RECENSE

F. Tölke: PRAKTISCHE FUNKTIONENTHEORIE, Zweiter Band, Thetafunktionen und spezielle Weierstrasssche Funktionen, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1966, 248 stran, 129 obrázků.

Recensovaná kniha je určena zejména fysikům, konstrukčním inženýrům a pracovníkům zabývajícím se numerickými výpočty. Je součástí rozsáhlého šestisvazkového díla o eliptických funkcích.

Tento díl je věnován vyčerpávajícímu popisu vlastností Jacobiho theta funkcí, parametrů eliptických integrálů a speciálních Weierstrassových funkcí. Obzvláště cenné je velké množství dokonale provedených obrázků, které dávají názorný obraz o průběhu těchto funkcí, a dále vyšetřování rozmanitých konformních zobrazení, což v souhrnu dává obraz o možnostech, jak těchto funkcí užít v praxi. Kniha je vytištěna na kvalitním papíře ve vynikající grafické úpravě.

Jaroslav Fuka, Praha

ACTA HISTORIAE RERUM NATURALIUM NEC NON TECHNICARUM, Czechoslovak Studies in the History of Science, Praha 1965, stran 192, výtisk neprodejný.

Jde o sborník, který byl vydán při příležitosti XI. mezinárodního kongresu pro dějiny přírodních věd konaného ve Varšavě a Krakově r. 1965. Připravilo jej oddělení pro dějiny přírodních věd a techniky Historického ústavu ČSAV v Praze. Všechny práce jsou psány ve světových řečech a matematice je věnován článek úvodní s názvem „Sur la question des méthodes quantitatives dans l'histoire des mathématiques." Studie je doplněna řadou tabulek a grafů a jejími autory jsou Jaroslav Folta a Luboš Nový. Druhý z uvedených autorů napsal též závěrečnou práci tohoto sborníku „L'histoire de la science et de la technique en Tchécoslovaquie", která se rovněž částečně zabývá matematikou.

Jiří Sedláček, Praha

I. S. Wentzel: ELEMENTE DER SPIELTHEORIE (Základy teorie her), B. G. Teubner, Leipzig 1966, 66 stran, cena 4.20 DM.

Ve sbírce Kleine Naturwissenschaftliche Bibliothek vychází nyní jako první svazek řady Mathematik překlad známé knížky Й. С. Вентсел, Элементы теории игр vyšlé v Moskvě v r. 1959. Knížka je vynikajícím příkladem populárně vědeckého pojednání. Po krátkém úvodu objasňujícím cestu, jakou došlo k pojmu hry, podává se definice (konečné) hry; je uvedeno několik jednoduchých příkladů, které ukazují chování čísel $\max_i \min_j a_{ij}$ a $\min_j \max_i a_{ij}$ a význam existence sedlového bodu. Velmi názorným způsobem je čtenář doveden k pojmu smíšené strategie. Pro hry typu 2×2 je potom na několika příkladech objasněna geometrická interpretace řešení hry. Tato interpretace je použita i při hrách typu $2 \times n$ a $3 \times n$. V obecném příkladě autor čtenáře dovádí k formulaci jakožto úlohy lineárního programování a na konkrétním, ale „dostatečně obecném" příkladě je řešení skutečně provedeno. Knížka je zakončena krátkou zmínkou o přibližném řešení a dvěma příklady nekonečných her. Knížku je možno vřele doporučiti všem, kteří se chtějí seznámit se základními pojmy a úkoly teorie her.

Vlastimil Pták, Praha

G. N. Poloshi, N. A. Pachareva, I. S. Stěpanenko, P. S. Bondarenko, I. M. Welikoiwanenko: MATHEMATISCHES PRAKTIKUM. Vydalo nakladatelství B. G. Teubner, Leipzig 1963, stran 480, obr. 48, tab. 69.

Kniha je překladem ruského originálu, vydaného roku 1960. Obsahuje 7 kapitol a dodatek; uveďme alespoň stručně jejich obsah.

