C (nebo nanejvýše jen málo větší než 40° C), t. j. je-li $\zeta \geqq \zeta_{BD}$ čili $z \leqq z_{BD}$. Za předpokladu určitého omrznutí to podmiňuje určitý minimální průřez vodiče $U$. Pro omrznutí 650 g/m jsou tyto průřezy uvedeny v posledním sloupci tab. 1. Ze známého $p_{Bf}$ stanovíme pak ostatní napětí podle stejného schematu jako shora z napětí $p_{bD}$.

Výpočet montážních napětí pomocí $t_f$ a $p_f$ lze doporučit při uvedeném matematickém postupu jen v některých případech, jež náleží do oblasti d) příp. c) stati 1,1,2 čili jen pro rozpětí poměrně krátká. Patří-li případ do oblasti a) nebo b), je výpočet $p_{bD}$ tak snadný, že zavedení hodnot $t_f$ a $p_f$ neurychluje v celku výpočet, poněvadž se pak zase zkomplikuje výpočet ostatních montážních napětí; $\Delta t$ nejsou totiž stejná a tabelární výpočet je znesnadněn.

**1,1,2. Směrnice pro použití uvedených rovnic. Vymezení rozsahu jejich použitelnosti.** Z tvaru uvedených iteračních rovnic je patrno, že jejich praktická použitelnost bude záviset především na velikosti $\varphi_b$. Příslušná kriteria získáme v přehledném tvaru, uvažujeme-li zvlášť změnu stavů při stálé teplotě $t$ (mění se jen $z$) a pak při stálém $z$ (mění se jen $t$).

a) $t =$ konst. Vyjdeme-li ze *zkrácené* rovnice (3), platí:

$$\frac{p_{b2}^*}{p_{b1}} = \frac{\zeta}{\sqrt{1 + \dfrac{3}{8\varphi_{b1}^2}(\xi - 1)\dfrac{p_{b1}}{E}}}.$$

Použitelnost této rovnice je vázána podmínkou $\dfrac{p_{b2}^*}{p_{b1}} \gtrless 1$, je-li $\zeta \gtrless 1$;

z ní plyne požadavek

$$\varphi_{b1} > \varphi_z^* = \sqrt{\frac{3}{8}\frac{p_{b1}}{E}\frac{1}{1+\zeta}}. \tag{8$_1$}$$

Pro *korigovanou* iterační rovnici ($3_2$) najdeme obdobným způsobem mezní hodnotu

$$\varphi_z' = \varphi_z^*\left(1 - \frac{3}{32\varphi_{b1}^2}\right)\frac{p_{b1}}{E} = \varphi_z^*\left(1 - \frac{1+\zeta}{4}\right). \tag{8$_2$}$$

Je tedy $\varphi_z' < \varphi_z^*$. Rovnice ($8_2$) dává ovšem použitelné výsledky jen potud, pokud $\zeta \ll 3$. Při výpočtu montážních napětí je $\zeta < 1$ a tudíž tato podmínka je vždy splněna. Dále je však ($3_2$) použitelná jen tehdy, je-li $\dfrac{3}{16\varphi_{b1}^2}\,\zeta\,\dfrac{p_{b1}}{E} < 1$, jak plyne z ($3_3$). Je tedy třeba, aby bylo též

$$\varphi_{b1} > \varphi_z'' = \sqrt{\frac{3}{16}\,\zeta\,\frac{p_{b1}}{E}}. \tag{8$_3$}$$

Poněvadž je $\zeta < 1$, je této podmínce vyhověno vždy, je-li splněna ($8_4$); viz další odstavec. Podle toho není třeba rovnice ($8_1$) až ($8_3$) zvláště uvažovat.

b) $z =$ konst. resp. $\zeta = 1$. Tu plyne $p_{b2}$ resp. $p'_{b2}$ na př. z ($5_3$), jež však podle ($5_2$) dává reálné výsledky jen tehdy, je-li

$$\varphi_{bD} > \varphi_t = \sqrt{\frac{3}{16}\frac{p_{bD}}{E}}.$$

Hodnoty $\varphi_{bD}$ a $p_{bD}$ přísluší obecně určitému počátečnímu stavu 1; označme je tudíž $\varphi_{b1}$ a $p_{b1}$, analogicky jako výše; bude

$$\varphi_{b1} > \varphi_t = \sqrt{\frac{3}{16}\frac{p_{b1}}{E}}. \qquad (8_4)$$

Je patrno, že pro $\zeta = 1$ přechází ($8_1$) v ($8_4$).

