Recense článků a knih

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 78 (1953), No. 4, 359--370

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108695

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 78 (1953)

RECENSE ČLÁNKŮ A KNIH

Vladimír Kořínek, **Základy algebry.** Nakladatelství ČSAV, Praha 1953. Str. 494, 10 obrazů, náklad 3300. Cena váz. Kčs 64,—.

Kořínkova kniha o základech algebry, která vyšla v nakladatelství ČSAV jako 1. svazek Studií a pramenů (sekce matematicko-fysikální), vyplnila podstatnou mezeru v naší matematické literatuře. A lze říci, že ji vyplnila úspěšně. Kniha je určena především posluchačům matematiky na universitě v prvním roce studia. Tedy posláním knihy je spolehlivě a srozumitelně seznámit čtenáře se základní a tradiční látkou z algebry. Vzniká pak vážný problém:

1° vybrat vhodně látku;

2° vykládat látku tak, aby pro začátečníka byla plně a snadno srozumitelná a přitom zase nenudila svou obšírností a ponechávala čtenáři možnost samostatného usuzování;

3° zpracovat tradiční látku v duchu dnešní abstraktní algebry a vést čtenáře k abstraktnímu myšlení.

Protože kniha je v podstatě první učebnicí algebry u nás, přistupují ještě otázky terminologické.

Nebude bez zajímavosti, podrobněji si všimnout, jak autor, zkušený pedagog, tento problém řeší.

V úvodu seznamuje stručně autor čtenáře se základními logickými pojmy v matematice (implikace, ekvivalence dvou výroků, negace výroku), s pojmem množiny (ovšem s naivního stanoviska) a základními množinovými operacemi, s označováním čísel písmeny (vzorce) a s axiomatickou methodou v matematice. Pak následuje vlastní obsah knihy. Kniha má tři části; první část (zabírající 208 stránek, tedy víc než třetinu knihy) má název „*Základní pojmy a úkony algebry*", druhá část je věnována *lineární algebře*, třetí část se zabývá *algebraickými rovnicemi jedné neznámé*.

První část je rozdělena do kapitol I.—III.

V kapitole I jsou vyloženy základní algebraické pojmy a racionální čísla. Při tom autor předpokládá u čtenáře znalost přirozených a celých čísel, jež axiomaticky nezavádí. Hned v prvním paragrafu jsou vysloveny vlastnosti rovnosti čísel a poté definován rozklad na libovolné množině, pro přirozená čísla uveden princip úplné indukce. Postupu, který vede k definici rozkladu na množině, užívá autor důsledně při zavádění nových abstraktních pojmů. Tak definici oboru integrity předchází paragraf věnovaný celým číslům, jejich základním vlastnostem (t. j. zákon komutativní, asociativní pro sčítání a násobení, existence a vlastnosti 0 a 1, krácení, distributivní zákon). Z těchto základních vlastností autor odvozuje řadu vět o celých číslech a objasňuje tak čtenáři zásadní význam těchto vlastností. K paragrafu o oboru integrity je připojen podrobný a užitečný odstavec o zkráceném psaní součtů a součinů (Σ, Π) v oboru integrity. Po definici tělesa se autor obrací ke konstrukci podílového tělesa $\mathbf{T}$ z daného oboru integrity $\mathbf{J}$ a ke konstrukci racionálních čísel. Při tom čtenář, jemuž by vadil abstraktní obor integrity $\mathbf{J}$, může si místo $\mathbf{J}$ myslet obor integrity celých čísel. Velmi podrobně je vyloženo zavedení rovnosti v podílovém tělese, počítání s třídami sobě rovných zlomků a vnoření oboru integrity J do jeho podílového tělesa. Tím je čtenář přirozeným způsobem přiveden k pojmu isomorfismu dvou oborů integrity. — V dalších dvou paragrafech si autor všímá uspořádání racionálních čísel podle velikosti a axiomaticky zavádí uspořádaný obor integrity (pomocí axiomů uspořádání). Uvádí pak ještě jinou definici uspořádaného oboru integrity (pomocí kladných prvků), ekvivalentní s původní, a dokazuje větu o jednoznačnosti uspořádání celých čísel a větu o vztahu mezi uspořádáním oboru integrity a jeho podílového tělesa, speciálně tedy větu o jednoznačnosti uspořádání racionálních čísel. Pak se autor zabývá archimedovským uspořádáním, absolutní hodnotou v uspořádaném oboru integrity a ohodnocenými obory integrity.

Další část I. kapitoly je věnována dělitelnosti, a to nejprve obecně v oboru integrity, pak v oboru integrity celých čísel. Je vyložen rozklad celých čísel v součin prvočísel, jeho jednoznačnost a výpočet a připojena stručná poznámka o oborech integrity s jednoznačným rozkladem. Na výklady o dělitelnosti celých čísel navazuje studium číselných kongruencí. Nejprve se vyšetřují kongruence podle prvočíselného modulu p, které přivedou čtenáře k novým příkladům oborů integrity a těles, k tělesům zbytkových tříd modulo p. Teprve nyní, když má připraven konkretní materiál, přistupuje autor k výkladu o charakteristice oboru integrity. Vyšetřováním kongruencí podle složeného modulu přivádí pak čtenáře přirozeným způsobem k pojmu (komutativního) okruhu.

Kapitola I končí paragrafem věnovaným binomické a polynomické větě v oboru integrity charakteristiky 0. Pro charakteristiku p je věta rovněž odvozena (petitem).

Krátká kapitola II shrnuje vlastnosti reálných a komplexních čísel pro pozdější potřebu. Autor se zmiňuje o potřebě, která vede k rozšíření racionálních čísel na čísla reálná. Konstrukci těchto čísel nepodává; odkazuje čtenáře na Jarníkův *Úvod do počtu diferenciálního* nebo na Waerdenovu knížku *Moderne Algebra*. Zato je podána konstrukce komplexních čísel (pomocí uspořádaných dvojic reálných čísel), při tom je vysvětlen pojem adjunkce prvku (z oboru integrity $J' \supset J$) k oboru integrity J.

Pro část III potřebuje autor goniometrické vyjádření komplexního čísla a Moivreovu větu. Tento úkol řeší autor geometricky tak, že zavede geometrické znázornění komplexních čísel v orientované eukleidovské rovině a užije věty (kterou uvádí bez důkazu), že každé prosté zobrazení orientované roviny na sebe, jež má právě jeden samodružný bod O a které zachovává délky úseček, se dá vytvořit rotací roviny kolem bodu O o jistý úhel t. Užitím této věty pak se už snadno zavedou goniometrické funkce, goniometrické vyjádření komplexního čísla a Moivreův vzorec.

