

Jaroslav Šafránek

Závislost refrakce plynů na tlaku (s novými výsledky pro kyslík)

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 51 (1922), No. 4, 308--320

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/109012>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1922

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

V tomto případě systém S definovaný v §u 1. jest v *absolutním klidu*.

Abychom obdrželi proměnnost rychlosti šíření světla v různých směrech, vyšli jsme z *počátečního absolutního systému*, k němuž se vztahovaly klassické rovnice a který jsme podrobili zkrácení (kontrakci) podél osy x .

Avšak ta deformace byla jen *formální, čistě matematická*; této deformaci nepřipisujeme realnost, nýbrž uvažujeme ji pouze jako nutnou matematickou transformaci.

Podle klassických elektromagnetických rovnic pole každého systému v rovnoměrném pohybu jest určeno z pole odpovídajícího *deformovanému* systému v klidu; aby *Lorentz* obdržel výsledky požadované pokusem, musil elektron podrobiti opačné deformaci, t. j. učiniti předpoklad, že pohybující se elektron jest zkrácen ve směru pohybu, jak to vyžaduje *Einsteinova* theorie relativnosti (považuje tuto deformaci za reálnou).

Místo, abychom stlačili samotný elektron, smáčkneme *formálně* náš prostor a fysikální interpretaci toho bude změna rychlosti světelné. Tedy ačkoli s fysikálního hlediska tato dvě stanoviska jsou úplně rozdílná, s matematického hlediska vedou přece k týmž výsledkům, neboť věta:

„*Jednotka délky se zkrátila*“

jest formálně ekvivalentní větě:

„*Rychlost šíření světla vzrostla.*“

Takto obdržíme pro náš tuhý elektron, neschopný deformace, tytéž vzorce, jako *Lorentz* pro svůj deformace schopný.

S matematického hlediska jest to do jisté míry věc úmluvy ohledně délkové jednotky, které nutno užívatí v pohybujícím se systému.

Ke konci pak pokládám za milou povinnost vysloviti vřelý dík p. docentu dr. V. Trkalovi za překlad tohoto pojednání do češtiny i za ochotné prohlédnutí korektur.

Závislost refrakce plynů na tlaku (s novými výsledky pro kyslík).

Napsal Ph. Dr. *Jaroslav Šafránek*.

Studium lomu světelných paprsků v plynech je důležitou věcí pro svůj teoretický význam. Toto studium děje se ve třech směrech. Hledá se závislost lomu na tlaku, na teplotě a posléze na vlnové délce. V dalším chceme referovati o závislosti refrakce na tlaku, zejména na tlaku menším jedné atmosféry.

Pro tlaky větší než 1 atmosfera vykonána byla veliká řada prací. Tak Mascart*) zkoumal tyto plyny: vzduch, N_2 , O_2 , H_2 , CO_2 , NO , N_2O , C_2N_2 . Měnil tlak mezi jednou a osmi atmosferami a našel, že závislost refrakce (již rozumíme výraz $n-1$) na tlaku dá se vyjádřiti vztahem

$$n-1 = Kp (1 + \beta p), \quad (1)$$

kde K a β jsou konstantní koeficienty. Vyjádříme-li závislost hustoty (ρ) na tlaku (p) analogickým vztahem

$$\rho = K_0 p (1 + \beta_0 p), \quad (2)$$

pak dělením a zanedbáním vyšších potenci β_0 obdržíme

$$\frac{n-1}{\rho} = C (1 + (\beta - \beta_0) p),$$

čímž získáváme rovnici Newton-Gladstoneovu

$$\frac{n-1}{\rho} = C \quad (3)$$

pro případ, že $\beta = \beta_0$, kterážto podmínka zdála se býti vždy splněna, jak starší práce nasvědčovaly.

Kromě rovnice (3) platí pro plyny rovnice Lorenz-Lorentzova

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = N \quad (4)$$

Výraz N označuje specifickou refrakci plynu. Lze jej zjednodušiti

$$N = \frac{2}{3} \cdot \frac{n-1}{\rho}.$$

Chappuis a Rivière**) rozšířili měření až skoro do tlaku 20 atmosfer. Měřili zvláště refrakci vzduchu a kyslíčniku uhličitého. Měření kyanu provedena jen pro tlak od 1 do 3 atmosfer. Autoři zjistili úplný souhlas s formulí (3).

