Miloslav Jůza

Variétés qui sont généralisations des surfaces réglées

Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae, Vol. 1 (1960), No. 2, 14–16

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/104866`

Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae
1, 2 /1960/

VARIÉTÉS QUI SONT GÉNÉRALISATIONS DES SURFACES RÉGLÉES

Miloslav JŮZA, Praha

Dans l'espace projectif S_{nk+k-1} à $nk+k-1$ dimensions ayons des courbes $y_0(v)$, $y_1(v), \dots, y_n(v)$ telles que $[y_0, \dots, y_n, y_0', \dots, y_n', \dots, y_0^{(k-1)}, \dots, y_n^{(k-1)}] \neq 0$. Nous allons appeler variété non-développable $V_{n,kn+k-1}$ l'ensemble des points x qui sont de la forme $x = t^i y_i(v)$. Les courbes $y_i(v)$ seront appelées courbes directrices, les espaces $[y_0(v), \dots, y_n(v)]$ seront appelés / pour v fixe / espaces générateurs.

Ayons une telle variété $V_{n,kn+k-1}$. L'espace $[y_0(v_0), \dots, y_n(v_0), \dots, y_0^{(k-2)}(v_0), \dots, y_n^{(k-2)}(v_0), t^i y_i^{(k-1)}(v_0)]$ est nommé espace $(k-1)$-osculateur de $V_{n,nk+k-1}$ au point $t^i y_i(v_0)$. Une courbe $x = t^i(v) y_i(v)$ sur $V_{n,nk+k-1}$ est dite quasiasymptotique si son espace k-osculateur on chaque point $x(v_0)$ est plongé dans l'espace $(k-1)$-osculateur de $V_{n,nk+k-1}$ au point $x(v_0)$. Par chaque point de la variété, il passe une et une seule courbe quasiasymptotique.

Pour chaque $V_{n,nk+k-1}$ on peut choisir les courbes conduissantes de telle manière que les relations

/1/ $$[y_0, \dots, y_n, y_0', \dots, y_n', \dots, y_0^{(k-1)}, \dots, y_n^{(k-1)}] = \pm 1,$$

/2/ $$y_i^{(k)} = \sum_{l=0}^{k-2} \sum_{i,j=0}^{n} a_{i,l}^{j} \, y_j^{(l)}$$

aient lieu. Chaque tel système de courbes conduissantes sera appelé système normalisé. Choisissons un système normalisé de courbes conduissantes et définissons la fonction $j(v)$ par la formule

/3/ $$j = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^{n} a^{i}_{i,k-2}$$

et les nombres c^{j}_{i} par les formules

/4/ $$c^{j}_{i} = a^{j}_{i,k-2} - j\delta^{j}_{i} .$$

Alors, det (c^{j}_{i}) ne dépend pas du choix du système normalisé des courbes conduissantes sur $V_{n,nk+k-1}$, mais il change au changement du paramètre v. En cas général, on peut introduire le paramètre v de sorte que det $(c^{j}_{i}) = \pm 1$. Ce paramètre sera appelé arc projectif.

Supposons que les équations /2/ et /4/ aient lieu et que le paramètre v soit l'arc projectif. Soient $H(v)$, $H_l(v)$, $l = 0, 1, \ldots, k-3$, les homographies analytiques de l'espace $[y_0(v), \ldots, y_n(v)]$ telles que

$$H(v)\Big(\sum_{i=0}^{n} t^{i} y_{i}(v)\Big) = \sum_{i,j=0}^{n} c^{i}_{j}(v) t^{j} y_{i}(v),$$

$$H_l(v)\Big(\sum_{i=0}^{n} t^{i} y_{i}(v)\Big) = \sum_{i,j=0}^{n} a^{i}_{j,l}(v) t^{j} y_{i}(v).$$

Alors les homographies $H(v), H_0(v), \ldots, H_{k-3}(v)$ ainsi que la fonction $j(v)$ définie par /3/ ne dépendent pas du choix du système normalisé des courbes conduissantes et, au contraire, ces homographies et la fonction j déterminent une et une seule variété $V_{n,kn+k-1}$.

Les points de l'espace $[y_0(v), \ldots, y_n(v)]$ ou l'espace $(k-1)$-osculateur de $V_{n,kn+k-1}$ contient non seulement l'espace k-osculateur, mais aussi l'espace $(k+1)$-osculateur de la courbe quasiasymptotique qui passe par ce point, sont les points doubles de l'homographie $H(v)$ et seulement ces points ont cette propriété.

Ayons deux variétés non-développables $V_{n,2n+1}$, $\overline{V}_{n,2n+1}$ et une correspondance φ entre eux, dans laquelle les courbes quasiasymptotiques d'une variété correspondent aux courbes quasi-asymptotiques de l'autre variété, et les espaces générateurs correspondent aux espaces générateurs, cette correspondance entre les espaces générateurs étant homographique. La correspondance φ sera nommée déformation projective spéciale du second ordre si les homographies $K(v)$ de l'espace S_{2n+1} existent telles que les variétés $\varphi V_{n,2n+1} = \overline{V}_{n,2n+1}$, $K(v)\, V_{n,2n+1}$ ont un contact analytique du second ordre a chaque point $\varphi(x) = K(v)x \in [y_0(v), \dots, y_n(v)]$. On peut trouver que la correspondance φ est la déformation projective spéciale du second ordre si et seulement si dans cette correspondance l'arc projectif correspond a l'arc projectif et toutes les homographies analytiques $H(v)$ des espaces générateurs correspondants sont égales.