Literatura

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 4, D89--D100

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108831

LITERATURA.

A. Recense vědeckých publikací.

Tři knihy o funkcích skoroperiodických. — **A. S. Besicovitch:** Almost periodic functions, Cambridge, University Press, 1932. XIII + 180 str., cena Kč 75,—. — **H. Bohr:** Fastperiodische Funktionen (Ergebnisse der Mathem. und ihrer Grenzgebiete, sv. 1, seš. 5), Berlín, J. Springer, 1932. 96 str., cena Kč 114,—. — **J. Favard:** Leçons sur les fonctions presque-périodiques (Cahiers scientifiques, fasc. 13), Paříž, Gauthier-Villars, 1933. VIII + 183 str., cena Kč 90,—.

Uvedené knihy podávají obraz dnešního stavu teorie skoroperiodických funkcí; tato teorie byla založena H. Bohrem ve třech velkých pojednáních, otištěných v Acta Mathem., sv. 45 až 47 (1925/26). Pokusím se napřed objasniti čtenáři, oč v této teorii jde.

I. Budiž $f(x)$ reálná funkce, spojitá v intervalu $(-\infty, \infty)$. Říkáme, že tato funkce je periodická s periodou p $(p > 0)$, jestliže pro všechna x platí

$$f(x + p) - f(x) = 0; \tag{1}$$

potom jest ovšem také

$$f(x + np) - f(x) = 0 \tag{2}$$

pro $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

Pojem funkce skoroperiodické jest pak přirozeným rozšířením tohoto pojmu funkce periodické; rozdíl je zhruba ten, že místo přesné platnosti rovnice (1) se požaduje pouze její „přibližná platnost". Přesná definice funkce skoroperiodické jest tato: Budiž $f(x)$ reálná funkce, spojitá v intervalu $(-\infty, \infty)$; budiž ε libovolné kladné číslo. Číslo τ nazveme „skoroperiodou funkce $f(x)$, příslušnou k číslu ε", platí-li pro všechna x nerovnost

$$|f(x + \tau) - f(x)| \leqq \varepsilon. \tag{3}$$

Znakem M_ε označme množství všech skoroperiod funkce $f(x)$, příslušných k číslu ε. Jestliže ke každému kladnému ε existuje kladné číslo l_ε tak, že každý interval délky l_ε (t. j. každý interval $[a, a + l_\varepsilon]$) obsahuje aspoň jedno číslo množství M_ε, říkáme, že funkce $f(x)$ je *skoroperiodická*. Poznamenejme: je-li spojitá funkce $f(x)$ *periodická*[1]) s periodou p, potom podle rovnice (2) všechna čísla

$$0, \pm p, \pm 2p, \pm 3p, \ldots \tag{4}$$

jsou skoroperiodami funkce $f(x)$ příslušnými ke každému kladnému ε.

Množství M_ε obsahuje tedy — při každém kladném ε — všechna čísla (4) a můžeme tedy položiti $l_\varepsilon = p$ při každém kladném ε; t. j. při spojité funkci *periodické* můžeme voliti číslo l_ε nezávisle na ε, kdežto při funkci skoroperiodické smí l_ε záviseti na ε; to je vlastně jediný rozdíl mezi definicí funkcí periodických a skoroperiodických.[2])

Každé spojité periodické funkci $f(x)$ (o periodě p) je přiřazena t. zv. řada Fourierova

$$\tfrac{1}{2}a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(a_m \cos \frac{2\pi}{p} mx + b_m \sin \frac{2\pi}{p} mx\right), \tag{5}$$

jejíž koeficienty jsou dány vzorci

---

[1]) Každá spojitá funkce periodická je ovšem skoroperiodická.

[2]) Je-li $f(x)$ skoroperiodická, ale nikoliv periodická, je nutně $l_\varepsilon \to \infty$ při $\varepsilon \to 0$.

$$a_m = \frac{2}{p}\int_0^p f(x)\cos\frac{2\pi}{p}mx\,dx,\; b_m = \frac{2}{p}\int_0^p f(x)\sin\frac{2\pi}{p}mx\,dx;$$

tyto vzorce lze vzhledem k periodicitě funkce $f(x)$ psáti též ve tvaru

$$a_m = \lim_{T=\infty}\frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos\frac{2\pi}{p}mx\,dx,\; b_m = \lim_{T=\infty}\frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin\frac{2\pi}{p}mx\,dx.$$

Podobně je tomu u funkcí skoroperiodických. Je-li $f(x)$ funkce skoroperiodická a je-li $\lambda \geqq 0$, potom existují limity

$$a(\lambda) = \lim_{T=\infty}\frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos\lambda x\,dx,\; b(\lambda) = \lim_{T=\infty}\frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin\lambda x\,dx.$$

Dále existuje posloupnost $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ ($\lambda_n > 0$) mající tuto vlastnost: jestliže kladné číslo λ není rovno žádnému z čísel $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$, jest $a(\lambda) = b(\lambda) = 0$. Řada

$$\tfrac{1}{2}a(0) + \sum_{n=1}^{\infty}[a(\lambda_n)\cos\lambda_n x + b(\lambda_n)\sin\lambda_n x] \tag{6}$$

nazývá se potom (zobecněnou) Fourierovou řadou, příslušnou k funkci $f(x)$[3]. O těchto zobecněných řadách Fourierových platí obdobné základní věty jako o obyčejných řadách Fourierových, na př. tato věta: ke dvěma *různým* skoroperiodickým funkcím nemůže patřiti *táž* řada Fourierova.

