Opravy.

Str. 161. řádek 10. zdola čti $\mathfrak{z}$ místo $\mathfrak{z}^2$.
Str. 162. řádek 1. čti $\mathfrak{f}_4 = -1$.

O souvislosti gravitace s kosmickým magnetismem.

Napsal prof. Dr. **Arnošt Dittrich** v Třeboni.

Zkušenosti, učiněné při pokusu o fenomenologický popis zjevů gravitačních pomocí parciálných differenciálních rovnic, dovedly nás k soustavě 4 rovnic

$$\frac{X_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho u = \lambda c (N_y - M_z) \qquad (1)$$

$$\frac{Y_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho v = \lambda c(L_z - N_x)\ldots \frac{x_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho\, U = \lambda c\, curl\, l$$

$$\frac{Z_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho w = \lambda c(M_x - L_y) \qquad (2)$$

$$-4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho = \frac{X_x}{\sqrt{\varkappa}} + \frac{Y_y}{\sqrt{\varkappa}} + \frac{Z_z}{\sqrt{\varkappa}} \ldots - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho = div\,\frac{x}{\sqrt{\varkappa}}.$$

Vektor*) x, jehož složky zní X, Y, Z, jest gravitační urychlení a měří se v cm/sec^2. Vektor U, jenž má složky u, v, w jest rychlost hmoty a měří se v cm/sec. Hustota hmoty jest ϱ. $\varkappa$ jest gravitační konstantou, c rychlostí světla, vše v soustavě cm, g, sec. Vektor l, jenž má složky L, M, N, jest intensitou magnetického pole. Má dimensi $cm^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} sec^{-1}$, tak, že konstanta λ v rovnicích jest pouhé číslo.

Vyzkoušení rovnic. Parciální differenciální rovnice jsou obecně kvintessencí velikého množství zkušeností. Rovnice ty dokazují se sice vrstevníkům z vět, jež tito za správné uznávají. Povinnosti této dostál jsem v pojednání, jež jsem uveřejnil v XLIV. ročníku tohoto časopisu z r. 1915 str. 46. Dnes, pro změnu, zaujmeme jiné stanovisko. Ověříme si rovnice ty souhlasem se zkušeností.

Derivujme prvou rovnici dle x, druhou dle y, třetí dle z a sečtěme. Napišme si výsledek hned v symbolech vektorového kalkulu a dostaneme

$$div\,\frac{x_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,div\,\varrho U = 0.$$

Vyloučíme-li z této relace pomocí rovnice čtvrté, jež jest známou rovnicí gravitační**), dostaneme

$$\varrho_t + div\,\varrho U = 0, \qquad (3)$$

*) Ač jsem stoupencem relativistiky, užívám vektorového kalkulu. Vím ovšem, že k ní patří nový kalkul, ale lidé, kteří jej znají, jsou ještě řídce rozseti. Ostatně nestal se objevem principu relativnosti vektorový kalkul obvyklý chybným. Jen některé kombinace symbolů dříve za přípustné pokládané staly se nyní nemožnými. Poněvadž každý z nás píše pro své vrstevníky, užívám kalkulu jim známého, ač předvídám, že později budu nucen přece jen sáhnouti k symbolům relativistiky.

**) Viz citované již pojednání: Polní rovnice obou gravitačních vektorů, kde vyloženy na str. 47. a 48. důvody pro spolehlivost této relace.

což jest z hydromechaniky známá rovnice kontinuity, která praví, že hmota jest substancí, že přírůstek hmoty v nějaké uzavřené ploše pochází najisto od hmot, jež skrze stěny vystoupily.

Není tedy rovnicemi našimi respektováno moderní vysvětlení hmoty energií. Ač by nebylo těžko rozšířiti rovnice tak, aby proudící energie byla substancí*), neučiním to. Jednak jest vniterná energie hmoty tak nesmírná, že změny zahřátím, ba i ději chemickými vůči ní mizí, tak že by theoretická komplikace stala se prakticky bezvýznamnou, jednak nesmíme si při takové práci naložiti břemeno přílišné. Je dosti starostí se dvěma vektory gravitačními. Vždyť theorie jsou pro praxis a čím je theorie nějaká složitější, tím užší jest kruh lidí, jimž může posloužiti. Příliš subtilní theorie podobají se umělé soustavě, kterou si jistý pařížský knihovník vymyslil k uspořádání své knihovny. Teď ji má spořádanou; ale kromě jeho samého se nikdo v tom pořádku nevyzná.

Všimněme si, jak dalece lze myšlenky z rovnic vyvozené obrátiti. Eliminujeme-li ze známé relace gravitační (2) a z rovnice kontinuity (3) časový vzrost hustoty, objevíme, že vektor

$$x_t - 4\pi \varkappa \varrho U$$

zachovává kontinuitu. Z toho plyne sice, že vektor ten jest *curl* jiného, ale neplyne, že vektor nový jest úměrný vektoru magnetickému, ba ani, že vektor ten jest fysikální realitou. To jest teprve důsledkem principu relativnosti. Že pak druhý vektor gravitační jest vektorem magnetickým, objeví se při aplikaci theorie této na rotující zeměkouli.**)

Úprava rovnic pro úvahy numerické. Doporučuje se prvé tři relace (1) přepsati na tvar

$$\frac{x_t}{c\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\frac{\sqrt{\varkappa}}{c}\varrho U = \lambda \; curl \; l$$

a dosaditi ihned numerické hodnoty

$$c = 3 \,.\, 10^{10}; \quad \sqrt{\varkappa} = 25{\cdot}8 \,.\, 10^{-5}; \quad \frac{1}{\sqrt{\varkappa}} = 3870.$$

---

*) Bez substance se neobejdeme. Nelze mluviti o dráze, rychlosti, urychlení, když nemohu bod sledovati, když nevím, odkud přišel.

**) Viz pojednání: Důsledky dvouvektorové theorie gravitační pro otáčenou zeměkouli. V tomto časopise r. 1915 str. 232.

Pak vidíme hned na rovnicích

$$12{\cdot}9 \,.\, 10^{-8} x_t - 4\pi \,.\, 8{\cdot}6 \,.\, 10^{-15} \varrho U = \lambda \; curl \; l,$$

který člen má velký vliv na magnetický *curl* a který má malý.

