RECENZE

Harold M. Edwards: FERMAT'S LAST THEOREM. A Genetic Introduction to Algebraic Number Theory. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1977.

Je málo problémov v matematike, ktoré by boli zaujali matematickú i laickú verejnosť tak intenzívne ako problem, ktorý z istých historických dôvodov sa nazýva poslednou (alebo aj veľkou) Fermatovou vetou. Ide o hypotézu, podľa ktorej diofantická rovnica

$$x^n + y^n = z^n, \tag{1}$$

n celé >2, nemá riešenie v prirodzených číslach x, y, z.

Poznamenajme, že pri $n = 2$ je rovnica (1) riešiteľná a tento fakt bol známy už matematikom starogréckej školy.

Elementárnymi prostriedkami možno dokázať, že rovnica (1) nemá riešenie ak $n = 4$ (vždy máme na mysli riešenie v prirodzených číslach x, y, z). Z toho ľahko vyplýva, že (1) nemá riešenie, ak číslo n je deliteľné číslom 4. Vo všeobecnosti ak (1) nemá riešenie pri $n = m \geq 3$, tak nemá riešenie pri žiadnom takom čísle n, ktoré je deliteľné číslom m. Z toho a z faktu, že každé prirodzené číslo väčšie než 2 je deliteľné buď číslom 4 alebo nejakým nepárnym prvočíslom, vyplýva, že k dôkazu platnosti poslednej vety Fermatovej stačí overiť jej platnosť pre nepárne prvočíselné exponenty n.

Hlavný cieľ knihy spočíva v podaní súčasného stavu Kummerovej teórie divizorov, ktorá prináša overenie platnosti poslednej vety Fermatovej pre tzv. regulárne prvočísla. Tak nazývame také prvočísla $p > 2$, ktoré nie sú deliteľmi čitateľov Bernoulliho čísel $B_2, B_4, \ldots, B_{p-3}$.

Kniha sa člení na deväť kapitol, jednotlivé kapitoly na odseky. Na konci každého odseku sa nachádza množstvo příkladov, problémov, určených na hĺbavejšie osvojenie látky.

Prvé tri kapitoly sú elementárnej povahy. Prvá je venovaná dedictvu po Fermatovi. Je v nej podrobne vyložená aj história poslednej Fermatovej vety a pravdepodobný pôvod názvu tejto hypotézy. Druhá kapitola sa zaoberá niektorými Eulerovými výsledkami, ktoré súvisia s tematikou knihy. Tretia kapitola má názov: Od Eulera ku Kummerovi. Je v nej vyložený I. a II. prípad Fermatovej vety a niektoré výsledky, ktoré sa týkajú tohoto rozčlenenia problému. Štvrtá kapitola obsahuje vlastnú Kummerovu teóriu divizorov. Je v nej vyložená aritmetika cyklotomických čísel, potrebná v ďalšom. Zavŕšením piatej kapitoly je dôkaz spomínanej Kummerovej vety o platnosti poslednej Fermatovej vety pre regulárne prvočíselné exponenty n. V tejto súvislosti poznamenajme, že ide o potvrdenie platnosti poslednej vety Fermatovej len pre konečný počet prvočísel n. Doteraz nie je známy výsledok, ktorý by potvrdil platnosť poslednej Fermatovej vety pre nekonečne mnoho prvočíselných exponentov. Šiesta kapitola obsahuje odvodenia formúl, v ktorých vystupuje počet tried ekvivalencie divizorov.

Posledné tri kapitoly sú venované niektorým takým partiám teórie čísel, ktoré úzko súvisia s poslednou Fermatovou vetou. Siedma kapitola sa zaoberá teóriou divizorov pre kvadratické celé čísla. Ôsma kapitola obsahuje Gaussovu teóriu binárnych kvadratických foriem. Deviata kapitola je venovaná odvodeniu Dirichletovej formuly pre počet tried divizorov. Appendix obsahuje výklad niektorých takých poznatkov z teórie čísel, ktorých znalosť je potrebná pri štúdiu knihy.

Množstvo cvičení, ktoré sa v knihe nachádzajú, je doplnené výsledkami cvičení na konci knihy.

Zoznam literatúry obsahuje citáciu viac než 80 prác z tejto oblasti.