Přicházíme nyní k větě, kterou Bohr nazývá *hlavní větou* teorie skoroperiodických funkcí. Libovolný konečný součet tvaru $\sum_{n=1}^{k}(a_n\cos\lambda_n x + b_n\sin\lambda_n x)$ nazveme *trigonometrickým polynomem;* jest to funkce *skoroperiodická.* Specielně, jsou-li všechna λ_n celistvými násobky čísla $2\pi/p$, jest tento trigonometrický polynom funkcí *periodickou* o periodě p a budeme ho nazývati „trigonometrickým polynomem o periodě p". Z teorie periodických funkcí je známa tato věta: limity všech možných stejnoměrně konvergentních[4]) posloupností trigonometrických polynomů o *periodě* p dávají právě všechny spojité periodické funkce o *periodě* p. Obdobná věta platí pro funkce skoroperiodické: limity všech stejnoměrně konvergentních posloupností trigonometrických polynomů dávají právě všechny skoroperiodické funkce. Jinak řečeno: definovali jsme skoroperiodické funkce vlastnostmi jejich „skoroperiod"; podle poslední věty jest však možno charakterisovati skoroperiodické funkce také jejich „aproximačními" vlastnostmi, a to takto: *funkce $f(x)$ jest skoroperiodická tehdy a jen tehdy, existuje-li posloupnost trigonometrických polynomů, jež stejnoměrně konverguje k $f(x)$.* To je právě Bohrova hlavní věta. — Mluvili jsme dosud o reálných skoroper. funkcích; z důvodů formálních je výhodnější vyšetřovati komplexní funkce $f(x) + ig(x)$, kde x je reálná proměnná a $f(x)$, $g(x)$ jsou reálné skoroper. funkce; ve Fourierových řadách jest pak ovšem účelno užívati funkce e^{ix} místo funkcí $\cos x$, $\sin x$.

[3]) V obyčejné řadě Fourierově (5) jsou všechna čísla $2\pi m/p$ celistvými násobky jednoho a téhož čísla $2\pi/p$; v obecné řadě (6) mohou čísla λ_n býti *jakákoliv* čísla kladná.

[4]) Stejnoměrnou konvergenci pojímám zde stále v intervalu $(-\infty, \infty)$.

II. Opustíme-li v definici skoroper. funkcí požadavek spojitosti a nahradíme-li mimo to nerovnost (3) nějakou „slabší" nerovností (na př. nerovností

$$\int_x^{x+1} | f(t + \tau) - f(t) | \, dt \leqq \varepsilon),$$

dospíváme k zobecněným třídám funkcí skoroperiodických. Každé z těchto tříd odpovídá příslušná „hlavní věta", jež se od Bohrovy hlavní věty liší jen tím, že stejnoměrná konvergence je v ní nahrazena jiným, slabším druhem konvergence. Tato teorie zobecněných funkcí skoroper. byla uspořádána v obdivuhodně jednotný celek hlavně v práci od Bezikoviče a Bohra v Acta math. 57 (1931).

III. Také v oboru *analytických* funkcí jedné *komplexní* proměnné $z = x + iy$ byl zaveden pojem funkce skoroperiodické; definice je obdobná definici podané v odst. I; hlavní rozdíl je v tom, že místo nerovnosti (3) se požaduje platnost nerovnosti

$$| f(z + i\tau) - f(z) | \leqq \varepsilon \quad (\tau \text{ reálné})$$

pro všechna $z = x + iy$ jistého „pásu" $x_1 < x < x_2$, $-\infty < y < \infty$. Tato teorie vrhla nové světlo na starší teorii t. zv. řad Dirichletových.

IV. Všechny uvedené knihy pojednávají o tom, co jsem řekl v odst. I, podrobně s obšírnými důkazy; o zobecněných funkcích skoroper. (viz odst. II) pojednává podrobně a velmi výstižně Bezikovič, kdežto Favard se omezuje na vytčení hlavních ideí a na některé ukázky této teorie, Bohr pak o ní jen stručně referuje. O analytických funkcích skoroper. (viz odst. III) pojednává podrobně Bezikovič i Favard (kteří se však různí výběrem látky), Bohr o nich jen referuje. Favard všímá si též t. zv. harmonických funkcí skoroperiodických a aplikací teorie skoroper. funkcí na teorii lineárních diferenciálních rovnic; o těchto věcech se druhé dvě knihy nezmiňují. Všechny tři knihy se dobře čtou; poměrně nejvíce požadavků činí na čtenáře teorie zobecněných skoroper. funkcí v knize Bezikovičově, což je ovšem dáno povahou látky. Nejelementárnější jest knížka Bohrova, ve které jsou vyloženy i všechny potřebné věci z teorie *periodických* funkcí; tuto knížku může bez obtíží čísti každý studující matematiky. Všechny tři knížky lze však vřele doporučiti; čtenář může se z nich poučiti o jedné z nejpěknějších partií moderní analysy. *V. Jarník.*

E. Landau: Grundlagen der Analysis (das Rechnen mit ganzen, rationalen, irrationalen, komplexen Zahlen). Lipsko, 1930; XIV + 134 str., cena váz. Kč 98,—. — **E. Landau:** Einführung in die Differentialrechnung und Integralrechnung. Groningen-Batavia 1934; 368 str., cena Kč 200,—.

Tyto dvě knihy dohromady tvoří úvod do diferenciálního a integrálního počtu tak systematický, jak toho dosud, pokud vím, v žádné jiné učebnici nenajdeme. První knížka obsahuje aritmetiku komplexních čísel; vychází z Peanových axiomů pro přirozenou řadu číselnou, načež následuje vybudování aritmetiky (t. j. teorie čtyř základních úkonů početních a teorie uspořádání) napřed pro čísla celá, potom racionální a konečně reálná (při čemž Landau skoro až do konce se omezuje na čísla kladná; teprve ke konci zavádí nulu a čísla záporná). Teorie reálných čísel je vybudována podle Dedekinda na pojmu řezu; na konci teorie reálných čísel je dokázána věta Dedekindova: jsou-li reálná čísla rozdělena ve dvě neprázdné skupiny A, B tak, že každé číslo z A je menší než každé číslo z B, existuje číslo c tak, že každé číslo menší (resp. větší) než c patří k A (resp. k B).

Následuje aritmetika komplexních čísel a teorie konečných součtů a součinů. Knížka je psána stručně a současně obšírně: stručně v tom smyslu, že obsahuje skoro jen definice, věty a logickou kostru důkazů, bez jakýchkoliv poznámek nebo vysvětlivek pro usnadnění čtenáři; obšírně v tom smyslu, že všechny důkazy jsou úplně — byť v „telegrafickém slohu" — provedeny.