I. kapitola. Obecná pravidla přibližných výpočtů je věnována základním otázkám (chyby, práce s tabulkami a pod.).

II. kapitola. Numerické a grafické metody řešení algebraických a transcendentních rovnic. Prvná část je věnována Lobačevského metodě, dále metodě regula falsi a Newtonově metodě, popisuje se Hornerovo schema, jsou vyloženy iterační metody. Závěr kapitoly se zabývá metodami grafickými a prací s nomogramy.

III. kapitola. Interpolace a aproximace funkcí. Prvá část pojednávající o interpolaci obsahuje základní formule a schemata, jsou uvedeny aplikace při práci s tabulkami (kontrola, zhušťování). Druhá část se zabývá metodou nejmenších čtverců (pro případ diskretní i spojitý), uvádí formule pro harmonickou analýzu.

IV. kapitola. Numerická derivace a integrace funkcí. V části o derivaci jsou uvedeny bezdiferenční i diferenční formule, proveden výklad metody neurčitých koeficientů. Část o integraci obsahuje základní formule (Cotes, Čebyšev, Gauss) a zmínku o grafické integraci.

V. kapitola. Přibližné řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Je probrána metoda postupných aproximací a integrace mocninnou řadou, Eulerova metoda (a běžné modifikace). Další části jsou věnovány metodám typu Runge-Kutta, diferenčním metodám řešení Cauchyovy úlohy a metodám řešení okrajových úloh. V závěru se popisují metoda malého parametru a metoda faktorizací („metod progonki“).

VI. kapitola. Numerické metody lineární algebry. Jsou popsány základní přímé a iterační metody (např. Gaussův algoritmus, prostá iterace, G. Seidel, Southwellova relaxe). Dále je pozornost věnována obecnějšímu rozboru iteračních metod. Další část pojednává o vlastních číslech a vektorech matic a uvádí základní postupy (Morris, Krylov). Poslední část rozebírá otázky spojené s pojmem podmíněnost matice.

VII. kapitola. Metody matematické fyziky, vedoucí na řešení soustavy lineárních rovnic. První část rozebírá otázky spojené s diferenčními schematy, v druhé části jsou vyloženy Ritzova a Galerkinova metoda. Poslední část je věnována řešení integrálních rovnic.

V knize jsou též zařazeny výklady o práci s kalkulačkou, logaritmickým pravítkem atp. o funkci a principu konstrukce např. Amslerova planimetru, přístroje Coradiova apod.

Ke každé kapitole resp. i paragrafům jsou připojeny úlohy praktika určené k procvičení probraného thematu.

Autoři knihu zamýšleli jako učební text pro předmět „Matematické praktikum a technika práce na počítacích strojích“. Tomuto záměru podřídili výběr látky i formu výkladu.

Zdá se, že v tomto faktu bude nutno hledat odpověď na některé otázky, které vzniknou ve spojistoti se strukturou textu, poměrem rozsahů jednotlivých kapitol, zařazením některých partií apod.

V knize jsou opravena některá drobná nedopatření ruského originálu (např. tabulka na str. 190 a pod.); tiskových chyb je velmi málo a čtenář je sám snadno opraví (namátkou: výpočet na str. 89, index k místo n na 9 řádce str. 110, jmenovatel ve vzorci (24) na str. 454 a některé další chyby tohoto typu).

Závěrem lze říci, že kniha jistě dobře plní úkol, který měli autoři na mysli, a doporučit jí těm, kteří mají zájem seznámit se s vybranými základními postupy a metodami v numerickém počítání a se základy theorie.

Vladislav Borovanský, Praha

Eduard Čech: TOPOLOGICAL SPACES, revised by Zdeněk Frolík and Miroslav Katětov, Academia, Prague 1966, 893 stran, 93 Kčs.