Gale***) měřil refrakci vzduchu v intervalu od 4 do 19 atmosfer. Až do 40 atmosfer jdou měření Carnazziho,†) provedená použitím dutého hranolu s horizontální hranou, v němž byl vzduch komprimován, a výchylka určována byla dalekohledem na vertikální škále. Carnazzi se domnívá, že vzorec (3) jest jen přibližný, a úchyly od něho jsou tím větší, čím větší je hustota. Pro CO_2

hodnota $\frac{n-1}{\rho}$ s tlakem ubývá, pro vzduch a vodík jeví se její vzrůst s tlakem.

*) Ann. Ec. Norm. Sup. 6. (1877).

**) J. Chappuis a Ch. Riviere, Ann. Chim. et Phys.: 14. 1. 1883. *

***) H. G. Gale, Phys. Rev. 14. 1. 1902.

†) Carnazzi, Il Nuovo Cimento (4) 6, 385, 1897.

Aby přímé měření rozhodlo o upotřebitelnosti té které formule, podjal se Magri*) úkolu, proměřiti hustotu a index lomu při tlacích od 1 do 200 atm. Výsledky podává připojená tabulka.

| q | $n - 1 \cdot 10^n$ | $\frac{2}{3} \cdot \frac{n-1}{q} \cdot 10^7$ | $\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{1}{q} \cdot 10^7$ |
|--------|--------------------|--|--|
| 1 | 292·9 | 1953 | 1953 |
| 14·84 | 433·8 | 1949 | 1947 |
| 42·13 | 1241·0 | 1964 | 1959 |
| 69·24 | 2044·0 | 1968 | 1961 |
| 96·16 | 2842·0 | 1970 | 1961 |
| 123·04 | 3633·0 | 1969 | 1956 |
| 149·53 | 4421·0 | 1971 | 1956 |
| 176·27 | 5213·0 | 1972 | 1953 |

Ukazuje se, že Lorenz-Lorentzova formule vyhovuje nejlépe. Tento závěr je podporován také staršími výzkumy Lorenzovými**) a Prytzovými***) Tito zkoumali totiž čtené látky ve dvou skupenstvích, plynném a kapalném, a srovnávali příslušné refrakční konstanty. Nalezli, že vztah (4) zůstává v platnosti i při zhuštění, které má za následek změnu skupenství.

Pokud se týče tlaků pod jednou atmosferou, přichází v úvahu práce W. Kaisera,†) která řeší úlohu pro vzduch, H_2 , SO_2 , CO_2 , avšak ne s takovou přesností, aby bylo možno činiti hlubší konkluse. Z toho důvodu, že otázka nebyla definitivně rozřešena††) a dosavadní práce řešeny byly pomůckami velmi primitivními, podjal se tohoto úkolu Dr. V. Posejpal†††) a použil k měření své nové pracovní metody*) se strojem Jaminovým opíraje se o tuto úvahu:

*) L. Magri, Phys Zeitschrift 6, 629, 1905.

**) L. Lorenz, Wied. Ann. 11, 70, 1880.

***) K. Prytz, Wied. Ann. 11, 104, 1880.

†) W. Kaiser, Ann. d. Phys. 13, 210, 1904; Inaugural-Dissertation der königl. Univ. zu Münster J. W., Brilon 1903.

††) S. Loria, Die Lichtbrechung in Gasen, Braunschweig 1914, str. 30.

†††) a) Dr. Posejpal: Kterak závisí refrakce plynu na tlaku menším jedné atmosféry. Rozpravy Čes. Akad. II. tř., roč. XXVI. čís. 61., 1918. Totéž: Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême 1918; b) Týž: Annalen der Physik. Bd. 53. 1918., p. 629-646; c) Týž: Rozpravy Čes. Akad. II. tř., roč. XXIX., čís. 13. 1920. Totéž: Bulletin int. 1920; d) Týž: Journal de Physique. S. VI. t. II. p. 65., 1921.

*) Dr. V. Posejpal: Užití spektrálního fotometru při interferenčním refraktoru Jaminově. Rozpravy Čes. Akad. roč. XXIV. tř. II. čís. 17. 1915.

Je-li L délka optické trati světla o vlnové délce λ ve vzducho-prázdné trubici Jaminova stroje a je-li s počet proužků, o které se posune interferenční zjev, naplníme-li trubici plynem tlaku p a indexu n , pak jsou optické dráhy ve vakuu L a v plynu nL a každá změna optické dráhy o vlnovou délku posune interferenční zjev o jeden proužek. Platí tedy:

$$\begin{aligned} L(n-1) &= \lambda s \\ (n-1) &= \frac{\lambda}{L} s \end{aligned} \quad (5)$$