Druhá kniha obsahuje po stručném úvodu — jenž ji spojuje s první knihou — úvod do diferenciálního a integrálního počtu. Výběr látky z diferenciálního počtu je asi takový, jako v Kösslerově Úvodu do diferenciálního počtu, k čemuž přistupuje ještě hlavně stejnoměrná konvergence. Z teorie primitivních funkcí jsou probrány obvyklé základy a integrace racionálních funkcí (kniha obsahuje též důkaz fundamentální věty algebry), jakož i některé běžné typy integrálů, jež se dají převésti na integrály funkcí racionálních. Integrál určitý (jen pro funkce jedné proměnné) je probírán podle definice Riemannovy (bez explicitního zavedení horního a dolního integrálu); také nevlastní integrály zde čtenář nalezne. Oběma větám o střední hodnotě je věnována značná pozornost. Poslední dvě kapitoly pojednávají o funkci gamma a o Fourierových řadách. Geometrické aplikace jsou z knihy vůbec vyloučeny. Ačkoliv se výběr látky, jak jsem jej zhruba uvedl, neodchyluje v celku od obvyklého výběru, najde zde čtenář leccos, co v podobných stručných úvodních knížkách by většinou marně hledal; tak příklad funkce spojité bez derivace, příklad funkce spojité s divergentní Fourierovou řadou, několik důkazů Weierstrassovy věty o aproximaci spojitých funkcí mnohočleny a pod. U matematika tak zkušeného a tak virtuosního jako je Landau je samozřejmo, že se po stránce metodické nespokojil obvyklým uspořádáním důkazů, nýbrž že je mnohde podal v uspořádání novém nebo aspoň méně obvyklém, jež se mu zdálo býti účelnější — po této stránce i odborník může se zde lecčemus přiučiti. Jak je u Landaua samozřejmo, tvoří obě knížky dokonalý řetěz úsudků bez trhlin a mezer (nemohu ovšem ručiti za to, že jsem nepřehlédl nějaké náhodné nedopatření). Po stránce pedagogické přihlíží druhá kniha — na rozdíl od první — hojně k psychologii čtenáře začátečníka: před zavedením nového pojmu provádí Landau často orientační úvahy, aby čtenáře na pojem připravil; u mnoha vět vkládá výstražné příklady, jež ukazují důležitost jednotlivých předpokladů a chyby, které mohou vzniknouti jejich opomenutím a pod.

Co může a co nemůže čtenáři poskytnouti uvedená dvojice knih, je vlastně již řečeno v předcházejícím. Umožňuje čtenáři naprosto spolehlivou znalost aritmetiky a základních částí diferenciálního a integrálního počtu; v tomto ohledu jest ji možno co nejvřeleji doporučiti jak začátečníkům, tak i pokročilejším čtenářům, kteří si přejí upevniti své vědomosti. Na druhé straně obě knihy se zmiňují jen o tom, co je v nich podrobně provedeno, a neobsahují tedy žádných výhledů do vyšších partií matematiky, které by čtenáři poskytly orientaci o problémech a metodách, přesahujících rámec těchto knih. *V. Jarník.*

G. Svoboda: Grundbegriffe der Wetteranalyse. Sammlung gemeinnütziger Vorträge. No. 641/644. Prag 1932. Str. 45.

Během několika posledních let prodělala meteorologie rychlý vývoj, který se liší od vývoje ostatních vědních oborů hlavně tím, že propracováním Bjerknesovy teorie cyklon byl dán meteorologii exaktní základ a zcela jiné pojetí. Mnohé dávno známé zjevy vysvětleny jiným způsobem a mnohé zdánlivě spolu nesouvisící stavy atmosféry spojeny a vysvětleny velkolepou Bjerknesovou teorií, o níž ani dnes nemůžeme tvrditi, že by byly z ní všechny důsledky vyvozeny. Není tedy divu, že za tohoto stavu mnohé učebnice rychle stárnou, a že neodborníkovi lze velmi těžko získati si přehled o dnešním stavu badání. Jest proto nutno uvítati spisek jednoho z pracovníků v tomto oboru, dr. G. Swobody, kde autor formou přístupnou i neodborníkovi podává stručný výklad nejnovějších teorií a naznačuje způsob dnešního rozboru počasí za účelem předpovědním.

V první kapitole uvádí autor v jakémsi historickém přehledu dosavadní naše vědomosti o základních nerovnovážných stavech ovzduší, t. j. o oborech nízkého tlaku — cyklonách, nebo vysokého tlaku — anticyklonách, pokud jest toho třeba k pochopení vývoje názorů o příčinách vzniku cyklon a základní myšlenky nové teorie Bjerknesovy. V druhé kapitole popisuje autor vývoj ideální cyklony: její vznik na rozhraní chladného a teplého vzdušného proudu, její vrcholné stadium, kdy tvoří jakýsi ohromný vír, vyznačující se systémem dvou diskontinuitních ploch mezi teplým a chladným vzduchem, které vytvářejí na povrchu zemském t. zv. fronty, teplou a studenou, další její degeneraci, t. zv. oklusi, kdy chladný vzduch již úplně obklopil teplejší, a konečně poslední stadium, t. zv. vyplnění, kdy mizí jakékoliv rozdíly teplot. Dále se zmiňuje autor o nejčastěji se vyskytujícím systému čtyř po sobě následujících cyklon, t. zv. rodině cyklon — o anticyklonách, jakožto oborech mezi dvěma následujícími cyklonami. Kapitolu ukončuje statí o vyšších a nejvyšších vzdušných vrstvách, o nejnovějších názorech na souvislost stavů stratosféry s děním v nižších vzdušných vrstvách — v troposféře. Kapitolu třetí věnuje autor třídění vzdušných hmot podle původu, na t. zv. vzduch polární a vzduch tropický, popisuje jejich specifické vlastnosti tak, jak se nám projevují při přechodu našimi končinami.

V další kapitole rozšiřuje autor tento zidealisovaný obraz počasí více s empirického stanoviska; popisuje tahy a postupné rychlosti cyklon a anticyklon, vznik jejich okrajových poruch, regeneraci těchto útvarů, dále se zmiňuje o změnách teplých nebo studených front, které prodělávají při přechodu různě zvlněným povrchem zemským (změny orografické). Ke konci této kapitoly rozebírá na základě nejnovějších teorií tyto procesy v ovzduší se stanoviska energetického a zmiňuje se o nově zavedených pojmech, na př. o ekvivalentní temperatuře a pod. V kapitole páté shrnuje autor jednotlivé stavy ovzduší, popsané s nového stanoviska v předcházejících kapitolách, v souborný obraz cirkulace v atmosféře; uvádí nejprve všeobecné schema cirkulace, podmíněné zeměpisnou polohou, vliv rozdělení moří i souší a vliv roční doby na tuto cirkulaci, zmiňuje se o periodičnostech v ní se vyskytujících, obzvláště o periodickém vnikání polárního vzduchu v mírná pásma. Ke konci se vrací autor opět ke klasifikaci vzdušných hmot a rozšiřuje své vývody z třetí kapitoly se stanoviska celkové cirkulace, což musíme zvláště uvítati, protože tato klasifikace jest dnes stále více ceněna pro svůj veliký význam v klimatologii při posuzování různých zjevů v souvislosti s počasím. V poslední kapitole (šesté) uvádí autor nové metody rozboru povětrnostních map, způsob a organisaci předpovědní služby.

