

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 19 (1974), No. 4, 270–285

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103540>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1974

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENSE

*Karel Rektorys a spolupracovníci: PŘEHLED UŽITÉ MATEMATIKY.* Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1973. Třetí, nezměněné vydání. 1140 stran, 404 obrázků, 290 odkazů na literaturu. Cena 99 Kčs.

S recenzovanou knihou, která vychází během deseti let již ve třetím vydání, není asi třeba naše výzkumné a technické pracovníky seznamovat. Podrobná recenze prvního vydání vyšla v *Aplikacích matematiky* 9 (1964), str. 232—233. Zde jen upozorníme, že kniha není učebnicí matematiky, ale přehledem, kde je možno nalézt přesné matematické formulace definicí i základních výsledků. Proto může být jednou ze základních pomůcek pro aplikaci matematiky v technice.

Proti prvnímu a druhému vydání byl seznam literatury doplněn o několik knih, vyšlých v Československu od roku 1963. Čtenář, který podrobněji sleduje matematickou literaturu, bude zde některá díla postrádat, např. z nakladatelství Academia (Černý: *Základy analýsy v komplexním oboru*, Kufner-Kadlec: *Fourierovy řady*, Sikorski: *Diferenciální a integrální počet; funkce více proměnných*), ale i z SNTL (všechny svazky *Matematického semináře SNTL*).

*Jiří Jarník*

*Jean-Pierre Serre: LINEARE DARSTELLUNGEN ENDLICHER GRUPPEN* (Akademie-Verlag, Berlin, 1972, 102 stran) — Lineární reprezentace konečných grup. Z francouzského originálu: *Représentations linéaires des groupes finis* (Hermann, Paris, 1967); vyšlo též v ruském překladu: *Линейные представления конечных групп* (Mir, Moskva, 1970).

Kniha sestává ze dvou částí: I. Reprezentace a charaktery, II. Úvod do Brauerovy teorie, logicky je jí však možno rozdělit do tří částí. První část (§§ 1—5) obsahuje základní pojmy a věty a má elementární charakter. Jak autor sám říká v předmluvě, je tato část určena fyzikům a chemikům, zejména pracovníkům v oboru kvantové chemie. Řada příkladů v § 5 je užitečná zvláště chemikům. Druhá část (§§ 6—12) rozvíjí část první a je věnována stupni reprezentace a reprezentacím nad tělesem charakteristiky 0. Mezi hlavní výsledky patří věty Artina a Brauera a jejich důsledky. Třetí část se zabývá Brauerovou teorií, tj. přechodem od těles charakteristiky 0 k tělesům charakteristiky  $p$  a naopak. Tato část je psána moderním matematickým jazykem. Autor zde volně pracuje s pojmy Abelovy kategorie. Grothendieckovy grupy apod.

*Ladislav Bican*

*B. Hornfeck, L. Lucht: EINFÜHRUNG IN DIE MATHEMATIK* (vydalo nakladatelství Walter de Gruyter & Co., Berlin, v roce 1970, 127 stran).

Kniha vznikla z přednášek, konaných pravidelně na technice v Clausthalu, kladoucích si za cíl vyplnit mezeru mezi středoškolskou matematikou a vysokoškolským studiem matematiky. Tento úkol si kladli autoři též při sepisování knihy, a domnívám se, že se ho zhostili dobře. Kniha je rozdělena do 12 paragrafů. V prvních dvou je čtenář uváděn do matematické řeči a práce s některými symboly. V paragrafu třetím je formulován a na řešených příkladech předveden princip úplně indukce. Paragraf čtvrtý se zabývá elementární kombinatorikou, paragraf pátý

důkazy několika důležitých nerovností. V paragrafu šestém je zaveden a rozbírán pojem grupy (je zde též několik poznámek, navozujících pojem algebraické struktury obecněji) a dokázány některé základní věty, v následujícím sedmém paragrafu je čtenář seznámen s pojmem okruhu a několika konkrétními případy. Paragraf osmý je věnován pojmu vektoru (v podstatě v intuitivním smyslu a jen ve dvou- či třírozměrném euklidovském prostoru, přináší se však řada konkrétních fakt, která studentu později pomohou porozumět obecným zákonitostem). Paragraf devátý pojednává o spočetnosti a nespočetnosti. V paragrafu desátém jsou zaváděna komplexní čísla (těleso reálných čísel se zde předpokládá). Paragraf jedenáctý je věnován pojům ekvivalence a kongruence. Konečně v posledním dvanáctém paragrafu jsou z přirozených čísel konstruována tělesa racionálních a reálných čísel (metodou zúplnění).

V důkazech je kladen zvláštní zřetel na přehlednost. Kniha je doplněna 61 úlohami (rozdělenými do jednotlivých paragrafů), vhodně volenými a na konci textu řešenými.

*Aleš Pultr*

PROCEEDINGS OF THE CONFERENCE ON CONSTRUCTIVE THEORY OF FUNCTIONS (Approximation Theory), August 24 — September 3, 1969. Editoři : G. Alexits (Budapest) a S. B. Stečkin (Moskva). Akadémiai Kiadó, Budapest 1972. 538 stran. Cena neuvedena.