Veličiny s , λ , L lze měřit, n z nich vypočítati. Měníme-li tlak, najdeme závislost n na p . Při tom však nutno měřiti p a s jednou při velké změně a hned zas při malé změně, při čemž nedostává se nám měřícího prostředku, jenž by vyhověl v obou případech s dostatečnou přesností. Derivujeme-li však rovnici (5), obdržíme:

$$\frac{dn}{dp} = \frac{\lambda}{L} \cdot \frac{ds}{dp}, \quad (6)$$

kde místo závislosti n na p můžeme měřiti funkci $\frac{ds}{dp}$. Tato mění se jen mírně s tlakem, lze tedy měřiti p s přesností menší, za to ds a dp dlužno měřiti přesně. Při tom je s výhodou podržeti dp přibližně stálé (v dalších případech vesměs $dp = 100 \text{ mm}$) pro různé tlaky p . To bude umožněno použitím zvláštního manometru Posejpalova, jenž dovoluje měřiti dp na setiny milimetru.

Posunutí interferenčního zjevu měří se citovanou již metodou Posejpalovou (l. c.), která záleží v tom, že interferenční refraktor Jaminův kombinujeme se spektrálním fotometrem (typu Lummer-Brodhun). Jím jest umožněno pozorování ve světle dostatečně monochromatickém při použití světelného zdroje bílého (žárovka, 50 svíček) a pomocí kompensátoru Jaminova lze dosáti v odečítání přesností větší než je setina interferenčního proužku.

Používaje právě popsané vlastní metody provedl Dr. V. Posejpal příslušná měření pro vzduch (dvakrát) a pro kysličník uhlíčitý a za vedení jeho proměřena byla závislost refrakce kyslíku pisatelem článku. V dalším budeme referovati podrobněji o této práci nejnovejší a ke konci uvedeme výsledky Posejpalovy.

Refrakce kyslíku.*)

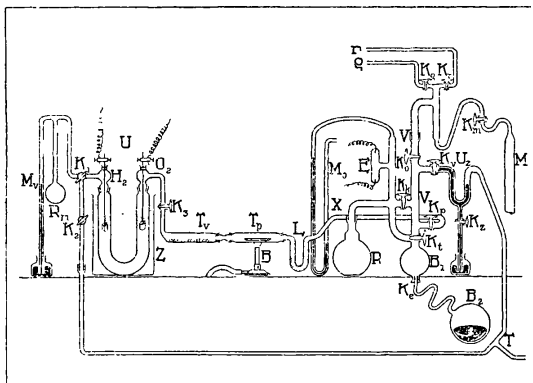
Při měření refrakce kyslíku použito bylo téhož uspořádání se kterým pracoval Dr. V. Posejpal (podrobný popis viz**) a provedeny jenom ty změny, které se týkaly výroby kyslíku, kdežto měrná část systému zůstala nezměněna.

*) Podrobnou zprávu viz v Rozpravách Čes. Akad. roč. 1922.

**) Dr. V. Posejpal, Kterak závisí refrakce plynů na tlaku menším jedné atmosféry. Rozpravy Čes. Akad. Roč. XXVI. tř. II. čís. 61.

Výroba kyslíku.

K naplnění měrného systému je potřeba asi 3 litrů plynu, a při tak značném množství přicházela v úvahu jediné cesta elektrolytická. Plyn byl vyvíjen rozkladem 11,4%ního roztoku louhu draselného (*KOH purissimum*, Merck) elektrodami platinovými. Měrná část systému vymezená kohouty K_p a K_v zůstala nezměněna (viz obraz 1.) z dřívějších prací. Plyn byl vyvíjen ve voltmetru U . Kohoutem K_3 vcházel do vodorovné trubice T_v , kde byl vysoušen fosforpentoxidem, vstupoval do trubice T_p ze skla těžce tavitelného, která obsahovala na porcelánovém člunku platinovanou pemzu, jež



Obr. 1.

