Časopis pro pěstování matematiky

Úlohy a problémy

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 90 (1965), No. 2, 233

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/108268

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 90 (1965), Praha

ÚLOHY A PROBLÉMY

POZNÁMKA K PROBLÉMU J. SEDLÁČKA, ČÍS. 2, ROČ. 85 (1960)

A. SCHINZEL a W. SIERPIŃSKI[1]) (Sur certaines hypothèses concernant les nombres premiers, Acta Aritm. *4* (1958), 185–208) ukázali (186–7), že je-li číslo $2n$ (n přirozené) součtem dvou různých prvočísel $2n = p + q$, pak $2n - 1 = p + q - 1 = pq - (p - 1)(q - 1) = pq - \varphi(pq)$.

J. G. VAN DER CORPUT dokázal (Sur l'hypothèse de Goldbach pour resque tous les nombres pairs, Acta Arith., *2* (1937), 266–290), že množina přirozených čísel n, pro něž neexistují prvočísla p a q taková, že $2n = p + q$, má hustotu nula. Poněvadž prvočísla, a tedy i čísla tvaru $p + p$ tvoří množinu o hustotě nula, z věty van der Corputa plyne, že množina přirozených čísel n, pro něž neexistují různá prvočísla p a q taková, že $2n = p + q$, má hustotu nula.

N. PIPPING (Die Goldbachsche Vermutung und der Goldbach-Vinogradowsche Satz, Acta Acad. Aboens. *11* (1938), no. 4, 1–25; Goldbachsche Spaltungen der Geraden Zahlen für $x = 60,000-99,998$, ibid. *12* (1940), no. 11, 1–18) ověřil, že pro $3 < n < 50\,000$ je $2n$ součtem dvou různých prvočísel. Všechna lichá čísla $< 99\,999$ lze tedy vyjádřit ve tvaru $m - \varphi(m)$ (máme $1 = 2 - \varphi(2)$, $3 = 9 - \varphi(9)$, $5 = 25 - \varphi(25)$ a množina přirozených čísel n takových, že $2n - 1$ nelze vyjádřit ve tvaru $m - \varphi(m)$, má hustotu nula.

Analogický výsledek lze získat pro vyjádření lichých čísel ve tvaru $\sigma(n) - n$, kde $\sigma(n)$ je součet dělitelů čísla n (viz citovanou práci Schinzela a Sierpińského).

Poznamenejme, že mocniny prvočísel lze vyjádřit ve tvaru $m - \varphi(m)$, neboť $p^k = p^{k+1} - \varphi(p^{k+1})$.

Andrzej Mąkowski, Warszawa

[1]) Viz též Časopis pro pěstování matematiky, roč. *85* (1960), str. 465 (*pozn. red.*).