Konferenci věnovanou konstruktivní teorii funkcí zorganizovaly společně Akademie věd Maďarska a SSSR a konala se od 24. srpna do 3. září 1969 v Budapešti. Oba editoři sborníku této konference byli také společně předsedy organizačního výboru. Konference se zúčastnilo 90 matematiků z 16 zemí (Československo nebylo zastoupeno) a bylo předneseno 67 referátů (v programu konference, který tvoří součást sborníku, jsem jich ovšem napočítal jen 66). Sborník obsahuje 52 referátů; z nich 48 bylo předneseno na konferenci a další čtyři příspěvky pocházejí od autorů, kteří se konference osobně nezúčastnili. 26 referátů je otištěno v angličtině, 9 v ruštině, 12 v němčině a 5 ve francouzštině.

Z referátů je patrna bohatost a různorodost témat, zastoupených v programu konference: jedná se o problémy související s klasickou polynomiální aproximací, s aproximací pomocí racionálních funkcí, s klasickou teorií interpolace i s teorií interpolace Banachových prostorů, s aproximací v normovaných lineárních prostorech, s teorií ortogonálních řad, zastoupeny jsou i obecné problémy nelineární teorie atd. Nelze tedy charakterizovat ve stručnosti jednotlivé příspěvky, lze však říci, že sborník podává dobrý přehled o stavu teorie (k roku 1969) a že vedle drobnějších sdělení obsahuje i celou řadu přehledných referátů. Zmiňme se alespoň o dvou příspěvcích, které přednesli G. Szegő a I. I. Ibragimov a které byly věnovány zhodnocení přínosu dvou klasiků teorie aproximace — L. Fejéra a S. N. Bernštejna.

Mezi zajímavé počiny této konference patří skutečnost, že jeden z posledních bodů programu byl explicitně věnován předkládání otevřených problémů teorie aproximace. Šest účastníků konference předložilo celkem 17 nerozřešených problémů, které byly také zařazeny do sborníku a tvoří jeho závěr. Jak už bylo řečeno, umožňuje sborník dobrou orientaci v teorii konstruktivních funkcí. Je proto jen škoda, že vychází s tak velkým odstupem od doby konání konference.

*Alois Kufner*

*Horst Belkner: METRISCHE RÄUME.* BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1972. 140 stran, 28 obrázků. Cena 8,70 M.

Útlá paperbacková publikace vychází jako už 65. svazek edice „Mathematische Schülerbücherei“, tedy edice s dosti dlouhou tradicí, která je určena žákům středních škol. Na této úrovni je také psána Belknerova knížka: obsah a způsob výkladu je zcela tradiční a účelem je uvést čtenáře do funkcionální analýzy, seznámit ho s jejími úvodními partiemi. Obsah knížky

je patrný už z názvů jednotlivých oddílů: Úvodní poznámky; Metriky; Metrické prostory; Posloupnosti v metrických prostorech; Úplné metrické prostory; Jednoznačná zobrazení metrického prostoru do sebe (výklad zde směřuje hlavně k Banachově větě o pevném bodě); Iterační řešení soustav  $p$  lineárních rovnic o  $p$  proměnných. Knížka předpokládá znalost některých výsledků o maticích. Za zmínku snad stojí to, že se autor důsledně vyhýbá pojmu *metriky* — místo toho používá názvu *Abstandsfunktion*.

*Alois Kufner*

*A. Scholz, B. Schoenberg: EINFÜHRUNG IN DIE ZAHLENTHEORIE.* W. de Gruyter, Berlin, 1973 (Sammlung Götschen Band 5131). Stran 128, cena DM 9.80.

V podstatě obvyklá úvodní knížka do elementární teorie čísel, složená z tří kapitol vysloveně tradičních (I. Teilbarkeitseigenschaften, II. Kongruenzen, Restklassen, III. Quadratische Reste) a jedné netradiční (IV. Quadratische Formen). Na několika místech se autoři odchýlili od obvyklého rozsahu látky buď uvedením některých méně známých vět neb zajímavými poznámkami a tím se jejich knížka stala zajímavou i pro ne úplného začátečníka. Přesto však ze srovnání vítězně vychází známá a do češtiny přeložená knížka I. M. Vinogradova.

*Břetislav Novák*

*Wilhelm Kämmerer: DIGITALE AUTOMATEN.* Theorie — Struktur — Technik — Programmieren, Band 5 řady Elektronisches Rechnen und Regeln, 2. rozšířené vydání, Akademie Verlag Berlin 1973, 528 stran, cena DM 39,—.

Kniha je rozvržena do čtyř samostatných kapitol, jejichž obsah odpovídá tématům uvedeným v podtitulu knihy. První kapitola začíná základními pojmy strojového zpracování informací a analogového a číslicového počítání. Intuitivně zavádí pojem algoritmu a vysvětluje pojmy jako numerický a nenumerický algoritmus, rekurentní funkce aj. V dalším popisuje podrobně činnost Turingova stroje, zabývá se vyčísitelností funkcí a způsoby rozpisu algoritmů. Po části věnované různým modelům automatů je pozornost zaměřena na způsoby popisu funkcí diskretních proměnných, Booleovy funkce, Karnaughovy mapy a na metody minimalizace. Logicky následují části pojednávající o realizaci spínacích funkcí, tj. o kombinačních a sekvenčních sítích. Proti prvnímu vydání je první kapitola rozšířena o dvě části, z nichž první pojednává o formálních jazycích; zavádí a vysvětluje pojmy: gramatika, Backusova forma, bezkontextový jazyk, deterministický a nedeterministický automat ad. V poslední části kapitoly je příklad výstavby problémově orientovaného jazyka obdobného jazyku ALGOL 68.