Při výpočtu montážních napětí vycházíme původně ze stavu $B$. Je tudíž v ($8_1$) dosadit $p_{b1} = p_{bB} \approx k$; $\varphi_{b1} = \varphi_{bB}$; $z_1 = z$; $z_2 = 1$; $\zeta = \frac{1}{z}$, takže

$$\varphi_{bB} > \varphi_z = 1{,}93\sqrt{\frac{k}{E}\frac{z}{1+z}}\left(\varphi_z\%;\ \frac{k}{E}‰\right). \qquad (8_5)$$

V ($8_4$) je nutno naopak uvažovat nejmenší možné $\varphi_{b1}$ při $\zeta = 1$, t. j. $\varphi_{b1} = \varphi_{bA}$, $p_{b1} = p_{bA}$ při $t_A = -20°$ C. Tyto hodnoty ovšem předem neznáme a nutno je vyjádřit pomocí známých hodnot $\varphi_{bB}$ a $k$ vystupujících v ($8_5$). Vždy bude $\varphi_{bA} < \varphi_{bB}$; o kolik, lze zhruba posoudit pomocí dílčího poměrného průhybu $\varphi_{Ap}$ (příslušného dílčímu rozpětí stejného namáhání $a_p$). Je

$$\varphi_{Ap} = 2{,}37\sqrt{\beta\frac{1}{z^2-1}} = \frac{\xi a}{8k} = \frac{\varphi_{Bp}}{z}.$$

Poněvadž je prakticky vždy $z > \sqrt{2}$, bude $\varphi_{Ap} < 2{,}37\sqrt{\beta}$, což dává pro měď hodnotu $\varphi_{Ap} < 0{,}95\%$ a pro Al/Fe (6 : 1) hodnotu $\varphi_{Ap} < 1{,}05\%$. Zhruba vychází tedy pro $z = \sqrt{2}$ hodnota $\varphi_{Bp} < 1{,}5\%$. Srovnáme-li tuto hodnotu vypočtenou za nejnepříznivějších okolností (ve skutečnosti bude $a > a_p$) s hodnotou $\varphi_z$ vypočtenou pro $\min\frac{k}{E} = 1‰$ (srovn. tab. 1), seznáme, že $\varphi_z > \varphi_{Bp}$. Z toho lze soudit, že vždy, je-li vyhověno podmínce $\varphi_{Bb} > \varphi_z$, předepsané rovnicí ($8_5$), je též splněn požadavek vyslovený rovnicí ($8_4$). Praktické výpočty tyto závěry potvrzují.

Aby se výpočet urychlil, je konečně výhodné udat, v kterých případech je možno nahradit korigovanou iterační rovnici ($3_2$) jednodušší zkrácenou rovnicí (3). Za tímto účelem byly pro obě tyto rovnice stanoveny mezní průhyby $\varphi$, až po které lze z nich vypočíst napětí s přesností větší 1%. Při odvozování bylo postupováno obdobně, jako při stanovení mezních průhybů příslušných lineární rovnici; viz statě 2,0 a 2,1,7 v další části. Pokud zachováme při výpočtu montážních napětí postup shora doporučovaný (nejprv $p_D$, pak ostatní napětí), je mezní průhyb příslušný korigované rovnici dán vztahem $\varphi_i = 2{,}4 \sqrt{\frac{k}{E}}$, pokud se pak nevážeme na určitý postup, plyne $\varphi'_i = 3{,}2 \sqrt[3]{\frac{k}{E}}$.