Recensované dílo vzniklo přepracováním knihy E. Čech: Topologické prostory (s dodatky akad. J. Nováka a akad. M. Katětova), vyšlé v r. 1959 a recensované v tomto časopise, roč. *84* (1959), str. 474—485 K. Koutským a Z. Frolíkem. Přepracování ujali se akademik M. Katětov (kapitoly I—II) a Z. Frolík Dr.Sc. (zbývající část). Kdežto původní Čechova kniha spadala co do tematiky i metody výkladu spíše do období před druhou světovou válkou, došlo nyní ke vzniku nově koncipovaného díla, které volně vychází z uvedené knihy a zcela přihlíží k současnému vývoji v obecné topologii. Rozsah, masivnost i vytýčení perspektiv recensované knihy zasluhuje obdivu. Autoři neváhali podstoupit obtíže spojené s tvorbou tak obsáhlého díla, aby mohli čtenáře uvést systematicky do problematiky moderní obecné topologie. Soudíme, že precisnost, hutnost i originalita výkladu zajistí knize ve světové literatuře význačné postavení.

Autoři poznamenávají, že k nové versi knihy došlo ve shodě s názory zesnulého akademika Čecha, po četných diskusích mezi ním a autory, kteří v uznání určujícího myšlenkového vkladu Čechova ponechali jeho jméno v autorském záhlaví.

V prvém vydání byla uplatněna koncepce topologického prostoru v obecném smyslu, což je podtrženo i ve vydání druhém, navíc však jsou vyšetřeny uniformní a proximitní prostory a studovány spojité algebraické operace. Podrobnější aplikace na speciální prostory nebylo již možno pro maximální rozsah knihy do výkladu zařadit. Kniha není koncipována jako učebnice, ale jako kompendium pro specialisty. Může však posloužit i jako úvod do metod soudobé analysy pro studenty vyšších ročníků universit či pro postgraduální studium; výklad je totiž veden „od počátku" a dá se chápat i jako úvod do moderní matematiky vůbec.

K přednostem knihy patří též to, že formálního aparátu je použito s mírou i vkusem, takže při studování pouze některé části díla je umožněna snadná orientace. Autoři k tomu s úspěchem přispěli též tím, že nejdůležitější pojmy a výsledky, dříve dokázané, jsou na nových místech použití citovány v plném znění.

Při zvolené koncepci knihy je někdy ztížena konfrontace jejího pojmového vybavení s pojmy jiných standartních učebnic, ne však podstatně.

Kapitoly I—II uvádějí základní pojmy obecné teorie tříd a množin. Obě kapitoly vybavují čtenáře pojmovým aparátem, s nímž se pracuje v dalším výkladu samotné obecné topologie (kap. III—VII). Závěrem (str. 821—869) je uveden výběr úloh, z nichž mnohé předpokládají velmi vyspělého čtenáře. Na str. 871—878 jsou uvedeny povšechné odkazy na kompendia o obecné topologii ve světové literatuře, dále pak poznámky na tato témata: nekomprisabilní objekty, nerozhodnutelnost některých tvrzení, Katětovy spojitostní struktury, kategoriální povaha některých pojmů a výsledků. Kniha končí indexem pojmů a označení.

V kapitole I je obsažen neformalisovaný axiomatický výklad teorie tříd a množin. Na základě „naivního" přístupu užívajícího pouze běžných logických i jazykových prostředků podařilo se obejít formalizační aparát matematické logiky, jinak nezbytný při axiomatickém zavedení pojmu třídy a množiny.

Toto nové uplatnění „naivního" přístupu představuje z hlediska metodologického originální koncepci hlubokého dosahu, jejíž patřičné zhodnocení v rámci soudobých fundací matematiky mělo by být provedeno od povolanějších referentů.