Druhá kapitola je věnována struktuře číslicových systémů. Začíná problémy zobrazování informací ve stroji a postupně popisuje základní stavební prvky, jako jsou hradla, registry, dekodéry atd. Další část vysvětluje výstavbu větších celků, jako jsou bloky pro různé aritmetické operace, aritmetická jednotka a řadič. Také druhá kapitola je doplněna proti prvnímu vydání o dvě části, z nichž první se pokouší zachytit vývoj struktury číslicových systémů podle tzv. generací počítačů a druhá se zmiňuje o systémech účastnických, umožňujících současné používání počítače větším počtem uživatelů prostřednictvím koncových zařízení.

Úvod třetí kapitoly, věnované technické realizaci číslicových systémů, tvoří část zabývající se otázkami spolehlivosti. Následuje popis spínacích obvodů s diodami, elektronkami, tranzistory a s dalšími prvky jako jsou magnetická jádra a prvky kryogenické. Další část pojednává nejprve obecně o zařízeních paměťových a pak popisuje jednotlivé principy číslicových pamětí včetně pamětí permanentních. Následuje stručná část o vstupních a výstupních zařízeních (s děrnou páskou, s děrnými štítky, magnetické páskové paměti a rychlotiskárny). Proti prvnímu vydání

byla tato část doplněna o odstavec o přenosu dat a ke kapitole připojena ještě další část o grafických výstupních zařízeních, souřadnicových zapisovačích a zobrazovacích jednotkách s obrazovkou.

Poslední, čtvrtá kapitola začíná pojmy programu a programovacího jazyka. Na příkladu vysvětluje Backusovu formu zápisu syntaxe a popisuje vývojový diagram se symboly ISO. Další část zavádí myšlený model automatu, kterého se v dalším používá k demonstraci různých typů programů: bez větvení, s větvením, iteračního a s modifikací adres. Následuje výklad pojmu podprogramu, jeho účelu a otázek souvisejících s realizací programu s podprogramy, jako je relativní adresování, přenos informace do podprogramu, použití adres vyššího řádu a způsoby návratu z podprogramu. Dále se definuje tzv. operátorová metoda psaní programu, která je bližší skutečnému průběhu úlohy ve stroji než je vývojový diagram.

Problémově orientované jazyky jsou předmětem další části. Popisuje se podrobně jazyk ALGOL 60 a to jeho verze IFIP SUBSET ALGOL 60. Ve formě tabulky je uvedena jeho syntaxe a také jeho sémantika. Výklad je ilustrován mnoha příklady. Jazyk PL/1 je popsán spíše orientačně na příkladech. Poukazuje se na rozdíly mezi jazyky ALGOL a PL/1 a vysvětlují se charakteristické rysy jazyka PL/1, jako je možnost strukturování objektů, příkazy vstupu a výstupu a příkaz ENTRY. Předposlední část je věnována problémům strojového překladu. Na příkladech jsou rozebrány dva principy překladu, Rutishauserův a překlad sekvenční na základě precedencí. Vysvětluje se také způsob organizace paměti při vzájemném volání podprogramů a při rekurzivním volání. Poslední část, kterou je čtvrtá kapitola doplněna proti prvnímu vydání, se zabývá ověřováním správnosti programů.

Záměr autora, aby čtyři kapitoly knihy tvořily nezávislé a ucelené části, se zdařil. Ovšem pokryt celou oblast od základů teorie počítačů přes struktury a technické řešení číslicových počítačů až po programování v jedné knize, je úkol velmi nesnadný, zvláště když uvážíme rychlý rozvoj oboru ve všech směrech. Při daném rozsahu knihy je zřejmé, že nebylo možno podrobně zpracovat všechny dílčí tématické okruhy a že některé části se problematiky spíše dotýkají než aby ji vyčerpávaly. Rychlým zastaráváním informací byla postižena zejména kapitola třetí, která v některých částech odpovídá světovému stavu před deseti a více lety (např. údaje o magnetických páskových pamětech) a kde řada důležitých informací novějších chybí (např. informace o integrovaných obvodech jsou zcela nedostatečné, chybí zmínka o diskových pamětech s výměnnými svazky disků). Naopak za nejcennější a trvale platnou lze považovat teoretickou kapitolu první.

Přes uvedené výhrady bude tato kniha jistě přínosem pro ty čtenáře, kteří chtějí získat přehled o základech výpočetní techniky.

*Václav Chlouba*

*Walter T. Federer: STATISTICS AND SOCIETY: Data collection and interpretation. IX + 399 stran, cena US \$ 14.50. Dekker, New York 1973.*

Série Statistics: Textbooks and monographs.

Mají-li být aplikace matematické statistiky skutečně dobré, nestačí k tomu pouhá znalost statistických metod. Stejně závažnou roli hraje věcný rozbor získaných dat, jejich kritické posouzení a správná interpretace. To však již leží mimo rámec používaného matematického aparátu.

W. T. Federer a někteří jeho kolegové se pokusili zkonzcipovat poměrně rozsáhlou přednášku o základních myšlenkách, směrech a filosofii statistiky v souvislosti s hodnocením dat. Tato výběrová přednáška, konaná na Cornell University od r. 1966, vzbudila u studentů velmi živý zájem a stala se podkladem pro sepsání knihy Statistics and society.