Tento postup však sotva některého čtenáře naplní uspokojením. Především lze říci, že tento postup nezapadá do rámce knihy. Na str. 15 se autor zmiňuje o axiomatické methodě; na str. 138 se však bez jakéhokoli odkazu odvolává na jakousi „větu elementární geometrie“. V elementární geometrii se však často vychází z jiných předpokladů, než že jsou body dány dvěma reálnými souřadnicemi; kdybychom chtěli opravdu použít nějaké věty z elementární geometrie, museli bychom napřed zjistit, že Gaussova rovina splňuje předpoklady, za nichž byla věta dokázána. To není ovšem nemožné; není to však nikterak jednoduché, má-li se vše opravdu precisovat. Bylo by asi lepší rovnou se odvolat na Jarníkův Úvod do počtu diferenciálního, kde jsou nejdůležitější věci, které souvisí s goniometrickým vyjádřením komplexního čísla, přesně odvozeny.

Čtenář může tedy postupovat takto: Z celého § 14 se v dalším potřebují jen věty 14,7; 14,8; 14,9. Slova „kdež t je jeden z úhlů, které příslušejí podle věty 14,4 k číslu $\alpha/|\alpha|$ majícímu absolutní hodnotu 1“, která se vyskytují ve větě 14,7 na str. 140, 1.—2. řádek shora, lze rovněž vynechat. Jinak se v uvedených třech větách nevyskytuje ani pojem úhlu, ani pojem rotace; z pojmů, které nebyly dříve v autorově knize definovány, se užívá jen pojmů sin a cos, které však čtenář zná z Jarníkovy knihy. Věta 14,7 je po vynechání uvedených slov v plném znění dokázána v Jarníkově knize na str. 430,*) posledních 17 řádků. Je tam rovněž vysvětlen příslušný geometrický význam. Ve větě 14,8 stačí zřejmě dokázat vztah (13). Píšeme-li $\cos t + \mathrm{i} \sin t = \mathrm{e}^{\mathrm{i}t}$ (viz Jarník, str. 429, 11. ř. zdola) a použijeme-li vztahu $\mathrm{e}^{\xi} \,.\, \mathrm{e}^{\eta} = \mathrm{e}^{\xi+\eta}$ (viz Jarník, str. 427, věta 183), dostaneme ihned

$$|\alpha_1| (\cos t_1 + \mathrm{i} \sin t_1) |\alpha_2| (\cos t_2 + \mathrm{i} \sin t_2) = |\alpha_1| \mathrm{e}^{\mathrm{i}t_1} |\alpha_2| \mathrm{e}^{\mathrm{i}t_2} = |\alpha_1| |\alpha_2| \mathrm{e}^{\mathrm{i}t_1} \mathrm{e}^{\mathrm{i}t_2} =$$
$$= |\alpha_1| |\alpha_2| \mathrm{e}^{\mathrm{i}(t_1+t_2)} = |\alpha_1| |\alpha_2| \,.\, [\cos (t_1 + t_2) + \mathrm{i} \sin (t_1 + t_2)] \,.$$

Věta 14,9 plyne ihned z věty 14,8 pro n přirozené; pro $n = 0$ je věta triviální a pro n celé záporné dokáže čtenář větu snadno pomocí vztahu $\mathrm{e}^{nt} \,.\, \mathrm{e}^{-nt} = \mathrm{e}^{(n-n)t} = \mathrm{e}^0 = 1$. — Věty 14,7—14,9 jsme dokázali pomocí základních vlastností funkce e^x (pro komplexní x); čtenář snadno zjistí, že lze tyto věty dokázat též použitím vzorců pro $\sin (t_1 + t_2)$, $\cos (t_1 + t_2)$, aniž mluvíme o funkci e^x.

Je snad dobře si uvědomit, že se goniometrického vyjádření komplexních čísel podstatně používá na př. na str. 350 v důkazu t. zv. základní věty algebry a na str. 407 při výpočtu odmocnin z jedné. V autorově podání jsou tedy tato místa bez solidního základu.

Kapitola III je věnována polynomům a racionálním funkcím. Autor pečlivě rozlišuje mezi funkční a algebraickou definicí polynomu a vysvětluje čtenáři, proč je algebraická definice polynomu pro algebru výhodnější než funkční. Po výkladu funkční definice polynomu jedné proměnné se autor zabývá pojmem algebraické rovnice o jedné neznámé. Říká v podstatě, že algebraická rovnice o jedné neznámé je úloha, najít pro daný polynom $f(x)$ s koeficienty v oboru integrity $\mathbf{J}$ všechny prvky $\xi \in \mathbf{J}$, pro něž $f(\xi) = 0$. Symbolicky označíme tuto úlohu $f(\xi) = 0$ a prvku ξ (o němž se má zjistit, zda existuje, a určit jej), řekneme neznámá. Autor pak důsledně označuje neznámé řeckými písmeny, aby vyznačil, zda běží o rovnici či o nulový polynom ($f(x) = 0$ znamená, že f je nulový polynom, $f(\xi) = 0$ rovnici); zdůrazňuje tím rozdíl mezi rovností a rovnicí. Je jasné, že rozlišování rovnice a rovnosti není ve svých důsledcích bez nesnází (a autor to v předmluvě podotýká); pro účely knihy však plně postačuje. Obor integrity $\mathbf{J}[x]$ polynomů jedné neurčité nad daným oborem integrity $\mathbf{J}$ konstruuje autor pomocí nekonečných posloupností prvků z $\mathbf{J}$, jež mají jen konečný počet prvků různých od nuly. Pak se obrací ke studiu dělitelnosti polynomů jedné neurčité nad tělesem a jejich rozkladu v součin ireducibilních polynomů. Pro výpočet největšího společného dělitele dvou polynomů je uveden Eukleidův algoritmus. Pak autor vykládá dělitelnost polynomů jedné neurčité s celočíselnými koeficienty a ukazuje čtenáři rozdíly s dělitelností polynomů s koeficienty z tělesa; přitom upozorňuje hned, že celá theorie platí pro polynomy s koeficienty z libovolného oboru integrity s jednoznačným rozkladem. Následuje derivace polynomu, Taylorův vzorec a Hornerovo schema, racionální funkce jedné neurčité a jedné proměnné. O resultantu dvou polynomů se autor nezmiňuje(!) (ani zde, ani při symetrických funkcích v kapitole VIII). Zbývající část III. kapitoly je věnována polynomům a racionálním funkcím několika proměnných (několika neurčitých) a dělitelnosti polynomů n neurčitých. Úvodní část končí.

Druhá část knihy obsahuje kapitoly IV—VI.

V kapitole IV, věnované theorii lineárních rovnic bez determinantů, vychází autor z pojmu vektorového n-rozměrného prostoru nad oborem integrity (resp. nad tělesem) a odvozuje jeho základní vlastnosti. Těchto výsledků použije v dalším paragrafu, věnovaném maticím nad oborem integrity a nad tělesem (vlastně jen hodnosti matice jakožto maximálnímu počtu lineárně nezávislých řádků a výpočtu této hodnosti). Tím je připravena půda pro následující paragraf k řešení soustavy lineárních rovnic bez determinantů a určení vlastností těchto řešení. Značnou pozornost věnuje autor numerickému výpočtu

*) Čísla stran se vztahují k 1. vydání Jarníkovy knihy.

řešení soustavy lineárních rovnic. Jasně se zde ukazuje výhodnost tohoto postupu oproti methodě užívající determinantů.