Zkrácené rovnici přísluší mezní průhyb $\varphi^*_i = 3{,}9 \sqrt[3]{\frac{k}{E}}$, nezávisle na postupu výpočtu. Hodnoty vypočtené z tohoto vztahu jsou blízké hodnotám určeným z rovnice $\varphi_{II} = 3{,}5 \sqrt{\frac{k}{E}}$, která udává mezní průhyby pro lineární rovnici, pokud zachováme při výpočtu napětí shora doporučovaný postup; viz stať 2,1,4 další části. Je tedy rozsah použitelnosti obou posledně uvedených rovnic přibližně týž. Užíváme zpravidla jednodušší rovnice lineární.

Souhrnem lze udat pro použití uvedených rovnic tyto směrnice platné pro případ, že zachováme optimální postup výpočtu (nejprv $p_D$) při čemž dosazujeme $\varphi_{bB}$ v %; $\frac{k}{E}$ v ‰:

a) $\varphi_{bB} > 3{,}5 \sqrt{\frac{k}{E}}$: rovnice lineární ($1_1$) příp. zkrácená iterační rovnice (3). Výsledek naponejprv s chybou menší 1%.

b) $2{,}4 \sqrt{\frac{k}{E}} < \varphi_{bB} < 3{,}5 \sqrt{\frac{k}{E}}$: korigovaná iterační rovnice ($3_2$), příp. zkrácená rovnice (3). Výsledek naponejprv s chybou menší 1%.

c) $1{,}9 \sqrt{\frac{k}{E}\frac{z}{z+1}} < \varphi_{bB} < 2{,}4 \sqrt{\frac{k}{E}}$: korigovaná rovnice iterační ($3_2$). Výsledek případně až po několika krocích; možno se libovolně přiblížit přesné hodnotě.

d) $\varphi_{bB} < 1{,}9 \sqrt{\frac{k}{E}\frac{z}{z+1}}$ korigovaná rovnice ($3_2$). Výsledek zpravidla až po několika krocích; někdy pomalá konvergence při výpočtu napětí za nízkých teplot, chceme-li se libovolně přiblížit přesné hodnotě. Uvedené oblasti nejsou ovšem ostře ohraničené a vymezují použitelnost jednotlivých způsobů výpočtu jen pro povšechnou orientaci. Neřídíme-li se těmito směrnicemi, použijeme prostě vždy korigované rovnice iterační.

Z přehledu je patrno, že iterační způsob se asi uplatní hlavně až pro $\varphi_{bB} > 1{,}9 \sqrt{\frac{k}{E}\frac{z}{z+1}}$. U měděných a ocelohliníkových vodičů to bude v případech, kde redukované rozpětí $az > 300$ m a zároveň $a > 80$ m. Pro bronzové a ocelové vodiče, u nichž dosahuje poměr $\frac{k}{E}$ větších hodnot než u vodičů měděných a ocelohliníkových (srovn. tab. 1), se uplatní většinou přísnější požadavek: $az > 600$ m. Nejlepší uplatnění najde korigovaná rovnice iterační v oblasti b). Zkrácené rovnice iterační, jíž v oblasti a) konkuruje lineární rovnice, lze vhodně použíti v některých abnormálních případech, kde hodnota výrazu $\frac{3}{8\varphi_{b1}^2}\lambda^* > 0$ příp. i blízká 1; viz stať 1,2,3, příklad 6.

**1,1,3. Příklady.** Ukážeme použití uvedených rovnic ve dvou případech v oblasti b) (příklad 1 a 2) a v jednom případě v oblasti c) (příklad 3).

*1. příklad.* Hliníkové lano s ocelovou duší Al/Fe (6 : 1) o celkovém průřezu 174,3 mm² je namáháno napětím $k = 8{,}5$ kg/mm² při teplotě $t = -5°$ C a přetížení $z = 2{,}25$. Vedení je vodorovné, rozpětí $a = 250$ m, měrná váha $\xi = 3{,}45$ g/cm³, modul pružnosti $E = 7500$ kg/mm², činitel tepelné roztažnosti $\beta = 19{,}5 \cdot 10^{-6}$ 1/°C. Jest určit napětí a průhyby při $t = 40°, 30°$ až $-20°$ C. Viz [3, příklad 4 na str. 21]. Dále srovnej příklad 9 tohoto článku.

