Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 95 (1970), No. 4, 429--434

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108326

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 95 (1970), Praha

RECENSE

G. W. Mackey, INDUCED REPRESENTATIONS OF GROUPS AND QUANTUM MECHANICS, W. A. Benjamin (New York—Amsterdam) a Boringhieri (Torino) 1968, VIII + 167, $ 8,50.

Od Frobenia (okolo r. 1900) pochází metoda, která umožňuje konstruovat representace grupy, známe-li representaci její podgrupy. U Frobenia jde ovšem o konečnou grupu a representace je konečné dimense. Na případ kompaktních grup rozšířil teorii Weil a přibližně současně použil metody „malé" grupy Wiegner ve své práci o representacích Poincarého grupy. Obecnou formulaci celého problému pro lokálně kompaktní grupy dal Mackey (Annals of Mathematics *55* (1952)).

První kapitola recensované knihy je věnována popisu konstrukce „indukované" representace pro lokálně kompaktní grupu a jejím vlastnostem. Konstrukce je podobná konstrukci regulární representace a v případě, že daná podgrupa (z jejíž representace se vychází) se redukuje na jednotkovou, přejde v regulární representaci. Technické potíže nastanou, když podgrupa není normální. Z vlastností připomínáme pak vztah mezi direktním integrálem representací a indukovanou representací a nezávislost výsledku konstrukce indukované representace při rozšiřování po etapách.

V druhé kapitole jsou formulovány čtyři věty, týkající se jednak representací semidirektního součinu dvou grup, dále Stoneova věta o representaci komutativních grup a nejdůležitější věta D — „theorem of imprimitivity" —, která nás poučuje, jak nalézt všechny projektorové míry na homogením prostoru. Poslední dvě věty tvoří fundament všeho dalšího výkladu a plynou z nich, jak je ukázáno, např. jednoznačnost operátorů splňujících Heisenbergovy komutační relace. Kapitola končí přehledem axiomatiky kvantového systému (jedné částice). Výklad je shodný s výkladem v „The Math. Foundations of Quantum Mechanics" od téhož autora.

Ve zbývajících třech kapitolách jsou aplikace vyloženého aparátu na a) kvantovou mechaniku, b) indukované representace poloprostých Lieových grup, c) ergodickou teorii.

V a) se jedná vlastně o kvantovou mechaniku lokalizovatelných systému (pro jednoduchost v Eukleidově prostoru — zobecnění na jiné prostory je bezprostřední), což je jak poznamenal Wightman, popsáno právě větou D. Zmínka je také o interakci částic a vyšších symetriích (jen pro případ direktního součinu).

Způsob výkladu je dán vznikem této knihy. Je to zápis (i když poněkud rozšířený) čtyř dvouhodinových lekcí. Z toho důvodu jsou všechny důkazy buď vynechány nebo jen naznačeny. Přes tuto stručnost podává kniha jasný pohled na obory, které lze převést na společnou metodu — representaci grup.

Václav Alda, Praha

L. Lichtenstein: GRUNDLAGEN DER HYDROMECHANIK. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1968, XVI + 506 str., 54 obr. 38,— DM.

Kniha významného německého matematika L. Lichtensteina: Základy hydrodynamiky vyšla v r. 1929 a současné vydání je jejím nezměněným dotiskem. Za ta léta neztratila nic na své užitečnosti. Podává soustavný matematický výklad hydrodynamiky, při němž fyzikální stránka problémů zůstává v pozadí. Matematická je za to dovedena do přesnosti, jaká je v matematice obvyklá.

Kniha dává matematikům, zabývajícím se diferenciálními, integrálními, integrodiferenciálními rovnicemi, teorií funkcí, variačním počtem, teorií potenciálu krásnou, názornou aplikaci, a to jako vždy usnadňuje další rozvoj uvedených disciplin. Na druhé straně systematický, formálně přesný výklad této fyzikální discipliny, vyjasňuje její logickou strukturu, což má velký význam pro fyziky.