Teprve **kapitola** V jedná o determinantech a jejich užití k řešení lineárních rovnic. Po úvodním paragrafu, v němž autor podrobně vykládá potřebné věty o permutacích (jež rozlišuje od pořadí), obrací se autor k theorii determinantů nad libovolným oborem integrity. Definuje obecný determinant n-tého stupně nad oborem integrity $\mathbf{J}$ jako determinant matice

$$\left\| \begin{matrix} x_{11}, \dots, x_{1n} \\ \dots\dots\dots\dots \\ x_{n1}, \dots, x_{nn} \end{matrix} \right\|, \tag{1}$$

kde x_{ik} jsou neurčité nad oborem integrity $\mathbf{J}$, a důsledně pak pracuje s obecnými determinanty. Výhoda tohoto postupu se nejlépe projeví při odvozování věty o násobení determinantů a Laplaceovy věty. K důkazu těchto vět autor užívá toho, že obecný determinant stupně n nad $\mathbf{J}$ je právě takový polynom $f(\dots x_{ik} \dots)$ v $\mathbf{J}[\dots x_{ik} \dots]$, pro nějž platí:

I. $f(\dots x_{ik} \dots)$ je lineární forma v neurčitých každého řádku matice (1).

II. Dosadíme-li do $f(\dots x_{ik} \dots)$ za neurčitou x_{ik} neurčitou x_{jk} $(1 \leqq i \leqq n,\ 1 \leqq j \leqq n,$ $i \neq j)$ pro každé $k = 1, 2, \dots, n$, dostaneme polynom nulový.

III. Dosadíme-li do $f(\dots x_{ik} \dots)$ za neurčité x_{ik} hodnoty δ_k^i $(i, k = 1, 2, \dots, n)$, pak polynom nabude hodnoty 1.

Na řadě příkladů ukazuje autor výpočet konkretních determinantů; theorii determinantů aplikuje pak na řešení lineárních rovnic, odvozuje Cramerovo pravidlo a větu o hodnosti matice (nad libovolným tělesem).

Druhá část knihy je ukončena **kapitolou** VI, věnovanou početním operacím s maticemi, lineárním substitucím a kvadratickým formám (nad oborem integrity, resp. nad tělesem). Čtvercové matice dávají příklad nekomutativního okruhu. Jako příklad na početní úkony s maticemi je znovu odvozeno Cramerovo pravidlo. Matic užívá pak autor při výkladech o lineárních substitucích (nad libovolným tělesem) a kvadratických formách (nad tělesem charakteristiky $\neq 2$). Odvozuje transformaci kvadratické formy regulární lineární substitucí na lineární kombinaci čtverců, zákon setrvačnosti a specialisaci pro těleso reálných čísel resp. komplexních čísel; orthogonálními substitucemi se nezabývá. Kapitola je zakončena stručnou zmínkou o Hermitových formách.

Třetí část knihy tvoří kapitoly VII—IX.

Kapitola VII se zabývá existencí kořenů algebraické rovnice o jedné neznámé, a to nejprve nad tělesem komplexních čísel. Autor tu podává Cauchyův důkaz t. zv. základní věty algebry (který spočívá v tom, že reálná funkce $|f(x)|$ komplexní proměnné x, kde $f(x)$ je polynom s komplexními koeficienty stupně $\geqq 1$, nabývá v Gaussově rovině infima a to nemůže být $\neq 0$). Užívá při tom výsledků II. kapitoly (m. j. goniometrického vyjádření komplexního čísla) a odvozuje několik vět o odhadech kořenů algebraické rovnice jedné neznámé s komplexními a reálnými koeficienty. Podrobně vysvětluje čtenáři význam základní věty pro „klasickou" algebru a postavení této věty v moderní algebře. Přivádí tak čtenáře k otázce po existenci kořenů algebraické rovnice s koeficienty v libovolném tělese a ukazuje, jak je třeba tuto otázku formulovat: hledat existenci vhodného rozšíření daného tělesa $\mathbf{T}$. Dokazuje pak existenci kořenového a rozkladového tělesa polynomu nad $\mathbf{T}$ a jeho jednoznačnost. Kapitola je zakončena studiem násobnosti kořenů rovnice a vyšetřováním rovnic s reálnými a racionálními koeficienty.

Kapitola VIII se zabývá symetrickými funkcemi a obvyklým způsobem je podán důkaz hlavní věty o symetrických funkcích (indukcí podle výšky polynomu). Podrobně je probrán výpočet symetrických funkcí. Kapitola končí paragrafem o diskriminantu.

Poslední IX. kapitola je věnována řešení algebraických rovnic. Nejprve autor vyšetřuje rovnice pro n-té odmocniny z jedné a binomické rovnice (nad libovolným tělesem) a podává goniometrické řešení rovnice pro n-té odmocniny z jedné (nad tělesem racionálních čísel). Pak se obrací k definici algebraického řešení rovnic, kterou uvádí v poněkud jiném smyslu než jak je obvyklé (nepožaduje ireducibilitu příslušných binomických resolvent) a obrací se k algebraickému řešení rovnic 2., 3. a 4. stupně. Pro casus irreducibilis rovnice 3. stupně je podáno goniometrické řešení. V pěkné poznámce se autor zmiňuje o historické stránce algebraického řešení rovnic. Jako důležitý příklad rovnic vyšších stupňů, jež lze převést na rovnice nižšího stupně, případně algebraicky řešit, vyšetřuje pak reciproké rovnice. Kapitola je zakončena paragrafem věnovaným geometrickým konstrukcím kružítkem a pravítkem. Autor tu ovšem neprovádí důkazy všech vět.

V Dodatku je podán ještě druhý důkaz základní věty algebry (upravený 2. Gaussův důkaz), užívající existence rozkladového tělesa polynomu.

Ke každému paragrafu (s výjimkou dodatku) je připojena řada pěkných cvičení (je jich celkem přes 700), z nichž mnohá prohlubují probíranou látku. K některým cvičením jsou na konci knihy udána řešení.

Z uvedeného výčtu je patrné, že kniha vzhledem k svému stránkovému rozsahu neobsahuje látky tak mnoho. To je tím, že autor (zejména v první části knihy) všechny úsudky velmi podrobně odůvodňuje, až může vzniknout obava, že na čtenáře zbude velmi málo. Ale není to tak zlé: ten, kdo si propočte cvičení, si na své přijde a nijak nebude zkrácen o samostatný úsudek. Obšírnost výkladu zato zaručuje dokonalou srozumitelnost.

Je zajímavé, že v knize není uveden *pojem grupy*. Podle autorových slov v předmluvě by se tento pojem při probírané látce příliš neuplatnil. Rovněž se autor nezabývá numerickým řešením algebraických rovnic patřících svou povahou do analysy. V obsahu ke knize je vynechán návod ke studiu knihy, seznam axiomů a nejdůležitějších označení. Kořínkovu učebnici o algebře nutno uvítat jako spolehlivou učebnici, velmi pečlivě napsanou, která nejen usnadní studium našim posluchačům matematiky, nýbrž i poskytne vydatnou pomoc učitelům středních škol a gymnasií k vyučování matematice v dnešním duchu.