Vliv měsíce na proměnlivost gravitačního pole zemského. Volím měsíc, poněvadž vliv jeho, jenž se projevuje slapy, jest největší. Vektor gravitační x od měsíce míří ovšem k jeho těžišti a má absolutní velikost

$$x = \varkappa \frac{☾}{r^2}$$

Ve středu země má vektor ten hodnotu x_0. Pokud zemi mohu pokládati za tuhou kouli, jež padá okolo měsíce kroužíc urychlením x_0, naměří pozorovatel zemí unášený na povrchu jejím jako gravitační vliv měsíce hodnotu

$$x - x_0,$$

která se právě v slapech projevuje. Dnes zajímáme se jen o časový vzrost tohoto vektoru. Poněvadž x_0 jest konstantou, jež na derivace nemá vliv (pokud nedbáme proměnlivosti vzdálenosti od měsíce k zemi), jest časový vzrost hledaný roven přímo

$$x_t = -2 \frac{\varkappa ☾}{r^3} r_t.$$

Veličina r v tomto vzorci mění se vlivem rotace země vůči měsíce. Změna směru, jež tím nastane, může se pro velikou vzdálenost měsíce vůči průměru země v prvém přiblížení zanedbat. Zajímáme se jen o maximální hodnotu změny x_t. Proto si můžeme mysliti, že měsíc stojí v rovníku zeměkoule a všimneme si pak míst, jež mají měsíc právě na obzoru. V těchto místech rotace zemská totiž nejúčinněji mění vzdálenost pozorovatele od měsíce. Místa tato tvoří na zeměkouli kruh skoro oběma póly jejími procházející. Na něm jsou pak dvě místa rovníková, jež se vzdalují nejrychleji od měsíce. Obecně jest

$$d\,|\,x\,| = -\,2 \frac{\varkappa ☾}{r^3} dr.$$

Na rovníku jest

$$dr = \frac{2\pi}{T} a dt.$$

T jest lunární den, a poloměr země.

Celá změna velikosti gravitačního vektoru od měsíce činí

$$\frac{d\,|\,x\,|}{dt} = -\gamma\frac{2\pi}{T}a,$$

kde γ jest urychlení na povrchu země, jež působí slapy mořské. V maximu totiž, když jest měsíc v periheliu, obnáší γ*)

$$0{\cdot}000\,.\,1333\ cm/sec^2.$$

Doba oběhu rovníku vůči měsíci T jest t. zv. měsíční den, jenž čítá $24^h\,50^m\,28{\cdot}5^s$. Malým počtem obdržíme, že

$$\frac{2\pi}{T} = 0\,000\,.\,0701\,\frac{1}{sec}.$$

Dosadíme-li numerické hodnoty pro γ a úhlovou rychlost země vůči měsíci, dostaneme

$$\left|\frac{d\,|\,x\,|}{dt}\right| = \frac{9{\cdot}35}{10^9}$$

Je tedy vliv měsíce na magnetické pole na povrchu země velice nepatrný. Abychom dostali názor o této nepatrnosti, budeme si mysliti, že nahradíme změnu vektoru gravitačního prouděním hmoty. Náhradné proudění je obecně dáno relací

$$x_t = 4\pi\varkappa\varrho U,$$

což se v našem případě specialisuje na

$$\frac{9{\cdot}35}{10^9} = 4\pi\varkappa\varrho U.$$

Z toho vypočítáme si součin

$$\varrho U = 0{\cdot}0111.$$

1. Dejme tomu, že proudí voda. Pak lze hustotu její položiti rovnu jedné a z horního součinu dostaneme

$$U = 0{\cdot}0111\ cm/sec.$$

Již voda proudící nepatrnou rychlostí $0{\cdot}0111\ cm/sec$ má větší magnetický effekt než průměrem měsíc.

2. Dejme tomu, že proudí vzduch, mající tlak jedné atmosféry a temperaturu 0^0 Celsia. Hustota vzduchu za normálních okolností činí

$$0{\cdot}001293\ g/cm^3.$$

---

*) Strouhal-Kučera, Mechanika str. 287, v tabulce věnované měsíci.

Dosadíme-li tuto hodnotu do hořejšího součinu, obdržíme

$$U = 8{\cdot}52\ cm/sec.$$

Uvažme, že i za t. zv. bezvětří proudí vzduch rychlostí asi 2 *m/sec.* Že silný vítr mívá 10, vichr 15 a orkán 30 až 40 *m/sec.* Pak nahlédneme, že kdyby i vliv měsíce bylo znáti v proměnlivé části zemského magnetismu, že by jej již vliv proudění vzduchového přehlušil a zakryl.

Ostatně jsem úkol mathematický, který nám vliv měsíce na zemský magnetism klade, rozřešil. Ukázalo se však, že podíl od měsíce činí jen asi 30 milliardtin z jednoho Gaussu. Experimentálně konstatovaný vliv měsíce na zemský magnetism jest však neskonale větší. O tom si promluvíme na místě vhodnějším.

Magnetické pole proudící hmoty. Chceme-li si správnost rovnic gravitačních ověřiti porovnáním se skutečností, musíme pozornost svou soustřediti na proudění hmoty. Magnetické pole vzbuzené proudící hmotou, dáno pak relacemi

$$-4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho U = \lambda c\ curl\ l.$$

Myšlenkový obsah těchto rovnic lze rázem zachytiti fysikální analogií. Porovnejme rovnice ty s relacemi,

$$-4\pi\varrho U = c\ curl\ l,$$

jež zachycují magnetický effekt t. zv. proudu Rowlandova. Pak vidíme, že proudění hmoty má takový effekt magnetický, jako by místo (elektrostatické) jednotky elektrického množství pohybovalo se stejnou rychlostí a stejným směrem

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\varkappa}} = 3870\ \lambda$$

gramů važitelné hmoty. Součin $\sqrt{\varkappa}\,.\,\varrho$ má opravdu dimensi elektrostatické hustoty.

Nyní objasňuje se nám, proč bylo nutno vzíti do rovnice neurčitého numerického činitele λ, jenž nemá dimense. Neboť i když již víme, že množství tepla v kaloriích odpovídá jistému množství *mkg,* kalorický ekvivalent metrkilogramu musí se přece jen určiti na základě pozorování. Při úvahách dimensionálních, zůstává vždy numerický činitel neurčen. Mohu souditi: Kruh jest dokonale určen poloměrem, jenž jest délkou. Obvod jest také délka; tedy jest násobkem poloměru. Ale *jakým*, touto cestou nedostanu. Činitele λ později určíme pomocí dat o zemském magnetismu. Objeví se záporným, což není nic divného. Proč by měl býti kladný? Znaménko veličiny λ jest však určité z tohoto důvodů: Hmotu známe jen jednu, elektřiny však dvě. Proto může pohyb hmoty působiti jen jako pohyb elektřiny určitého znaménka. Určením jeho obírá se stať další.