Určíme $\varphi_{bB} = 2{,}854\%$ (viz ($4_1$)) a $\varphi_i = 2{,}4\sqrt{\frac{k}{E}} = 2{,}55\%$. Poněvadž $\varphi_{bB} > \varphi_i$, náleží případ do oblasti b) a výsledky plynou naponejprv s přesností větší 1%.

Stanovení $p_D$ ($t = 40°$ C): Používáme-li korigované rovnice iterační, bude: $\Delta' = 2{,}219$ podle ($4_2$) příp. ($4_2'$), kde $\Delta' = \lambda' \cdot 10^4$; $p_{b2}' \equiv p_{b2} = 3{,}60$ kg/mm² podle ($4_3$) příp. ($4_3'$). Pomocí zkrácené rovnice iterační plyne:

$$\Delta^* = 2{,}478 \text{ (rovnice } (4_2^*)); \quad p_{b2}^* = 3{,}58 \text{ kg/mm}^2 \text{ (rovnice } (4_3^*)).$$

Je patrno, že i při použití zkrácené rovnice vypočteme $p_D$ naponejprv s touže přesností, jako na nomogramu [3].

Výpočet montážních napětí při ostatních teplotách byl proveden tabelárně. Též zde lze dosáhnout již při prvním kroku alespoň takové přesnosti, jako na nomogramu a to i v případě, použijeme-li zkrácených rovnic. Postup výpočtu je zřejmý z tab. 2. Předběžně určíme

$$\varphi_D = 3{,}00\% \text{ (viz rovnici } (5_1)); \quad f_D = \varphi_D a = 7{,}5 \text{ m}.$$

Tabulka výpočtu je na následující straně.

Teplota stejného průhybu: $t_{Bf} = 27{,}4°$ C (viz rovnici ($7_4$)), příslušné napětí $p_{Bf} = 3{,}78$ kg/mm² (viz rovnici ($6_1$)). V našem případě byl ovšem výpočet hodnoty $p_D$ tak snadný, že bychom užitím hodnoty $p_{Bf}$ výpočet montážních napětí v celku nezjednodušili, poněvadž tabelární výpočet by byl naopak méně přehledný.

*2. příklad.* Je dán týž případ jako v příkladu 1, jen topografický rozdíl výšek závěsných bodů budiž $c = 50$ m. Viz [3, str. 38]. Jest určit napětí v dolním a horním závěsném bodu a charakteristický průhyb $f_{bB}$ za stavu $B$ a dále napětí a průhyb za stavu $D$ ($t = 40°$ C a $z = 1$).

Stav $B$: Vzdálenost obou závěsných bodů $b = \sqrt{a^2 + c^2} = 255$ m; charakteristické napětí $p_{bB} = k\frac{a}{b} = 8{,}67$ kg/mm²; poměrný průhyb $\varphi_{bB} = \frac{\xi az}{8p_{bB}} = 2{,}8\%$ (viz rovnici ($4_1$)); charakteristický průhyb $f_{bB} = \frac{b^2}{a}\varphi_{bB} = b\varphi_B = 7{,}27$ m; napětí

Tabulka 2.