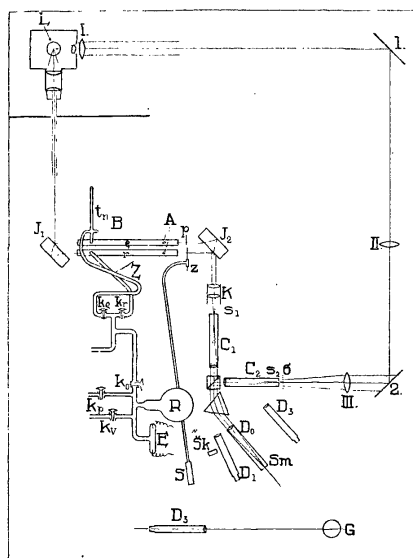
zahřátá plynovým kahanem asi na 300° C spalovala vodík, jenž mohl snad difúzí vniknouti do trubice kyslíkové. Odtud procházel kyslík v trubici L přes zrnka louhu draselného a kohoutem K_p vcházel do systému, kde znovu se sušil, jsa ve stálém styku s fosforpentoxidem v recipientu R . Rameno vodíkové spojeno bylo trojcestným kohoutem K_1 jednak s otevřeným pomocným manometrem M' a $\frac{1}{3}$ litrovým recipientem R_m , jednak přes kohout K_2 s dlouhým vedením k rozvodu T ; k témuž ústila spojka od kohoutu K_v , zajištěného rtuťovou uzávěrkou U_2 a vývěva olejová s Gaedeho vývěvou rtuťovou. Celá aparatura provedena byla ze skleněných trubek, jež byly do sebe zapuštěny a slepovány piceinem. Všechny kohouty mazány byly kaučukovým inazem Traversovým a kohouty měrného systému opatřeny nad to rtuťovým těsněním. Správné utěsnění celého systému

vyzkoušeno bylo tak, že celý systém byl vyčerpán až na napětí nasycených par roztoku KOH současným odssáváním jak přes kohout K_v , tak přes kohout K_3 , při čemž bylo nutno opatrně regulovat odssávání manipulací na kohoutech K_1 , K_2 , K_3 , aby hladiny louhu ve voltmetru zůstávaly v téže výši. Pak vyčkáno bylo při uzavřených kohoutech K_2 a K_v 24 hodin a stav v systému nesměl se změnit, zejména hladiny roztoku musely zůstat přesně v téže výši. Pak kohout K_3 byl uzavřen, trojcestná trubice T byla nahrazena bezprostředním spojením od kohoutu K_v k vývívám a celý systém až ke kohoutu K_3 byl vyčerpán na tvrdé vakuum Röntgenovo, jež zjišťováno bylo výbojovou trubicí E . Když i toto vakuum udrželo se po dobu 24 hodin, upraveno bylo spojení, jak je na obraze vyznačeno, a započato bylo s plněním. Ve voltmetru U vyrobeno bylo tolik plynu až byly pod tlakem 1 atmosféry. To bylo možno tak, že vodík byl zvolna kohouty K_1 a K_2 odssáván. Kohoutem K_3 byl pak pomalu za současného vývoje vpouštěn kyslík do systému a ihned zase odssáván. K tomu zvolena nejkratší cesta a ostatní části systému byly příslušnými kohouty odpojeny. Po nějaké době, když první dávka kyslíku byla odstraněna, uzavřen byl na chvíli kohout K_3 , cesta, kudy první kyslík procházel, byla vyčerpána, a pak teprve vývoj kyslíku obnoven a započato bylo s definitivním plněním. Ještě i pak byl naplněn celý systém po dvakrát jen na tlak $\frac{1}{2}$ atmosféry, propláchnut a znovu vyčerpán, a teprve třetí plnění provedeno bylo až do tlaku skoro 1 atmosféry. Poslední plnění provedeno asi během dvou hodin proudem o intenzitě 6–10 amper. Příprava roztoku dala se tak, že bezprostředně před výrobou byla voda předestilována přímo do voltmetru U a teprve v této vodě byl louh draselný rozpuštěn. Spektroskopická zkouška ukázala, že kromě kyslíkových čar není ve spektru stop po jiných plynech. Stejná zkouška provedená po skončeném měření (po 2 měsících) ukázala, že plyn zůstal stejně čistým.

Měření.

Zdrojem světla jest žárovka L (obraz 2.). Její světlo je použito dvěma směry. První svazek paprsků jde přes kondenzor na desku J_1 stroje Jaminova, umístěnou asi ve vzdálenosti 140 cm, tam se rozdělí ve dva rovnoběžné svazky, které prostupují interferenčními trubicemi q , r Jaminovým kompensátorem p a druhou deskou J_2 , kde se spojí a prošeďše objektivem K vytvoří na rovině vertikální štěrbině s , spektrálního fotometru ostrý obraz zdroje L . Do této roviny zaostřeny jsou také proužky interferenční. Mají vertikální polohu a největší vzdálenost minim, jakou stroj dává. Dále jdou paprsky kolimátorem C_1 , kosíkou Lummer-Brodhunovou, hranolem a objektivem pozorovacího tubu D_0 shromažďují se na štěrbině s_m . Sem přichází také druhý svazek paprsků z téhož zdroje L , který prošel kruhovým diafragmatem o a spojivými čočkami

I, II, III a odrazil se na zrcadlech 1, 2 a vytvořil obrázek diafragmatu σ na matné skleněné desce σ , takže štěrbinu s , kolimátoru C_2 je osvětlena dostatečně divergentním světlem. Posunování interferenčního zjevu kompensátorem p ovládá pozorovatel ohebnou osou S , při čemž pozoruje zjev ve štěrbině s_m . Z téhož místa může také měřiti dalekohledem D_1 otočení kompensátoru, neboť škála



Obr. 2.