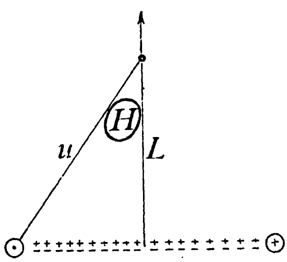
Magnetické pole slunečních skvrn. Chceme-li magnetické pole proudu hmotného pozorovati, třeba se ohlédnouti po co jen možná prudkých pohybech. Takových na zemi není. Co je rychlost 40 *m/sec*, kterou mívá orkán, proti rychlosti světla? Ale neskonale větší rychlosti shledáváme na slunci. Hansky v Pulkově zjistil pomocí granulace slunečního povrchu rychlosti kol 40 *km/sec*, tedy 1000krát větší než pozemský orkán. Hale zjistil ve víru kol skvrny sluneční r. 1908 až 140 *km/sec*. Hale mínil, že plyny tak značnými rychlostmi unášené mohly by vzbuditi magnetické pole, unášejí-li s sebou elektrický náboj. Hledal magnetické pole supponovaných proudů Rowlandových pomocí zjevu Zeemanova. Skutečně shledal, že skvrny sluneční mívají magnetické pole čítající asi 3000—4000 Gaussů. Ze směru rotace, kterou leckdy v okolí skvrny lze zřetelně zjistiti a charakteru polarisace spektrálních čar lze souditi na znaménko elektřiny vírem unášené. Hale připisuje pole slunečních skvrn kroužení záporných iontů. Zajisté jest ale jen jeden druh elektřiny na slunci činný, jak vidno ze slavné depeše, kterou Hale 21. září 1908 poslal Zeemanovi na sjezd přírodozpytců v Kolíně n. R.: „Vortices rotating opposite directions show opposite polarities.“

Nemáme dosti vědomostí, abychom mohli kvantitativně zkoumati naši theorii na skvrnách slunečních. Nevíme, jak hustá jest hmota v nich vířící a neznáme rozložení rychlostí ve víru a jejich absolutní velikost. Ale přes to jsou možny některé závěry kvalitativní. Poněvadž jen jedna elektřina krouží kol vírů, lze si existenci polí vyložiti prouděním obyčejné hmoty. Arci by pak dle Haleova zjištění záporných iontů musil býti grám važitelné hmoty ekvivalentní určitému množství záporné elektřiny. Byla by tedy konstanta λ v převodné relaci zápornou.

Zkouška na zápornost konstanty λ. Že to jest správné, můžeme kvalitativně ověřiti na zjevu zemského magnetismu. Je-li hmota země její rotací kol osy unášená ekvivalentní jistému množství záporné elektřiny, vzbudil by takový proud hmotný takové pole magnetické, jako proudy elektrické kroužící kol země od východu k západu. Vyšetříme-li pak tok silokřivek, vidíme, že vyrážejí ze zeměkoule u jižní točny a vsakují se do ní u točny severní. Tak tomu skutečně jest.

Ale slunce se přece také točí. Tak by mělo míti kvalitativně podobné pole magnetické jako naše zeměkoule. Však je také má. A později tento vzácný nález Haleův ještě podrobněji probereme.

Náš další program. Nyní by bylo na čase, abych numerickou hodnotu záporné konstanty λ určil. To se stane pomocí zemského magnetismu. Bude nám vyšetřiti pole rotující zeměkoule. K cíli tomu nalezneme si nejprve pole teninkého rotujícího drátu, pak teninké skořápky kulové a konečně masivní koule, jejíž hustota jest funkcí poloměru. Nepatrná námaha těchto úvah odvděčí se nám leckterým překvapením.



Obr. 1.

Magnetické pole tenkého, kruhového drátu, jenž se otáčí kol své osy. Průřez jeho (infinitesimální) budiž q, hustota ϱ (všude stejná). Rychlost na obvodě jest $|U|$. Má se nalézti magnetický potenciál na oné poloose drátu, jenž přísluší směru oběhu hmoty pravidlem ruky pravé.

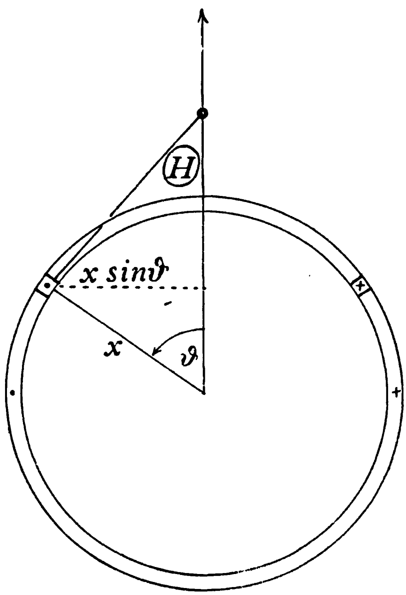
Fysikální analogie s proudem Rowlandovým poskytuje pro tento potenciál rázem vzorec

$$\frac{\sqrt{\varkappa}}{\lambda c}\,\varrho\,|U|\,q\,.\,\varepsilon,$$

kde ε jest (kladný) tělesný úhel, pod kterým z potenciálového bodu vidíme konturu proudovodu. Z toho plyne známými obraty (viz obr. 1.) pro potenciál míněný

$$2\pi\frac{\sqrt{\varkappa}}{\lambda c}\varrho\,|U|\,q\left(1-\frac{L}{u}\right).$$

Při tom jest L vzdálenost potenciálového bodu od středu kruhu; u značí *nyní* vzdálenost potenciálového bodu od obvodu. (Viz obr. 1.)



Obr. 2.

Zanedbáme-li hned bezvýznamný konstantní díl potenciálu, lze tento nahraditi vzorcem

$$-2\pi\frac{\sqrt{\varkappa}}{\lambda c}\varrho\,|U|\,q\,.\cos\Theta,$$

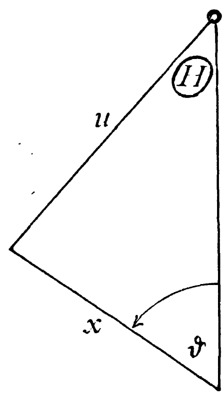
kde Θ jest zorný úhel, pod nímž z potenciálového bodu vidíme poloměr kruhového drátu. Vzorec ten jest výsledkem, o nějž opřeme úvahy další stati.

