

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 25 (1980), No. 1, 73–76

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103838>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1980

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*Bedřich Pondělíček: ALGEBRAICKÉ STRUKTURY S BINÁRNÍMI OPERACEMI.* SNTL Praha, 1977, Stran 255, cena 22 Kčs.

Podle slov autora bylo jeho hlavním cílem, aby knížka dala čtenáři, který proniká poprvé do tajů matematiky, určitý elementární nadhled na základní algebraické struktury, jako jsou grupoidy, pologrupy, grupy, okruhy, tělesa, moduly, lineární prostory a lineární algebry. Autor, zřejmě zkušený pedagog, je si velmi dobře vědom toho, že i při abstraktních úvahách je vhodné mít na paměti zásadu názornosti. Proto je v knížce uvedeno celkem 172 ilustrativních příkladů (další jsou zadány ještě jako cvičení) na celkový počet 130 definic, resp. 233 vět. Každý čtenář má tak možnost vytvořit si k předkládaným abstraktním pojmům vždy jistou konkrétní představu.

Druhou předností knížky, kterou ocení i zkušenější čtenáři, je to, že každá z pěti kapitol je ukončena tzv. závěrem. Tyto závěry obsahují jednak historické poznámky, jednak některé poslední výsledky a zejména pak některé možnosti aplikace předkládané algebraické teorie, a to buď v jiných matematických nebo i technických disciplínách. V závěrech se najdou i poznámky o některých moderních vědeckých disciplínách, které se bouřlivě rozvíjejí právě v této době.

Z toho co bylo řečeno vyplývá, že publikace je vhodná pro široký kruh technických pracovníků, matematiků-nespecialistů v algebře, posluchačů vysokých škol i pro dálkově nebo postgraduálně studující. Je vhodná pro čtenáře s ukončeným středoškolským vzděláním, a to jak technickým, tak i netechnickým. Knížka by se dala docela dobře použít dokonce i při vyučování na našich čtyřech specializovaných gymnáziích (v Praze, Bílovci, Bratislavě a v Košicích), a to v matematických seminářích, které na těchto školách mají v rozvrhu výuky třídy s matematickým zaměřením.

*Josef Zedník*

*THEORETICAL IMMUNOLOGY* (ed.: G. I. Bell, A. S. Perelson, G. H. Pimbley Jr.). Marcel Dekker, New York—Basel 1978, xi + 646 str., cena SFr 128,—.

Imunologie patří mezi nejbouřlivěji se rozvíjející vědní obory tohoto století, zejména posledních dvou nebo tří desetiletí. Její rozvoj je doprovázen (podobně jako u jiných biologických disciplín) rovněž stále širším užíváním matematického aparátu při formálním popisu studovaných biologických procesů i při řešení různých problémů, jež při studiu imunitních dějů vznikají. Tato situace byla podnětem ke vzniku recenzované knihy — souboru 21 studií o různých aspektech tzv. teoretické imunologie (kterou se rozumí obor, zabývající se tvorbou a rozvíjením teorií o podstatě a průběhu dějů, jež na biologických objektech objevuje a studuje experimentální imunologie; do teoretické imunologie zahrnují vydavatelé sborníku jak teorie nematematické tak teorie podstatně využívající matematických prostředků).

Knihy je rozdělena do sedmi částí:

První část, nazvaná *Historický přehled*, obsahuje jedinou kapitolu — „Historický úvod do teoretické imunologie“ (G. I. Bell a A. S. Perelson) — podávající (ne zcela úplný) přehled o nematematických i matematických imunologických teoriích, a na závěr přináší velmi cenný (ale ovšem neúplný) bibliografický přehled zejména matematických prací zabývajících se imunologickými teoriemi (téměř 160 citací).

Druhá část, *Filosofie teoretické imunologie*, přináší dvě úvahy renomovaných imunologů (A. J. Cunningham, F. M. Burnet) o rozvoji některých imunologických teorií; obě práce upozorňují na složitost biologických systémů (prvá práce je uvedena Aristotelovým výrokem, že celek je víc než součet částí).