Vychází se z primitivních pojmů třída, náležet, náležet do třídy (být komprisabilní), na něž jsou kladeny postupně příslušné podmínky. Též pojem páru je primitivním pojmem; relace pak je třídou párů. Množina je zavedena jako komprisabilní třída a jsou na ni kladeny vhodné požadavky (axiom jednoprvkové množiny, axiom o sjednocení množiny množin, axiom o množině podmnožin atd.). Třída všech podmnožin dané třídy $\mathcal{X}$ je označena exp $\mathcal{X}$. Jsou vyšetřeny základní množinové operace sjednocení a průniku, vybudována teorie nekonečných množin, formulován axiom výběru a zavedeny různé typy součinů (kartézský, relační).

V kapitole II studují se různé algebraické struktury a relace uspořádání. Je zaveden pojem vnitřní a vnější binární komposice a vyšetřeny struktury pologrupy, grupy, okruhu a modulu. Následuje zavedení struktu jako třídy vybavené dalším objektem (strukturou). „Korespondencí" mezi strukty (A, α), (B, β) rozumí se relace mezi třídami A, B. Speciálním případem je pak zobrazení mezi (A, α), (B, β).

Výklad pokračuje studiem algebraických struktur, včetně teorie homomorfismů a vnoření do grup resp. těles, dále pak teorií kardinálních čísel, uspořádání, a dobrého uspořádání. Závěrem kapitoly II studují se pojmy pokrytí, filtru a ultrafiltru a základní pojmy teorie kategorií.

Kapitola III. Topologické prostory. Základním pojmem je pojem uzávěru na množině P, tj. zobrazení u: exp $P \to P$ splňující axiomy $u\emptyset = \emptyset$, $X \subset uX$, $u(X \cup Y) = uX \cup uY$. Strukt (P, u) se nazývá uzávěrový prostor (krátce prostor). Je-li $uuX = uX$, pro každé $X \subset P$, nazývá se (P, u) topologickým protorem. Kapitola je věnována definicím základních topologických pojmů (včetně základního studia speciálních prostorů). Srovnáme-li ji s obdobnými výklady v dosavadní topologické literatuře, je třeba zdůraznit, že hned od samého začátku je použito jak aparátu teorie filtrů, tak teorie sítí. Tím je čtenáři umožněno, aby pro další studium si vybral pro zkoumanou situaci nejvhodnější formulaci daného výsledku. Je to důležité též proto, že dosavadní výsledky v tomto směru se týkaly jen topologických prostorů (tedy ne obecně uzávěrových prostorů). Při studiu metrických prostorů se vychází ze semipseudometriky na P, tj. takové reálné funkce d na $P \times P$, že $d(x, x) = 0$ a $d(x, y) = d(y, x) \geqq 0$. Rozsáhlý § 19 je věnován topologickým algebraickým strukturám (pologrupám, grupám, okruhům, tělesům a modulům). § 21 se zabývá pojmem lokalisace topologických vlastností způsobem značně originálním. Tomuto tématu se vůbec dosud věnovalo málo místa v zahraničních monografiích o topologii. Deskriptivní vlastnosti množin (pojem hustá, řídká podmnožina, Borelova a Bairova množina atd.) jsou studovány v § 22.

Kapitola IV. Uniformní a proximitní prostory. Nechť $\mathscr{U}$ je filtr na $P \times P$, obsahující diagonálu z $P \times P$, tj. množinu $\{\langle x, x \rangle \mid x \in P\}$ a s každým $U \in \mathscr{U}$ též $U^{-1} = \{\langle y, x \rangle \mid \langle x, y \rangle \in U\}$. Potom $\mathscr{U}$ se nazývá semiuniformitou na P a $(P, \mathscr{U})$ semiuniformním prostorem. Každá semipseudometrika definuje semiuniformitu se spočetnou basí. Každá semiuniformita definuje uzávěrovou operaci u, pro niž platí $y \in u(x) \equiv x \in u(y)$. Jmenované vlastnosti semiuniformity a uzávěrové operace jsou též dostatečnými podmínkami pro možnost vytvoření uvedených struktur popsaným způsobem. Definuje se uniformní spojité zobrazení semiuniformního protoru $(P, \mathscr{U})$ do semiuniformního prostoru $(Q, \mathscr{V})$. Je-li $P = Q$ a $\mathscr{U} \supset \mathscr{V}$, potom $\mathscr{U}$ se nazývá jemnější než $\mathscr{V}$. Uniformní prostor je semiuniformní prostor $(P, \mathscr{U})$, kde pro každé $U \in \mathscr{U}$ existuje $V \in \mathscr{U}$ tak, že $V \circ V = \{\langle x, z \rangle \mid$ existuje y tak, že $\langle x, y \rangle, \langle y, z \rangle \in V\} \in \mathscr{U}$. Je podrobně vyšetřen vztah uniformních prostorů k pseudometrikám a k tzv. uniformním systémům pokrytí.