V knize se však vyskytují také některá závažná nedopatření a recensenti pokládají za svou povinnost na ně upozornit. Takovým nedopatřením je na př. autorův výrok na str. 115, 10. ř. shora: „Jako příklad mějme množinu a, a, a, a, b, b, b, c, kdež...“. Podle definice části množiny (str. 13, 1. ř. shora) je toto „množina“ částí množiny a, b, c, protože každý prvek první „množiny“ je zároveň prvkem druhé. Vidíme, že cosi není v pořádku. Kde je chyba? Slovem „množina“ rozumíme vlastně pravidlo, podle něhož můžeme rozhodnout, co je nebo není prvkem množiny. Nelze tedy mluvit o tom, že by se některý prvek vyskytoval v množině vícekrát.

Tato chyba se ovšem dá snadno napravit; autor ostatně předem dosti podrobně vysvětluje, jak je věc míněna, takže nedorozumění asi nevznikne. Mohlo by se však stát, že by se některý začátečník dal tímto místem svést k nesprávné představě o pojmu množina.

Horší je však situace s t. zv. dosazovacím pravidlem (str. 155, věta 16,5). Prvky množiny $\mathbf{J}_0 = \mathbf{J}[x]$ (kde $\mathbf{J}$ je nějaký obor integrity) jsme definovali jako posloupnosti prvků z $\mathbf{J}$ (které obsahují jen konečný počet členů různých od nuly). Mějme nyní prvek $f \in \mathbf{J}[x]$. Abychom mohli dosazovací pravidlo vyslovit, musíme napřed definovat, co znamená symbol $f(a)$, kde a je prvek nějakého nadoboru integrity $\mathbf{J}'$ nad $\mathbf{J}$. Definice symbolu $f(a)$ však v knize vyslovena není. Z autorovy poznámky (str. 155, 16. ř. zdola) „Polynomy $f(x)$ a $g(x)$ nemusí být napsány v normálním tvaru. (To bude právě případ, na který budeme věty používat.)“ je patrné, že autor měl na mysli asi tuto „definici“ pro $f(a)$: Vyjádříme polynom f nějak pomocí prvku x a místo x pak všude napíšeme a. Abychom však takovou definici mohli vyslovit, musili bychom napřed dokázat, že nezáleží na tom, jak polynom f pomocí prvku x vyjádříme, museli bychom tedy napřed dokázat to, co se chce říci dosazovacím pravidlem.

Je zde tedy jakýsi kruh. Vinu na tomto nedopatření má jistě také (důsledně prováděné) označení $f(x)$. Proč psát $f(x)$, když stačí f? Kdybychom psali jen f, bylo by jasné, že není předem patrné, co znamená $f(a)$. Zdá se tedy, že symbol $f(a)$ musíme definovat jako $\sum\limits_{i=0}^{n} a_i a^i$, kde $f = \sum\limits_{i=0}^{n} a_i x^i$ (normální tvar). Při této definici ztrácí pak ovšem rozumný smysl výrok „dosadit do polynomu, který není napsán v normálním tvaru" a větu 16,5 je tedy třeba formulovat jinak.

Všimněme si ještě, že při naší definici symbolu $f(a)$ platí $f = f(x)$.

Podstatu „dosazovacího pravidla" lze vyslovit asi v tomto tvaru:

(*) Buďte f, g prvky $\mathbf{J}[x]$; nechť $h = f + g$, $k = fg$. Buď a prvek z nějakého nadoboru integrity $\mathbf{J}'$ nad $\mathbf{J}$. Pak platí

$$h(a) = f(a) + g(a),\ k(a) = f(a)\, g(a)\,.$$

Snadný důkaz této věty lze přenechat čtenáři za cvičení. Poznamenejme však toto: Jsou-li $\mathbf{O}_1$, $\mathbf{O}_2$ okruhy a je-li φ zobrazení okruhu $\mathbf{O}_1$ na okruh $\mathbf{O}_2$ takové, že platí implikace

$$a, b \in \mathbf{O}_1 \Rightarrow \varphi(a) + \varphi(b) = \varphi(a + b),\ \varphi(a)\, \varphi(b) = \varphi(ab)\,,$$

říkáme, že φ je homomorfní zobrazení okruhu $\mathbf{O}_1$ na okruh $\mathbf{O}_2$. Homomorfní zobrazení je tedy takové, které převádí součet v součet a součin v součin, které tedy „zachovává okruhové operace". Snadno nahlédneme, že homomorfní zobrazení zachovává i „složitější operace"; platí na př. $\varphi(a(b + c) + d) = \varphi(a)\,.\,(\varphi(b) + \varphi(c)) + \varphi(d)$. Můžeme (bohužel ne zcela jasně) říci, že homomorfní zobrazení převede každý výraz, utvořený tím, že na prvky okruhu $\mathbf{O}_1$ provádíme postupně sčítání a násobení v konečném počtu kroků, ve zcela stejně utvořený výraz z obrazů daných prvků. Nyní lze snad již tušit, jak naše věta souvisí s dosazovacím pravidlem. Zvolíme-li totiž prvek a z $\mathbf{J}' \supset \mathbf{J}$, můžeme každému prvku $f \in \mathbf{J}[x]$ přiřadit prvek $\varphi(f) = f(a)$ z $\mathbf{J}[a]$; podle naší věty je toto zobrazení φ homomorfní. Každý „výraz", sestavený pomocí sčítání a násobení z prvků oboru $\mathbf{J}[x]$, převede se tak tedy ve stejný „výraz", utvořený z prvků $\mathbf{J}[a]$. Je-li tedy na př. $f(g + h) + k = l$ (kde $f, g, h, k \in \mathbf{J}[x]$), je

$$\begin{aligned} l(a) = \varphi(l) = \varphi(f(g + h) + k) &= \varphi(f)\,.\,(\varphi(g) + \varphi(h)) + \varphi(k) = \\ &= f(a)(g(a) + h(a)) + k(a)\,. \end{aligned}$$

Čtenář by se ovšem nyní mohl ptát, co to znamená „výraz, utvořený pomocí sčítání a násobení z prvků daného okruhu". Tuto otázku — na kterou není tak docela snadné dát uspokojivou odpověď — nebudou recensenti rozebírat; upozorňují však, že k tomu, abychom mohli použít dosazovacího pravidla, nemusíme vědět, co je to „výraz, utvořený..."; v každém konkretním případě je jasné, co slovo „výraz" znamená, a stačí pak použít naší věty (*); obyčejně je ovšem třeba použít této věty několikrát. Chceme-li se tomu vyhnout, můžeme dokázat na př. tuto větu:

(**) Je-li

$$g = \sum_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n_i} f_{ij}, \quad \text{je} \quad g(a) = \sum_{i=1}^{m} \prod_{j=1}^{n_i} f_{ij}(a).$$

Není to sice věta, která by tvrdila, že „v libovolném výraze" můžeme místo x napsat a, je to však věta, která asi (vyslovíme-li ji event. pro více neurčitých) vystačí ve všech případech, kde se v knize dosazovacího pravidla používá. Na př. na str. 164 v důkaze věty 18,4 je vztah $f(x) = (x - a)\, Q(x) + b$; chceme dokázat, že platí $f(a) = b$. Abychom mohli použít věty (**), stačí položit $m = 2$, $n_1 = 2$, $n_2 = 1$, $f_{11} = x - a$, $f_{12} = Q$, $f_{21} = b$.