Knihy je rozdělena do 14. kapitol. Nejprve ukazuje, že i takové zdánlivě jasné a jednoznačné operace jako je vážení a měření ve skutečnosti v sobě skrývají mnohá úskalí. Upozorňuje na záludnost, s nimiž se statistik setkává při sbírání dat. Popisuje principy testování hypotéz. Další partie této publikace jsou věnovány praktickým aspektům výběrových šetření a plánování experimentů.

Na příkladech je ukázáno, že grafické znázornění dat může velmi přehledně informovat o vlastnostech statistického souboru, ale může také vést ke zcela klamným závěrům. Poslední kapitoly knihy již více souvisejí se statistickou metodologií. Po krátkém pojednání o počtu pravděpodobností a základních statistických charakteristikách následuje výklad o určování potřebného rozsahu výběru, o analýze rozptylu, regresi a korelaci. Jedna samostatná kapitola je věnována statistickým publikacím, které vydávají Spojené státy a OSN.

Na závěr v Appendixu jsou uvedeny čtyři poměrně dost rozsáhlé soubory otázek, které zřejmě byly používány pro písemné zkoušení studentů.

Knihy shrnuje řadu zkušeností praktických statistiků. Uvádí mnoho konkrétních situací, kdy se došlo k nesmyslným výsledkům ze zdánlivě malicherných příčin. Je třeba si uvědomit, že praktické důsledky chybného výsledku jsou stejné, ať je chyba skryta v nevhodně zvolené metodě anebo „jen“ v numerickém výpočtu.

Zatímco v matematice a ve volbě statistických metod jsou studenti systematicky trénováni a mají k dispozici různé učební pomůcky, ve sběru a interpretaci statistických dat jsou nakonec většinou odkázáni sami na sebe a učí se až z vlastních chyb. Je tedy třeba přivítat každou publikaci, která upozorňuje na nejčastější omyly právě v té oblasti, kde se skutečně stýká teorie s praxí. Napsat takovou knihu ovšem není nikterak snadné. Je třeba omezit matematický aparát na minimum, aby ji mohli číst biologové, sociologové apod. Je třeba mít vlastní rozsáhlé zkušenosti s touto problematikou a čerpat i ze zkušeností svých spolupracovníků. Myslím, že v tomto směru je Federerova kniha napsána velmi dobře a že svým zajímavým stylem upoutá pozornost každého čtenáře, který měl kdy co činit s aplikacemi matematické statistiky.

Nenajdeme zde tedy mnoho vzorců ani matematických teorií. Těm jsou věnovány jiné knížky. Ale najdeme zde četná upozornění na to, co se dělat nemá, chceme-li si učinit věrný obrázek o reálné skutečnosti.

Původně jsem chtěl zahrnout do této recenze nějakou ukázkou z Federerovy knihy. Tohoto záměru jsem se však vzdal, poněvadž jediná ukáзка by mohla zkeslit představu o celkové koncepci knihy. Avšak leccos z toho, co jsem se v knize dočetl, jsem sděloval svým kolegům. Musím říci, že jsem se setkal s velkým zájmem. A tento zájem je jistě pro publikaci *Statistics and society* dobrým doporučením.

*Jiří Anděl*

*C. R. Rao: LINEAR STATISTICAL INFERENCE AND ITS APPLICATIONS. 2. opravené a doplněné vydání. John Wiley & Sons, New York 1973, stran XX + 625. Cena £ 11,25.*

Cílem knihy je podat soudobou teorii a techniku statistických metod v logicky ucelené a prakticky vhodné formě.

První kapitola je věnována maticovému počtu. Může sloužit jako samostatná učebnice k tomuto tématu. Mnohá tvrzení o extrémech kvadratických forem jsou elegantně dokázána jako důsledky Schwarzovy nerovnosti. Mnoho užitečných tvrzení je zahrnuto i do cvičení. Aktivní znalost této kapitoly je nezbytná při čtení kapitoly o metodě nejmenších čtverců (MNC) a kapitoly o mnohorozměrné analýze.

Druhá kapitola podává ve zhuštěné formě v knize používaná tvrzení teorie pravděpodobnosti. Zde je třeba vyzvednout fakt, že uvedená tvrzení se asi nevyskytují pohromadě v žádném učebnici teorie pravděpodobnosti. Týká se to především vztahů mezi různými typy konvergenčí náhodných veličin a pravděpodobnostních měr.

Třetí kapitola uvádí čtenáře do problematiky spojených pravděpodobnostních modelů. Zahrnuje též tři základní věty MNC. Pochopení důkazů těchto vět usnadní porozumění důkazovým technikám následující kapitoly.

Ta je věnována MNČ a analýze rozptylu. V recenzovaném vydání je podán jednotlicí pohled na teorii lineárního odhadu v obecném Gauss - Markovově schématu  $(\mathbf{X}, \mathbf{Y}\beta, \sigma^2\mathbf{G})$ , kde  $\mathbf{G}$  může být singulární.

Pátá kapitola obsahuje metody odhadu neznámých parametrů.

V další kapitole jsou studovány asymptotické metody. Jmenujme za všechny  $\chi^2$  – test dobré shody a vyhodnocování kontingenčních tabulek.