(Šk) u dalekohledu D_1 se zrcadí na pevném zrcadle Z a na otáčivém z , které je nasazeno na ose kompensátoru p . Měření teploty děje se na teploměru t_n , který jest zasazen v trubici σ , odečítá se dalekohledem D_2 a kontroluje se thermoelementem vloženým do trubice interferenční, ve spojení s galvanometrem (G), jenž odečítá se dalekohledem D_2 se škálou.

Postup pozorování je ten: Pomocnou vývěvou (obr. 1.) B_1B_2 (balon B_2 rtuť z částí naplněný lze zdvihati kol otáčivého zábrusu K_e

a při uzavřených kohoutech K_p , K_v , K_i lze skrz kohouty K_l a K_n nadbytečný plyn stlačit do recipientu R , nebo skláněním odtud vyšší a vpraviti do kterékoli části systému, nebo při zdvižení balonu B_2 rtuť z tohoto vytékající naplní balon B_1 a stoupne až nad kohout K_l vpravíme do manometru M tolik plynu, že rtuť sahá těsně k dílkům b_5 (střed mikroskop. měřítka je zastaven na střední čárku). Pak na šterbinu (s_1) přivedeme kompensátorem achromatické minimum a uzavřeme kohout K_r . Pomocnou vývěvou zmenšíme po

Tabulka I.

| Řada I. Měření I. | | 8. 2. 1921. -- 15 ^h 10 ^m | | 16 ^h 15 ^m . | |
|-------------------|----------|--|-----|-----------------------------------|--------------|
| 1. | t_n | 16 79 | 16. | b_{n1} | 50·0, 50·2, |
| 2. | g_n | 180·0, 180·0 | 17. | d_{n0} | 768·4, 770·3 |
| 3. | g | 174·0 | 18. | Hg_0 | 28·3 |
| 4. | t_n | 16 78 | 19. | d_{n1} | 779·8, 781·0 |
| 5. | g'_n | 181·4, 181·4 | 20. | Hg_1 | 43·9 |
| 6. | g' | 175·8 | 21. | d_{n2} | 795·2, 796·3 |
| 7. | b_{n1} | 49·9, 49·8 | 22. | Hg_2 | 79·2 |
| 8. | d_{n0} | 736·3, 737·2 | 23. | d_{n3} | 807·5, 809·0 |
| 9. | Hg_0 | 23·9 | 24. | Hg_3 | 96·2 |
| 10. | d_{n1} | 745·3, 745·7 | 25. | | 17·42 |
| 11. | Hg_1 | 38·5 | 26. | t_b | 17·90 |
| 12. | d_{n2} | 757·4, 757·5 | 27. | | 17·93 |
| 13. | Hg_2 | 58·2 | 28. | k | 841·25 |
| 14. | d_{n3} | 766·7, 766·1 | 29. | | 189·95 |
| 15. | Hg_3 | 76·0 | 30. | σ | 30 |

tříkrátě tlak, čímž hladina rtuti pozorovaná mikroskopem se pohne a minimum, které se tím posunulo, uvedeme vždy zase kompensátorem na šterbinu s_1 . Pak zdvihneme mikroskop o 50 mm, zařídíme na dílky b_n , pomocnou vývěvou vysáváme plyn z manometru a trubice ϱ a počítáme proužky přebíhající přes šterbinu s_1 . Zlomek posledního proužku zjistíme kompensátorem. Také při tomto tlaku o 100 mm nižším provedeme tříkrát posunutí hladiny rtuti (v zorném poli mikroskopu) a zjistíme příslušné korespondující údaje kompensátoru. Ve vhodných momentech měříme teplotu plynu i teplotu laboratoře. Jedno takové měření, skládající se ze 42 odečtení a celé řady pomocných úkonů lze provést asi během jedné hodiny (viz jako příklad tabulku I.). Pro týž tlak p prove-

deno bylo 10 měření. Po ukončení jedné takové řady sníží se rameno A (přibližně o 100 mm), čímž se přijde k novému tlaku a vykoná se zase 10 měření řady druhé atd. Přebytečný plyn se při přechodu od jedné řady ke druhé vždy vyčerpá ze systému pryč vývěvou olejovou a rtuťovou.