Čtenář tedy pomocí věty (*) nebo pomocí věty (**) jistě již sám snadno dokáže všechna tvrzení, která autor odvodil pomocí t. zv. dosazovacího pravidla. Naskýtá se ovšem ještě otázka, jak dokázat to, co vlastně chtěl autor říci větou 16,5.

Chtěli bychom ve skutečnosti dokázat asi toto: Předpokládejme, že jakýsi polynom (pro jednoduchost v jedné neurčité) je napsán dvěma formálně odlišnými způsoby, že tedy máme polynom „vyjádřen pomocí neurčité x ve dvou různých tvarech". Zajímá nás nyní, co se stane, jestliže v obou těchto vyjádřeních všude prvek x nahradíme prvkem a z nějakého nadoboru integrity J' nad J; přesněji řečeno, zajímá nás, zda po provedení naznačených operací „nám vyjde na obou stranách totéž", zda nám oba výrazy dají týž prvek (z J').

Uvědomíme-li si nyní přesný smysl položené otázky, zjistíme, že věta (*) na ni dává kladnou odpověď. Je-li daný polynom nějak „vyjádřen pomocí prvku x", můžeme zřejmě předpokládat, že je příslušný výraz sestaven z polynomů, napsaných v normálním tvaru; v nejhorším případě vezmeme za tyto polynomy prvky oboru J a prvek x. Je-li však polynom f „napsán v normálním tvaru", pak „utvořit prvek $f(a)$" neznamená nic jiného než „napsat všude a místo x". Je-li tedy polynom F „sestaven" určitým způsobem z polynomů $f_1, \ldots, f_n$, napsaných v normálním tvaru, pak podle věty (*) dostaneme prvek $F(a)$ tím, že sestavíme obdobný výraz z prvků $f_1(a), \ldots, f_n(a)$, což podle naší úvahy neznamená nic jiného než v celém výraze nahradit symbol x symbolem a. Vidíme tedy, že hodnotu $F(a)$ (která je definována tím, že do *normálního* tvaru polynomu F „napíšeme" a místo x) můžeme „vypočítat" také tak, že polynom F vyjádříme v libovolném jiném tvaru a do tohoto tvaru „napíšeme" a místo x. Dosadíme-li tedy a místo x do libovolných dvou vyjádření daného polynomu F, dostaneme v obou případech prvek $F(a)$, tedy v obou případech totéž. — Stejná úvaha zřejmě platí i pro polynomy ve větším počtu neurčitých.

Čtenář může ovšem namítnout, že náležitě nerozlišujeme mezi prvkem a znakem pro onen prvek; ale zde je snad ze souvislosti patrné, jak je co míněno. Podobně by bylo třeba zpřesnit na př. autorův výrok na str. 154, 9. ř. zdola: „Každý prvek z $\mathsf{J}[x]$ napsaný ve tvaru (2) nazýváme normální tvar polynomu." Prvek z $\mathsf{J}[x]$ zřejmě není tvar polynomu; mělo by se snad říci, že *výrazu* (2) říkáme normální tvar polynomu.

Dále je třeba upozornit ještě na jednu věc. Autor dokazuje, že ke každému oboru integrity J existuje obor integrity J', který obsahuje J a zároveň nějaký transcendentní prvek nad J. Autor konstruuje pak zcela určitý obor integrity $\mathsf{J}[x]$; nezdůrazňuje však důležitou věc, že obory $\mathsf{J}[x]$ a $\mathsf{J}[y]$ jsou isomorfní, jestliže x a y jsou neurčité nad J. Tato okolnost je ovšem přímým důsledkem úvah na str. 150—151. Autor dále nezdůrazňuje, že nakonec potřebujeme jen jakýsi obor integrity $\mathsf{J}[x]$, kde x je neurčitá nad J, a že nikterak nezáleží na tom, jak jsme $\mathsf{J}[x]$ zkonstruovali. Přitom je v konstrukci $\mathsf{J}[x]$ jeden malý háček, který by mohl vést k nedorozumění. Prvky z $\mathsf{J}[x]$ jsme utvořili jako jisté speciální posloupnosti prvků z J, při čemž jsme některé z těchto posloupností ztotožnili s prvky z J. A právě při tomto ztotožňování by mohl vzniknout omyl; může se totiž stát, že již obor integrity J obsahuje nějakou posloupnost tvaru $(a_0, a_1, \ldots, a_n, 0, 0, \ldots)$, kde $a_n \in \mathsf{J}$. Zde se ovšem „ztotožnění" nesmí brát doslova. Tato nepříjemnost nastává při konstrukci $\mathsf{J}[x_1, x_2]$ na str. 190. Prvek x_1 je posloupnost $(0, 1, 0, 0, \ldots)$. K oboru integrity $\mathsf{J}[x_1]$ tvoříme nyní obor integrity $(\mathsf{J}[x_1])[x_2]$; tvoříme tedy posloupnosti prvků z $\mathsf{J}[x_1]$. Protože jsme však posloupnost $(1, 0, 0, \ldots)$ nahradili prvkem 1, zjistíme, že se prvek x_2 rovná téže posloupnosti jako x_1. Je tedy zřejmé, že takto nelze věc chápat. Nejlépe je snad zapomenout na konstrukci $\mathsf{J}[x]$ a uvědomit si jen, že ke každému oboru integrity — stručně řečeno — existuje neurčitá a že existuje v podstatě jen jeden takový obor integrity $\mathsf{J}[x]$. Adjungujeme pak postupně k J neurčitou x_1, k $\mathsf{J}[x_1]$ neurčitou x_2 atd.

Tiskové chyby si čtenář asi sám snadno opraví (na př. na str. 178, 6. ř. zdola, je na_nx^n- místo na_nx^{n-1}; na str. 227, 6. ř. zdola, je „Výpočet matice" místo „Výpočet hodnosti matice"; na str. 322, 2. ř. shora, je a_2^3 místo x_2^2 a pod.). Dále upozornil autor recensenty na chybu na str. 357, 17. ř. shora. Je psáno: „Je zároveň vidět, že dané nadtěleso **U** nad **T** může obsahovat různá kořenová tělesa polynomu $f(x)$." Dále pak: „Obsahuje jich právě tolik, kolik obsahuje různých kořenů rovnice $f(\xi) = 0$." V poslední větě má zřejmě být „nejvýš tolik" místo „právě tolik"; dva různé kořeny mohou vytvářet totéž kořenové těleso, jak ukazuje příklad kvadratického polynomu.