Kniha je rozdělena do 11 kapitol. První 3 kapitoly jsou věnovány potřebnému matematickému aparátu. Jsou definovány pojmy a formulovány věty (bez důkazů) z teorie křivek a ploch v 2, 3, 4 rozměrném prostoru, vektorové analýzy (věty Gaussova, Greenova a Stokesova), teorie potenciálu a teorie parciálních diferenciálních rovnic (okrajové úlohy pro Poissonovu rovnici). Po krátké 4. kapitole, v níž autor vyjasňuje úlohu mechaniky, která spočívá v určení pravidel, jak v podstatě sestavit rovnice jejichž řešení dávají úplnou představu o pohybu, a také to, jak pohyb výstižně popsat, přechází v kapitole 5. a 6. k základním otázkám kinematiky kontinua. V nich precizuje základní pojmy, zavádí Eulerovu a Lagrangeovu representaci, jejich vztah, při čemž v šesté kapitole se zabývá šířením nespojitostí, vztahy na nespojitostech typu skoku. Sedmá kapitola pojednává o dynamice pohybu, precizují se pojmy různých druhů sil, tensor napětí, odvozují pohybové rovnice a rovnice energie, zkoumají se podmínky na nespojitostech, hraniční podmínky, počáteční podmínky, fyzikální význam, věty o existenci a jednoznačnosti. Osmá kapitola je věnována hydrostatice (rovnice rovnováhy, princip virtuálních posunutí, speciální důležité případy pohybu).

Devátá kapitola má název Hamiltonův princip. Pojednává o stlačitelných kapalinách, ideálních nemísících se kapalinách, vazkých kapalinách, zkoumají se nespojitosti hledaných veličin. 10. kapitola zkoumá transformace pohybových rovnic. V poslední kapitole jsou formulovány věty o existenci a jednoznačnosti řešení v případě nestlačitelné ideální a vazké kapaliny a naznačen jejich důkaz metodou postupných aproximací.

Jiří Kopáček, Praha

Georg Aumann: REELLE FUNKTIONEN. Zweite Auflage, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New-York 1969, VIII + 418 str., DM 68,—.

Na první vydání (z roku 1954) této knihy ze známé žluté řady matematických monografií nakladatelství Springer vyšla v tomto časopise podrobná recenze z pera Karla Kartáka (Čas. pěst. mat. *81* (1956) str. 487—490). Druhé vydání této nevšední, dodnes aktuální knihy se od prvního liší pouze některými vylepšeními textu a opravou tiskových chyb.

Zbývá jenom s politováním konstatovat, že přání recenzenta prvního vydání, aby kniha tohoto druhu o teorii reálných funkcí byla v širokém měřítku k dispozici matematikům a studentům u nás, zůstalo nesplněno.

Štefan Schwabik, Praha

H. Hermes: EINFÜHRUNG IN DIE VERBANDSTHEORIE. Zweite erweiterte Auflage. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. 73), Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1967, XII, 209 str., 32 obr.

Tato kniha, jejíž první vydání vyšlo r. 1955, představuje atraktivní úvod do teorie svazů. Nevelkého rozsahu bylo dosaženo díky pečlivému výběru pojmů, výsledků a aplikací, nikoliv na úkor jasnosti a úplnosti důkazů. Každý paragraf je zakončen úlohami, z velké většiny snadnými, aby si čtenář mohl zkontrolovat, do jaké míry porozuměl textu. Tím je též podtržen učebnicový a úvodní charakter knihy. Celá řada příkladů vzatých ze základů geometrie, z algebry a topologie klade jisté požadavky na znalosti čtenáře. Tyto požadavky však nepřekračují úroveň vzdělání absolventů matematických směrů na universitě.

První kapitola představuje úvod do obecné teorie svazů. Svaz je nejprve definován jako algebra se dvěma operacemi, teprve později je vyložena souvislost s uspořádáním. K úvodním pojmům inspirovaným pojmem svazu a částečného uspořádání patří isomorfismus, homomorfismus, isotonie, podsvaz, úplnost, atom atd., z nichž mnohé mají své analogie v jiných algebraických disciplínách. O pojmech tohoto druhu pojednává rámcově Dodatek. Je zde zpracován výběr pojmů z logiky, teorie množin a obecných algeber v tom směru, jak si to vynucuje speciální situace v teorii svazů. Rovněž druhá kapitola si zachovává vstupní charakter. Čtenář se seznámí se základními typy svazů (modulární, distributivní, komplementární, Booleovy, atomární), o nichž bude podrobnější rozprava v dalších kapitolách. U různých typů svazů autor zkoumá možnost vnoření do úplného svazu pomocí ideálů nebo pomocí řezů.