Kulová skořápka točí se stálou úhlovou rychlostí ω kol osy středem jdoucí. Poloměr její jest x, síla vrstvy dx a (všude stejná) hustota jest ϱ. Kouli tu rozložíme rovnoběžnými, na rotační ose kolmými řezy v infinitesimálně tenké kruhové dráty. Kruh určený (viz obr. 2.) úhlem ϑ přispívá k potenciálu elementem

$$- 2\pi \frac{\sqrt{\varkappa}}{\lambda c} \varrho \, |x \sin \vartheta \, . \, \omega| \, x d\vartheta \, . \, dx \, . \cos \Theta .$$

Z trojúhelníka (viz obr. 3.) (x, u, r), jenž obsahuje úhly ϑ a Θ, plyne dvojím použitím Carnotovy věty

$$x^2 = r^2 + u^2 - 2ur \cos \Theta ; \quad u^2 = r^2 + x^2 - 2rx \cos \vartheta ,$$



Obr. 3.

z čeho (sinus jest vždy kladný v intervalu od 0 do π):

$$udu = rx \sin \vartheta \, . \, d\vartheta ; \quad \cos \Theta = \frac{r^2 + u^2 - x^2}{2ur} .$$

Na základě toho zjednoduší se element potenciálu na výraz

$$- \frac{\pi \sqrt{\varkappa}}{\lambda c r^2} \varrho \omega x (r^2 + u^2 - x^2) dx \, . \, du .$$

Potenciál celé skořápky kulové obdrží se pak integrací tohoto elementu přes všechny řezy, čím plyne

$$\frac{\pi \sqrt{\varkappa}}{\lambda c r^2} \varrho \omega x \, dx \int_{r-x}^{r+x} (x^2 - r^2 - u^2) \, du .$$

Integrál sám o sobě platí

$$\left[(x^2 - r^2)u - \frac{u^3}{3}\right]_{r-x}^{r+x} = \frac{4}{3}x^3 - 4xr^2.$$

Dosadíme jej do relace pro potenciál, vynecháme bezvýznamný additivní člen a dostaneme

$$\frac{4\pi}{3}\frac{\omega\sqrt{x}}{\lambda c r^2}\varrho x^4 dx.$$

Potenciál masivní koule, jejíž hustota závisí na poloměru. Obdržíme jej, když výraz poslední integrujeme od 0 do a, kde a jest poloměrem koule. Zní

$$\frac{4\pi}{3}\frac{\omega\sqrt{x}}{\lambda c r^2}\int_0^a \varrho x^4 dx.$$

Udává-li se hustota země jako funkce poloměru, bere se poloměr země za jednotku. Doporučuje se proto, abychom v integrálu místo poloměru x psali ax. Pak zní potenciál vně koule na polopaprsku, jenž přísluší směru rotace pravidlem ruky pravé:

$$\frac{4\pi}{3}\frac{\omega\sqrt{x}\,a^5}{\lambda c r^2}\int_0^1 \varrho x^4 dx.$$

Potenciál kdekoliv vně masivní koule.*) Poněvadž výraz pro potenciál na poloose má ve jmenovateli r^2, obdržíme magnetický potenciál, jenž zachovává kontinuitu toku tím, že osový potenciál násobíme příslušnou kulovou funkcí, zde prvou, tedy „$\cos\vartheta$“. Dostaneme pak

$$P = ma^3\frac{\cos\vartheta}{r^2};\quad m = \frac{4\pi}{3}\frac{\sqrt{x}}{\lambda c}\omega a^2\int_0^1 \varrho x^4 dx.$$

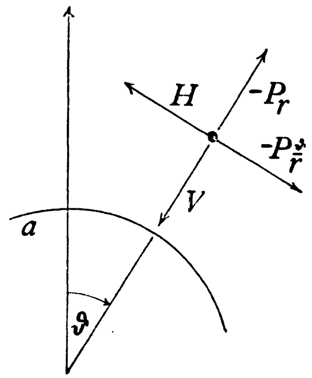
Vodorovná a svislá složka magnetická na povrchu koule. Svislá složka V budiž ona, jež míří ku středu koule. Vodorovná H budiž ona, jež míří k polopaprsku, pro nějž jsme prve stanovili potenciál. Z obr. 4. čteme, že V míří směrem klesajícího r,

*) Viz ve velké Teubnerově encyklopedii mathematiky Lorentzův článek o theorii elektronů, odstavec 16. »Rotierende geladene Kugeln.«

H míří směrem ubývajícího ϑ. Jest tedy

$$\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \vartheta} \equiv H = -ma^3 \frac{\sin \vartheta}{r^3}$$

$$\frac{\partial P}{\partial r} \equiv V = -2ma^3 \frac{\cos \vartheta}{r^3}.$$



Obr. 4.

Poněvadž poloměr koule jest a, specialisují se předchozí vzorce na

$$H = -m \sin \vartheta$$

$$V = -2m \cos \vartheta.$$

Zemský magnetism. Chceme-li vzorce právě nalezené užíti pro rotující zeměkouli, třeba nejprve pomocí pravidla ruky pravé ustanoviti, od kterého pólu zeměkoule třeba měřiti úhel ϑ. Poněvadž země se točí od západu na východ, nalezneme pomocí pravidla ruky pravé, že polopaprsek, od něhož se měří úhel ϑ, cílí od středu země k severní točně. Zavedeme-li si místo úhlové vzdálenosti ϑ bodu na povrchu zeměkoule od severní točny, geografickou šířku φ, změní se horní vzorce na

$$H = -m \cos \varphi$$

$$V = -2m \sin \varphi.$$

Vzorce ty jsou v *úplné* a *přesné* shodě se vzorci, jimiž Gauss a šl. Bezold vyjádřili na čase nezávislý podíl zemského magnetismu

$$V = 0{\cdot}660 \sin \varphi$$
$$H = 0{\cdot}330 \cos \varphi.$$

Poněvadž tyto i horní hodnoty míněny jsou v Gaussech, jest dovoleno porovnání, z čeho plyne

$$-\frac{4\pi}{3}\frac{\sqrt{\varkappa}}{\lambda c}\omega a^2 \int_0^1 \varrho x^4 dx = 0{\cdot}330.$$

To jest důležitá relace, jež váže neznámou ještě konstantu λ, k rozdělení hustoty země a k zemskému magnetismu.