Spisek jest doprovázen dvaceti sedmi pečlivě provedenými diagramy a schematy, které přispívají svou názorností značnou měrou k pochopení vývodů autorových; bohužel jsou zařaděny na konci knihy, nikoliv v textu, takže čtenář jest poněkud zdržován stálým obracením stránek. Jest psán stručným slohem, na rozdíl od podobných popularisujících spisů způsobem zcela exaktním, takže si zasluhuje větší pozornosti těch, kteří chtějí rozšířiti své znalosti o výsledky nejnovějšího badání v tomto oboru. Nemenší pozornost by mu měli věnovati pp. profesoři fysiky na středních školách, protože v něm naleznou cenná doplnění učebnic a mohou pak správným výkladem dorůstající mládeži nejlépe přispěti k lepšímu pochopení a porozumění předpovídání počasí, než s jakým se dnes ve veřejném životě setkáváme.

Sekera.

W. Wien-F. Harms: Handbuch der Experimentalphysik, Band 17. 1. Teil: Schwingungs- und Wellenlehre. Ultraschallwellen (E. Grossmann, H. Martin, H. Schmidt). X, 561 str. Kč 382,50. 2. und 3. Teil: Technische Akustik (E. Waetzmann). XVII, 538 a XI, 434 str. Kč 318 a 260.

Na objemu i rozdělení tohoto dílu je vidět rozvoj akustiky v posledních letech a podíl, který na něm měly technické problémy: ze tří svazků jsou dva věnovány technickým otázkám.

Prvý svazek má tři velké oddíly. V prvém, Schwingungslehre, jsou se stanoviska experimentálního probrány otázky kinematické, kmity quasielastické a quasistacionární elektrické kmity, buzení kmitů, podmínky stability, neharmonické kmity, spřažené kmity, vrchní a spodní kmity. Druhý oddíl, Schwingungen kontinuierlicher Systeme und Wellenvorgänge, je naproti tomu psán s hlediska matematického jako učebnice, jejíž výklady jsou pojímány co nejobecněji. První kapitola probírá přehledně matematické metody, druhá problémy jednorozměrné, další dvě problémy dvojrozměrné a trojrozměrné. Třetí oddíl je věnován ultraakustice a po přehledném popisu vysilačů a přijimačů ultrasonorních kmitů popisuje zjevy pozorované při šíření těchto kmitů v kapalinách i v pevných tělesech. Poslední kapitoly tohoto oddílu jednají o dispersi a absorpci ultrasonorních kmitů v plynech a jejich účincích.

V celém svazku je citováno velmi mnoho i nejnovější literatury, ale výklady jsou nesourodé. Prvá část je místy úplně elementární a velmi rozvláčná, druhá část naproti tomu předpokládá znalost integrálních rovnic a variačního počtu a vyspělého čtenáře. Třetí část je stručná a je na ní zřejmá nepropracovanost ultraakustiky.

Velké množství látky v tomto svazku snesené je skoro všude tak dobře roztříděno a zpracováno, že se dílo dobře čte a je v něm také rychlá orientace.

Technická akustika obsažená v druhém a třetím svazku je určena především pro techniky, ale přesto je v ní velmi mnoho partií důležitých i pro fysiky, neboť je mnoho akustických problémů technicky rozřešeno, ale při tom po stránce fysikální nejsou úplně propracovány. Všeobecnou důležitost pro fysika mají kapitoly o základních pojmech technické akustiky, o akustických měřeních i o akustice uzavřených prostorů, která skýtá hodně matematických problémů. Ostatní kapitoly svazků jsou věnovány mikrofonům, telefonu a amplionům, teorii elektroakustických vysilačů a přijimačů, aplikacím šíření zvuku ve volném prostředí (signály, měření vzdáleností atd.), ochraně proti hluku, lékařské akustice, hudebním nástrojům, přenášení zvuku na dálku, zvukovému filmu atd.

Jako v prvním svazku i zde je předností velké množství literárních odkazů, výběr a roztřídění látky, ale i zde vadí nesourodost a zbytečná rozvláčnost některých kapitol.

Z prací českých autorů je v tomto dílu zmínka o Strouhalově práci o třecích tónech. Vedle citátu Petržílkových prací o spřažených kruzích je v prvním svazku otištěna ve výtahu Petržílkova práce o chvění desek a v témže svazku je uveden Zahradníčkův a Žákův strunový oscilátor.

Zachoval.

Ev. Walker: A Study of Traité des indivisibles of Gilles Persone de Roberval (Teachers college, Columbia university, contributions to education, No. 446). New York City, 1932. VI, 272 str., cena Kč 80,—.

Nejlepším jistě doporučením pro tuto knihu je, že byla napsána na popud a s radou Davida Eugena Smithe. Uvádí čtenáře do doby zajímavé pro historika matematiky, do XVII. století, do doby plné vědeckého tajemnůstkářství, prioritních sporů a ostrých, často až nechutných osobních hádek. Roberval, přítel P. Mersenna, E. Pascala, otce to slavného filosofa a matematika, P. Gassendiho, J. Morina a P. Fermata, stál v plném varu tehdejších matematických bojů, v ostrém sporu s R. Descartesem a J. E. Torricellim. Je zásluhou autorky, že důkladně objasnila všechny tyto vztahy v prvé části svého spisu, kdežto ve druhé podává obšírný rozbor Robervalova díla. Některé části tohoto rozboru jsou monografickými historiemi určitého problému, na př. kapitola o cykloidě. Obsah Robervalova spisu je tu osvětlen ze všech stránek, je z něho vyčerpáno, co vše vykonal pro jednotlivé matematické metody, na př. velmi instruktivní je tu kapitola se seznamem integrací provedených Robervalem. Také podrobný rozbor prioritních sporů a datování objevů je velmi zajímavé. Třetí část obsahuje překlad. Je dvojí způsob překladu. Buď filologicky přesný překlad, jak jej nalézáváme v překladech německých, kde pak obšírný komentář musí myšlenky autorovy přeložiti z nám nesrozumitelné mluvy starých matematiků do dnešní symboliky, nebo překlad volný, kde ihned čteme dnešní symboliku a kde překladatel doplňuje originál vysvětlujícími obrazci. Je to způsob oblíbený u autorů anglických a amerických. Walkerová se přidržuje tohoto druhého způsobu. Tím ztrácí sice spis na svém dobovém koloritu, přibližuje se však dnešnímu čtenáři a vyvolává v něm dojem podobný tomu, jaký pocítili současníci předkládaného autora. Četné vysvětlivky pod čarou jak věcné, tak literární osvětlují dokonale myšlenky Robervalovy. Bohatá bibliografie svědčí o tom, jak dokonale ovládá autorka celou příslušnou literaturu. Rejstřík, spojující v jedno rejstřík věcný i jmenný, umožňuje rychlou orientaci v knize. Krásná výprava knihy, jako u všech publikací Kolumbijské university, potěší milovníka knih. *Q. Vetter.*