Třetí část, nazvaná *Analýza experimentálních technik*, obsahuje rovněž dvě práce, zabývající se dvěma (z mnoha) experimentálními metodami, jichž současná experimentální imunologie používá — plakovou technikou (B. Goldstein) a inhibicí migrace (R. Nossal); je studován především vliv změn fyzikálních podmínek experimentů na průběh procesů, jež jsou těmito metodami experimentálně sledovány, a jsou odvozeny rovnice umožňující přesnější interpretaci experimentálních výsledků.

Čtvrtá část — *Interakce antigenu s protilátkami a buňkami* — obsahuje čtyři práce (K. A. Ault a E. R. Unanue, A. S. Perelson, Ch. DeLisi, J. K. Inman); matematicky formulovány a řešeny jsou problémy v práci Perelsonově (rozdělení receptorů na povrchu B-buňky) a DeLisiově (fyzikálně-chemické aspekty selekce buněk v imunitní odpovědi).

Pátá část — *Interakce mezi B-buňkami a makrofágy* — obsahuje tři práce (M. Feldman, R. W. Dutton a S. L. Swain, G. I. Bell), z nichž žádná nemá matematický charakter.

Šestá část je nazvána *Modely dynamiky buněčných populací* a je nejrozsáhlejší — obsahuje šest prací (C. Bruni et al., R. R. Mohler et al., P. Waltman, G. H. Pimbley Jr., R. Lefever a R. Garay, R. Aris) — a matematicky nejzajímavější. Populace různých typů buněk účastnicích se imunitních procesů jsou modelovány (za různých předpokladů o průběhu a podstatě těchto procesů) pomocí systémů diferenciálních, diferenciálně-integrovaných a integrovaných rovnic.

Závěrečná část, nazvaná *Teorie sítě lymfocytů*, obsahuje tři práce (P. H. Richter, G. W. Hoffmann, G. Adam), které rozvíjejí dříve publikované práce matematického charakteru.

Kniha má interdisciplinární ráz — je psána odborníky různých profesí a odborníkům různých profesí je rovněž určena — biologům, biofyzikům, biochemikům a matematikům.

Pokus jde o matematický aparát, bylo jen v omezené míře použito něco jiného než soustav diferenciálních rovnic; poněkud zarazí, že je téměř pomínut stochastický charakter modelovaných procesů, ačkoliv je z experimentální praxe dobře znám. (Tato poznámka se týká především prací zabývajících se dynamikou buněčných populací. Jde ovšem o procesy velmi složité, u kterých i při modelování pomocí soustav diferenciálních rovnic někdy dochází k značným nesnázím.)

Výsledky, jež kniha přináší, jsou velmi užitečné, ale nejsou a nechťejí být konečné; je to sborník prací, psaných za pochodu, a podávajících dosti dobrý obraz o tom, co bylo do dnešního dne vykonáno. Z porovnání jednotlivých prací vyplývá, kde se jednotlivé teorie od sebe více či méně liší (a těch rozdílů je zatím dost, ačkoliv skutečnost je jenom jedna). Sborník tak dává podněty k další práci jak experimentátorům — ukazuje, na co by se měla další práce v laboratořích zaměřit — tak teoretikům — z knihy je patrné, co dosud vyřešeno (nebo dokonce ani řešeno) nebylo.

Miloš Jílek

*Henry Görtler: DIMENSIONSANALYSE. Theorie der physikalischen Dimensionen mit Anwendungen. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1975. IX + 247 stran, 14 obr. Cena DM 58.*

Zatímco v četných publikacích o rozměrové analýze, fyzikální podobnosti a fyzikálních modelech se hlavně rozvíjejí aplikace plynoucí z vlastností fyzikálního rozměru veličin, soustřeďuje se prof. Görtler především na základní pojmy a věty tohoto oboru. Jeho kniha je kromě toho pozoruhodná i svou didaktickou úrovní a historickými poznámkami.

V úvodní 1. kapitole autor na výrazných příkladech dokládá, jak překvapivě mnoho fyzikální informace lze získat na základě rozměru veličin vystupujících v daném problému. Také však uka-

zuje na nejasnosti a mezery v běžných výkladech o rozměru. (Například: má-li rychlost  $v$  rozměr  $LT^{-1}$ , jaký rozměr má  $\log v$ ?)