Konečně by snad bylo dobře upozornit začátečníka ještě na jednu věc. Na str. 15, 7. ř. shora je napsáno: „Budu předpokládat, že pravidla pro počítání s čísly racionálními jsou čtenáři známá." Ve skutečnosti se však předpokládá velmi málo; předpokládá se vlastně jen to, že čtenář ví, že množina celých čísel splňuje axiomy uspořádaného oboru integrity a axiom úplné indukce. Posluchač na vysoké škole pozoruje, že se vše zpřesňuje a vidí, že často se musí oprostit od představ, které si ze střední školy nebo z gymnasia přinesl, a není nadšen slovy: „předpokládám, že to znáte". Knihu by však („theoreticky") mohl studovat i člověk, který by o racionálních číslech nic nevěděl; za definici množiny celých čísel by mohl vzít uspořádaný obor integrity, pro jehož kladné prvky platí princip úplné indukce (jestliže by věřil, že takový obor existuje, event. že je jednoznačně určen — ovšem až na isomorfismus). Dále již se všechno definuje a dokazuje; od racionálních čísel k reálným nás dovede Jarník a s komplexními je to již snadné. Reálným číslům věnuje autor pěkný začátek § 12; dále podrobně vykládá o číslech komplexních. Bylo by snad třeba trochu více zdůraznit, že obdobná situace je i u čísel celých a racionálních. Tomu autor věnuje jen poznámku pod čarou na str. 23; tato poznámka je však důležitá pro čtenáře, který chce získat jakýsi přehled o základech analysy, a proto na ni recensenti zvláště upozorňují.

Jan Mařík a *Václav Vilhelm*, Praha.

Hugo Steinhaus: **Matematický kaleidoskop.*)** Přírodovědecké vydavatelství, Praha 1953 stran 125, náklad 4400, cena váz. 28 Kčs.

Polský matematik *Hugo Steinhaus* napsal před několika roky knihu „*Kalejdoskop matematyczny*", která byla r. 1949 přeložena do ruštiny za přímého dohledu autora, který také provedl četné změny a doplňky v textu. Podle tohoto ruského vydání (které též bylo před časem možno dostat na našem knižním trhu) byl nyní pořízen český překlad. Steinhausova knížka se podstatně liší od běžných knih s thematikou z t. zv. „rekreační matematiky". Obvykle bývá v takových knihách matematika zabalována do různých historek a anekdot, které se k ní nijak nevztahují. Sovětské vydavatelství upozorňuje v předmluvě na tu přednost Steinhausova spisku, že je zde čtenáři předložen s vybraným vkusem pouze matematický materiál a tak se u něho přirozeně rozvíjí skutečný zájem a hloubavost. Autor sám nazývá své dílko obrázkovou knížkou; je tu tedy celkem 125 „obrázků", vzatých převážně z elementární matematiky. Některá themata z vyšších partií jsou už zpracována ve zjednodušené formě a tak, že jejich smyslu porozumí čtenář s minimálním matematickým vzděláním. Ovšem na důkazy předkládaných pouček nemůže začátečník ani pomyslet, autor se spokojí tím, že vzbudí čtenářův zájem.

Český překlad Steinhausovi uškodil, neboť se překladatel dopustil mnoha nepřesností, což dvojnásob těžce nese kniha, která je určena mládeži a která bude pro mnohého našeho studenta první samostatnou četbou.

Nejprve si všimneme thematiky spisu. Z elementární geometrie čerpá několik odstavců, týkajících se geometrie trojúhelníka (odst. 9 a 39), zlatého řezu (odst. 29), uvádí se ukázka konstrukce Mascheroniovy a Steinerovy (odst. 41 a 42) a Kochaňského přibližná rektifikace kružnice. Tu často výkres je podstatným doplňkem textu. Slovní formulace je totiž

*) Nesprávně přeloženo *G. Steinhaus*.

mnohde tak stručná, že čtenář je nucen číst z obrázku (na př. označování geometrických objektů je obvykle patrné z obrázků). Několik odstavců je věnováno popisu některých rovinných křivek (na př. cykloidy, konchoidy, kuželoseček, sinusoidy, traktrix a j.). Do planimetrie spadají ještě známé úlohy o kulečníkovém stole, kde se má určitým způsobem volit dráha koule, jestliže předpokládáme, že úhel dopadu koule se rovná úhlu odrazu (odst. 25—27). Úloze o minimální vzdálenosti dvou bodů v rovině nebo na povrchu tělesa jsou věnovány odst. 28, 74 a 97. Stereometrie je zastoupena popisem některých jednoduchých těles, zvláště pravidelných mnohostěnů (odst. 70—85). Na tuto thematiku navazuje náčrtek projekčních method pro účely zeměpisné (projekce Mercatorova a stereografická).

Elementární aritmetika je zastoupena méně. Několik slov o velkých prvočíslech je v odst. 12, o dvojkové soustavě v odst. 23 a o posloupnosti Fibonacciho v odst. 30—31.

Šachová hra poutala vždycky zájem matematiků i laických zájemců. Ve Steinhausově knížce je několik odstavců věnováno šachovým problémům. R. 1850 byla položena otázka, kolika způsoby je možno na šachovnici rozestavit osm královen, aby ani jedna z nich nemohla vzít druhou. Problém — jímž se mimochodem zabýval i *Gauss* — je tu předložen spolu s podobnými jen informačně. Zájemci najdou řešení na př. v *Ahrensově* knize „*Matematische Unterhaltungen und Spiele*", Leipzig 1901. S šachovou hrou vzdáleně souvisí různé rekreační hry (na př. „vlk a ovce" — odst. 9, kdysi oblíbená hra „na patnáct" — odst. 17). S Eulerovou úlohou o 36 důstojnících, kteří patří do 6 různých pluků a k 6 různým hodnostem tak, že každý pluk je zastoupen právě jednou hodností (odst. 16), se čtenář blíže seznámí rovněž u Ahrense.

V některých odstavcích se Steinhaus dotýká topologie. V odst. 108 je známá Eulerova úloha o mostech v Královci (viz též Ahrens, str. 317). Otázka zní: Je možno (spojitě) přejít všech sedm mostů města Královce tak, abychom přešli každý jen jednou? Mosty vedou na ostrov podle obrázku v knize reprodukovaného. Do topologie patří též nauka o uzlech (odst. 110 a 111). Hříčky s Möbiusovým listem jsou thematem odst. 112 a 113. Z minulého století pochází otázka, zda je možno povrch globu vždycky položit čtyřmi barvami tak, aby sousední „státy" měly rozdílnou barvu (odst. 116).

Geometrie čísel je zastoupena v odst. 56 Minkowského poučkou, ovšem vyslovenou bez důkazu (o počtu mřížových bodů uvnitř konvexního rovinného útvaru souměrného vzhledem k počátku a s plochou, jejíž obsah je roven aspoň 4).

Z kombinatoriky a z theorie pravděpodobnosti seznamuje autor čtenáře s Pascalovým trojúhelníkem a Gaussovou křivkou (odst. 119—120). Kniha je zakončena třemi odstavci s thematikou spíše fysikální (mechanika, dva optické klamy).

Při čtení musí každého čtenáře zarazit nedokonalost překladu. Některé překladatelovy prohřešky jsou takového druhu, že je snadno postřehne každý maturant. Uvedu namátkově několik příkladů.