Výpočty.

Měření poměru $\frac{ds}{dp}$ provedena byla pro sedm umenšujících se tlaků, totiž $p = 699.6, 591.9, 492.7, 360.5, 292.7, 190.9, 89.5 \text{ mm}$, celkem tedy sedmdesát měření. Výsledky podává tabulka II. Měření

Tabulka II.

| Řada | $\frac{s'}{p'} (1 + \beta t) = \left(\frac{ds}{dp}\right)_{16}$ | | | | | | |
|-----------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | I. | II. | III. | IV. | V. | VI. | VII. |
| p_{mm} | 699.6 | 591.9 | 492.7 | 360.5 | 292.7 | 190.9 | 89.5 |
| 1. | 0.30829 | 0.31732 | 0.30854 | 0.30836 | 0.30946 | 0.30691 | 0.30512 |
| 2. | 0.30772 | 0.30936 | 0.30881 | 0.30936 | 0.30014 | 0.30806 | 0.30786 |
| 3. | 0.30807 | 0.30819 | 0.30993 | 0.30905 | 0.30834 | 0.30763 | 0.30752 |
| 4. | 0.30667 | 0.30768 | 0.30975 | 0.30896 | 0.31014 | 0.30761 | 0.30775 |
| 5. | 0.30868 | 0.31077 | 0.30904 | 0.30736 | 0.30909 | 0.30717 | 0.30768 |
| 6. | 0.30755 | 0.30761 | 0.30962 | 0.30809 | 0.31001 | 0.30768 | 0.30894 |
| 7. | 0.30940 | 0.30798 | 0.30878 | 0.30830 | 0.30884 | 0.30815 | 0.30696 |
| 8. | 0.31590 | 0.30893 | 0.30834 | 0.31009 | 0.30855 | 0.30803 | 0.30876 |
| 9. | 0.30824 | 0.30726 | 0.30864 | 0.30913 | 0.30879 | 0.30830 | 0.30751 |
| 10. | 0.31033 | 0.30790 | 0.30866 | 0.30835 | 0.30868 | 0.30853 | 0.30861 |
| Střed | 0.30949 | 0.30930 | 0.30901 | 0.30875 | 0.30820 | 0.30780 | 0.30767 |
| | + 83 | + 95 | + 18 | + 24 | + 92 | + 16 | + 35 |

redukována jsou na teplotu 16° C. Z výsledků jest patrné, že hodnota $\frac{ds}{dp}$ není konstantou, nýbrž vzrůstá se stoupajícím tlakem.

Tlaky p jsou vyjádřeny v milimetrech rtuťi nulstupňové pro intenzitu tíže v Praze. Redukci jich na intenzitu tíže normální provedeme násobice koeficientem 1.000412. Výsledky redukce dává tabulka III.

Tabulka III.

| Řada | Hodnoty nekorigované | | Hodnoty korigované | |
|------|----------------------|-----------------|------------------------|------------------------------------|
| | p | $\frac{ds}{dp}$ | $p \cdot 1\cdot000412$ | $\frac{ds}{dp} \cdot 0\cdot999588$ |
| VII. | 89.5 | 0.30767 | 89.6 | 0.30754 |
| VI. | 190.9 | 0.30780 | 191.0 | 0.30767 |
| V. | 292.7 | 0.30820 | 292.8 | 0.30807 |
| IV. | 360.5 | 0.30875 | 360.7 | 0.30862 |
| III. | 492.7 | 0.30901 | 492.9 | 0.30888 |
| II. | 591.9 | 0.30930 | 592.2 | 0.30917 |
| I. | 699.6 | 0.30949 | 699.9 | 0.30936 |

Předpokládejme, že v prvním přiblížení jest závislost poměru $\frac{ds}{dp}$ na tlaku lineární. Pak můžeme psáti:

$$\frac{ds}{dp} = \alpha_1 + \beta_1 p \quad (7)$$

Konstanty α_1 a β_1 stanovíme methodou nejmenších čtverců, vycházejíce při tom z hodnot korigovaných v tabulce III. Výpočet dává tyto výsledky:

$$\alpha_1 = 0.30721 + 0.00012$$

$$\beta_1 = 0.00000324 + 0.00000028.$$

Vypočítejme užívajíce těchto konstant hodnoty pro $\frac{ds}{dp}$ dosazující do rovnice (7). Výsledky uvádí tabulka IV., kde zároveň jest vypočítána difference Δ mezi hodnotou vypočtenou a pozorovanou. Souhlas mezi pozorováním a výpočtem je dobrý, chyby Δ nevybočují z mezí středních chyb pozorovacích. Lineární závislost vyjadřuje tedy hledanou funkci v mezích chyb pozorovacích. V předposledním sloupci tabulky IV. jest uvedena zároveň hodnota $\frac{ds}{dp}$ pro tlak 760 mm vypočtená použitím konstant α_1 a β_1 .