Podrobnému studiu modulárních svazů je věnována třetí kapitola. Pojednává moderním způsobem o projektivních geometriích, o svazech rozkladů na množině a v souvislosti s tím o zaměnitelných relacích ekvivalence. Konečně je zde podána abstraktní (svazově-teoretická) interpretace pojmu lineární závislosti.

Čtvrtá kapitola pojednává o distributivních a Booleových svazech, zejména o jejich representaci množinovými svazy, množinovými okruhy a tělesy, o representaci algebraické (Booleův okruh) a topologické (Booleův prostor). Proti prvnímu vydání je kapitola rozšířena o pseudobooleovské svazy. Druhé vydání je dále obohaceno o celou následující pátou kapitolu, nazvanou Problémy slov a vztahy k výrokové logice. Tato kapitola si pak vynutila doplnit i Dodatek, který obsahuje důležité logické a množinově teoretické pojmy a pojmy z teorie universálních algeber. Poslední, šestá kapitola, uvádějící Zornovo lemma a jeho souvislost s axiomem výběru, zřejmě byla míněna v prvním vydání jako pomoc čtenáři v oblasti vybočující z tématu knihy. V druhém vydání je tato kapitola rozšířena o významné aplikace teorie svazů týkající se svazu kongruencí.

Zdůrazněme nakonec ještě jednou, že kniha je psána jasně, důkazy jsou podrobné a úplné, že kniha má úvodní charakter, ale že je v ní přesto na málo stránkách shromážděno značné množství látky a že se nevyhýbá ani hlouběji jdoucím aplikacím.

František Šik, Brno

Arno Jaeger, Klaus Wenke: LINEARE WIRTSCHAFTSALGEBRA, díl I. a II. B. G. Teubner — Stuttgart, 1962. Díl I.: stran 174 + XVI, 36 obrázků, 25 tabulek. Díl II.: stran 160 + IV, 9 obrázků, 7 tabulek.

Kniha je učebnicí lineární algebry s ohledem na její aplikace v ekonomii. Je určena širokému okruhu čtenářů — studentům ekonomie, aplikované matematiky i ekonomům z praxe. Tomuto účelu díla odpovídá jeho obsah i způsob výkladu. Jsou zde studovány různé partie lineární algebry mající užití v ekonomii. Aby měli z knihy užitek i nematematici (a o to se autorům jedná především), je výklad veden netradičním způsobem. Vždy se nejprve vychází z jednoduchých praktických úvah a postupnou abstrakcí se nenásilně dochází k příslušným matematickým pojmům a úvahám.

Autoři se snaží všude, pokud je to možné, motivovat zaváděné pojmy ryze ekonomicky a ne geometricky (příp. fyzikálně), jak to bývá v podobných prakticky zaměřených publikacích zvykem. Všechna tvrzení a věty jsou podrobně dokazovány, přičemž hlavní důraz se klade ne na stručnost a matematickou eleganci důkazů, ale hlavně na jejich názornost. Dokázané věty jsou podle možnosti ihned demonstrovány na příkladech z ekonomie.

Tak je umožněno čtenářům, pro něž jsou matematicky zaměřené knihy o lineární algebře a lineárním programování příliš abstraktní a nesrozumitelné, zvládnout lineární algebru a vůbec matematické metody natolik, že nejsou pak odkázáni jen na čistě ekonomické publikace, které podávají často jen velmi schematické návody.

Je samozřejmé, že pasivní zvládnutí teorie nestačí k tomu, aby byl čtenář schopen aplikovat samostatně své matematické znalosti na praktické problémy. Proto volí autoři takový způsob výkladu, který nutí čtenáře k aktivní spolupráci prostřednictvím mnoha úloh, které nejsou pouhými příklady, ale vedou čtenáře k samostatnému uvažování.