Předně je to nesprávná terminologie. Překladatel soustavně zaměňuje pojem „rovina" (плоскост) za pojem „plocha". Tak na str. 44 místo „bod roviny" říká „*plošný bod*", na str. 62 „rovinný řez válce" nazývá „*plochým řezem*", na str. 48 mluví o „*plošné* křivce", na str. 95 rozvíjí kužel „*plošně*" atd. Závažnou chybou je dále na př. nesprávný překlad slova „грань", které znamená „stěna" mnohostěnu a které bylo přeloženo výrazem „hrana" (str. 74 překladu). Termín „сложение чисел" svedl překladatele k překladu „složení" místo samozřejmě správného „sčítání" (str. 31). Na téže stránce si plete posloupnost s řadou a na str. 21 nazývá jednu rovnici „výrazem".

Jsou i chyby jiného druhu. V odst. 24 na str. 25 se v ruské předloze mluví o hektogramech. Asi proto, že se takových závaží u nás neužívá, byl český text upraven na gramy, ale připojená tabulka zůstala v hektogramech.

Odst. 55 začíná těmito záhadnými slovy: „Obsah jakéhokoliv mnohoúhelníka (který se sám neprotíná) a leží v mřížových bodech...“. Pohled do ruské předlohy nás však poučí, že v mřížových bodech nemá ležet ani obsah, ani mnohoúhelník, ale jeho vrcholy. I na jiných místech knihy vypadly z překladu některá slova, na štěstí to tak nekomolí smysl jako v prve uvedeném případě (na př. str. 116, řádek 1. zdola). Na str. 90 překladatel text naopak doplnil po svém. Orthodromu zde charakterisuje svými slovy jako kružnici, „která leží na povrchu koule a prochází oběma místy“. Odchylky od předlohy jsou též jiného druhu. Souvětí na str. 115 patří až na str. 116 na konec odst. 119. Tímto přehozením vět vzniká divná situace, kdy se nejprve mluví o Gaussově křivce jako o známé a na další stránce se tento pojem teprve zavádí.

Snad stačí těchto několik ukázek, aby si čtenář udělal svůj názor. Jestliže chceme z řad naší mládeže vychovat zdatné matematiky, nestačí pro ni jen vybrat sebevýznamnější dílo ze světové literatury, nýbrž musíme věnovat velikou pečlivost jeho překladu. Obávám se, že vítězové druhého ročníku matematické olympiady, kteří dostali Steinhausovu knihu mezi knižními odměnami, budou k překladateli méně shovívaví, než byl recensent.

Jiří Sedláček, Praha.

O. A. Volberg: **Deskriptivní geometrie.** Z ruštiny přeložil *Miloslav Zelenka*. Vydalo nakladatelství Československé akademie věd ve sbírce „Věda všem“, sekce matematicko-fysikální, sv. 3, Praha 1953, stran 346, obrázků 325, cena 37,20,— Kčs.

Volbergova učebnice Лекции по начертательной геометрии, která vyšla v roce 1947, byla u nás recensována *Emilem Kraemerem* v „Časopise pro pěstování matematiky“, roč. 76, str. 149—151 (Praha 1951), kde se čtenář může dosti podrobně seznámit s jejím obsahem. Zde od podrobného popisu obsahu upouštím a stručně jen upozorňuji, že kniha je psána pro budoucí učitele matematiky, aby si při studiu dobře osvojili ty methody deskriptivní geometrie, které ve své učitelské praxi nejvíc potřebují. Hned z předmluvy poznáváme, že se této učebnice užívá na vyšších pedagogických učilištích (pedvuzech), jež jsou vysokými školami (tedy nikoli školami třetího stupně), a že je zaměřena k tomu, aby se čtenáři naučili rýsovat obrazy, které potřebují při vyučování stereometrii. Proto autor sleduje hlavně názornost zobrazení ve spojení s methodou jednoho obrazu a příslušným určením monogenního útvaru. Před tím ovšem vykládá všeobecné principy promítání a pomocné partie z projektivní geometrie, hlavně homologii v rovině, a nejdůležitější a nejrozšířenější methodu deskriptivní geometrie, totiž methodu dvou zobrazení. V dalším výkladu kombinuje tyto methody s methodou dvou stop a soustřeďuje pozornost na řešení metrických úloh jak v promítání středovém, tak i rovnoběžném (včetně axonometrie). Všude rozvádí podrobně methodickou stránku věci a vzájemnou souvislost různých method, kdežto technickým aplikacím se nevěnuje; tato učebnice není tedy určena pro techniky. Ve výkladu Volberg často dává přednost názornému podání před ryzí strohou matematickou formulací, u mnohých pojmů mu stačí jen objasnění místo definice. Elementární pojmy (bod, rovina, přímka) pokládá autor za známé a nedefinuje je.

Všimněme si nyní českého překladu. *Miloslav Zelenka* se pokusil o věrný (tedy nikoli volný) překlad a možno říci, že svůj nesnadný úkol zvládl dobře. Pokud to bylo možné, přidržoval se české terminologie (až na malé výjimky, jež uvedu). Pouze u nových pojmů byl nucen volit nové termíny; to se týká hlavně těch partií, kde v methodě dvou zobrazení se dává přednost jednomu obrazu před druhým; Zelenka tu užil vhodných názvů *hlavní* a *vedlejší* obraz. V těch místech byl překlad obtížný a přece se Zelenkovi zdařil. Výklad je naprosto jasný, názvosloví jednoduché a nenásilné. Pro překlad byla obtížná i kapitola IX, kde Zelenkou užité názvy *absolutní polarita* (to je polarita v nevlastní rovině, v níž nevlastní přímce obyčejné roviny odpovídá nevlastní bod kolmic k této rovině), dále *hlavní polarita* (tím se myslí obraz absolutní polarity při středovém promítání) a pod., nejsou ještě u nás obvyklé, ale zato výstižné. U termínů, jež jsou u nás běžné, nebál se Zelenka odchýlit od doslovného překladu. Tak na příklad Volbergův termín Бесконечноудаленные элементы překládá naším běžným termínem *nevlastní elementy*, a to v celém textu, což je jistě k prospěchu věci. Jenom na několika místech tomu tak není, na př. na obr. 316 a 317, kde je přímo zakreslena „nekonečně vzdálená rovina"; působí to spíše schematicky. Nebylo to snad nutné, uvážíme-li, že je to v poslední kapitole, která předpokládá u čtenáře hlubší znalosti projektivní geometrie než ostatní text, takže se lze domnívat, že tomuto pokročilejšímu čtenáři by nepůsobilo obtíže zvolit při přechodu od projektivní geometrie k afinní kteroukoli rovinu za nevlastní.