B. Recense didaktických publikací.

Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen. Ročník 63; 1932.

Z oboru aritmetiky a algebry obsahuje tento ročník články: Luckey: Zur Berechnung des Durchschnittsalters einer Klasse; pro střední věk 1. února udává vzorec $D = a_0 + 1{,}125 + 1/n\,(\Sigma j\,.\,n_j - \frac{1}{12}\Sigma i\,.\,n_i)$, kde n značí počet žáků, a_0 věk nejmladšího (počet celých let), n_j počet žáků $(a_0 + j)$-letých, i řadové číslo měsíce narození a n_i počet žáků v tom měsíci narozených; při tom má leden řadové číslo 13 a ostatní měsíce své řadové číslo v roce. Witting: Etwas vom sog. gesunden Menschenverstand; ukazuje na případě harmonické řady, jak zdánlivým užitím „zdravého rozumu" lze dojíti k absurdnímu výsledku, že tato řada je současně větší i menší nežli jiná, ovšem také divergentní. Dodává potom dva důkazy divergence harm. řady, z nichž jednoho lze na stř. škole dobře užíti. Nessova poznámka doplňuje tento článek. Emrich: Zeichnerische Darstellung von Diskriminanten algebraischer Gleichungen auf Grund des Lilleschen Verfahrens; užitím této metody graf. řešení alg. rovnic odvozuje znázornění diskriminantu redukované rovnice 2. a 3. stupně parabolami jednak kvadratickou, jednak Neillovou a rozdělení roviny souřadné v obory, jejichž body svými souřadnicemi určují koeficienty rovnic, jejichž kořeny mají daná znaménka. Rosenthal: Rationale Funktionen mit rationalen Hauptstellen. Obsahuje návod, jak konstruovati funkce tohoto druhu pro školní potřebu. Baron: Bogenlängen und Oberflächen; ukazuje, jak snadno najíti rovnice křivek $y = f(x)$, aby se výraz $1 + y'^2$ dal odmocniti; třeba položiti $y' = \frac{1}{2}f(x) - \frac{1}{2f(x)}$ nebo $y' = \frac{2f(x)}{[f(x)]^2 - 1}$. Pro každý případ uvádí 5 úplně řešených příkladů, t. j. určení délky oblouku křivky a povrchu rot. ploch vzniklých rotací kolem obou os souřadných. Kamke: Über das Petersburger Problem, Marbe: Über mathematische Wahrscheinlichkeit und Erfahrung. Tomuto jde o rozdíl pravděpodobnosti a priori a pravděpodobnosti a posteriori a jejich význam, onomu o jmenovaný problém, řešený Czuberem v jeho Počtu pravděpodobnosti, při čemž předesílá jednak úvahy zásadního rázu, jednak několik základních vět o pravděpodobnosti. Z drobných příspěvků uvádím Méreyovo schema k umocňování na druhou, Quandtův „Quadratschieber", jenž má býti předpravou pro výklad logaritmického pravítka. Zajímavý jest příspěvek Luckeyův „Notenschrift als graphische Darstellung", v němž ukazuje, že notové písmo lze velmi snadno převésti v grafické znázornění, v němž se na osu úseček nanáší čas, na osu pořadnic logaritmus kmitočtu. Toto znázornění se pak podobá seřadění výřezů v deskách hracích strojů, kde kromě souřadnic pravoúhlých se vyskytují i souřadnice polárné.

Z oboru geometrie jsou články: Baron: Zum Kugeldreieck, v němž se dokazuje několik vět o sférických trojúhelnících polárných. Friesecke: Die konstruktive Lösung der Grundaufgaben der sphärischen Trigonometrie mit Hilfe der gnomonischen Projection. Bochow: Einfache Determination der regulären Polyeder; vychází ze vzorce pro obsah sférického mnohoúhelníka $P = r^2 [\Sigma\alpha - (n - 2)\pi]$. Enke: Eine empfehlenswerte Anwendung des Ptolemäischen Satzes; jedná o mechanickém rýsování lemniscaty. Münst: Ableitung der goniometrischen Grundformeln am ebenen Dreieck. Ukazuje, kterak lze množství goniometrických formulí odvoditi z jistých trojúhelníků; na př. vzorce pro součet a rozdíl sinů a cosinů, pro součty různých goniometrických funkcí tří úhlů o součtu $2R$, a naopak, jaký geometrický význam mají některé goniometrické formule.