Dosadíme-li do posledního vzorce

$$\sqrt{\varkappa} = 25{\cdot}8 \,.\, 10^{-5}; \quad \omega = 72{\cdot}9 \,.\, 10^{-6}$$
$$c = 3 \,.\, 10^{10}, \quad a = 6{\cdot}37 \,.\, 10^8$$

čítáno vesměs v soustavě *cm-g-sec*, dostaneme, že

$$-\frac{1{\cdot}07}{\lambda}\int_0^1 \varrho x^4 dx = 0{\cdot}330,$$

je tedy

$$\lambda = -\, 3{\cdot}23 \int_0^1 \varrho x^4 \, dx.$$

Numerické vyčíslení, jak již z dřívějších úvah víme, záporné konstanty závisí na rozdělení hmoty v zemi. O tom jsou dva názory. Starší klade hustotu rovnou spojité funkci poloměru, novější, jenž se opírá o studium nitra zemského zemětřesnými vlnami, považuje funkci tu za rozpojitou, ale velice jednoduchou.

Hustota Helmertova. Užijeme jí, poněvadž jest stanovena velmi pečlivě a obezřele. V našich symbolech zní vzorec Helmertův *)

$$\varrho = 11{\cdot}3 \,\{1 - 1{\cdot}04\, x^2 + 0{\cdot}275\, x^4\}.$$

Dosadíme-li vzorec ten do integrálu, který potřebujeme, dostaneme

$$\int_0^1 \varrho x^4 \, dx = 11{\cdot}3 \left\{ \frac{1}{5} - \frac{1{\cdot}04}{7} + \frac{0{\cdot}275}{9} \right\} = 0{\cdot}929.$$

---

*) Vzato z H. Thiene, Temperatur und Zustand des Erdinnern. 1907, str. 34.

Na základě toho vyjde nám

$$\lambda = -3{\cdot}00.$$

Hustota Wiechertova. Připisuje zemi hutné kovové jádro, jež obaleno řidším pláštěm kamenným. Jádru připisuje se dle nejnovějších hodnot hustota 8·22, hustota poněkud stlačeného železa. Jádro to má asi poloměr 4900 *km*, což činí 0·77 dílů poloměru zemského. Hustota obalu činí pak 3·2.

Za těchto přepokladů zní integrál, jenž nás zajímá

$$8{\cdot}22 \int_0^{0{\cdot}77} x^4\,dx + 3{\cdot}2 \int_{0{\cdot}77}^{1} x^4\,dx = 0{\cdot}911.$$

Neliší se tedy numerická hodnota výsledku valně od hodnoty Helmertovy 0·929 a obě od orientační hodnoty integrálu, kterou dostaneme, když považujeme hustotu země za konstantu 5·50. Jest totiž

$$\varrho \int_0^1 x^4\,dx = \frac{5{\cdot}50}{5} = 1{\cdot}10.$$

Jsou tedy výsledky naše od jednotlivosti v houstnutí hmoty k centru zemskému nezávislé. Nezávisí na detailech a rozdílech názorů ani prvé decimálky konstanty. na které nám tolik záleží. Proto dostaneme opírajíce se o čísla, jež náleží (dnes) ku Wiechertovým*) názorům o hustotě zemské pro hodnotu

$$\lambda = -2{\cdot}95,$$

což jest velmi blízko dříve nalezené hodnotě

$$\lambda = -3{\cdot}00.$$

Snad jest λ opravdu celým číslem -3. Kdybych měl pro svou fenomenologickou theorii gravitace atomistický výklad, mohl bych snad o tom říci více. Newton takové výklady zamítal; na to se vztahuje světoznámé: „hypotheses non fingo“.**) Ale názory

*) Čísla vzata z čas. Sirius r. 1914, str. 41.

**) Celé místo Newtonovo zní: Rationem vero harum gravitatis proprietatum ex phaenomenis nondum potui deducere, et *hypotheses non fingo.* Quidquid enim ex phaenomenis non deducitur, hypothesis vocanda est, et hypotheses seu metaphysicae, seu physicae, seu qualitatum occultarum, seu mechanicae, in philosophia experimentali locum non habent.

o tom, co jest se stanoviska poznatkoslovného dovoleno a co není, mění se s dobou. Měl bych velikou radost, kdyby se někdo, jenž jest ve směru tom vyškolen, pokusil o atomistický výklad našich rovnic. Sám nemám k takové práci schopností.

Dokud nebude příčiny ku změně, budu λ pokládati skutečně za celé číslo, poněvadž malé úchylky nepovažuji za dosti zajištěné.

Poznámka o tomto zpracování zemského magnetismu. V citované již druhé publikaci o fenomenologické theorii gravitace jest jiné propracování, jež liší se od nynějšího o additivní zonální funkci kulovou stupně 3. Příčina tohoto rozdílu jest v tom, že začínaje onen počet, nevěděl jsem, že narazím na magnetický vektor. Z nenápadnosti druhého vektoru jsem soudil na kontinuitu toku, a tuto připsal jsem mu také tam, kde hustota země skokem klesá na nullu. Přes to objevil se výsledek poukazující zřetelně na zemský magnetism. Po námaze dosti značné, věnované snížení vlivu oné 3. zonální funkce kulové, svěřil jsem se úplně analogii hmotného proudu s Rowlandovým. Dostavil se plný úspěch, který v tomto článku předkládám našemu domácímu foru.

Dosadíme-li numerickou hodnotu — 3 za λ, zní rovnice naše

$$\frac{4\pi}{3}\frac{\sqrt{\varkappa}}{c}\varrho U = curl\; l.$$

Porovnáme-li je s rovnicemi pro proud Rowlandův, vidíme, že elektrostatická jednotka záporného náboje vzbudí pohybem takové pole magnetické, jako stejným pohybem

$$\frac{3}{\sqrt{\varkappa}} = 11.610\, g.$$

Je tedy 11·6 *kg* hmoty pohybované co do účinků magnetických ekvivalentní záporné jednotce (elektrostatické) pro elektrické množství. Číslo toto má asi takový význam, jako mechanický ekvivalent tepla. Každý pokus vysvětliti gravitaci na základě elektrickém musí toto číslo respektovati.