Odchylek od terminologie u nás vžité je málo. Na str. 194 nazývá Zelenka vzdálenost dvou po sobě následujících bodů, v nichž šroubovice protíná površku válce, *krokem* šroubovice, zatím co u nás je pro tento pojem běžným název *výška závitu*. Volbergův termín *vedlejší perspektiva* Zelenka rovněž převzal v souhlase s terminologií hlavního a vedlejšího obrazu, výše popsanou, což zajisté není závada, ale mohl místo nejasné poznámky pod čarou na str. 115 připomenout, že pro tento pojem užíváme u nás termínu *perspektivní půdorys*. V perspektivě důležitý termín *horizontála*, jejž užil Zelenka, je u nás méně vžitý než termín *horizont*, ale užívá se obojího. Poněkud nezvykle působí v perspektivě Volbergův pojem *viditelného prostoru*; je to vlastně rozšíření pojmu zorného kužele na celý poloprostor, který obsahuje perspektivní průmětnu (nákresnu) a je ohraničený rovinou s ní rovnoběžnou, procházející okem; to ovšem nespadá na vrub překladatele, který se naopak snažil objasnit význam zorného kužele připojením vhodné poznámky pod čarou na str. 20.

Pokud jde o symboliku, přizpůsobil se Zelenka v označování bodů velkými písmeny a přímek malými písmeny naší normalisaci (v ruském originálu je označení právě opačné) a myslím, že učinil dobře, když v překladu vynechal šest řádek, které na str. 6 originálu uvádí Volberg pod nadpisem Обозначения a kde činí úmluvu o označení bodů, přímek a rovin; v textu se totiž autor této úmluvy nedrží důsledně a při naší normalisaci je celkem zbytečná. Jinak zachoval překladatel autorovu symboliku až na jednu výjimku, když totiž na str. 10 symbol incidence $\sim$ nahradil znakem ϵ. Tato změna se mi nezdá právě vhodná, protože znak ϵ je vžitý v jiném smyslu v theorii množin, kde symbolisuje vztah „býti prvkem množiny", který na příklad není symetrický, zatím co incidence je symetrická (z tvrzení, že bod A je incidentní s přímkou b plyne, že přímka b je incidentní s bodem A).

Předností Zelenkova překladu je řada poznámek pod čarou, kterými překladatel napravuje některé nepřesnosti autorovy, na něž upozornil Kraemer ve své recensi, výše citované. Jde na příklad o neúplně formulované předpoklady v některých větách. Systematičnost knihy tím Zelenka neporušil, pouze na str. 106 se mu do poznámky 18, vloudil termín *dvojpoměr*, který v rejstříku nenacházíme. Autor sice v petitu užívá pojmy, vyložené později (zde na str. 106 je to na příklad pojem úplného čtyřrohu, který je vyložen na str. 159, nebo involuce, jejíž objasnění je až na str. 272), ale pojmu dvojpoměru neužívá. Na štěstí naši čtenáři tento pojem většinou znají, takže toto nedopatření není vážné.

Obrázky v českém vydání byly velmi pečlivě narýsovány a jsou vytištěny lépe než v ruském originálu. Pouze obrázky 15, 25, 28, 321 a 323 jsou špatně skloněné. Horší chyba se přihodila na str. 125 a 126, kde obrázky 128 I a 128 II jsou zaměněny, ale čtenář to z textu snadno pozná. Překladatel však v obrázcích i v textu provedl jinou záměnu proti originálu, že totiž vyměnil čáry tečkované s čárkovanými. Tak došlo k tomu, že v českém vydání jsou pomocné čáry rýsovány tečkovaně a neviditelné hrany těles čárkovaně. Ani v naší literatuře to není obvyklé a myslím, že by bylo bývalo lépe, kdyby se právě v tomto ohledu byl překladatel držel věrně originálu. V textu pak překladatel nerozlišuje čárkování čar od tak zvaného šrafování (viz str. 133, řádek 12 zdola, kde se mluví o tom, že stíny se v hlavním obraze čárkují místo šrafují). Ostatně ve šrafování mohly být vržené a vlastní stíny výrazněji rozlišeny, což platí i pro ruský originál. Názornosti obrázků, kterou autor sleduje především, by to jen prospělo.

Shrnu-li v jedné větě celkový obraz o českém vydání, musím říci, že všechny výtky, jež jsem uvedl a z nichž leckteré snad jsou příliš subjektivní, nemohou ohrozit jinak velmi zdařilý český překlad, který je i tiskárnou a nakladatelstvím pěkně vypraven. Při velkém rozsahu knihy není divu, že došlo jen k malému vlastně počtu nedopatření. Jest si jen přáti, aby český překlad splnil svůj úkol, t. j. aby nezůstal na našich fakultách nevyužit. Při té příležitosti je pozoruhodné, že ze sovětské literatury o deskriptivní geometrii vychází u nás právě tato Volbergova kniha. V předmluvě totiž autor píše, že je to vlastně první pokus „v ruském jazyce osvětlit obecné methody deskriptivní geometrie s projektivního hlediska". O několik řádek výše praví, že znalost projektivní geometrie je přece jen nutná „pro dostatečně plné a hluboké proniknutí do method deskriptivní geometrie". Upozorňuje na to, že na západě se tento směr rozšířil už v druhé polovině minulého století, zatím co v SSSR se uplatňuje teprve v poslední době. U nás tato kniha vychází v době, kdy se snažíme ve svých osnovách pro vysoké školy projektivní geometrii značně omezit, zatím co sovětští odborníci rozšiřují projektivní geometrii mezi svými studenty. Přitom právě u nás byla skvělá tradice projektivní geometrie a každý znalec zajisté potvrdí správnost Volbergových názorů. I u nás bylo už dříve vyzkoušeno, že znalost projektivní geometrie podstatně usnadňuje studium deskriptivní geometrie. Končím tedy přáním, aby se Volbergova kniha u nás uplatnila i v tomto smyslu.

Závěrem vypisuji seznam tiskových chyb, ovšem s výjimkou těch, které jsem už uvedl výše, aby si je čtenář mohl opravit:

Na titulním listě a vzadu v tiráži místo A. O. Volberg má být O. A. Volberg.

Str. 66, řádek 15 shora: ve slově promítání vypadla písmena o, m.
Str. 75, řádek 3 shora: místo znaku $=$ ve formuli (2) má být $\equiv$.
Str. 106, poslední řádek (před poznámkou pod čarou): místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 123, řádek 21 zdola: místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 124, řádek 3 shora: místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 132, řádek 15 shora: místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 140, řádek 9 zdola: spojka *a* na konci řádku je vytištěna vzhůru nohama.
Str. 161, řádek 12 shora: místo ε má být $\boldsymbol{\epsilon}$.
Str. 228, řádek 6 shora: místo $M^*1 = M_\mu 2$ má být $M_\nu^* 1 = M_\mu^* 2$.
Str. 309, poslední řádek: místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 318, řádek 21 shora: místo znaku $=$ má být znak $\equiv$.
Str. 319, řádek 5 zdola: místo $\boldsymbol{\delta}$ má být $\boldsymbol{\sigma}$.
Str. 320, řádek 11 zdola: v závorce místo $A \boldsymbol{\epsilon} e_2$ má být $A \in e_2$.
Str. 334, řádek 4 shora: místo *se středem p* má být *se středem P*.
Str. 338, řádek 10 shora: v druhém řádku matice vypadla písmena, správně tento řádek začíná r: t'_∞, ...

Karel Havlíček, Praha.