Autor pri spracovaní knihy sa hlási k tzv. genetickej metóde. V úvode knižky venuje dosť miesta na objasnenie rozdielu medzi genetickou a historickou metódou. Za súčasť genetickej metódy pokladá autor riešenie veľkého počtu úloh, často numerickej povahy. Tomu odpovedá aj skladba cvičení za jednotlivými odsekmi.

Autorova metóda spracovania tematiky vedie k tomu, že každá nadhodená otázka sa skúma v jej historickom vývoji od jej vzniku až do dnešných čias, samozrejme len pri skúmaní podstatných prínosov k otázke. Tento spôsob spracovania tematiky zapríčiňuje, že štýl knihy sa značne odlišuje od štandartného matematického štýlu, ktorý sa zaužíval v posledných desaťročiach. Azda druh tematiky, ktorej je kniha venovaná, túto skutočnosť vyvoláva a aj vyžaduje. Nepochybne tento štýl prispieva k pútavosti diela a poskytuje pekný zážitok pri čítaní knihy i takým čitateľom, ktorí sa zaujímajú len o historickú stránku vecí.

Celkove možno povedať, že kniha svojím spracovaním vychádza v ústrety čitateľom, ktorí majú záujem o tematiku len z historického hľadiska a tiež čitateľom, ktorí sa o tematiku hlbšie zaujímajú a jej štúdiom chcú si osvojiť niektoré základné metódy algebraickej teórie čísel.

Knižka vhodne dopĺňa existujúcu matematickú literatúru z tejto oblasti. Spomedzi diel z tejto oblasti spomeňme aspoň vynikajúcu knižku Z. I. Boreviča a I. R. Šafareviča (Teorija čisel. II. vyd. Nauka, Moskva, 1972), ktorá je však značne širšie zameraná.

Tibor Šalát

M. H. Protter, C. B. Morrey, jr: A FIRST COURSE IN REAL ANALYSIS. Springer-Verlag, New York—Heidelberg—Berlin, 1977, cena $ 18.80.

Záměrem autorů této knihy, která vychází v serii „Undergraduate Texts in Mathematics", bylo patrně napsat učebnici matematické analýzy, která by kromě základů početní techniky poskytovala čtenáři i slušný teoretický základ. Jak napovídá název, neobsahuje kniha žádné příliš hluboké výsledky, které by svou obtížností mohly studentům komplikovat život. Pro posouzení šíře spektra látky, kterou autoři zahrnuli do textu, poslouží nejlépe výčet kapitol; pro zajímavost uvádím i počet stránek a počet cvičení v každé kapitole. Obsah: 1. Reálná čísla (30; 83). 2. Spojitost a limity (29; 87). 3. Základní vlastnosti funkcí na R^1 (24; 63). 4. Derivování-elementární teorie (14; 39). 5. Integrace-elementární teorie (32; 48). 6. Metrické prostory a zobrazení (43; 104). 7. Derivování v R^n (21; 31). 8. Integrace v R^n (17; 30). 9. Nekonečné posloupnosti a řady (53; 144). 10. Fourierovy řady (19; 32). 11. Funkce definované pomocí integrálu (18; 51). 12. Funkce s konečnou variací a Riemannův-Stieltjesův integrál (22; 30). 13. Kontrahující zobrazení a diferenciální rovnice (10; 17). 14. Věty o implicitních funkcích a diferencovatelná zobrazení (33; 50). 15. Funkce na metrických prostorech (39; 48). 16. Teorie pole: Greenova a Stokesova věta (79; 125). Text je dále doplněn dodatky: 1. Absolutní hodnota (4; 24). 2. Řešení nerovností rozkladem na na činitele (4; 25). 3. Rozvoje reálných čísel při libovolném základu (4; 3). 4. Vektory v E^n (8; 0).

Přirozeným srovnávacím měřítkem může být pro českého čtenáře známá Jarníkova učebnice (Diferenciální počet I, II a Integrální počet I, II), která výběrem látky tuto knihu až na malé výjimky pokrývá. Srovnání je pro nás velmi uspokojivé po všech stránkách (snad až na kvalitu papíru); prosím čtenáře, aby si uvědomil příslušné Δt odpovídající vzniku obou těchto učebnic.

S trochou optimismu lze říci, že autoři knihy nepředpokládají u čtenáře více než by měl znát dobrý středoškolák u maturity. Výklad je dosti podrobný, věty a jejich důkazy jsou víceméně standardní až klasické, cvičení nejsou příliš obtížná. Eventuální čtenář by si mohl pro zajímavost přečíst kromě poslední kapitoly např. paragraf o Jordanově objemu nebo partii o číselných řadách (mimochodem, v knize se pracuje pouze s Riemannovým, resp. Riemannovým-Stieltjesovým integrálem).