V sedmé kapitole je popsána konstrukce kritérií pro testování hypotéz na základě Neyman - Pearsonova základního lemmatu. V kapitole jsou zahrnuty i metody sekvenční analýzy. Osmá kapitola zobecňuje většinu výsledků předcházejících kapitol na mnohorozměrný případ. Autor při výkladu využívá charakterizace vícerozměrného normálního rozdělení pomocí rozdělení lineárních funkcí složek studovaného náhodného vektoru.

Druhé vydání na rozdíl od prvního obsahuje další velkou část faktického materiálu, zobecnění některých metod (hlavně v kapitole o MNČ) a nová cvičení. Vítanou změnou je jisté zredukování velkého počtu chyb vyskytujících se v prvním vydání. Pro účely odkazů je výhodné, že vzorce vyskytující se v obou vydáních mají identické číslování. V knize lze najít velmi užitečná tvrzení, která usnadňují statistikovi vlastní tvůrčí i konzultační práci.

Při daném rozsahu, zhuštěnosti výkladu a množství faktického materiálu má však kniha i mnohé nedostatky. Zatímco některé partie jsou podány velmi pěkným a originálním způsobem (např. základní věty MNČ, sekvenční analýza, diskriminační analýza), jsou jiné podány způsobem, při kterém je nutno filosofovat nad možnými interpretacemi (matematických!) vět. Pochybnosti obvykle vznikají, je-li důkaz „snadný“ či jinému důkazu „podobný“, takže čtenář nemůže z důkazu vyčíst, co se vlastně dokazuje. Uvedme např. Větu III odst. 7a.5 o testu složené hypotézy při existenci ohraničeně úplně postačující statistiky. K jiné záhadě patří Věta I odst. 6b.2 o  $\chi^2$ -testu dobré shody při odhadovaných parametrech. Ve formulaci věty jsou uvedeny tři předpoklady, zatímco před vlastním důkazem se praví, že věta bude dokázána pouze za jediného z uvedených předpokladů. Proč autor neformuloval rovnou daleko obecnější větu?

Uvedme dále některé chyby vyskytující se např. v kapitole 5. Na str. 316<sub>2</sub> chybí předpoklad nekorelovanosti uvedených odhadů. Ve vzorci (5a.2.6) na str. 319<sub>2</sub> chybí „| y““. Ze vzorce na str. 323<sub>5</sub> nelze obecně bez dalších předpokladů přejít ke vzorci na str. 323<sub>3</sub>. Protipříklad: systém rovnoměrných rozdělení  $\{R(0, \theta)\}$ ,  $\theta \in (0, +\infty)$ . Proto ani vzorec (5a.2.13) není odvozen „bez jakýchkoli předpokladů regularity“, jak tvrdí autor. Na str. 326<sup>4</sup> má místo  $1/(kn\theta)$  být  $1/(kn\theta^2)$ . Na str. 357<sup>11</sup> vypadla  $1/2$ . Na str. 377<sup>2</sup> (resp. 377<sup>3</sup>) má místo „ $t < r$ “ (resp. „ $t \geq r$ “) být „ $t < r + nc$ “ (resp. „ $t \geq r + nc$ “).

Recenzovanou knihu by měl mít při ruce každý statistik. Proto lze jedině uvítat, že se v současné době připravuje český překlad a doufat, že v něm budou odstraněny některé nedostatky originálu.

Jan Hurt

*Jan Rollo: PRAKTICKÉ PŘÍKLADY Z OPERAČNÍ ANALÝZY.* Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1973. Stran 146, cena brožovaného výtisku 17 Kčs.

První tři kapitoly zabírají dohromady 5 stran a mají úvodní povahu. Kapitola 4, nazvaná Příklady konstrukce a řešení některých významných modelů operační analýzy, má 57 stran a obsahuje 20 příkladů optimalizačních modelů. Poslední, pátá kapitola, nazvaná Lineární optimalizační modely a jejich řešení, obsahuje na 63 stranách 15 modelů lineárního programování.

Toto dělení na „významné“ a „lineární“ není příliš šťastné, navíc pod lineární jsou zařazeny i modely celočíselné, zatímco v kapitole 4 jsou i lineární spojité modely (např. dopravní problém, řešení prutových konstrukcí). V knize uvedené příklady zahrnují hlavně oblast matematického

programování. Stochastické modely, teorie front, náročnější dynamické modely, konfliktní situace, síťové modely apod. nejsou uvažovány a termín operační analýza v nadpise je nutno tedy interpretovat jen v tomto zúženém smyslu.

V knížce najdeme jak klasické modely matematického programování (přiřazovací problém, rozkrajovací úlohy, optimalizace plánu výroby, Steinerův - Weberův problém), tak i modely původní, někdy i s údáním podniku, pro který byl model sestaven, a s číselnými daty (zejména u úloh o uspořádání montážních linek a některých úloh lineárního programování). Tyto konkrétní aplikace je někdy dost těžké popisovat pro velké množství technických detailů, které je k pochopení modelu nutné zvládnout. Autor našťastí vždy našel rozumný kompromis mezi podrobností popisu a přehledností, takže knížka je dobře čitelná. V knížce nejsou odkazy na literaturu; čtenář zajímající se o konkrétní případ podrobněji je tím v obtížné situaci.