Články z fysiky. Weinreichovy: Ein Kapitel Eisenbahnmathematik a Ein Paradoxon der Eisenbahn-Physik; prvý obsahuje odvození rovnice křivky přechodu z přímé trati k místu dané křivosti, aby se zamezilo náhlé změně urychlení a tím trhnutí při jízdě, a souvislost této křivky s kubickou parabolou $y = x^3/a^2$; učitel tu má fysikální případ užití třetí derivace (rychlost, urychlení, „trhnutí"). V druhém se vykládá úkaz, že cestující, jenž by se při zastavování vlaku naklonil vzad, by se při úplném zastavení také tím směrem skácel. Zpomalování pohybu jest totiž krátce před zastavením největší a při úplném zastavení by nastal účinek tíže a nikoli setrvačnosti. Zpomalení roste ke konci proto, že účinek brzdění jest při volnějším pohybu větší. Brzdění pak nelze zaříditi tak, aby zvolňování bylo největší při jeho začátku, protože tu by bylo nebezpečí smyku. Homan: Die Optik der Facettenaugen im Versuch; popisuje, jak fungují složené oči hmyzu, a pokusy s nimi. Gronau: Statische Versuche auf dem Reißbrett; popisuje, jak užitím závaží zavěšených přes kladky, jež jsou upevněny na okraji vodorovného rýsovacího prkna, lze prováděti pokusy o rovnováze sil. Hodí se pro praktikum. Westphal: Ein akustisches Analogon zum Fresnelschen Spiegelversuch. Líčí uspořádání pokusu, jak znázorniti užitím Galtonovy píšťalky a dvou zástěn interferenci zvuku, kterou lze sledovati nejen sluchem, ale i objektivně užitím plamene, jenž indikuje i vlnění, jehož sluchem již nevnímáme. S tímto článkem souvisí druhý téhož autora Über den Quinckechen Interferenzversuch. Neufeld: Wo steckt der Fehler? Uvádí čtyři případy chybného úsudku žáků ve fysice a jak jej napraviti. Při pokusu o stanovení váhy vzduchu namítl žák, že vzduch ve vzduchu v důsledku Archimedova zákona nemůže nic vážiti; zapomněl, že otevřená baňka vytlačí méně vzduchu, nežli zavřená a vyčerpaná. Těleso v kapalině padá volněji, protože prý přichází v úvahu tření; nikoli, nýbrž v důsledku zákona Archimedova. Další případ se týká vah a poslední dynamoel. stroje při nabíjení akumulátorů. Sassmanshausen v článku Zur Behandlung des Kraft- und Massebegriffes a Stern v článku Über Kraft und Kraftmessung se zabývají úvahami, jak zlepšiti postup při výkladu těchto pojmů. Stern doporučuje cestu v duchu Galileiho: „Nikoli povědění hotových výsledků nebo provádění umělých obratů, nýbrž co nejvěrnější chápání přírodního dění sama bylo (Galileimu) cílem". Larink v článku Der transneptunische Planet Pluto má pěkný přehled dějin objevů Neptuna a Pluta a výklad, proč výpočty objevitelů se osvědčily, a to právě v době objevů. Stockmann v článku Die Keplerschen Gesetze im Unterricht doporučuje vycházeti tu induktivně z prvých dvou zákonů bez dovolávání se zákonů kruhového pohybu. Ender uvádí v pojednání Eine Gruppe technischer Aufgaben für den mathematischen Unterricht řadu řešených příkladů o nosnících různým způsobem zatížených. Ammermann popisuje řadu pokusů o povrchovém napjetí vhodných pro praktikum v článku Oberflächenspannung als Thema einer Arbeitsgemeinschaft. Články Ernsta a Wiesnera Eine einfache Versuchsanordnung zum Nachweis der elektrooptischen Doppelbrechung a Kahrův Eine verbesserte Möglichkeit zur Bestimmung von g popisují aparaturu a provedení dotyčných pokusů.

Z článků pedagogických: Erhardt: Schriftsteller des Altertums im Mathematikunterricht des Gymnasiums. Ukazuje, co z klasických literatur by se dalo čísti při matematice na gymnasiu; přirozeně výňatky z Euklida, Apollonia, Archimeda. Disseová radí zas, jak seznámiti žáky s Goethem podle jeho Farbenlehre. Lauth v článku Rationalisierung der Schulmathematik durch Vereinheitlichung der Bezeichnungsweise se zabývá otázkou dokonalé, jasné a jednoznačné terminologie, fraseologie i symboliky; tedy věcí, jež by se i u nás měla státi hodně aktuální nejen u autorů, ale i u všech učitelů. Kraus v pojednání Denkform mathematischer Beweisführung se zabývá logickou podstatou matematického myšlení a jeho způsoby. Pólya v článku Wie sucht man Lösung mathematischer Aufgaben a Friedman v dalším Über Arbeitsgrundsätze se zabývají problémem, jak uvésti žáky na cesty samostatného, systematického a racionelního myšlení při řešení matematických úloh. Pólya sestrojil za tím účelem jistý diagram, který by byl vyvěšen v třídě a připomínal by žákům, nač jest jim dávati pozor, Friedmann chce seznámiti žáky postupně se zásadami pracovními, jež byly psychologicky stanoveny, a vésti je k tomu, aby jich užívali ze začátku při práci v skupinách, později samostatně. Znalost těchto zásad by se postupem tříd doplňovala. Höfling v jubilejním článku k 60. výročí erlangenského programu přehlíží jeho působení na vyučování. Schneider referuje o úlohách, daných při písemných maturitních zkouškách na stř. školách v Prusku, a odhaduje podle nich, pokud se reformní hnutí posledních let ve školách uplatnilo; na nich se snaha po uplatnění samostatného myšlení nijak pronikavě nejeví, ač zprávy školních úřadů mluví o jiném; rozpor vysvětluje tím, že zkoušející se neodvažuje za mimořádných okolností zkoušky klásti takové požadavky, jako při klidné školní práci. Zajímavé jest také percentuální roztřídění těchto úloh; 20,6% ze sférické trigonometrie, 16,8% z analytické geometrie, 15,3% o extremních hodnotách; ostatní partie vykazují každá již mnohem menší percentuální část. Uchtmann podrobuje tyto úlohy kritice a ukazuje na vady některých z nich. Vytýká nedostatky terminologie, užívání zastaralého označování, nepřesnosti vyjádření a j. Lietzmann dokončuje svůj referát z předešlých ročníků o vyučování matematice na amerických školách. Otiskuje ukázku měsíčního úkolu z jisté školy, na níž se vyučuje podle daltonského plánu, a ukázku testu. Dále referuje Kerst o nových saských osnovách z r. 1932 a uvádí tabulku, kolik hodin matematiky se na jednotlivých typech věnuje tomuto předmětu. Saská reálka by dosahovala asi toho, co naše; látka ostatních typů jest podle okolností o něco redukována. Seznam učebnic matematiky aprobovaných pro pruské stř. školy sestavil Lietzmann.

Z učebných pomůcek se tu popisuje hranolový přístroj k rýsování tečen empirických křivek; tělesa, jež vznikají nasýpáním jemného suchého písku na různé základny; tabulové tyčové kružidlo, na němž lze snadno odečítati poloměr, a přístroj, kterým lze přesněji než dosavadními přístroji ukázati zákony tlaku na dno, jenž je indikován prohnutím pružného dna.