Jiří Veselý

Walter Rudin: ANALÝZA V REÁLNÉM A KOMPLEXNÍM OBORU. Academia Praha 1977, 464 stran, 31 Kčs. Z angličtiny přeložili Ivan Netuka a Jiří Veselý.

Vynikající kniha, napsaná předním americkým matematikem, který je i úspěšným pedagogem. Nejedná se o kurs analýzy pro začátečníky, ale o originální výběr i zpracování látky, přednášené zhruba od 4. semestru univerzitního studia: abstraktní integrace, míra, prostory L^p, Hilbertův prostor, Banachovy prostory, komplexní míra, derivování měr, Fourierova transformace, holomorfní funkce, harmonické funkce, aproximace racionálními funkcemi a polynomy, konformní zobrazení, nekonečné součiny, analytické pokračování, prostory H^p, Banachovy algebry.

V každé z dvaceti kapitol dokazuje W. Rudin hluboké věty, patřící ke standardní výzbroji moderní matematické analýzy, demonstruje jejich sílu a v problémových cvičeních pak vede čtenáře k samostatnému rozvíjení osvojených poznatků. Přitom je velkorysý: nechává stranou mnoho vět a větiček, které by na cestě k vrcholům rozptylovaly pozornost, proto kniha není encyklopedií, ale spíše výkladní skříní úspěchů abstraktního pojetí analýzy. Čtenář tak v krátkém čase obsáhne z nadhledu značnou část matematiky. V souladu s tendencemi, směřujícími k jediné matematice, zaniklo v Rudinově knize tradiční rozdělení na reálnou analýzu „ošklivých" funkcí a na komplexní analýzu „pěkných" funkcí, zároveň se silně prohloubila souvislost s funkcionální analýzou. V tomto směru patří Rudinova kniha k prvním ve světě, v české literatuře je první. Pro budoucí autory učebnic analýzy je laťkou, nastavenou hodně vysoko.

Český překlad vychází z druhého (zlepšeného) vydání „Real and Complex Analysis", McGraw-Hill 1974, a jeho jazyk, stejně jako Rudinův, je srozumitelný, přesný, nikoli však puntičkářský. Celý překlad je proveden krajně pečlivě, takže je lepší nebo roven originálu.

Nakladatelství Academia patří dík za vydání této knihy a ministerstvu školství uznání za dotaci, která snížila plánovanou cenu této vysokoškolské učebnice na polovinu.

Zdeněk Vlášek

W. Fleming: FUNCTIONS OF SEVERAL VARIABLES. 2. vydání, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1977 (96 obrázků, 411 str., cena 41 DM).

Flemingova kniha představuje pěknou, srozumitelně, přesně a moderně psanou učebnici diferenciálního a integrálního počtu v euklidovských prostorech. Kromě partií, které jsou běžně zařazovány do kurzovních přednášek na našich univerzitách, obsahuje kniha výklad teorie k-rozměrné integrace v n-rozměrném prostoru. Případu $k < n$ je věnována třetina textu.

Učebnice je psána velmi podrobně. Od čtenáře se předpokládá pouze znalost zcela základních pojmů z matematické analýzy a lineární algebry. Ve skutečnosti jsou však všechny pojmy, s nimiž se pracuje, v knize připomenuty. Materiál obsažený v prvních pěti kapitolách je z velké části standardní. Je uvedena axiomatika reálných čísel (existence a jednoznačnost množiny reálných čísel dokazována není), jsou dokázány základní poznatky o n-rozměrném euklidovském prostoru (v knize se užívá označení E^n). Hezky je zpracován odstavec o konvexních množinách. Při studiu spojitosti a limity zobrazení z E^n do E^m je v definicích uplatňováno „topologické" hledisko. Topologické vlastnosti E^n jsou rozebrány podrobně, obecným topologickým prostorům, normovaným a metrickým prostorům není věnováno mnoho místa. Jsou ovšem uvedeny definice a dokázány nejzákladnější poznatky. Jeden odstavec se týká neeuklidovských norem v E^n. Tyto otázky se přecházejí v mnoha jiných učebnicích příliš rychle. Diferenciální počet vychází z pojmu diferenciálu jako aproximujícího lineárního zobrazení. Diferenciály vyššího řádu nejsou definovány, pracuje se s funkcemi třídy C^q. Věta o záměnnosti druhých derivací je dokázána za předpokladu, že obě smíšené derivace jsou spojité. Zmínka je věnována funkcím třídy C^∞ a reálně-analytickým funkcím. Bez důkazu je uvedena Whitneyova věta o rozšíření. Relativní extrémy jsou studovány pomocí Hessiánu, je charakterizována třída konvexních funkcí. Věta o inverzním zobrazení je základem důkazu věty o implicitních funkcích. Variety dimenze $r < n$ v E^n jsou definovány lokálně pomocí rovnice $F(x) = 0$, kde $F = (F^1, \ldots, F^{n-r})$ je hladké zobrazení. Věta o vázaných extrémech je mj. aplikována na problém vlastních čísel matice.