Další dvě kapitoly jsou věnovány pojmu fyzikální veličiny v souvislosti s měřením a dále vlastnostem funkcí, které mohou vyjadřovat vztahy mezi fyzikálními veličinami. (Jsou to tzv. rozměrově homogenní funkce.) Na základě tří jednoduchých axiomů a tří dodatečných metrických konvencí je tu podána značně precizní (a zčásti původní) teorie fyzikální veličiny, soustavy základních veličin, fyzikálního vztahu a fyzikálního rozměru. Hlavní výsledky jsou ovšem známé: poměr dvou hodnot téže veličiny nezávisí na volbě jednotek; rozměr veličiny má tvar součinu mocnin, např.  $L^a M^b T^c$ . Přínos je např. v logické výstavbě teorie a v zeslabení zbytečně silných předpokladů v některých důkazech. Důsledně je uplatněn maticový formalismus, jehož elegance vynikne mj. při přechodu k soustavě o jiném počtu základních veličin. (Ani pro mechaniku to nemusí být právě tři veličiny — viz str. 31; 112; 204.) Stojí za zmínku, jak autor chápe fyzikální rovnice: „Vyjadřují vztahy mezi veličinami a jsou to rovnice mezi číselnými hodnotami“ (str. 62). V tomto pojetí není ovšem důvodu znepokojovat se nad rozměrem výrazu  $\log v$ . Görtler také nepotřebuje „algebru veličin“, v níž by se veličiny nebo jednotky násobily reálnými čísly (viz str. 81, 84). Nedávné pokusy v tom směru (W. Quade, H. W. Alten 1971–2, viz str. 62) nedospěly k potřebné obecnosti, nepřipouštějí např. lomené exponenty běžné u elektrostatických veličin v soustavě cgs.

Základní věta rozměrové analýzy,  $\Pi$ -teorém, je tématem teprve 4. kapitoly. Týká se obecného vyjádření fyzikálního vztahu pomocí bezrozměrných veličin. Görtler se podrobně zabývá různými formulacemi, důkazy, interpretací i důsledky. Pozoruhodné jsou historické poznámky (str. 154–161). Postřeh, že do poměru lze uvést jen „stejnorodé“ veličiny, je znám už ze starověku (Theon ze Smyrny). Pojem fyzikálního rozměru je doložen u Fouriera (1822), užití bezrozměrných veličin u Helmholtze (1873) a Reynoldse (1883);  $\Pi$ -teorém — zvaný často teorém Bridgmanův\*) i jinak — formuloval jako první patrně Francouz A. Vaschy (1890). K precizování a důkazu přispěla pak ještě řada autorů, citované práce sahají do r. 1957.

V poslední, 5. kapitole je nejprve na četných příkladech ilustrováno užití vyložené teorie a dále jsou stručně objasněny základní myšlenky teorie modelů a fyzikální podobnosti (s výběrem monografií v pěti světových jazycích, str. 232). Závěr upozorňuje na další zobecnění pojmu podobnosti a  $\Pi$ -teorému, včetně užití grupy transformací.

Recenzovaná kniha vyrostla z přednášek prof. Görtlera na univerzitě ve Freiburgu (NSR). Je psána už pro mírně pokročilé posluchače aplikované matematiky, fyziky a inženýrských oborů; potřebné matematické prostředky jsou vyloženy přímo v textu (např. maticový počet ve 3. kapitole), studium je nicméně dosti náročné na abstraktní myšlení. Lze očekávat, že publikace — vyšlá v řadě Ingenieurwissenschaftliche Bibliothek — bude zajímavá a užitečná pro specialisty a posluchače oborů, v nichž se využívá fyzikální podobnosti a pokusů s modely, ale i pro všechny zájemce o hlubší a důkladnější pochopení základních otázek kolem rozměru fyzikálních veličin.

Václav Frei

\*) V historii matematiky platí prý tato základní věta: „Věta, která nese jméno původce, pochází od někoho jiného“.

A. N. Shirayev: OPTIMAL STOPPING RULES. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin 1978, Applications of Mathematics sv. 8. X + 217 stran, 7 obrázků. Cena DM 54,—.