Proximitním prostorem se nazývá množina P spolu s relací p pro exp P takovou, že 1. $\emptyset$ non p P. 2. p je symetrická, 3. $X \subset P$, $Y \subset P$, $X \cap Y \neq \emptyset \Rightarrow X p Y$. 4. Je-li $X_1 \subset P$, $X_2 \subset P$, potom $(X_1 \cup X_2)\, p\, Y$ právě když $X_1\, p\, Y$ nebo $X_2\, p\, Y$. Každá semiuniformita na P definuje na P proximitní prostor (P, p) a mezi všemi semiuniformitami definujícími na P týž proximitní prostor, existuje nejhrubší. Proximitní prostor (P, p) je definován nějakou uniformitou (tj. je uniformibilní) právě tehdy, když platí: X non p $Y \Rightarrow$ existují $X_1 \subset P$, $Y_1 \subset P$, $X \subset X_1$, $Y \subset Y_1$ takové, že $X_1 \cap Y_1 = \emptyset$, $(P - X_1)$ non p X, $(P - Y_1)$ non p Y. V závěru kapitoly je dokázána Stone-Weierstrassova věta pro proximitní prostory a věty o rozšíření funkcí z podprostoru uniformního prostoru $(P, \mathscr{U})$ na celý uniformní prostor $(P, \mathscr{U})$.

Kapitola V. Separace. Výchozím pojmem pro vyšetřování „separačních" vlastností je pojem kvasidiskretního prostoru. Uzávěrový prostor (P, u) je kvasidiskretní, když $uX = \bigcup\{ux \mid x \in X\}$ pro všechna $X \subset P$. Studují se podrobně vlastnosti T_0-, T_1-, T_2- prostorů. Pro regulární prostory jsou dokazovány věty o rozšíření spojitých zobrazení případně uniformně spojitých zobrazení. V § 28 se podrobně studují uniformibilní prostory. V obecném případě se studuje horní uniformibilní modifikace dané uzávěrové operace a s ní spojené pojmy Čechovy proximity a uniformity.

Normální prostor je definován pomocí tzv. Wallmanovy proximity. V uzávěrovém prostoru (P, u) jsou X a Y „blízké" ve Wallmanově proximitě, když $uX \cap uY = \emptyset$. Prostor (P, u) je normální, když tato proximita definuje u a sama je uniformibilní. Pro topologické regulární prostory je dokázána Bing-Nagata-Smirnovova věta o metrisaci. § 30 je převážně věnován parakompaktním prostorům.