Že je třeba dosti mnoho hmoty k náhradě jediné jednotky elektrostatické, objasňuje, proč dosud se nepodařilo zjistiti magnetické pole roztočených hmot v laboratoři. Pokusy takové konal se železem prof. John Perry a zmínil se o nich v přednášce o setrvačníku. Nezdar svůj připisuje sám nedostatečné rychlosti rotační a nedostatečné citlivosti svých magnetometrů. První určení magnetického pole rotující hmoty bude experimentálním úspěchem souměřitelným s prvním zjištěním tíže v laboratoři lordem Cavendishem. Poskytne ostatně novou methodu k určení konstanty gravitační.*)

Je λ kosmickou konstantou či konstantou zeměkoule? Považuji λ za konstantu kosmickou takového charakteru, jako jest na př. konstanta gravitační. Je-li to odůvodněno, musí nám vyjíti totéž, když místo zeměkoule užijeme jinou rotující kouli. Rád bych se toho dožil, že někdo provede takové měření v laboratoři. Poněvadž ale tak dlouho nemohu čekat, musí nám zase vypomoci astronomie. Ohlédněme se po normální permanentní magnetisaci slunce.

Fakta o magnetickém poli na povrchu slunce. Rok 1913 byl obzvláště hlubokým minimem pro skvrny sluneční. Třeba jíti o celé století zpět, až do r. 1810, abychom nalezli stejný klid na povrchu slunce. V čase od 12. dubna do 25. června a v době od 31. července do 5. září bylo slunce skoro úplně bez skvrn. Georg E. Hale, ředitel sluneční observatoře na Mont-Wilson, musil proto přerušiti studium skvrn slunečních. Nahradil je zkoumáním normálního, permanentního magnetického pole na povrchu slunečním na základě zjevu Zeemanova. Pracoval prostředky tak velkými, jakých nikde jinde na zemi není a dosáhl krásného úspěchu:

Ohledáním slunce v různých heliografických šířkách se ukázalo, že toto jest magnetem. Póly jeho jsou buď přímo v rotačních pólech slunce, neb jsou jim aspoň velice blízko. Polarita slunce odpovídá polaritě zeměkoule. Celkem lze říci, že slunce jest kulový magnet, jehož intensita polní na povrchu činí 50 Gaussů.**)

---

*) Snad jsou ostatně pokusy, jež sem spadají, ukryty v pokusech s positivními paprsky. Tam se pohybuje hmota bez záporné elektřiny. Pro hmotu platí naše rovnice, pro zápornou elektřinu rovnice elektronové a t. d., což nyní nehodlám rozváděti.

**) Číslo uvedeno dle astr. časopisu »Sirius« r. 1914, str. 148.

Důsledky vět o magnetickém poli rotujících koulí pro slunce. Poněvadž slunce otáčí se v témže směru kol své osy jako země, musí míti zrovna takové pole magnetické jako zeměkoule. Je-li λ opravdu konstantou kosmickou, jež se od koule ke kouli nemění, platí pro potenciál země i slunce vzorec

$$P = -\left(\frac{4\pi}{3}\frac{\sqrt{\varkappa}}{3c}\omega a^2 \int_0^1 \varrho x^4\, dx\right)\frac{a^3 \cos\vartheta}{r^2}$$

Vzorec ten platí pro rotující planety i stálice, pokud eventuální vliv sploštění zanedbáme. Vyjádříme-li konstanty všem koulím společné numericky, dostaneme pro kouli s poloměrem a, jež se točí úhlovou rychlostí ω:

$$P = -\left(\frac{12{\cdot}1}{10^{15}}\omega a^2 \int_0^1 \varrho x^4\, dx\right)\frac{a^3 \cos\vartheta}{r^2}\,.$$

Nevíme-li nic o rozdělení hustoty v kouli, musíme ji považovati za konstantu, čím

$$\int_0^1 \varrho x^4\, dx = \frac{\varrho}{5}$$

tak že

$$P = -\left(\frac{2{\cdot}42}{10^{15}}\omega a^2 \varrho\right)\frac{a^3 \cos\vartheta}{r^2}\,.$$

Pomocí tohoto vzorce lze odhadnouti magnetisaci slunce, ale také každé jiné stálice neb planety. Poněvadž se slunce celkem a *průměrem* (vůči různým heliografickým šířkám) točí asi 26-krát volněji než země, jest jeho úhlová rychlost

$$\omega = \frac{2{\cdot}82}{10^6}\frac{1}{sec}\,.$$

Poněvadž poloměr slunce měří

$$a = 109\,.\,6{\cdot}37\,.\,10^8\, cm;\quad \varrho = 1{\cdot}41\,\frac{g}{cm^3},$$

platí výraz

$$\omega a^2 \varrho = 192{\cdot}10^{14}.$$

Dosadíme-li do potenciálu, dostaneme pro slunce:

$$P = -\,46{\cdot}5\,.\,\frac{a^3 \cos\delta}{r^2}\,.$$

Aby se výraz ten stal názorný, vypočítáme si vodorovnou a svislou složku slunečního magnetismu, čítanou stejným způsobem jako pro zemi. Dostaneme pro povrch slunce

$$H = 46{\cdot}5 \sin \vartheta; \quad V = 93 \cos \vartheta.$$

Vypočítáme-li si totální intensitu

$$T = 46{\cdot}5 \left(1 + 3 \cos^2 \vartheta\right)^{\frac{1}{2}},$$

vidíme, že tato na širokém pásu kol rovníka jest poblíže hodnoty: 50 Gaussů, kterou Hale měřením zjistil. Jen na poměrně úzkých partiích kol pólu stoupá totální intensita až k hodnotě 93 Gaussů.

Číslo Haleovo 50 jest zajisté orientační hodnotou. Přiblížili jsme se mu dojista s dostatek. Vidím v tomto přiblížení doklad, že λ jest opravdu hodnotou universální a že, ač bylo pomocí země počítáno, není snad číslem pozemským, jako na př. permeabilita vrchních studených vrstev kůry zemské.

Zároveň jest souhlas ten úspěchem pro naše názory o ekvivalenci proudící hmoty se zápornou elektřinou. I kdyby souhlas u slunce žádal nového stanovení konstanty λ, byla by theorie potvrzena; tím více, když toho třeba nebylo.

