Časopis pro pěstování matematiky

Josef Metelka

Poznámka k článku akademika Bohumila Bydžovského „Inflexní body některých rovinných kvartik"

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 90 (1965), No. 4, 455--457

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108642`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 90 (1965), Praha

POZNÁMKA K ČLÁNKU AKADEMIKA BOHUMILA BYDŽOVSKÉHO „INFLEXNÍ BODY NĚKTERÝCH ROVINNÝCH KVARTIK“

JOSEF METELKA, Olomouc

(Došlo dne 3. října 1964)

Poslední otázka, která je v citovaném článku uvedena, ale není tam blíže studována, zní: Může být 16 inflexních bodů rovinné kvartiky s jediným obyčejným bodem úvratu vyťato na této křivce další kvartikou? Odpověď je negativní.

Akad. BYDŽOVSKÝ vypočítává ve svém článku [1] pět případů, kdy má rovinná kvartika bez singularit nebo s obyčejnými singulárními body inflexní body v počtu, který je násobkem čtyř, a klade si otázku, mohou-li tyto inflexní body být úplným průsekem kvartiky s křivkou vhodného stupně. Těchto pět případů je:

a) kvartika bez singulárních bodů; jejích 24 inflexních bodů je bez dalších podmínek vyťato na křivce sextikou,

b) kvartika s dvěma obyčejnými uzly bez další singularity; za jistých podmínek pro kvartiku je jejích 12 inflexních bodů na ní vyťato kubikou,

c) kvartika s dvěma obyčejnými body úvratu bez další singularity; osm inflexních bodů je za jistých podmínek vyťato kuželosečkou,

d) kvartika s dvěma obyčejnými uzly a jedním obyčejným bodem úvratu; kvartika má 4 inflexní body, které za žádných podmínek nemohou ležet na přímce.

e) kvartika s jedním obyčejným bodem úvratu bez dalších singularit; kvartika má 16 inflexních bodů, ale otázka, zda tyto body mohou být úplným průsekem křivky s další kvartikou není v článku studována. Pokusíme se o odpověď v této poznámce.

Nechť je f kvartika s obyčejným bodem úvratu M a nechť a_j, $j = 1, 2, \ldots, 16$ jsou její inflexní body. Předpokládejme o nich nejprve, že jsou vesměs různé.

Existuje-li další kvartika g, různá od f, která prochází body a_j, je průsečná násobnost křivek f a g v každém z bodů a_j rovna jedné. To je postačující podmínka pro Noetherovu fundamentální větu (srovn. např. [2], str. 208). V tomto případě tedy každá křivka, jež obsahuje v jakékoli positivní násobnosti body $a_1, \ldots, a_{16}$, se dá psát ve tvaru $A . f + B . g$, kde A a B jsou formy v x_1, x_2, x_3. Speciálně to platí pro Hessián H kvartiky f, který lze tudíž psát $H = Q_1 . f + Q_2 . g$. Při tom jsou Q_1 a Q_2

kuželosečky. Tři vypsané sextiky patří do jednoho svazku, v jehož bázi figuruje bod M s násobností nejméně rovnou osmi. Násobnost je vyšší nejméně o tři resp. o šest, má-li také kuželosečka Q_1 bod M za jednoduchý resp. dvojnásobný. Kvartika g však bodem M vůbec neprochází, musí tedy této vysoké průsečné násobnosti s křivkou $Q_1 . f$ dosáhnout kuželosečka Q_2. Avšak kuželosečka Q_2 může mít v bodě M s křivkou f nejvýše průsečnou násobnost tři, má-li bod M za jednoduchý (srovn. např. [3], str. 88. věta 7) nebo nejvýše šest, je-li to dvakrát počítaná tečna úvratu. Probráním všech možností se snadno ověří, že kuželosečka Q_2 nemůže v žádném případě dosáhnout v bodě M požadované průsečné násobnosti s křivkou $Q_1 . f$ a tím je předpoklad o existenci kvartiky g vyvrácen.

Kdybychom předpokládali, že dva z inflexních bodů a_j splynou, zjistíme snadno, že i v tom případě jsou splněny podmínky Noetherovy věty (srovn. [2], str. 209, věta 2) a celou úvahu můžeme opakovat. Tím je tedy dokázáno:

Šestnáct inflexních bodů rovinné kvartiky s jediným obyčejným bodem úvratu nemůže být úplným průsekem křivky s další kvartikou.

Literatura

[1] *B. Bydžovský:* Inflexní body některých rovinných kvartik. Časopis pro pěstování matematiky, roč. *88* (1963), str. 224—235.

[2] *B. L. v. d. Waerden:* Einführung in die algebraische Geometrie, Berlín, 1939.

[3] *F. Enriques, O. Chisini:* Lezioni sulla teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche, Bologna 1918, díl II.

Резюме

ЗАМЕЧАНИЕ К СТАТЬЕ АКАДЕМИКА Б. БЫДЖОВСКОГО „ТОЧКИ ПЕРЕГИБА НЕКОТОРЫХ ПЛОСКИХ КВАРТИК“

ЙОСЕФ МЕТЕЛКА (Josef Metelka), Оломоуц

В статье [1] акад. Быджовского приведено пять случаев плоских квартик, для которых можно предполагать, что их точки перегиба являются полным пересечением с другой плоской кривой. Четыре из этих случаев подробно изучаются, и получается полный ответ. В предыдущем замечании мы даем ответ на последний вопрос, а именно: 16 точек перегиба плоской квартики с одной точкой возврата никогда ни может быть полным пересечением кривой с какой-нибудь другой кривой четвертого плрядка.

Zusammenfassung

ANMERKUNG ZUM ARTIKEL DES AKADEMIKER B. BYDŽOVSKÝ „ÜBER DIE INFLEXIONSPUNKTE EINIGER EBENEN KURVEN“ VIERTER ORDNUNG

JOSEF METELKA, Olomouc

In seinem Artikel [1] gibt Akademiker Bydžovský fünf Fälle von ebenen Kurven vierter Ordnung an, über welche man voraussetzen kann, daß ihre Wendepunkte ein volkommener Schnitt der Kurve mit einer anderen Kurve der Ebene sind. Vier von diesen Fällen werden in dem Artikel ausführlich studiert und die entsprechenden Antworten gefunden. In der bevorstehenden Anmerkung beantworten wir die übrigbleibende Frage und zwar: *Die sechzehn Wendepunkte ebener Kurve vierter Ordnung mit einem einzigen gewöhnlichen Rückkehrpunkte können nicht ein volkommener Schnitt der Kurve mit einer anderen bikvadratischen Kurve der Ebene sein.*