

# Aplikace matematiky

---

## Summaries of Papers Appearing in this Issue

*Aplikace matematiky*, Vol. 29 (1984), No. 5, (317c)–(317f)

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/104101>

### Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1984

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

SUMMARIES OF PAPERS APPEARING IN THIS ISSUE

(These summaries may be reproduced)

JÚLIUS CIBULA, Bratislava: *Equations de von Kármán. I. Résultat d'existence pour les problèmes aux limites non homogènes.* Apl. mat. 29 (1984), 317–332.

Dans l'article, on a défini une équation d'opérateur équivalent à la formulation variationnelle du problème. Les solutions de cette équation sont des points critiques de la fonctionnelle qu'elle porte le nom d'énergie totale de déformation. La fonctionnelle est coercive et faiblement séquentiellement semi-continue inférieure. Par le théorème de l'analyse fonctionnelle, on a obtenu le résultat d'existence pour le problème.

TERESA REGIŃSKA, Warszawa: *Convergence of approximation methods for eigenvalue problem for two forms.* Apl. mat. 29 (1984), 333–341.

The paper concerns an approximation of an eigenvalue problem for two forms on a Hilbert space  $X$ . We investigate some approximation methods generated by sequences of forms  $a_n$  and  $b_n$  defined on a dense subspace of  $X$ . The proof of convergence of the methods is based on the theory of the external approximation of eigenvalue problems. The general results are applied to Aronszajn's method.

SANJO ZLOBEC, Montreal: *Two characterizations of Pareto minima in convex multicriteria optimization.* Apl. mat. 29 (1984), 342–349.

Two conditions are given, each of which is both necessary and sufficient for a point to be a global Pareto minimum. The first one is obtained by studying programs where each criterion appears as a single objective function, while the second one is given in terms of a "restricted Lagrangian". The conditions are compared with the familiar characterizations of properly efficient and weakly efficient points of Karlin and Geoffrion.

WILLIAM J. LAYTON, Nijmegen: *An energy analysis of degenerate hyperbolic partial differential equations.* Apl. mat. 29 (1984), 350–366.

An energy analysis is carried out for the usual semidiscrete Galerkin method for the semilinear equation in the region  $\Omega$

$$(E) \quad (tu)_t = \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x) u_{x_i})_{x_j} - a_0(x) u + f(u),$$

subject to the initial and boundary conditions,  $u = 0$  on  $\partial\Omega$  and  $u(x, 0) = u_0$ . (E) is degenerate at  $t = 0$  and thus, even in the case  $f \equiv 0$ , time derivatives of  $u$  will blow up as  $t \rightarrow 0$ . Also, in the case where  $f$  is locally Lipschitz, solutions of (E) can blow up for  $t > 0$  in finite time.

Stability and convergence of the scheme in  $W^{2,1}$  is shown in the linear case without assuming  $u_{tt}$  (which can blow up as  $t \rightarrow 0$ ) is smooth. Convergence of the approximation to  $u$  is shown in the case where  $f$  is nonlinear and locally Lipschitz. The convergence occurs in regions where  $u(x, t)$  exists and is smooth. Rates of convergence are given.

ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ  
В НАСТОЯЩЕМ НОМЕРЕ

(Эти характеристики позволено репродуцировать)

JULIUS CIBULA, Bratislava: *Equations de von Kármán. I. Résultat d'existence pour les problèmes aux limites non homogènes*. Apl. mat. 29 (1984), 317—332.

Уравнения Кармана I. Теорема существования для неоднородных краевых задач.

В статье определено операторное уравнение, эквивалентное вариационной формулировке задачи. Решениями этого уравнения являются критические точки функционала энергии. Этот функционал коэрцитивен и слабо снизу непрерывен. Теорема существования для рассматриваемой задачи теперь вытекает из одной теоремы функционального анализа.

TERESA REGIŃSKA, Warszawa: *Convergence of approximation methods for eigenvalue problem for two forms*. Apl. mat. 29 (1984), 333—341.

Сходимость аппроксимационного метода для задачи о собственных значениях двух форм.

Статья посвящена аппроксимации задачи о собственных значениях двух форм в пространстве Гильберта  $X$ . Исследуются аппроксимационные методы, порождённые последовательностями форм  $a_n$  и  $b_n$ , определенных на плотном подпространстве пространства  $X$ . Доказательство сходимости этих методов основывается на теории внешних аппроксимаций задачи о собственных значениях.

SANJO ZLOBEC, Montreal: *Two characterizations of Pareto minima in convex multicriteria optimization*. Apl. mat. 29 (1984), 342—349.

Две характеристики минимумов Парето в выпуклых оптимизациях с несколькими критериями.

Даны два условия, каждое из которых необходимо и достаточно для того, чтобы данная точка была глобальным минимумом Парето. Первое условие получено изучением программ, в которых каждый критерий появляется в качестве единственной целевой функции, пока что другое дано в форме „ограниченного Лагранжиана”. Обе условия сравниваются с известными характеристиками действительных и слабых точек Карлина и Геоффриона.

JAROSLAV DITTRICH, Řež u Prahy: *On the topological charge conservation in the three-dimensional  $O(3)$   $\sigma$ -model*. Apl. mat. 29 (1984), 350—366.