Problém optimálního zastavení je tato úloha: Máme homogenní Markovovu posloupnost nebo Markovův proces  $(x_t, \mathcal{F}_t, P_x)$  a funkci  $g(x)$  na stavovém prostoru. Jest naléztí konečný markovský čas  $\tau$  vzhledem k  $\mathcal{F}_t$  tak, aby  $E_x g(x_\tau)$  bylo maximální. První kapitola knihy obsahuje přehled potřebných pojmů z teorie náhodných procesů. Kapitola 2 je věnována posloupnostem. Teorie jejich optimálního zastavení je založena na třech myšlenkách: 1. Napočítávání výplatní funkce  $s(x)$  pomocí rekurentního vztahu

$$s_n(x) = \max \{g(x), E_x s_{n-1}(x_1)\},$$

běžného dnes v dynamickém programování, ale uvedeného již A. Waldem. 2. Funkce  $s(x)$  je nejmenší majorantou funkce  $g(x)$  splňující  $s(x) \geq E_x s(x_1)$  (excesivnost). Význam excesivnosti pro teorii zastavení byl zdůrazněn zejména E. B. Dynkinem. 3. Oblastí zastavení trajektorie je množina  $g(x) = s(x)$ . Ověření podmínek použitelnosti těchto názorných principů a jejich podrobná analýza s přesnými důkazy vyžaduje téměř devadesátistránkovou kapitolu. Další kapitola pojednává o zastavení procesů, jejichž spojitý časový parametr zvyšuje nároky na čtenářovu erudici. Principy 1, 2 bychom zde mohli vyjádřit heuristicky pomocí diferenciálů. V exaktní teorii se místo nich uplatní charakteristický operátor procesu. Užití tohoto operátoru na princip 3 vede k zobecnění Stefanovy úlohy s volnou hranicí. Pozornost je věnována též  $\varepsilon$ -optimálním pravidlům zastavení. Kapitola 4 obsahuje dvě aplikace předložené teorie jednak ve Waldově sekvenční analýze, jednak v úloze o změně trendu a to pro posloupnosti a pro Wienerův proces. Tyto příklady ukazují na význam optimálního zastavení. V kapitole 2 je rovněž řešena známá úloha o sekretářce a jsou uvedeny příklady konstrukce excesivních funkcí.

Publikace je překladem, nikoliv zcela uspokojivým, druhého ruského vydání. Prvé vyšlo v roce 1969, bylo přepracováno a rozšířeno. Kniha zdůrazňuje matematickou problematiku teorie optimálního zastavení a jistě se stane základním referenčním dílem v této oblasti.

*Petr Mandl*

N. N. Beková, D. I. Golenko: STATISTICKÉ OPTIMALIZAČNÍ METODY V HOSPODÁŘSKÉ PRAXI. SNTL Praha 1978. Z ruského originálu Statističeskije metody optimizacij v ekonomičeskich issledovanijach (Statistika, Moskva 1971) přeložil V. Klusoň. 132 stran, 14 obrázků, 1 tabulka. Cena Kčs 14,—.

Publikace je určena pracovníkům hospodářských organizací a výzkumných ústavů, studujícím a účastníkům postgraduálních kursů vysokých škol s ekonomickým zaměřením. Její autoři se v ní snaží přiblížit čtenáři méně známé metody pro vyhledávání optimálních řešení. Poukazují na přednosti těchto metod při řešení složitých úloh ekonomické praxe.

Druhá, nejobsáhlejší kapitola pojednává o vybraných typech statistických optimalizačních metod; stručně se dotýká otázek efektivity a pravidla pro ukončení výpočtu a odkazuje na literaturu. (Jedinou výjimkou je stručný výklad o generování náhodných čísel s různými rozděleními, kde citace chybí.) Čtenář, který zná deterministické optimalizační metody, zde získá úvodní informaci, která však vzhledem k malému rozsahu celé knížky nejde příliš do hloubky.

Zbývající tři kapitoly jsou věnovány třem skupinám úloh, kde se mohou statistické optimalizační metody efektivně uplatnit. Jde o systémy hromadné obsluhy (kapitola 3), síťové modely (kapitola 4) a kalendářní plánování (kapitola 5). Výklad je zaměřen na konkrétní příklady využití těchto metod v praxi a obsahuje celou řadu numericky řešených zajímavých příkladů, např. model železničního nákladového nádraží, model válcovací tratě, obsluha cisternových vozů, optimální rozpis obrábění, které dokazují aktuálnost problematiky.

*Jitka Dupačová*