Kapitola VI. Vytváření topologických prostorů. V § 31 se studuje množina $C(P)$ všech uzávěrových operací uspořádaná vztahem být jemnější (u je jemnější než v na P, platí-li $X \subset P \Rightarrow \Rightarrow uX \subset vX$), vzhledem k němuž je úplným svazem. Obecně se definuje pojem horní a dolní modifikace a tyto pojmy se studují vzhledem k vlastnostem „být T_1-prostorem", „být lokálně souvislým prostorem" a pod. Jedny z nejdůležitějších pojmů knihy jsou studovány v § 32 a § 33. Jde o projektivní a injektivní vytváření prostorů. Uzávěr u na množině P je projektivně vytvořen systémem zobrazení $f_a : P \rightarrow (P_a, u_a)$, když u je nejhrubší uzávěrová operace, pro niž jsou všechna f_a spojitými zobrazeními. Injektivní vytváření se definuje duálně pomocí systému zobrazení $f_a : (P_a, u_a) \rightarrow P$. K dalšímu zobecnění dochází se tím, že se požaduje, aby prostory (P_a, u_a) patřily do jisté třídy prostorů. Rozpracováním vlastností projektivního a injektivního vytváření se dostává čtenáři ucelený pohled na řadu dosud probraných otázek a kromě toho je mu umožněno proniknutí do aplikace metod teorie kategorií. § 34 obsahuje studium otázek týkajících se spojitosti relací mezi dvěma prostory. Poslední paragraf, § 35 se týká konvergence v uzávěrových prostorech, případně topologických prostorech, zvláště pak otázek souvisících s definicí uzávěrové operace pomocí konvergentních posloupností.

Kapitola VII. Vytváření uniformních a proximitních prostorů. § 36—§ 39 jednají o obdobných otázkách jako kapitola VI, tentokrát pro uniformní a proximitní prostory. Přitom se shrnují poznatky dosud o těchto prostorech získané. Velká pozornost je věnována vzájemným vztahům mezi těmito prostory a prostory uzávěrovými. § 40 je věnován předsvazkům, převážně předsvazkům množin, zvláště pak topologických prostorů. Předsvazkem množin S nad kvasiuspořádanou množinou $(A, \leqq)$ se rozumí systém množin P_a pro $a \in A$ a systém zobrazení $f_{ab} : P_a \rightarrow P_b$ pro $a \leqq b$, přičemž f_{aa} je identické zobrazení a pro $a \leqq b, b \leqq c$ je $f_{ac} = f_{bc} \circ f_{ab}$. Projektivní limitou předsvazku S se rozumí množina všech $x \in \prod P_a$, $x = \langle \ldots, x_a \ldots \rangle$ takových, že $a \leqq b \leqq f_{ab} x_a = x_b$. Induktivní limitou předsvazku S se nazývá rozklad na třídy množiny $\{\langle a, x \rangle \mid a \in A, x \in P_a\}$ indukovaný nejmenší ekvivalencí ϱ na P, pro niž platí $\{f_{ac}x = f_{bc}y$ pro jisté $c\} \Rightarrow \{\langle a, x \rangle \varrho \langle b, y \rangle\}$. Čtenář se zde podrobně seznámí s pojmy, které jsou základní pro teorii homologie. Zevrubně je popsán vztah svazků nad systémem otevřených množin prostoru (P, u) a svazků spojitých řezů pokrývající fibrace prostoru (P, u).

Dodatek. Kompaktnost a úplnost. Uzávěrový prostor (P, u) se nazývá kompaktním, když každý vlastní filtr $\mathscr{X}$ na P má bod nakupení (cluster point), tj. když $\bigcap \{uX \mid X \in \mathscr{X}\} \neq \emptyset$. Uniformní prostor $(P, \mathscr{U})$ se nazývá úplným, když každý Cauchyův filtr má bod nakupení ($\mathscr{X}$ je Cauchyův filtr, když pro každé $U \in \mathscr{U}$ existuje $X \in \mathscr{X}$, pro něž $X \times X \subset U$ a $\emptyset$ non $\in \mathscr{X}$). Jsou studovány úplné obaly a kompaktní obaly (zvláště pak Stone-Čechův obal). Řada vět se týká příbuzných otázek pro topologie na algebraických systémech, zvláště na grupách a normovaných algebrách.

Snažili jsme se stručným popisem obsahu zdůraznit to, co bylo řečeno na začátku recense: jde o monografii, po které s užitkem sáhne topolog-specialista, jenž uvítá originální shrnutí látky doplněné mnohými původními výsledky, i topolog-začátečník, který v ní nalezne detailní rozbor základních topologických pojmů a metod.

Milan Sekanina, Václav Havel, Brno