| $t$ | 40° | 30° | 20° | 10° | 0° | −10° | −20° | °C |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Sigma\Delta p_n' = \Sigma\Delta p_{n-1} + \Delta p_{n-1} \dots$ | | 0,147*) | 0,28 | 0,44 | 0,63 | 0,84 | 1,12 | kg/mm² |
| $\Sigma\Delta t\, \beta \,.\, 10^4 \dots\dots$ | | 1,95 | 3,90 | 5,85 | 7,80 | 9,75 | 11,70 | |
| $\dfrac{\Sigma\Delta p_n'}{E\,.\,10^{-4}} \dots\dots$ | | 0,196 | 0,37 | 0,59 | 0,84 | 1,12 | 1,45 | |
| $\Delta' = \Sigma\Delta t\,\beta\,.\,10^4 - \dfrac{\Sigma\Delta p_{n+1}'}{E\,.\,10^{-4}} \dots\dots$ | | 1,754 | 3,53 | 5,26 | 6,96 | 8,63 | 10,25 | |
| $\dfrac{3}{8\varphi_D^2}\,\Delta' = \varrho' \dots\dots$ | | 0,0716 | 0,144 | 0,214 | 0,284 | 0,352 | 0,419 | |
| $1 - \varrho' \dots\dots$ | | 0,9284 | 0,856 | 0,786 | 0,716 | 0,648 | 0,582 | |
| $p_n' \equiv p_n = \dfrac{p_D}{\sqrt{1-\varrho'}} \dots\dots$ | 3,60 | 3,74 | 3,89 | 4,06 | 4,25 | 4,47 | 4,72 | kg/mm² |
| $\Delta p_{n-1} = p_n - p_{n-1} \dots$ | 0 | 0,14 | 0,15 | 0,17 | 0,19 | 0,22 | 0,25 | kg/mm² |
| $\Sigma\Delta p_{n-1} \dots\dots$ | | 0,14 | 0,29 | 0,46 | 0,65 | 0,87 | | kg/mm² |
| $f_n = f_D \dfrac{p_D}{p_n} \dots\dots$ | 7,50 | 7,21 | 6,94 | 6,65 | 6,35 | 6,03 | 5,73 | m |

*) $\dfrac{3}{16\varphi_D^2}\,\beta\,\Delta t\, p_D$.

v dolním resp. horním závěsu je dáno vztahem (viz [1], rovnice (19))

$$(p_{\mathrm{I,II}})_B = p_{bB}[1 + 8\varphi_{bB}^2(1 + \tfrac{2}{3}\gamma^2) \mp 4\gamma\varphi_{bB}], \quad \text{kde } \gamma = \frac{c}{a},$$

$$p_{\mathrm{I}B} = 8{,}534 \text{ kg/mm}^2 \ (8{,}532 \text{ kg/mm}^2 \text{ podle [3]}),$$

$$p_{\mathrm{II}B} = 8{,}92 \text{ kg/mm}^2 \ (8{,}92 \text{ kg/mm}^2 \text{ podle [3]}).$$

Stav $D$: Pomocí korigované iterační rovnice plynou hodnoty:

$$\Delta' = 2{,}06 \text{ (viz rovnici } (4_2)); \quad p_{bD}' = p_{bD} = 3{,}68 \text{ kg/mm}^2 \text{ (rovnice } (4_3)).$$

Použijeme-li zkrácené rovnice, dostaneme:

$$\Delta^* = 2{,}352 \text{ (viz rovnici } (4_2^*)); \quad p_{bD}^* = 3{,}66 \text{ kg/mm}^2 \text{ (viz rovnici } 4_3^*));$$

$$\varphi_{bD} = 2{,}92\% \text{ (viz rovnici } (5_1)); \quad f_{bD} = \frac{b^2}{a}\,\varphi_{bD} = 7{,}6 \text{ m}.$$

Je patrno, že také zde určíme již pomocí zkrácené rovnice napětí $p_{bD}$ s větší přesností než na nomogramu ($p_{bD} = 3{,}65$ kg/mm²).

*3. příklad.* Měděné lano o průřezu 16 mm², měrné váze 8,9 g/cm³ a modulu pružnosti $E = 10^4$ kg/mm² je namáháno $k = 16$ kg/mm² při —5° C a přetížení $z = 4{,}13$ (odpovídá omrznutí 450 g/m). Vedení je horizontální a rozpětí je 80 m. Jest určit napětí při 40°, 20°, 0° a —20° C.

Stanovíme $\varphi_B = 2{,}3\%$ $(4_1)$; $\varphi_z = 2{,}15\%$ $(8_5)$; je tedy $\varphi_B > \varphi_z$. Dále je $az = 332\text{ m} > 300\text{ m}$ a $a = 80$ m. Podle kriterií uvedených v 1,1,2 je tedy případ poblíže spodní hranice oblasti c).