Lebesgueova míra se buduje jako rozšíření objemu z konečných sjednocení intervalů (nejprve na kompaktní a otevřené množiny, potom se definuje vnitřní a vnější míra). Lebesgueův integrál se zavádí obvyklým způsobem (jednoduché funkce). Fubiniova věta a věta o substituci jsou podrobně dokázány.

Kapitola 6 pojednává o křivkovém integrálu spojité diferenciální formy podél hladké křivky v E^n. Jsou dokázány základní vlastnosti včetně nezávislosti integrálu na cestě. Tato kapitola je vlastně přípravou ke kapitole 8 s názvem Vnější algebra a diferenciální počet. V ní se vykládá teorie diferenciálních forem. Speciální případ $n = 3$ dává výsledky známé z vektorové analýzy.

Hlavním výsledkem poslední kapitoly je Stokesova věta. Té předchází ovšem zavedení integrálu diferenciální formy na varietě a také řady pojmů, které svým charakterem spadají do diferenciální geometrie. Gaussova-Greenova věta je dokázána před Stokesovou větou. Hranice se předpokládá C^1, forma třídy C^1 na okolí uzávěru uvažované množiny. Na konci osmé kapitoly jsou studovány uzavřené a exaktní diferenciální formy.

Kniha je napsána pečlivě a výklad je velmi podrobný. Hodně místa je věnováno motivaci a geometrické interpretaci. V posledních kapitolách, kde je probírána dosti abstraktní látka, jsou rozebrány speciální případy a výsledky jsou konfrontovány s klasickým zápisem formulí vektorové analýzy. Na mnoha místech je v knize zařazena fyzikální interpretace zavedených pojmů a dosažených výsledků, což považuji za velkou přednost. Význam publikace zvyšuje řada ilustrativních příkladů, které jsou probrány v textu a 550 cvičení uvedených za jednotlivými odstavci. Výsledky většiny těchto cvičení jsou zařazeny na konci knihy.

Ivan Netuka

DIFFERENTIAL GAMES AND CONTROL THEORY II. Proceedings of the Second Kingston Conference (Diferenciální hry a teorie řízení), vydali Emilio O. Roxin, Pan-Tai Liu, Robert L. Sternberg. Marcel Dekker, Inc., New York—Basilej 1977, XII + 485 stran, 28 obrázků. Cena SFr 115,—.

Kniha je sborníkem konference o stochastických problémech diferenciálních her a teorie řízení, konané v roce 1976 v Kingstonu v americkém státě Rhode Island. Obsahuje přehledovou práci T. Parthasarathyho a M. Sterna o markovských hrách a z oblasti teorie her devět příspěvků, jejichž témata jsou: existence Nashova rovnovážného bodu ve stochastických diferenciálních hrách, existence sedlového bodu, hry s časy zastavení, diferenciální hry na bodových procesech, hry popsané parciálními diferenciálními rovnicemi, úlohy o pronásledování a informace v diferenciálních hrách. Do oblasti teorie řízení spadá devět příspěvků. Pojednávají zejména o zobecněných řešeních ve stochastických úlohách optimálního řízení, o užití martingalových metod spolu s metodami dynamického programování, o řízení procesů popsaných Itôovými rovnicemi s markovskými změnami parametrů a o stabilizaci dynamických soustav při náhodných poruchách. Z témat pěti příspěvků aplikačního charakteru uveďme optimální exploataci loviště ryb, problémy ekonomického využívání zdrojů a otázky realizace filtrů.