Velký důraz se v knize klade i na precisní formulování matematických problémů vznikajících v praxi, neboť tuto schopnost nutně potřebuje ekonom, chce-li se domluvit s matematikem a má-li být schopen výsledky matematika opět správně interpretovat ekonomicky.

Pozornost se věnuje i formulaci matematických problémů ve tvaru vhodném pro samočinný počítač (i když samotným programováním se učebnice nezabývá).

Nyní stručně k obsahu knihy. Po úvodu pro nematematiky následuje výklad všech běžných partií lineární algebry a lineárního programování. Učebnice však obsahuje i některé partie matematiky, které zřídka nalezneme v publikacích tohoto elementárního charakteru. Je zde např. zmínka o Booleových maticích a jejich aplikaci na některé grafově-teoretické otázky, dále o Minkowski-Leontějevských systémech, o dekomposičních problémech v lineárním programování apod.

Celkově lze říci, že se jedná o velmi zdařilou učebnici. K tomu nepochybně přispělo i to, že vznikla na základě zkušenosti, které získali autoři při přednáškách na různých vysokých školách a v jednom chemickém závodě v Německé spolkové republice. I když samozřejmě mnohé ekonomické úvahy a příklady odpovídají odlišné struktuře hospodářství NSR, lze publikaci našim ekonomům jen doporučit.

Miroslav Šisler, Praha

Wolfgang Krull: IDEALTHEORIE. Druhé, doplněné vydání. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1968, XII + 160 str. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 46).

Moderní teorie ideálů si klade v zásadě dva okruhy problémů. Jeden je předmětem studia tzv. aditivní teorie ideálů, vycházející z klasické Laskerovy práce o okruzích polynomů, druhý vděčí za svůj vznik Dedekindovým úvahám z algebraické teorie čísel a bývá zahrnován pod název multiplikativní teorie ideálů. V prvním případě jde o to — zhruba řečeno — v okruhu $\mathfrak{R}$ studovat rozklady jednotlivých celých ideálů, přičemž se tyto ideály považují za $\mathfrak{R}$-moduly. V druhém případě je v tělese $\mathfrak{K}$ vytčen obor integrity $\mathfrak{J}$, v jistém smyslu uzavřený a jde o to udělat si obraz o dělitelnosti prvků z $\mathfrak{K}$ vzhledem k $\mathfrak{J}$, a to pomocí vlastností multiplikativní grupy $\mathfrak{J}$-ideálů (celých i necelých). Výsledky aditivní teorie hrají důležitou úlohu v základech algebraické geometrie, multiplikativní teorie se svým původem i hlavními aplikacemi řadí k algebraické teorii čísel. Aditivní teorii jsou věnovány první čtyři paragrafy. Poslední z nich má již četné styčné body s multiplikativní teorií, jíž jsou věnovány zbývající dva paragrafy. Celá práce se omezuje výhradně na komutativní případ.

§1 obsahuje základní pojmy a východiska pro aditivní i multiplikativní teorii.

V §2 se klasické věty o rozkladu ideálů zobecňují na okruhy co možná nejobecnější. Sem spadá teorie Noetherové o okruzích splňujících maximální podmínku pro ideály.

Opačný postup je zvolen v §3. Zde se pomocí abstraktních metod buduje a rozvíjí teorie důležitých speciálních okruhů. Sem patří teorie ideálů v okruzích polynomů (E. Noether, van der Waerden). Jiný příklad poskytuje vyšetřování ne úplně uzavřených podokruhů konečného algebraického číselného tělesa (§4). Charakteristické pro zbývající dva paragrafy je použití teorie ohodnocení k budování multiplikativní teorie.