О сохранении топологического заряда в трехмерной  $O(3)$ -сигма-модели.

Рассматривается поле трехкомпонентных единичных векторов в  $(2 + 1)$ -мерном пространстве-времени. Две конфигурации поля с различными топологическими зарядами нельзя соединить путем полевых конфигураций с конечным евклидовым действием. Начальная и конечная конфигурации предполагаются непрерывными на бесконечности. Асимптотическое поведение промежуточных конфигураций произвольно. Доказательство основано на свойствах степени отображения.

JAROSLAV DITTRICH, Řež u Prahy: *On the topological charge conservation in the three-dimensional  $O(3)$   $\sigma$ -model*. *Apl. mat.* 29 (1984), 367–371.

A field of three-component unit vectors on the  $2 + 1$  dimensional space-time is considered. Two field configurations with different values of the topological charge cannot be connected by the path of field configurations with a finite Euclidean action. Therefore there is no transition between them. The initial and final configurations are assumed to be continuous at infinity. The asymptotic behaviour of intermediate configurations may be arbitrary. The proof is based on the properties of the degree of mapping.

VÁCLAV DUPAČ, Praha, ULRICH HERKENRATH, Bonn: *On integer stochastic approximation*. *Apl. mat.* 29 (1984), 372–383.

Let  $M: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be observable, with experimental errors, at integer points only; unknown elsewhere. Iterative nonparametric procedures for finding the zero point of  $M$  are called procedures of integer stochastic approximation. Three types of such procedures (Derman's, Mukerjee's and the authors') are described and compared. A two-dimensional analogue of the third approach is proposed and investigated; its generalization to higher dimensions is conjectured.

MILAN PRÁGER, Praha: *The method of fictitious right-hand sides*. *Apl. mat.* 29 (1984), 384–389.

The paper deals with the application of a fast algorithm for the solution of finite-difference systems for boundary-value problems on a standard domain (e.g. on a rectangle) to the solution of a boundary-value problem on a domain of general shape contained in the standard domain. A simple iterative procedure is suggested for the determination of fictitious right-hand sides for the system on the standard domain so that its solution is the desired one. Under the assumptions that are usual for matrices obtained by discretization of elliptic boundary-value problems, the convergence of this procedure for all sufficiently small positive values of a parameter is proved. The method is illustrated by a simple numerical example (solution of the Poisson equation on an  $L$ -shaped domain).

WILLIAM J. LAYTON, Nijmegen: *An energy analysis of degenerate hyperbolic partial differential equations*. Apl. mat. 29 (1984), 367—371.

Энергетический анализ вырожденного гиперболического дифференциального уравнения в частных производных.

В статье проведен энергетический анализ обычного полудискретного метода Галеркина для полулинейного уравнения в области  $\Omega$

$$(E) \quad (tu)_t = \sum_{i,j=1}^n (a_{ij}(x) u_{x_i})_{x_j} - a_0(x) u + f(u),$$

с краевым и начальным условиями  $u = 0$  на  $\partial\Omega$  и  $u(x, 0) = u_0$ . Рассматриваемое уравнение вырождается для  $t = 0$  и поэтому даже в случае  $f \equiv 0$  функции  $u$  по времени могут быть неограниченными при  $t \rightarrow 0$ . Если  $f$  локально удовлетворяет условию Липшица, решения могут расходиться при  $t > 0$  в конечном времени.

В линейном случае доказываются устойчивость и сходимости в  $W^{2,1}$  без предположения гладкости производной  $u_{tt}$  (которая может быть неограниченной при  $t \rightarrow 0$ ). Сходимость аппроксимаций к  $u$  доказана для нелинейной функции  $f$ , локально удовлетворяющей условию Липшица. Сходимость имеет место в областях, в которых функция  $u(x, t)$  существует и является гладкой. Приведена также скорость сходимости.

VÁCLAV DUPAČ, Praha, ULRICH HERKENRATH, Bonn: *On integer stochastic approximation*. Apl. mat. 29 (1984), 372—383.

О целочисленной стохастической аппроксимации.

Пусть функция  $M : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  наблюдаемая (с экспериментальной ошибкой) только в целочисленных точках и за исключением этого неизвестна. Итерационные непараметрические процедуры для отыскания нуля функции  $M$  называются процедурами целочисленной стохастической аппроксимации. Описываются и сравниваются три типа таких процедур: Дэрмана, Мукерджи и авторов статьи. Предлагается и исследуется двухмерный аналог третьего подхода. Намечено также его обобщение для многомерного случая.

MILAN PRÁGER, Praha: *The method of fictitious right-hand sides*. Apl. mat. 29 (1984), 384—389.

Метод фиктивных правых частей.

Исследуется применение быстрого алгоритма решения систем разностных уравнений для краевых задач на стандартной области (напр. на прямоугольнике) к решению краевой задачи на области общего вида, лежащей внутри стандартной области. Предлагается простой итерационный метод для определения фиктивных правых частей для системы на стандартной области так, чтобы ее решение было искомым решением. При предположениях, которые выполняются для матриц полученных при дискретизации краевых задач эллиптического типа, доказана сходимость метода для достаточно малых положительных значений параметра. Метод иллюстрирован простым численным примером решения уравнения Пуассона на области формы  $L$ .