Mezi autory jsou: G. Leitmann, W. H. Fleming, A. Bensoussan, J. L. Lions, R. S. Bucy a A. V. Balakrishnan. Kniha svědčí o tom, že konference měla dobrou úroveň a dává nahlédnouti do tématiky, která je nyní v teorii her a v pravděpodobnostní teorii řízení aktuální.

Petr Mandl

Werner Dück: DISKRETE OPTIMIERUNG. Akademie-Verlag. Berlin 1977. Počet stran 139.

Kniha má popularisační charakter a jejím účelem je zřejmě podat nejzákladnější informace o diskretním programování a jeho aplikačních možnostech v ekonomii. Uvádí především určitý soubor praktických ekonomických problémů, vedoucích k problému diskretní optimalisace a upozorňuje na metody, které jsou pro ten který typ vhodné. Příslušné matematické výpočetní metody nejsou popsány s matematickou exaktností, jsou jen naznačeny v základní myšlence s odkazy na literaturu. Čtenář, který má zájem o matematické modelování konkretních ekonomických jevů, o teorii a metody diskretního programování, resp. o aplikaci těchto metod v konkretních případech, musí však sáhnout po jiné odborné literatuře (která je již dnes velmi rozsáhlá). Kniha je tedy vhodná jako první informace o diskretním programování, především pro ekonomy, kteří mají určité elementární znalosti z matematického programování, není však vhodná pro matematiky a ostatní odborné pracovníky, kteří mají zájem proniknout do příslušné problematiky.

Libuše Grygarová

Michel Loève: PROBABILITY THEORY I. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1977. Stran 428.

Jedná se o 1. díl známé učebnice základů teorie pravděpodobnosti, který oproti jednosvazkovému 3. vydání této učebnice z roku 1962 zahrnuje pouze tyto hlavy: Úvodní, Pojmy z teorie míry, Obecné pojmy a nástroje teorie pravděpodobnosti, Nezávislost. Hlavní doplňky jsou v kapitolách, týkajících se konvergence pravděpodobností na metrických prostorech, centrálních limitních vět a náhodných procházek.

V úvodní hlavě přibližuje autoř čtenáři velmi jednoduše, čím se teorie pravděpodobnost, zabývá, jakých základních pojmů a úvah používá, a v několika jednoduchých případech ukazujei k jakým obecným výsledkům dospívá (např. slabý a silný zákon velkých čísel a některé výsledky studia Markovových řetězců).

V hlavě „Pojmy z teorie míry" jsou nejdříve definovány potřebné pojmy (algebra, σ-algebra, měřitelné prostory a funkce, metrické a lineární normované prostory, míra, pravděpodobnost) a uvádí velké množství vět (se stručnými důkazy) o vztazích z oblasti zmíněných pojmů. Ve druhé části jsou probírány hlavně různé druhy konvergence (skoro všude, v míře) a kompletní výstavba Lebesgueova a Lebesgue-Stieltjesova integrálu.

V úvodu hlavy „Obecné pojmy a nástroje teorie pravděpodobnosti" autor přehledně převádí terminologii teorie míry na terminologii teorie pravděpodobnosti. Dále pak hlouběji zkoumá distribuční a charakteristické funkce, momenty a prostory L_r. Speciální pozornost je věnována studiu vztahu mezi charakteristickou a distribuční funkcí, nezáporně definitním funkcím a důkazu Hellyho vět.

Hlava „Nezávislost" je rozdělena do tří částí. V první se autor podrobně zabývá pojmem nezávislosti, nádhoných veličin, Borelovou 0-1 větou a silným zákonem velkých čísel. Ve druhé části pak probírá četné aspekty centrálního limitního problému a neomezeně dělitelných zákonů. Ve třetí části nazvané „Součty nezávislých stejně rozdělených náhodných veličin" je hlavní pozornost věnována otázce náhodných procházek

Celkově lze říci, že látka je vyložena přehledně, důkazy vět jsoustručné, ale jasné a lepšímu pochopení přečteného navíc pomáhá také fakt, že na konci každé kapitoly je uvedena řada doplňkových tvrzení, kterých lze použít jako teoretických cvičení. Na druhé straně praktická cvičení zde nejsou žádná.

Na závěr lze poznamenat, že 2. díl této učebnice je již připraven k vydání, jak vyplývá z předmluvy k tomuto jejímu 1. dílu. Bude věnován různým typům nezávislosti a náhodným funkcím a bude rozšířen hlavně o pojednání o Brownově pohybu a limitních rozděleních.

Antonín Lešanovský