Kniha podává úplný přehled o stavu komutativní teorie ideálů roku 1935, kdy vyšlo první vydání a s doplňky v druhém vydání, poskytujícími informaci o pokroku teorie v letech 1936—39, podrobný přehled o stavu dnešním. Je přirozené, že při nevelkém rozsahu knihy byl autor nucen omezit se na hlavní myšlenky důkazových postupů. Tuto nevýhodu nahrazuje čtenáři podrobnými odkazy na literaturu, jež jsou připojeny na konci každého paragrafu. Kniha má na konci podrobný seznam literatury, vyšlé do r. 1935, literatura z let 1936—39 je citována ve zmíněném dodatku. V tomto druhém vydání jsou ponechány problémy a domněnky, i když většina z nich už byla rozřešena. Dodatek obsahuje poznámky k terminologii.

František Šik, Brno

Gerhard Hessenberg - Justus Diller: GRUNDLAGEN DER GEOMETRIE. Walter de Gruyter & Co, Berlin 1967. Göschens Lehrbücherei, sv. 17. Str. 245, cena neudána.

Je málo knih v dnešní světové matematické literatuře, které nacházejí své uplatnění teprve po autorově smrti. G. Hessenberg (1874—1925) sám se nedočkal vydání svých přednášek ze základů geometrie. Ty vydal po jeho smrti W. Schwan v roce 1930. Druhé vydání, J. Dillerem nově pojaté a podstatně rozšířené, vychází více než 40 let po smrti svého tvůrce, aniž ztrácí na aktuálnosti.

Toto nové vydání je uvedeno předmluvou Friedricha Bachmanna, který stručně připomíná souvislost axiomatické výstavby geometrie s různými algebraickými strukturami a podotýká, že právě za těch posledních 40 let se toto studium algebry značně prohloubilo, zpřesnilo a i rozšířilo a že se ustálila i příslušná terminologie.

J. Diller ponechal z původního Hessenbergova zpracování, co mohl. Cituje přesně, co z prvního vydání převzal prakticky beze změny; je to asi třetina celého tohoto nového vydání. Uvádí dále, které odstavce si vyžádaly moderní přepracování. Zbytek je pak jeho vlastní rozšíření látky. Z Bachmannovy předmluvy se dovídáme, že Dillerovo nejobsáhlejší rozšíření látky se týká hlavně absolutní geometrie v rovině.

Prvních 12 paragrafů (pojem relace, rovnosti, uspořádání, spojitosti a měření v rovině užitím reálných čísel) je beze změny převzato z původního Hessenbergova zpracování. To je obsah prvních dvou kapitol, nově doplněný jen výkladem pojmu vektor a vektorový prostor.

Kapitola třetí pojednává o projektivní rovině, jejím jádrem je fundamentální věta projektivnosti a její vztah k jiným větám a konstrukcím, hlavně ke konfiguraci Desarguessově a ke kofiguraci Pascal-Pappově. Vztah projektivní roviny k affinní rovině byl Dillerem zpracován nově. Rovněž nová je část, pojednávající o významu fundamentální věty projektivní geometrie v absolutní geometrii.

Kapitola čtvrtá je asi z poloviny převzata opět z prvního vydání a zbytek přepracován. Jejím obsahem je axiomatický výklad projektivní geometrie v prostoru trojrozměrném, včetně problému vnoření roviny do tohoto prostoru. Před výklad o zavedení souřadnic vsunul J. Diller dnes nepostradatelnou partii z algebry o grupách, tělesech a vektorových prostorech.

Kapitola pátá je věnována analytické geometrii a je až na malé výjimky dílem Dillerovým. Do popředí tu vystupuje souvislost geometrie s algebrou, hlavně s tělesy čísel (komutativními a nekomutativními), jež probíhají příslušné souřadnice; je např. ukázáno, že Fanoův axiom je v takové rovině ekvivalentní s požadavkem, aby charakteristika příslušného tělesa souřadnic byla různá od 2. (Fanoův axiom zní: Diagonální vrcholy úplného čtyřrohu v rovině tvoří trojúhelník — tj. neleží na jedné přímce). — Poslední část této kapitoly pojednává o algebraisaci rovin absolutní geometrie.

K tomuto stručnému výčtu obsahu sluší dodat, že jádrem pracovní methody je tu projektivní zobrazení roviny na jinou rovinu, grupy takových zobrazení a příslušné specialisace v rovinách jiných (afinních, euklidovských i jiných), grupy souměrností podle přímky či středu nevyjímaje. V analytickém pojetí je vše doprovázeno konstrukcí příslušného oboru souřadnic.