Magnetické pole Jupitera. Mladé theorie získají na váze, podaří-li se jim předpověděti úkazy nové. Poněvadž Jupiter točí se 2·4krát rychleji než země, jest jeho pole magnetické silnější. Poloměr jeho jest 11krát větší než zemský, hustota 4krát menší. Proto jest magnetisace jeho

$$\frac{2{\cdot}4 \cdot 121}{4} = 73\text{krát}$$

silnější než zemská. Zní proto vzorce pro Jovigrafickou šířku φ

$$H \doteq 25 \cos \varphi, \quad V \doteq 50 \sin \varphi.$$

Podobně lze vypočítati magnetické pole na povrchu jiných planet, pokud známe jejich dobu rotace. Počet proveden pro Jupitera, jednak že jest nejmagnetičtějším tělesem v soustavě sluneční, jednak proto, že u něho jest ještě trochu naděje na eventuální ověření předpovědi pokusem. Jupiter jest totiž podezřelý, že svítí ještě trochu vlastním světlem. Pak by arci byly naděje, že na jeho privátních (dosud neobjevených) čarách spektrálních projevil by se zjev Zeemanův. Prostředky, jež stačily u slunce, stačí také pro polární krajiny Jupitera, arci jen, je-li dosti světla.

Magnetické pole stálic. Víc vyhlídek na experimentální ověření jest u stálic. Jest zajisté jen otázkou času, to jest pokroku astronomické spektrografie, kdy se podaří na spektrálních čarách zjistiti vliv soukromé magnetisace hvězdy. Vliv tlaku na spektrální čáry u nejjasnějších stálic již zjištěn jest. Proto jest naděje, že se zdaří i ve světle stálic rozpoznati vliv magnetismu, arci budou-li pole dosti silná.

Jak přirozeno, budeme pole hvězdné porovnávati s polem naší hvězdy, s polem slunečním. Je-li úhlová rychlost hvězdy ω, poloměr a, hustota ϱ, jest magnetické pole na povrchu úměrno součinu

$$\omega a^2 \varrho.$$

Všimněme si, co nám dnešní astronomie stálic o těchto hodnotách může poskytnouti.

Úhlová rychlost rotační. Přímo neznáme ji ani v jediném případě. Ale z Darwinových úvah o tření slapů lze ji odhadnouti aspoň u dvojhvězd. Musí býti zlomkem z doby oběhu trabanta, sice by se soustava ta neudržela. Hvězdy by se šroubovaly k sobě, až se spojí. Jako krajnost uvádím stálici Beta Cephei, jejíž doba oběhu činí $4^h\,34^m\,8{\cdot}9^s$. Jest tedy doba rotace této stálice kol osy její zlomkem jmenovaného obnosu, to jest asi 100krát prudší než rotace slunce.

Poloměry stálic. O tom, kolik *km* měří poloměr stálice, víme dosti málo.*) Známe-li parallaxu a svítivost hvězdy, lze vypočítati, kolikrát více světla by nám hvězda posílala, kdyby stála na místě slunce. Ale kolikrát jest větší než slunce, lze z toho bezpečně počítati jen tehda, když hvězda jest právě takové barvy, to jest temperatury, jako naše žluté slunce. Teprve od nedávna dějí se pokusy o srovnání povrchové svítivosti hvězd různé barvy. Z toho jest úsudek o velikosti poloměrů hvězdných v kilometrech. Při těchto studiích ukázalo se pak, že vedle

*) Viz ostatně Astronom. Nachrichten č. 4775, kde S. Pokrowski pomýšlí na měření maličkých zorných úhlů novými pomůckami.

„obyčejných“ hvězd jako Sirius, Procyon, Vega, Algol, Polaris, jež jsou téhož řádu co do velikosti jako naše slunce, vyskytují se také hvězdy mnohem větší, Aldebaran má poloměr 9krát větší než slunce, Capella $8\frac{1}{4}$krát, Aldebaran $13\frac{1}{2}$krát, Beta Andromedae 13krát. Uvedená čísla pocházejí od Nordmanna a jsou z r. 1911.

Hustota stálic. Lze ji odhadnouti u hvězd typu Algolova a bývá někdy dosti malým zlomkem hustoty sluneční. Zejména hvězdy bílé bývají dosti řídké. Více o této veličině lze určiti u dvojhvězd visuelních, jichž dráha a poměr hmot jest známa, až budeme míti spolehlivá čísla pro povrchovou svítivost. Žel, že právě u visuelních dvojhvězd neví se docela nic o době rotace, neboť když tento činí mnoho let, ztratí myšlenka Darwina mladšího, jež nám u Beta Cephei posloužila, svůj význam. Takový odhad poslouží jen u těsných soustav spektroskopických.

Vidmo Arkura a jeho magnetisace. Walter S. Adams na sluneční observatoři Mount Wilson porovnal r. 1906 vidmo hvězdy Arkturus s vidmem slunečních skvrn. Ukázal se překvapující souhlas nejen v sesílení čar, ale i v poměru mezi nimi v obou vidmech. Kdo vědomě zachovává Newtonovo pravidlo: Ideoque effectum naturalium ejusdem generis eaedem assignandae sunt causae, quatenus fieri potest*), musí z tohoto souhlasu nutně souditi, že fysikální stav ve skvrnách slunečních velice se blíží stavu v ovzduší Arktura. Adams dle tehdejších vědomostí o skvrnách slunečních soudil, že tertium comparationis mezi nimi s Arkturem jest nízká temperatura.

Dnes víme, že rozšíření až rozpoltění čar ve vidmu skvrn slunečních jest od zjevu Zeemanova, a musíme proto povrchu Arkturu připsati takové pole magnetické, jako jim, totiž 3–4 tisíce Gaussů. Značí-li ω, a, ϱ úhlovou rychlost slunce, jeho poloměr a hustotu, označíme obdobné veličiny u Arkturu ω_*, a_*, ϱ_* jest přibližně

$$\frac{\omega_* \cdot a^2_* \cdot \varrho_*}{\omega\, a^2\, \varrho} \doteq \frac{3500}{50}.$$

Dnes můžeme tedy ze souhlasu vidma Arkturu s vidmem slunečních skvrn vyvážiti relaci, jež váže úhlovou rychlost hvězdy, její poloměr a hustotu.

* V Newtonových „Principiích“ druhá z jeho: regulae philosophandi.

Ještě lze několik slov říci o součinu $\omega_* . a_*$, který znamená rychlost rovníku rotující hvězdy. Tento součin u Arkturu nemůže se přes příliš vzdáliti od hodnoty 2 *km/sec*, kterou má u slunce, jinak by se čáry jeho staly širokými následkem Dopplerova principu jako u Alfa Cygni, jíž se proto připisuje obvodová rychlost 25 *km/sec*, neb u Alfa Aquilae, jíž se připisuje 27, mimochodem největší taková hodnota, jež se na nebi vůbec vyskytuje. Bude tedy přibližně

$$\frac{a_* . \varrho_*}{a\varrho} \doteq 70.$$

Ale součin $a . \varrho$ jest úměrný intensitě gravitačního pole na povrchu slunce g. Bude tedy na povrchu Arkturu

$$g_* \doteq g . 70.$$

Tato přibližná relace má jakýsi význam pro stanovení konstanty Maxwellovy, oné konstanty, jež udává, kolik energie tají se v cm^3 vakua.

