Úlohy

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 29 (1900), No. 3, 221--224

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108859

Jest tedy $M = M_1 + \frac{\alpha}{2}$ neboli $M = \frac{M_1 + M_2}{2}$.

Podobně propočítávají se výrazy tvaru $\frac{v}{1 + \alpha t}$, kde α jest malé, uvedením na formu $v(1 - \alpha t)$, která jest pro *počet* jednodušší. Počet v tom případě provede se tak, že se člen $v \alpha t$ počítá *pro sebe* a jako číslo se pak od v odečte.

Co se pamatování vzorců fysikalních týče, jsem žákům tou radou, aby pamatovali si *vzorce základní*, které jsou jednoduché vesměs a jednoduše spolu souvisí. Vzorce které vychází *spojováním* a *počítáním* některých veličin *z několika* vzorců, jsou obyčejně *složité* a *nepřehledné*, v nich ztrácí se původní jednoduchý význam vzorce fysikalního a proto se nesnadno a ne na dlouho v paměti udržují.

Úlohy.

Úloha 41.

Řešiti jest rovnici

$$(x^2 - 2)^5 + x^5 = 5x^2 (x - 1)(x + 2)(x^2 - 2)^2.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 42.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$lg_y x - lg_x y = \frac{8}{3}$$

$$xy = 16.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 43.

Řešiti jest rovnici

$$\frac{10^{-5}}{x^{91 \, lg \, x}} \, x^{19 \, lg^2 x + 101} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} x^{10 (lg^2 x + 1)}.$$

Stud. fil. *Josef Knobloch.*

Úloha 44.

Řešiti jest soustavu rovnic

$$(10y)^{1+2\lg y} = 10^{3\lg xy}$$
$$x^{2\lg x}\, 10^{-7\lg y} = (10x)^{-4\lg y}\,.$$

Stud. fil. *Jos. Knobloch.*

Úloha 45.

Při kterých hodnotách veličiny a má rovnice

$$x^2 + 10x + 6ax + 5a^2 + 44a + 19 = 0$$

kořeny realné různé, kdy dva kořeny realné stejné a kdy kořeny soujemné?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 46.

Které úhly menší než 360^0 *vyhovují rovnici*

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0?$$

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 47.

Které úhly vyhovují rovnici

$$\cos x\,(\cos x + \cos 7x) = \sin^2 2x - \frac{1}{4}?$$

Stud. fil. *Jaroslav Jeništa.*

Úloha 48.

Dán jest trojúhelník abc a bod o; jsou-li strany trojúhelníka a, b, c a značí-li x, y, z poloměry kružnic opsaných o trojúhelníky bco, cao, abo, jest platnou relace

$$\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}\right)\left(\frac{b}{y}+\frac{c}{z}-\frac{a}{x}\right)\left(\frac{c}{z}+\frac{a}{x}-\frac{b}{y}\right)\left(\frac{a}{x}+\frac{b}{y}-\frac{c}{z}\right)$$
$$= \frac{abc}{xyz}\,.$$

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 49.

Kouli poloměru r opsán jest dotyčný kužel, jehož vrchol má od středu koule vzdálenost s. Ustanoviti jest obsah té části kužele, která leží vně koule. Který jest výsledek při $s = 2r$*?*

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 50.

Nalézti poloměr koule opsané pravoúhlému čtyrstěnu ABCD, je-li

$$DA = a, \ DB = b, \ DC = c$$

a jsou-li hrany DA, DB, DC navzájem kolmé.

Stud. fil. *Rud. Hruša.*

Úloha 51.

Má-li kosoúhlá základna pravoúhlého čtyrstěnu úhly $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, *jest ustanoviti stěnové úhly, které základna tato s pobočnými stěnami tvoří.*

Stud. fil. *Rud. Hruša.*

Úloha 52.

Dány jsou stejné úsečky $\overline{ab} = \overline{cd}$ *určené v pravoúhlé soustavě souřadnic body*

$$a\,(2,\ 1),\ b\,(6,\ 4)$$
$$c\,(1,\ 4),\ d\,(-2,\ 8).$$

Kolem kterého středu a o který úhel jest otočiti jednu z těchto úseček, aby se sjednotila s druhou?

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 53.

Ke kružnici

$$K \equiv x^2 + y^2 - 2rx = 0$$

vedeny bodem c tečny protínající osu Y v bodech a, b. Které jest geom. místo bodu c, má-li úsečka $\overline{ab}$ *stálou délku d?*

Řed. *A. Strnad.*

Úloha 54.

Rovnostranný trojúhelník umístěn jest v pravoúhlé soustavě tak, že jedna strana jeho jest v ose Y, výška v ose X. Trojúhelníku opsána jest kružnice a ellipsa, jejíž střed jest v počátku soustavy.

Které jsou rovnice obou křivek? Jak velká jest vnější plocha omezená obloukem kruhovým a elliptickým? V kterém úhlu protínají se obě křivky?

Prof. *Th. Schulz.*

Úloha 55.

Bodem $M\,(x_1,\ y_1)$ *má procházeti ellipsa a tečna k ní tak,* *aby trojúhelník omezený tečnou a osou měl obsah co nejmenší. Určiti jest rovnici ellipsy a tečny.*

(Příklad: $x_1 = 5\sqrt{2}$, $y_1 = 3\sqrt{2}$).

Stud. fil. *Jos. Knobloch.*

Vypsání cen za řešení úloh.

Výbor Jednoty českých mathematiků usnesl se, aby za správná řešení úloh v „*Příloze*" uveřejněných uděleny byly ceny tyto:

1. Ceny první:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. XII.
Řehořovský: Základové vyšší algebry díl I.
Studnička: Bohatýrové ducha.
Vaněček: Křivé čáry rovinné i prostorové.

2. Ceny druhé:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. XII.
Jelínek: Početní úkoly tělesoměrné.
Studnička: Bohatýrové ducha.
Šolín: Počátkové arithmografie.

3. Ceny třetí:

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, roč. XII.
Čubr: O měření země.
Seydler: Isák Newton a jeho Principia.
Studnička: Základové nauky o číslech.

Ti, kteří rozřeší správně *všechny* úlohy, obdrží ceny *první*; z ostatních řešitelů obdrží dle počtu a dokonalosti řešení 10 řešitelů ceny *druhé* a dalších 20 řešitelů ceny *třetí.*

Řešení prvních 30 úloh buďtež zaslána nejdéle *do konce února*, ostatní *do konce dubna* r. 1900.