$\underline{t_D = 40°.}$

1. krok:

$$\Delta' = 3{,}64;\ (4_2)$$

$$p_D' = 4{,}5 \text{ kg/mm}^2;\ (4_3)$$

2. krok:

$$\Delta'' = 45\beta \,.\, 10^4 - \frac{k - p_D'}{E \,.\, 10^{-4}} = 3{,}85;\ (4_4)$$

$$p_D'' = 4{,}54 \text{ kg/mm}^2.\ (4_5)$$

Odhadneme $p_D^{\mathrm{II}}$ tak, aby $4{,}54 > p_D^{\mathrm{II}} > 4{,}5$, t. j. $p_D^{\mathrm{II}} \stackrel{!}{=} 4{,}53$ kg/mm².

3. krok:

$$\Delta''' = 45\beta \,.\, 10^4 - \frac{k - p_D^{\mathrm{II}}}{E \,.\, 10^{-4}} = -3{,}82, \text{ analogicky k } (4_4);$$

$$p_D''' = 4{,}53 \text{ kg/mm}^2 \equiv p_D, \text{ analogicky k } (4_5).$$

$\underline{t_2 = 20°.}$

$$\varphi_D = 1{,}96\%;\ (5_1)$$

$$\Delta p_{2D}^0 = \frac{3}{16} \frac{\beta \Delta t_{D2}}{\varphi_D^2} p_D = 0{,}75 \text{ kg/mm}^2,\ (5_0)$$

$$\Delta' = 2{,}65;\ (5_2')$$

$$p_2' = 5{,}26 \text{ kg/mm}^2,\ (5_3)$$

$$\Delta p_{2D}' = p_2' - p_D = 0{,}73 \text{ kg/mm}^2 \equiv \Delta p_{2D};$$

$\Delta p_{2D}'$ je tak blízká $\Delta p_{2D}^0$, že lze $p_2'$ ponechat jako definitivní.

$$p_2' = 5{,}26 \text{ kg/mm}^2 \equiv p_2.$$

$\underline{t_3 = 0°.}$

1. krok:

$$\Delta p_{32}^0 = \Delta p_{2D} \left(\frac{p_2}{p_D}\right)^3 = 1{,}14 \text{ kg/mm}^2;\ p_3{}^0 = p_2 + \Delta p_{32}^0 = 6{,}4 \text{ kg/mm}^2;$$

$$\Delta' = \beta t_{D3} \,.\, 10^4 - \frac{p_3{}^0 - p_D}{E \,.\, 10^{-4}} = 4{,}93;$$

$$p_3' = 6{,}3 \text{ kg/mm}^2.\ (5_3)$$

Odhadneme $p_3^{\mathrm{I}}$: $6{,}4 > p_3^{\mathrm{I}} > 6{,}3$, t. j. $p_3^{\mathrm{I}} = 6{,}33$ kg/mm².

2. krok:

$$\Delta'' = \beta t_{D3} \,.\, 10^4 - \frac{p_3^{\mathrm{I}} - p_D}{E \,.\, 10^{-4}} = 5{,}0;$$

$$p_3'' = 6{,}33 \text{ kg/mm}^2 \equiv p_3. \; (5_5)$$

$t_4 = -20°.$

1. krok:

$$\Delta p_{43}^0 = 1{,}88 \text{ kg/mm}^2; \; p_4^0 = 8{,}21 \text{ kg/mm}^2;$$

$$p_4' = 7{,}5 \text{ kg/mm}^2; \; p_4^{\mathrm{I}} \overset{!}{=} 7{,}8 \text{ kg/mm}^2;$$

2. krok:

$$p_4'' = 7{,}95 \text{ kg/mm}^2; \; p_4^{\mathrm{II}} \overset{!}{=} 7{,}9 \text{ kg/mm}^2;$$

3. krok:

$$p_4''' = 7{,}85 \text{ kg/mm}^2; \; p_4^{\mathrm{III}} \overset{!}{=} 7{,}87 \text{ kg/mm}^2;$$

4. krok:

$$p_4'''' = 7{,}89 \text{ kg/mm}^2; \; p_4^{\mathrm{IV}} \overset{!}{=} 7{,}88 \text{ kg/mm}^2 = p_4.$$

Konvergence je tu již pomalejší než v případech předešlých, poněvadž napětí $p_4$ přísluší $\varphi_4 = 1{,}13\%$, což je menší než mezní hodnota $\varphi_t = 1{,}21\%$ daná rovnicí $(8_4)$.