Vidmo Alfa Orionis. Ohledali je podrobně Hale a Adams. Ukázalo se, že má linie slunečních skvrn ještě sesílenější než Arkturus. To by mohlo býti od značnější rotace, ale spíše od značnější magnetisace. Závěry učiněné o Arkturu platí sesílenou měrou o této hvězdě.

Magnetické poruchy na povrchu zeměkoule. Tyto poruchy vysvětlují se celkem prouděním vzduchu, jenž unáší s sebou elektřinu, tedy proudy Rowlandovými. Dle našich názorů stačí již proudění vzduchu samo o sobě, aby vyvolalo změny magnetické. Zabýval jsem se tím podrobně a nalezl do detailů jdoucí kvalitativný souhlas. I souvislost magnetických změn se slunečními skvrnami, jež znamenají, jak od nedávna víme, že slunce jest teplejší, i vliv měsíce na zemský magnetism shoduje se s našimi názory. Do jednotlivostí se nepouštím, poněvadž, žel, prozatím není uspokojující theorie o zákonech proudění atmosféry zemské pod vlivem záření slunečního a slapů. Až jednou takové theorie budou, můžeme oklikou přes naše theorie použíti variace magnetismu zemského ku zjištění pohybových zjevů v nepřístupných výšinách a ku kontrole našich počtů o proudění atmosféry spodní.

Doslov. Předvedl jsem čtenáři souhlas svých rovnic se všemi zjevy kosmického magnetismu, o kterých vím. To jest nepochybně úspěch, jenž rovnice zmíněné doporučuje. Budu tedy v dalších publikacích považovati rovnice ty, míním

$$\frac{x_t}{\sqrt{\varkappa}} - 4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho U = -3c \; curl \; l$$

$$-4\pi\sqrt{\varkappa}\,\varrho = div \frac{x}{\sqrt{\varkappa}}$$

za zajištěné.

Kdyby někdo měl ještě pochybnosti nebo pomýšlel na vyvrácení theorie, radím mu, aby pro jednotlivé stálice, o nichž toho dosti mnoho víme, počítal magnetisaci. Kdyby mu vyšlo, že magnetisace činí $^1/_2$ millionu Gaussů. — to číslo jmenuji, poněvadž se na ně přijde, když maximální hodnoty pro poloměr, rychlost rotace a hustotu užijeme jako dat početních, — a ve vidmu nebylo ani stopy po rozšíření čar, ani stopy po zjevu Zeemanově, jest theorie vyvrácena. Také já jsem takové pokusy dělal u Siria, u Algolu a j. Přišel jsem však vždy na mírná čísla. Zdá se, že zmíněné hodnoty maximální nemohou se spolu sejíti, asi jako největší váha nemůže sejíti u člověka s nejmenší délkou. Poukaz na taková omezení obsahuje ostatně theorie sama. Že součin ωa drží se pod jistou hranicí, jest experimentálním faktem. Že součin $a\varrho$ má vrchní hranici, způsobuje konstanta Maxwellova, množství energie, jež se tají v krychlovém *cm* vakua.

Poněvadž pak i magnetisace závisí na součinu těchto dvou hodnot, jež mají určitou hranici, má též magnetisace jistou limitu, nad níž nemůže. Mohlo by se odhadnouti spodní omezení této limity pomocí Alfa Orionis.

Jest to do jisté míry nevděčným úkolem, zabývá-li se člověk gravitací. Zabývali se jí obyčejně spíše lidé s živou fantasií, kteří názory své zastávali s fanatismem, zpravidla ostře proti Newtonovi zahroceným. Ale již úspěchy Newtonových myšlenek v astronomii svědčí, že pokrok na poli gravitace nebude spojen s vyvrácením názorů Newtonových, nýbrž že názory ty třeba vpracovati do nové theorie jako prvé přiblížení. A ještě na jeden bod budiž poukázáno s důrazem. K nalezení prvého přiblížení bylo třeba geniálnosti Newtonovy, vybudování dalšího přiblížení jest již obyčejnou vědeckou prací. Newton musil si mechaniku a infinitesimální počet teprvé stvořiti, kdežto my přejímáme pouze bohatý myšlenkový aparát relativistiky a užíváme jej na zjevech gravitačních.

Vincenc Jarolímek.

Napsal **J. Sobotka.**

Ohromná jest vážnost doby, v níž právě žijeme a tísnivý pocit nejistoty toho, co doba příští přinese. Jest přirozeno, že v době té veškerá činnost mírová vůbec a práce kulturní zvláště jsou velice stíženy a omezeny, ustupujíce do pozadí. Proto však přece neztrácíme naději v šťastnější budoucnost a útěchu, že to, co doba minulá vybudovala, neshroutí se, nýbrž že to dobré, co v úzkých poměrech našich vzrostlo, znovu vzkvete, a že kráčejíce ku předu znovu se těšiti budeme i z pokroků, byť mnohdy jen skromných, před tím docílených, jichž jsme sami byli buď přímo, buď nepřímo účastni, aneb které jsme jen spolu prožívali, ale z nichž jsme se radovali jakožto z majetku společného a všem nám milého.

Jest krásným přívlastkem vzdělanosti, že dovede nejen oceniti práci v jejích službách vykonanou, ale že dovede ctíti i ty, již si o ni získali zásluhy. Ač nynější doba jest nejméně vhodná k tomu, abychom se oddávali oslavám jakéhokoli druhu, přece myslím, že jest správné na tomto místě věnovati právě nyní vzpomínku muži, který má nesporně značné zásluhy o školské vzdělání u nás, který ale též svojí vědeckou prací uloženou v samostatných spisech a pojednáních přispěl v několika směrech k obohacení a prohloubení našich vědomostí geometrických a to hlavně se zřetelem na geometrii deskriptivní a synthetickou.

Dvorní rada prof. Dr. Vincenc Jarolímek dovrší 25. června t. r. sedmdesátý rok věku svého věnovaného neúnavné, vytrvalé a plodné práci, která se mu stala potřebou a nutnou náplní života. Chápaje život takto, užil ho svrchovaně. K sedmdesátinám jeho přináším tuto zdravici jistě jménem přátel jeho a Jednoty