U řady modelů popisuje autor stručně i metodu řešení. V tomto případě se ve snaze o stručnost často zachází od praxe i teorie dosti daleko. Např. pro řešení lineárních modelů se používá klasická simplexová tabulka bez vynechání baze. (Místo nuly se někdy píše 0, někdy —, někdy nic.) V úloze 5.5 (o dělení tyčového materiálu) je přenesena chyba, která je obsažena již ve známé učebnici B. Kordy: Při omezení typu  $\geq$  není minimalizace počtu tyčí obecně ekvivalentní minimalizaci odpadu. V příkladu 5.15 se řeší úloha lineárního bivalentního programování jako spojitá úloha, kde se výsledek zaokrouhlí. Duální ceny se potom interpretují jako u spojitě úlohy. Metody celočíselného programování nebyly vyvinuty tak zcela zbytečně, jak by se mohlo zdát z uvedení příkladu.

Přínos knížky spočívá tedy především v tom, že se na poměrně malém prostoru srozumitelným způsobem formuluje asi 35 příkladů aplikací optimalizačních metod. Pro pracovníka z oblasti výzkumu může být knížka užitečná jako inspirace při sestavování výzkumných plánů a bude vhodná i jako zdroj příkladů pro kurzy matematického programování.

Miroslav Maňas

Jaroslav Vlček: ŘÍZENÍ A SAMOČINNÉ POČÍTAČE (efektivnost jejich využití). SNTL, Praha, 1971. 130 stran, 25 obrázků, 19 tabulek, cena 14 Kčs.

Počítače obohacují řízení o zcela nové faktory, které tak dávají pojmu řízení podstatně novou náplň s úzkým vztahem k matematice, ať už je aplikována na kybernetiku nebo ekonomii. Z názvu knihy bychom očekávali přínos k této nové náplni, a tak prve zklamání spočívá v tom, když zjistíme, že autor sleduje pouze představy, jimiž se máme nechat ovlivnit, setkáme-li se při řízení nějakého podniku s nutností rozhodnout, jaký počítač (případně zda vůbec nějaký) v něm instalovat. Použili jsme slova *představy*, nikoliv *myšlenky* či *kritéria*, abychom vyjádřili druhé zklamání: kniha je totiž neuspořádaným výčtem různých vlastností výpočtové techniky, které ztrácejí význam, uvědomíme-li si jejich protichůdnost: východisko z této situace v knize popsáno není. Forma knihy odpovídá zcela jejímu obsahu, a tak lze nalézt přibližně tolik chyb proti logice, stylistice i pedagogickým zásadám, kolik má kniha stránek. Nelze je ovšem všechny vytknout; uvedeme tedy jen jejich typy s příslušnými ukázkami.

1. Složitě výklady integrujících vlivů vyústí často do zcela triviálního vzorce typu „*cena se rovná ceně za jednotku krát počet jednotek*“, kde ovšem způsob vyčíslení obou faktorů je neznám a s předchozím výkladem nesouvisí. Krásný příklad je konglomerát symbolů (17) na str. 100: nelze rozpoznat indexování od násobení, vysvětlení jednotlivých symbolů je chybné a prokoušeme-li se celým vzorcem, najdeme zcela triviální vztah, z něhož však nelze nic vyčíslit. Občas zase narazíme na složitý vzorec, opsaný z literatury, jehož souvislost s výkladem není popsána vůbec: čtenář začátečník je ohromen a pokročilejší čtenář začne pochybovat, zda vzorci vůbec autor rozumí. Proč třeba nenapsal na str. 47 jedničku místo  $g^0$ ? Jak to, že v odstavci 5.4.1 není řečeno, že 1 značí splnění a 0 nesplnění, když se toho v mnoha příkladech používá a zřejmě je to jen tomu, kdo ovládá to, o čem se v knize vykládá?



2. Schémata v knize jsou buď chybná nebo zbytečná. Zbytečná tehdy, když jde o nejasné texty, které jsou dány do rámečků a spojeny šípkami: je to efektivnější, než kdyby byly texty vysázeny normálně, avšak říká to totéž. Chybné schéma je např. na obr. 9, kde se dosazování značí dvěma různými symboly, z nichž jeden je však zcela nelogicky použit i pro předání řízení. Obáváme se, že autor nemá jasno ani ve věci tak základní pro práci s počítači, jako je dosazení.

3. V úvodcích různých kapitol a odstavců je často látka rozdělena do několika bodů, v následujícím textu je však detailněji rozebírána podle jiného dělení. Čtenář, který se chce z knihy poučit, hledá marně souvislost mezi oběma systematikami, o které autor mlčí: pokud existuje, je totiž tak silná, jako mezi jakýmkoliv jinými systematikami. Toto je dovedeno do extrému v odstavci 4.2.1, kde se po 3 stranách výkladu jistého kritéria prohlásí, že jestliže je většina existujících soustav nerespektuje, je to tím, že převažují kritéria jiná (o nichž se ovšem již nesdělí nic).

4. V knize se vyskytují módní slova jako *filtr*, *kanál*, *redundance*, samozřejmě *systém* a jiná, a to bez nějakého důvodu a bez vysvětlení. Jako příklad uvedme větu, v níž se vyskytují hned 2 taková slova (*sémantický a struktura*): je na str. 42 a zní: *strukturou nazýváme takové uspořádání dat, jehož podstatou je sémantický vztah mezi nižšími a vyššími strukturami*. Je s podivem, že autor, u jehož jména jsou na titulním listě tituly Doc. Dr. Ing. a CSc., nezná požadavky na definici, které se nepromíjejí ani maturantům.