Těto poslední hodnoty použijeme k výpočtu refrakce kyslíku způsobem dosud obvyklým, integrací rovnice (6), kde se poměr $\frac{ds}{dp}$ považuje za stálý. Odrážíme

$$(n_{760} - 1) = \int_0^{760} dn = L \left(\frac{ds}{dp} \right)_{760} \cdot 760.$$

Na teplotu 0° převedeme výsledek násobíce výrazem $(1 + \alpha t)$ tedy:

$$(n_{760} - 1) = L \left(\frac{ds}{dp} \right)_{760} \cdot 760 (1 + \alpha t).$$

Do této rovnice budeme dosazovati za $\left(\frac{ds}{dp} \right)_{760} = 0.30967 + 0.00033$

$\lambda = 0.00054623 \text{ mm}$, $L = 494.650 \text{ mm}$, $t = 16^\circ\text{C}$, $\alpha = 0.003673$.

Dosazením obdržíme:

$$10^6 (n - 1) = 275.16 + 0.29 \text{ pro tlak } 760 \text{ mm rtuti normálních,}$$

$$10^6 (n - 1) = 275.27 + 0.29 \text{ pro tlak } 760 \text{ mm rtuti v Praze.}$$

Tabulka IV.

| Řada | p | $\frac{ds}{dp}$ | $\left(\frac{ds}{dp} \right) = \alpha_1 + \beta_1 p$ | $J = \left(\frac{ds}{dp} \right) \frac{dp}{ds}$ |
|------|-------|-----------------|---|--|
| VII. | 89.6 | 0.30754 | 0.30750 | 0.000 04 |
| VI. | 191.0 | 0.30767 | 0.30783 | + 0.000 16 |
| V. | 292.8 | 0.30807 | 0.30816 | + 0.000 09 |
| IV. | 360.7 | 0.30862 | 0.30838 | 0.000 24 |
| III. | 492.9 | 0.30888 | 0.30881 | - 0.000 07 |
| II. | 592.2 | 0.30917 | 0.30913 | - 0.000 04 |
| I. | 699.9 | 0.30936 | 0.30948 | + 0.000 12 |
| | 760.0 | | 0.30967 | |

Jiná měření dávají tyto výsledky: Koch¹⁾ 270.4, Ahrberg²⁾ 270.6, Mascart³⁾ 271.2, Guthbertson⁴⁾ 271.7, Dulong⁵⁾ 272.0, Lorenz⁶⁾ 272.1, Rentschler⁷⁾ 272.5, Jamin⁸⁾ 275.0, Biot a Arago⁹⁾ 280.

¹⁾ J. Koch, Ann. d. Phys. 17. 659 (1905); Nova Acta Reg. Soc. Ups., ser. 4, 2 (5), 32 (1909).

²⁾ F. Ahrberg, Diss. Halle (1909).

³⁾ Die: H. Dufet, Recueil de Données Numeriques, Optique. Paris 1900

⁴⁾ C. M. Guthbertson, Proc. Roy. Soc. (A). 83. 164. (1909)

⁵⁾ Dulong, Ann. ch. phys. (2) 31. 154. 1826.

⁶⁾ L. Lorenz, Wied. Ann. 11. 70. (1883).

⁷⁾ H. C. Rentschler, Astroph. Journ. 28. 435. (1908).

⁸⁾ Jamin, C.R. 45. 892. 1857, Ann. ch. phys. (3) 49. 282. 1857. (3) 5^e. 171. 1858.

⁹⁾ Biot a Arago, Mém. de l'Acad. 7. 301. 1806. Gilb. Ann. 25. 345. 1807. 25. 79. 1807.

Dosaďme do rovnice (6) za $\frac{ds}{dp}$ z rovnice (7) a integrujme v mezích od 0 do p pišice integrál ve tvaru

$$n - 1 = Kp (1 + \beta p) \quad (8)$$

(tvar Mascartův). Tu jest patrně

$$K = \frac{\lambda}{L} \alpha_1, \quad \beta = \frac{1}{2} \beta_1$$

Dosadíme-li do těchto výrazů dosavadní výsledek, tu obdržíme:

$$K = 0.33925 \cdot 10^{-6} + 0.00013 \cdot 10^{-6}$$

$$\beta = 527 \cdot 10^{-8} + 47 \cdot 10^{-8}$$

Aplikujme tyto hodnoty na rovnici (8) a obdržíme pro refrakci kyslíku hodnotu (pro normální tlak a teplotu):

$$(n - 1) \cdot 10^{-6} = 274.07 + 0.25,$$

jež je současně definitivním výsledkem našeho měření (tak zvaná hodnota korigovaná Posejpalova). Vidíme, že padá v řadě dosavadních výsledků, k nimž se uspokojivě řadí, na stranu čísel větších.