**1,2. Abnormální případy.** Prozkoumáme tři takové případy a doplníme je třemi příklady.

**1,2,1. Napětí při katastrofálním omrznutí.** Vycházíme ze známého napětí při stavu $B$ a předpokládáme zpravidla $t_k = t_B = -5°$ C. Napětí $p_k$ za katastrofálního omrznutí $z_k$ určíme pak na základě $(1_5)$, $(3_2)$ a $(3_3)$, v nichž klademe $z_2 = z_k$; $z_1 = z_B = z$; $\zeta = \frac{z_k}{z}$; $p_{b2} = p_k$; $p_{b1} = p_{bB}$; $\varphi_{b1} = \varphi_{bB}$, takže máme v prvním přiblížení

$$p_k' = \frac{p_{bB}\frac{z_k}{z}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}375}{\varphi_{bB}^2} \cdot \frac{z_k - z}{z}\frac{p_{bB}}{E}\left(1 - \frac{0{,}1875}{\varphi_{bB}^2}\frac{z_k p_{bB}}{zE}\right)}} \tag{9}$$

nebo, použijeme-li zkrácené rovnice,

$$p_k' = \frac{p_{bB}\frac{z_k}{z}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}375}{\varphi_{bB}^2}\frac{z_k - z}{z}\frac{p_{bB}}{E}}}. \tag{$9_1$}$$

Mezné $\varphi$ pro rovnici $(9_1)$ je dáno rovnicí $(8_1)$ resp. $(8_5)$ a je menší než pro výpočet montážních napětí, poněvadž je $\frac{z_2}{z_1} \equiv \frac{z_k}{z} > 1$. Lze tedy $(9_1)$ používat i pro $az < 300$ m. Rozsah použití (9) vychází sice na základě $(8_2)$ větší než pro $(9_1)$, je však omezen dále rovnicí $(8_3)$. Abychom zjistili, která z těchto rovnic je směrodatná, porovnejme hodnoty $\varphi$ dané $(8_1)$ a $(8_3)$; $\varphi_z^* = \varphi_z''$ vyjde pro $z_2 = z_1$. Pro $z_2 > z_1$ je pak $\varphi_z'' < \varphi_z^*$ a — poněvadž $\varphi_z' < \varphi_z^*$ — také $\varphi_z'' > \varphi_z'$ (dané rovnicí $(8_2)$). Je tedy použití rovnice (9) omezeno minimální hodnotou $\varphi_z''$, z čehož plyne, že je nutno, aby korekční faktor $\varkappa = 1 - \frac{0,1875\, z_k}{\varphi_{bB}^2\, z} \frac{p_{bB}}{E} > 0$. Při praktických výpočtech je pak výhodné již pro $\varkappa < 0,5$ až $0,4$ užít rovnice $(9_1)$.

V druhém přiblížení určíme dále $p_k''$ z rovnice

$$p_k'' = \frac{p \frac{z_k}{z}}{\sqrt{1 + \frac{0,375}{\varphi_{bB}^2} \frac{p_k' - p_{bB}}{E}}}. \qquad (9_2)$$

*4. příklad.* U vedení daného v příkladě 1 máme určit napětí $p_k$ při přídavném přetížení $z_k = 3,5$. Viz [3, str. 22, příklad 4].

Dosadíme-li v (9) $p_{bB} = p_B = k = 8,5$ kg/mm²; $z_k = 3,5$; $z = 2,25$; $\varphi_{bB} \equiv \varphi_B = 2,85\%$; $E = 7500$ kg/mm², vyjde $\varkappa = 0,592$, takže užití (9) je oprávněno; dále určíme $p_k' = 12,2$ kg/mm². Konečně stanovíme na základě $(9_2)$ $p_k'' = 11,9$ kg/mm², takže lze vzít $p_k \approx 12$ kg/mm². Je patrno, že již při prvním kroku dostáváme napětí $p_k$ s přesností pro praxi postačitelnou (chyba menší 2%). Použití (9) proti $(9_1)$ je tu výhodné také proto, že hodnoty $p_k'$ jsou o něco větší než skutečné hodnoty, což je při výpočtu $p_k$ žádoucí. To platí ovšem jen v případě, spokojíme-li se s prvním krokem.