5. Za uvedenou větou pokračuje výklad slovy *Na příklad*, po nichž následuje zmínka o hierarchii základních a sdružených informací. Není jasné, zda uvedená hierarchie je příkladem vztahu, který je při zpracování dat v každé struktuře nebo jen v některých. Toto je příkladem dalšího typu chyb: běžně se nepozná, zda nějaký výčet je vyčerpávajícím rozbořem, nebo zda jde jen o ilustraci předešlého výkladu.

6. Popisovat obsahy jednotlivých kapitol je zbytečné: kdybychom látku přeházeli a názvy kapitol ponechali, na obsahu by se příliš nezměnilo: extrémem je zde obrázek 2, který je uveden bez výkladu jako příklad na str. 17 a je (i když nedostatečně) vysvětlen na str. 99.

Kromě hlavních vad lze ilustrovat matematickou úroveň knihy na výkladu k vzorci (30) na str. 115. Jde o funkci na množině přirozených čísel  $n = N/p$ , kde  $N$  značí náklady na vypracování programu,  $p$  značí, kolikrát se programu použije, a  $n$  značí náklady na jedno opakování programu. Vzorec je jednak idealizován (je ve sporu s dřívějšími tvrzeními) a jednak snadno pochopitelný (v této idealizaci) z toho, co jsme se naučili v osmiletce. V knize však následuje obrázek rovnoosé hyperboly (asi opsán odjinud, neboť má vyznačen bod [2, 2]). Pak následují dvě věty: *První derivace výrazu (30), který je rovnicí rovnoosé hyperboly, má zápornou hodnotu (s výjimkou derivace v úběžných, limitních bodech) a informuje nás o klesajícím úbytku této nákladové funkce. Druhou derivací bychom pak mohli určit tempo tohoto úbytku v jednotlivých bodech nákladové křivky, tj. pro jednotlivé případy, dané celkovým nákladem a počtem opakování*. Necht čtenář sám posoudit!

Kdo je trochu zasvěcen do problematiky počítačů, ví, že výrobci počítačů na západě podporují takové statistiky, z nichž pro čtenáře plyne, aby si koupili jejich počítač. Titíž výrobci vytvoří z téhož důvodu často i nový termín, ač by mohli použít termínu staršího. Kniha takové statistiky i termíny přejímá, aniž by ukázala, které mají vskutku význam a obecnou platnost. Není uveden ani jediný údaj o počítačích ze socialistických zemí, ačkoliv by takové informace měly nesrovnatelně větší význam jak pro hodnocení počítačů instalovaných, tak pro podněty při rozhodování o instalacích budoucích (ovšem za předpokladu, že by v knize nebylo ono množství jiných vad).

Kniha bude zřejmě působit jinak na čtenáře, kteří jsou ve výpočtové technice začátečníky, než na čtenáře-odborníky. První získají nezdravý respekt před výpočtovou technikou (podobně jako členové primitivních kmenů před obřady svých šamanů), druzí zařadí knihu (nevíme, zda právem či nikoliv) do série těch tisků, které jejich autoři napsali ne na základě důvěrného vztahu k látce, ale na základě kompilace povrchních informací, o kterých se dočetli z rešerší svých podřízených.

Evžen Kindler

*Lennart Råde: THINNING OF RENEWAL POINT PROCESSES. (Zředování bodových procesů obnovy.) Matematisk Statistik AB, Göteborg 1972, stran 178, obrázků 46.*

Spojení blokových schémat a vytvářících funkcí se v teorii lineární regulace používá již dlouho. O jejich popularizaci v pravděpodobnostních problémech se zasloužil v nedávné době R. A. Howard. Recenzovaná kniha ukazuje široké pole použití blokových schémat v náhodových procesech, na nichž je definován rekurentní jev. Je věnována problematice, mající původ v matematické teorii činnosti neuronů. Popíšme jeden z modelů s diskretním časem. Jsou dány dvě synchronizované posloupnosti nul a jedniček. Jedna z nich (inhibiční) je Bernoulliovou posloupností. V druhé (excitační) tvoří jedničky diskretní proces obnovy. Jednička v inhibiční posloupnosti anuluje vždy nejbližší jedničku v excitační posloupnosti. Výskyt jedniček ve výsledné posloupnosti tvoří rekurentní jev, který lze postihnout poměrně jednoduše. Při složitější definici inhibičního účinku (působení po náhodnou dobu, sčítání účinku apod.) jsou cesty, vedoucí k uskutečnění rekurentního jevu, velmi rozvětvené a obsahují cykly. Použití blokových schémat spočívá ve vyjádření možných přechodů orientovaným grafem, kde hranám jsou přiřazeny vytvořující funkce trvání přechodů. Vytvářící funkci doby návratu rekurentního jevu lze pak podle grafu přehledně vypočítat. Prostá pravidla umožňují postupné zjednodušování grafů. Metoda slouží rovněž k výpočtu vytvořících funkcí simultánního rozložení doby návratu a počtu anulovaných jedniček apod. Výsledky pro spojitý čas, kdy inhibiční proces je Poissonův a excitační je procesem obnovy, jsou odvozovány jednak limitním přechodem v modelech s diskretním časem, jednak přímo. Vedle aplikací v teorii neuronů jsou v knize příklady z teorie hromadné obsluhy. Z naznačených zobecnění uvedme model, v němž inhibiční posloupnost je markovským řetězcem. Metoda blokových schémat je vysvětlena v dodatku. Argumentům vytvořících funkcí je dáována pravděpodobnostní interpretace, založená na představě náhodného značkování. Schémata narysoval železniční strojívedce J. Jonsson.