J. Vavřinec.

Josef Dvořák: Maturitní otázky z matematiky. Díl II. (Planimetrie, stereometrie, rovinná a sférická trigonometrie.) Sbírka 437 příkladů s úplným návodem k řešení, výsledky a s 259 obrazci. Druhé přepracované vydání. Praha 1934. Str. 349. Cena 38 Kč.

Dva roky po vydání I. dílu Maturitních otázek z matematiky vychází jejich II. díl, který autor, profesor reálky v Písku, vydává opět svým vlastním nákladem. Stejně jako I. díl, tak i tento díl druhý vyznamenává se onou pěknou úpravou, na niž jsme si při Dvořákovi již zvykli. Knížka rozdělena jest na 4 oddíly: planimetrii (která obsahuje 70 příkladů), stereometrii (62 př.), rovinnou trigonometrii (155 př.) a sférickou trigonometrii (78 př.). Ve skutečnosti však jest počet příkladů značně vyšší, neboť k mnohým příkladům číslovaným připojeno je často i několik analogických příkladů nečíslovaných. Každému oddílu předchází pěkný historický úvod, který jistě není bez zajímavosti jak pro žáka, tak i pro učitele; zároveň se tím činí zadost požadavkům, které jsou vysloveny v návrhu nových osnov. Příklady samy jsou často řešeny několika rozličnými způsoby, při planimetrii přihlíženo jest i ke konstrukcím a mnohdy poukázáno i na možnost řešení trigonometrického. Příklady jsou většinou pěkné, jsou dobře zvoleny s rozhledem školeného pedagoga, takže žák při nich může ukázati, co umí. Některé z příkladů docela přímo podněcují hloubavějšího žáka ke kladení vlastních otázek a mohly by ho případně i vésti k samostatnému tvoření drobných geometrických problémů. Mnohé z příkladů mají i jiné půvaby pro žáky; jsou tam příklady časové, na př. z Picardova vzletu do stratosféry a j. V stereometrii je hojně úloh fysikálního rázu (zejména na užití Archimedova zákona), obráceně pak v rovinné trigonometrii je hojnost úloh stereometrických, jakož i úloh z geometrie praktické. Zvláštní zmínky zasluhuje bohatě vypravená trigonometrie sférická, v níž autor pro všechna místa v ČSR, v nichž jsou reálky, zařadil vhodné příklady. Zde sluší též upozorniti i na to, že obrazce ve sférické trigonometrii jsou rýsovány správně, na rozdíl od obrázků v některých používaných učebnicích sférické trigonometrie, v nichž některé obrázky jsou prostě nemožné se stanoviska deskriptivně-konstruktivního; týká se to zejména obrazců, v nichž jsou vykládány obzorníkové a rovníkové souřadnice. Tiskových chyb je v knížce málo, na př. na str. 124, př. 14, v němž chybí levá strana výsledné rovnice, což však není podstatné. Jinak bych poznamenal ještě toto: Na str. 75, př. 17 je sice správný výsledek, avšak při odvozování povrchu rotačního kužele s eliptickou základnou užito bylo vzorce pro mnohostěn kouli opsaný; to se mi zdá trochu nejasné. Konečně pak v př. 35, na str. 89 jest možné vynechati slovo „pravoúhlý“, neboť výsledky tohoto příkladu platí pro jakýkoliv trojúhelník obecný, nikoliv jen trojúhelník pravoúhlý, jak úlohou je požadováno; výpočet musel by se ovšem trochu modifikovati. Tyto poznámky však nemají úmyslu nijak škoditi velmi pěkné knížce Dvořákově, kterou neváhám co nejvřeleji doporučiti k maturitnímu opakování. Cena knížky 38 Kč je celkem malá, uvážíme-li velmi pěknou úpravu a veliký počet obrázků (259), čímž celkový náklad na knížku jistě při drahé matematické sazbě značně vzrostl. Knížka Dvořákova jest velmi cenná příručka středoškolské matematiky, která daleko vyniká nad obyčejný průměr podobných příruček, a zaslouží proto, aby dosáhla co možná největšího rozšíření.

Dr. *Karel Koutský.*

O. Zoll: Mathematisches Arbeits- und Lehrbuch für alle Arten höherer Lehranstalten, Geometrie, Oberstufe, 1932, Braunschweig, 300 str.

Referoval jsem o dvou dílech této učebnice v tomto Časopise, roč. 61, str. D 60 a roč. 63, str. D 32. I tento díl zachovává celkový ráz a rozdělení dílů předešlých. Rovinnou a sférickou trigonometrii napsal studijní rada v Brunšviku Dr. H. Brandes, stereometrii, trigonometrii a analytickou geometrii studijní rada dr. A. Petrus z Düsseldorfu a historické poznámky zase vrchní studijní rada dr. E. Fettweis v Düsseldorfu. Považíme-li, že to je učebnice pro všechny střední školy německé, tedy pro všechny typy gymnasijní, kdežto pro vyšší reálky se tato kniha ještě doplňuje zvláštním svazkem, vidíme, že na německých školách se probírá mnohem více látky než u nás. V trigonometrické části je velmi hezké grafické znázornění trigonometrických funkcí v souřadnicích polárních. Zvláštní, přes 13 stránek dlouhá kapitola, nadepsaná „Vermessungswesen", je věnována vyměřování. V tělesoměrství se probírá i pravidlo Simpsonovo. Deskriptivní geometrie je zastoupena velmi zhuštěným obsahem na 55 stránkách. Je tu látka naší reálky mimo promítání na jednu průmětnu, promítání klinogonální, proniky těles a osvětlení. Bohatá je také analytická geometrie. Mezi jiným je tu i princip duality a transformace, asi pod vlivem známých názorů Salkowskiho. A i řídicí přímky kuželoseček tu nalézáme. Za to tu není infinitesimální počet. Bylo, jak známo, proti zavádění jeho na střední školy německé hodně bojováno. Je tu však, ač to je učebnice pro gymnasia, sférická trigonometrie, a to na 51 stránce. V této části je jedna kapitola také věnována nautice, což při námořní velmoci je jistě na místě. Že všude prostupuje praktický živel, zvláště v úlohách, nemusím jistě po svých předešlých referátech ani podotýkati. Historické části Fettweisově věnováno je zase 30 hustých petitových stránek, tedy desetina knihy. Mohu jen opakovati to, co jsem napsal na konci svého referátu o Zollově aritmetice a algebře, že učebnice ta je pro každého učitele matematiky velmi zajímavou a poučnou pomůckou.