**1,2,2. Přetížení na mezi únavy.** Někdy nás zajímá, při jakém přetížení nastane ve vodiči určité napětí, na př. napětí na mezi únavy. Poněvadž v tomto případě známe jak napětí $p_1$, tak i napětí $p_2$ (po změně stavů), plyne $z_2$ přesně naponejprv z rovnice

$$z_2 = z_1 \frac{p_2}{p_1} \sqrt{1 + \frac{0,375}{\varphi_1^2}\left(\frac{p_2 - p_1}{E} + \beta(t_2 - t_1)\right)}. \qquad (10)$$

*5. příklad.* U vedení daného v příkladě 1 jest určit přetížení, při kterém by napětí dosáhlo za teploty —5° C meze únavy $p_2 = 20$ kg/mm².

Dosazením do (10) plyne $z_2 = 6,94$.

**1,2,3. Průhyb po přetržení isolátorového řetězce.** Přetrhne-li se jeden ze dvou koncových isolátorových řetězců, zmenší se tím vzdálenost závěsných bodů o určitou známou hodnotu $\Delta a$. O tuto hodnotu se vodič jakoby prodlouží, uvážíme-li, že hodnota $\Delta a$ je poměrně malá vůči rozpětí $a$. Napětí po vychýlení závěsného bodu určíme nejlépe ze zkrácené rovnice (3), v níž dosadíme $\zeta = 1$ a $\beta\, \Delta t = \frac{\Delta a}{a}$, takže

$$p_{b2}' = \frac{p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{0,375}{\varphi_{b1}^2} \frac{\Delta a}{a}}}. \qquad (11)$$

V druhém přiblížení bude

$$p_{b2}'' = \frac{p_{b1}}{\sqrt{1 + \frac{0{,}375}{\varphi_{b1}^2}\left(\frac{\Delta a}{a} - \frac{p_{b1} - p_{b2}'}{E}\right)}}. \tag{11$_1$}$$

Použití zkrácené rovnice při výpočtu napětí v prvním přiblížení se tu doporučuje proto, že jednak bývá hodnota $\frac{\Delta a}{a}$ poměrně veliká, takže hodnota $\frac{0{,}375}{\varphi_{b1}^2}\frac{\Delta a}{a}$ bývá řádu 10°, jednak proto, že $p_k$ vychází pak menší než skutečné napětí, což je tu žádoucí, poněvadž menšímu napětí odpovídá větší průhyb. Tento druhý důvod se uplatňuje ovšem jenom tehdy, spokojíme-li se s hodnotou $p_k'$ v prvním přiblížení a nekorigujeme ji druhým krokem výpočtu.

*6. příklad.* Je stanovit průhyb vodiče daného v předcházejících příkladech pro případ, že se při 40° C zmenší vzdálenost závěsných bodů o $\Delta a = 1{,}5$ m. Viz [3, str. 22].

Po dosazení $p_{b1} = p_1 = 3{,}60$ kg/mm², $\varphi_{b1} \equiv \varphi_1 = 3\%$, $a = 250$ m do (11) plyne $p_{b2}' \equiv p_2' = 1{,}93$ kg/mm². Při druhém kroku dostaneme po dosazení do (11$_1$) a pro $E = 7500$ kg/mm² napětí $p_{b2}'' \equiv p_2'' = 1{,}95$ kg/mm² a příslušný průhyb

$$f = \frac{\xi a}{8 p_2} = 13{,}8 \text{ m}.$$

Je patrno, že ani tu nebylo třeba již druhého kroku, neboť průhyb plynoucí z hodnoty $p_2' = 1{,}93$ kg/mm² je $f' = 13{,}94$ m, což je hodnota pro praxi dostatečně přesná. Z toho také vidíme, že velikost modulu $E$ jen nepatrně ovlivňuje výsledek.

(Dokončení.)