Je samozřejmé, že rozdíl celé generace mezi oběma autory má vliv i na podání látky. Nelze však říci, že by přesné Dillerovy algebraické formulace kontrastovaly se sugestivním výkladem Hessenbergovým. Spíše je nutno mladého autora pochválit za to, že dovedl oba tyto způsoby podání skloubit, že se vzájemně doplňují. Po té stránce má kniha zvláštní pedagogickou hodnotu, pro začátečníka jistě nikoli nezajímavou. Do značné míry intuitivní myšlení Hessenbergovo přechází pomalu do dnešních abstraktních metod a může být právě pro začátečníka velmi instruktivní. Je zajímavé sledovat hned na začátku Hessenbergovu námahu s výkladem pojmu relace, jak se snaží tento pojem přiblížit čtenáři na základě příkladů ze života, a srovnat to s dnešní zcela jednoduchou definicí tohoto pojmu (např. jako podmnožiny kartézského součinu příslušných množin); přesto i tak Hessenberg vyhmátl to, co bylo důležité. Na jiném místě (str. 94) je Moultonův příklad nedesarguesovské roviny vlastně jen myšlenkově naznačen, příslušné schematické obrázky nejsou pro dnešního čtenáře přesvědčivé; ale při trošce pozornosti si čtenář sám příslušný důkaz sestrojí. Mezi všemi učebnicemi základů geometrie má tak tato kniha jakési výjimečné postavení: spolupráce dvou autorů různých generací dává nám mimoděk nahlédnout i do historického vývoje této disciplíny, jejíž vývoj zřejmě není ještě zdaleka ukončen. V souvislosti s tím sluší poznamenat, že problematikou konečných rovin, jež je dnes v popředí zájmu, se tato kniha explicitně nezabývá. Je to přirozené, neboť výběr látky je dán již prvním vydáním z roku 1930. Ovšem znalost většiny látky zde podané je i pro tuto dnešní kombinatorickou geometrii nutná.

Celý pokus s novým vydáním Hessenbergových „Základů geometrie" je tedy nutno pokládat po všech stránkách za velmi zdařilý a záslužný. Poznamenejme ještě, že vlivem moderní algebraisace původních Hessenbergových myšlenek se dovršuje i jeho snaha po čistotě metody důkazů, po níž volá už v úvodu svého díla.

Karel Havlíček, Praha

DÁLE VYŠLO

Fritz Rehbock: DARSTELLENDE GEOMETRIE. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1969, 235 str., 111 obr., cena DM 12,80.

Toto třetí vydání, které vychází jako 64. svazek edice „Heidelberger Taschenbücher", je nezměněným otiskem vydání druhého, které vyšlo v roce 1957 jako 92. svazek v edici „Die Grundlehren der mathematische Wiessenschaften". Podrobná recense druhého vydání od J. Havelky a Z. Kowalského byla otištěna v našem časopise roč. *84* (1959), str. 216—217.

Hai Vu, Nicole Gros: EXERCICES ET PROBLÈMES CORRIGÉS DE MATHÉMATIQUES. Analyse et statistique. Dunod, Paris 1970, 415 str., 136 obr. Cena 48 F.

Recensovaná kniha je již třetí sbírka příkladů vycházející v pařížském nakladatelství Dunod, kterou naše redakce obdržela v poslední době. Sbírka vychází v edici „Problèmes de licence et de maîtrise" a je určena především studentům prvních ročníků biologie, farmacie, mediciny apod. francouzských vysokých škol, kteří se mají seznámit se základy matematické analýzy a statistických metod. Obsahuje v každé kapitole nejprve krátký úvod ve kterém jsou shrnuty definice a tvrzení, které budou čtenáři při řešení příkladů potřebovat a celkem 423 řešených příkladů z analýzy (derivace, průběh funkce, integrální počet, diferenciální rovnice), 15 řešených příkladů z lineární algebry (matice, determinanty, lineární rovnice) a 50 řešených příkladů ze statistiky.

Redakce