Quido Vetter.

W. Lietzmann: Theorie und Praxis der geometrischen Konstruktionsaufgaben (Aus der Praxis, Heft 16), Darmstadt, 1935, 28 str., cena Kč 10,—.

Známý německý metodik matematiky vydal velmi nabádavou knížku ve sbírce, o jejímž 3. seš. jsem referoval v tomto časopise, roč. LXIV, str. D 61. Lietzmann zde stručnou, ale obsažnou formou probírá zásady, na nichž jsou vybudovány geometrické konstrukce. Rozděluje své výklady do 6 kapitol: I. Tak zvané Euklidovské konstruktivní prostředky. II. Omezení konstruktivních prostředků. III. Rozšíření konstruktivních prostředků. IV. Teoretický dosah různých konstruktivních postupů. V. Praktické provedení konstrukcí. VI. Literatura. Ve stručné předmluvě zdůrazňuje myšlenku, kterou připomínám již dlouho v různých svých referátech našim učitelům, aby vysvětlili žákům podstatu známých klasických problémů, trisekce úhlu, úlohy délické a kvadratury kruhu, aby konečně již přestalo trapné plýtvání energie na nemožná řešení nedosti informovaných. Jako podmínku toho vidí užívání i jiných konstruktivních prostředků než připouští Euklides. Lietzmann nepřináší tu jen velmi mnoho nabádavých podnětů, nýbrž podává tu jaksi ve zkratce přehled nauky o geometrické konstrukci, opřený o bohatou literaturu, většinou německou, uvedenou v VI. kapitole ve 20 poznámkách. Právě neeuklidovské konstruktivní způsoby a Lemoinova ještě do střední školy málo vniknuvší geometrografie mohla by býti jistě velmi cenným obohacením středoškolské látky. Lietzmann tu uvádí jen ten materiál, který lze podle německých osnov upotřebiti na nižším a středním stupni. Nebyla by to ovšem německá studie, kdyby v ní při praktickém použití na str. 20 nebylo hlavně myšleno na použití ve válce. Přípravou k válce je prolnuta u našich sousedů škola, a zvláště střední škola, jak mohu upozorniti téměř při každém svém referátu o německých knihách. Myslím, že v knížečce Lietzmannově každý náš učitel matematiky najde něco zajímavého.

Quido Vetter.

C. Původní publikace československých matematiků a fysiků.

A. Dratvová: Heuristické předpoklady fysikálního badání. — Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou university Karlovy, č. 132, str. 32, 1934.

Práce ukazuje, které heuristické principy měly největší význam jako pracovní pomůcky, a dokazuje, že principy jednoduchosti, kausality, finality a názornosti smyslové jsou nejstarší, nejvýznamnější a až podnes platné přes pokusy dnešních positivistických fysiků vymýtiti je z vědeckého badání.

B. Hostinský: O teorii Markovových řetězů a o integraci lineárních transformací. Časopis pro pěst. mat. a fys. *63*, 167—187 (1934).

B. Hostinský: Une équation fonctionnelle relative au problème de Dirichlet. Prace mat.-fizyczne *42*, 1—5 (1934).

B. Hostinský: Sur une équation fonctionnelle considérée par Chapman et par Kolmogoroff. Doklady Ak. Nauk *2*, 393—395 (1934). Bulletin de l'Ac. des Sciences de l'URSS *2*, 395—397 (1934).

B. Hostinský: Sur une équation fonctionnelle de la théorie des probabilités (seconde partie). Spisy vyd. přír. fak. Mas. univ. č. 194 (1934).

B. Hostinský: Résolution d'une équation fonctionnelle considérée par M. Hadamard. Bulletin de la Société Mathématique de France *62*, 151—166 (1934).

R. Košťál: Kmity spřažených netlumených torsních kyvadel. Rozpravy II. tř. České akad., roč. XLIV, čís. 16, 1934.

R. Košťál: Sur les oscillations de deux pendules à torsion couplés non amorties. Bullet. internat. de l'Acad. des Sciences de Bohême 1934.

Autor podává teorii kmitů dvou torsních kyvadel, z nichž jedno je zavěšeno na druhém, probírá některé speciální případy a potvrzuje výsledky teorie měřením.

F. Link: L'éclairement de la haute atmosphère et les Tables crépusculaires de M. Jean Lugeon. Comptes rendus *199*, 303. 1934.

V. Petržilka a L. Zachoval: Sichtbarmachung von Schwingungen einer Quarzplatte mittels der Schlierenmethode. Ztschr. f. Phys., *90*, 700 (1934).

Autoři ukázali, že změnu optických vlastností, která vzniká u křemenné destičky při jejích vlastních kmitech, lze jednoduše pozorovati Toeplerovou metodou.

V. Posejpal: Une méthode pour la mesure directe des sauts d'absorption. Věstník Král. čes. spol. nauk, II. tř., 1933, čís. 15.

Autor popisuje metodu k přímému měření absorpčního skoku ve spektru Röntgenova záření.

V. Posejpal: Matérialisation de l'éther. Comptes rendus *198*, 59. 1934.

V. Posejpal: Matérialisation de l'éther polarisé. Comptes rendus *198*, 914. 1934.

V. Posejpal: Sur la formation de l'hydrogène dans le vide. Comptes rendus *199*, 186. 1934.

J. Potoček: Remarque sur un mémoire de B. Hostinský. Spisy vyd. přír. fak. Mas. univ. č. 194 (1934).

K. Šoler: Zvukový film. (XX. století, VII. díl.) 1934. Historie a vznik zvukového filmu.

F. Záviška: Elektromagnetische Wellen an einem Draht mit isolierender dielektrischer Hülle. Věstník Král. čes. spol. nauk, třída II, 1934, čís. 3.

Autor ukazuje, že Harmsovo řešení tohoto problému (Ann. d. Physik, *23*, 44, 1907) je neúplné; mimo vlnu jím diskutovanou mohou se na drátě šířiti ještě jiné vlny, jakmile frekvence kmitová překročí jistou mez. Tyto vlny mají podobné vlastnosti jako vlny na dielektrickém drátu.