Refrakce vzduchu a kysličníku uhlíčitého.

První měření vzduchu Dr. V. Posejpalem ukončeno bylo r. 1917 a téhož roku proměřen byl také kysličník uhlíčitý.

Výsledky těchto měření ve srovnání s výsledky pro kyslík podává tabulka V.

Tabulka V.

| | Vzduch 1917 | Vzduch 1919 | CO ₂ 1919 | Q ₂ 1921 (Šařanek) |
|--------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|----------------------------------|
| 10 ⁶ α ₁ | 32830 + 9 | 32858 + 12 | 49979 + 24 | 30721 + 12 |
| 10 ⁶ β ₁ | 258 + 21 | 209 + 26 | 1063 + 55 | 324 + 28 |
| 10 ⁶ K | 0.36254 + + 0.00010 | 0.36284 + + 0.00013 | 0.55191 + + 0.00026 | 33925 + + 0.00013 |
| 10 ⁸ β | 396 + 32 | 318 + 41 | 1063 + 55 | 527 + 47 |
| (n-1) · 10 ⁶ | 293.46 + 0.20 | 293.38 + 0.28 | 451.55 + 0.48 | 275.16 + 0.29 |
| (n-1) · 10 ⁶ kor. | 292.59 + 0.14 | 292.67 + 0.13 | 447.96 + 0.28 | 274.07 + 0.25 |

Srovnáme-li výsledky pro β s výsledky dřívějších autorů (Mascart 1877, Chapuis a Riviere 1888, Perreau 1896), tu pozorujeme

Tabulka VI.

| | Interval tlakový Δp mm | Střední tlak p | $\beta \cdot 10^8$ |
|-----------------|-----------------------------------|---------------------|--------------------|
| Vzduch | 0 — 760 | 380 | 357 |
| | 0 — 3400 | 1700 | 90 |
| | 300 6000 | 3150 | 72 |
| | 0 — 15000 | 7500 | 65 |
| CO ₂ | 0 — 760 | 380 | 1063 |
| | 0 — 1000 | 500 | 740 |
| | 0 — 6000 | 3000 | 725 |

značný nesouhlas (viz tab. VI.). Ten však stane se vysvětlitelným, uvážíme-li, že měření citovaných autorů byla provedena pro daleko vyšší střední tlaky. Vidíme tedy, že β závisí na tlaku a jednoduchá funkce (7) vyhovující úplně pro tlakový interval 0–760 mm nevyhovuje pro intervaly větší. Z tabulky vidíme, že hodnota pro β se stoupajícím tlakem klesá. Tedy β jest funkcí tlaku, klesá se stoupajícím tlakem s počátku prudce, pak volněji.

Hned na počátku při srovnávání rovnic 1. a 2. jsme uvedli, že pro odvození rovnice Newtonovy musilo by býti $\beta = \beta_0$ aby rozdíl $\beta - \beta_0$ byl nulou.

Aby pro tlaky pod jednou atmosferou u porovnání s dosavadními výsledky pro β_0 (Rayleigh, Leduc, Chappuis, D. Berthelot, Regnault) máme:

$$\begin{array}{ll} \text{vzduch} \dots \dots \beta \cdot 10^8 = 357 & \beta_0 \cdot 10^8 = 61 \\ \text{kysl. uhličitý} \dots \dots = 1063 & = 730 \end{array}$$

Rozdíl $\beta - \beta_0$ ani z daleka není nulou a tedy $\frac{n-1}{\rho}$ a tudíž specifická refrakce N není na hustotě plynu nezávislá nýbrž s tlakem roste, se stoupajícím zředěním klesá.

Ve svých pracích (*l. c. a**) ukazuje pak Posejpal, že tento výsledek, který svého času neměl valného teoretického zájmu, lze uvést nyní v úplný souhlas s úvahami o povaze různých stabilních stavů atomu, jak byly vysloveny v Bohr-Perrinově teorii o stavbě atomů.

*) Dr. V. Posejpal: Experimentální doklad k nauce o mnohočetnosti stabilních forem atomu. Časop. matem. a fys. Ročník L. 1921, str. 150.