Autor knihy dobře vystihl, že metoda blokových schémat je užitečným nástrojem pro aplikace teorie pravděpodobnosti. Čtenář se na modelech popsanych v knize může s metodou dobře seznámit a použít ji při studiu náhodných procesů s vloženým procesem obnovy či semi-markovským procesem.

*Petr Mandl*

*Michel Simonnard: PROGRAMMATION LINEAIRE TECHNIQUE DU CALCUL ÉCONOMIQUE. Tome I: Fondements. (Metoda lineárního programování v ekonomických výpočtech. Díl I: Základy.) 2. přepracované vydání za spoluúčasti Xaviera Chouteta. Nakladatelství Dunod, knižnice: Finance et économie applique, Paris 1972. 312 stran, 24 obrázků.*

V knize je tradičním způsobem podán dobře matematicky fundovaný výklad o lineárním programování (včetně duality a Farkasovy věty). Jednotlivé výsledky autor interpretuje ekonomicky i geometricky a výklad doprovází řadou numerických příkladů. Podrobně je zpracována simplexová metoda a její modifikace, duální simplexová metoda a primální — duální simplexová metoda. Oproti prvému vydání se klade velký důraz na doplňkové výpočetní metody (algoritmus pro reinverzi base, úlohy s proměnnými omezenými shora, parametrizace a analýza citlivosti řešení). Celá kapitola je věnována modifikaci simplexové metody pro dopravní problém. V dodatcích je zahrnut úvod do lineární algebry, základy teorie konvexních polyedrů a základní pojmy teorie grafů. Na závěr je uvedena velice obsáhlá bibliografie.

Druhý díl knihy (Extensions) je ohlášěn na rok 1973. Bude obsahovat mimo jiné čtyři kapitoly o celočíselných úlohách lineárního programování, speciálních i obecných, a o algoritmech pro jejich řešení.

Kniha je především určena všem, kteří metod lineárního programování v praxi užívají. Spolu s druhým dílem bude jistě sloužit i jako výborná příručka pro specialisty v oboru a pro studenty vysokých škol.

*Jitka Dupačová*

L. Rédei: LACUNARY POLYNOMIALS OVER FINITE FIELDS. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973, 257 stran.

Obsah knihy je rozdělen do šesti kapitol, z nichž prvních pět je věnováno řešení problémů I, II, III a poslední, šestá kapitola je věnována aplikacím. Aby bylo vidět, o čem kniha pojednává, zformulujeme zde alespoň první dva z uvedených problémů. Problém I. Buď  $F$  konečné těleso o  $q = p^n$  prvcích a necht číslo  $d > 1$  dělí  $q - 1$ . Určete všechny polynomy  $f(x) \in F[x]$  s koeficientem 1 a u nejvyšší mocniny a nenulovým absolutním členem, mající tyto vlastnosti: (i)  $f(x)$  je stupně  $(q - 1)/d$ , (ii) pro všechna  $(q - 1)/d^2 < j < (q - 1)/d$  je koeficient u  $x^j$  roven nule, (iii) všechny kořeny  $f(x)$  jsou jednoduché a leží v  $F$ . Problém II. Buď  $F$  konečné těleso o  $q = p^n$  prvcích a necht číslo  $d > 1$  dělí  $q - 1$ . Mezi všemi polynomy  $f(x) \in F[x]$ , které nejsou polynomy v  $x^p$  a mají koeficient 1 u nejvyšší mocniny  $x^q$  a pro všechna  $(q + 1)/2 < j < q$  je koeficient u  $x^j$  roven 0, určete ty, jejichž všechny kořeny leží v  $F$ .

Kapitola 6 je, jak již bylo řečeno, věnována aplikacím. Obsahuje šest různých paragrafů věnovaných šesti různým aplikacím předchozí teorie. Jednou z nejzajímavějších aplikací je známá Hájosova věta o rozkladu konečné abelovy grupy v součin komplexů.

Ladislav Bican

A. Kaufmann, R. Faure: METHODEN DES OPERATIONS RESEARCH. Eine Einführung in Fallstudien. (Metody operačního výzkumu — Úvod v příkladech.) Nakladatelství Walter de Gruyter, Berlín—New York 1974; 276 stran, cena 48.— DM.

Jde o německý překlad známého francouzského originálu Invitation à la Recherche Opérationnelle, který vyšel již v r. 1963 u Dunoda v Paříži. Naši čtenáři se s ním seznámili většinou asi prostřednictvím ruského překladu Займемся исследованием операций, vydaného v Moskvě v r. 1966. (Kniha byla mezitím přeložena již do osmi jazyků.)

Bez ohledu na to, jak se při překladech měnil název knihy, zůstal její obsah přirozeně nezměněn. Stále je to svěže a vtipně napsaný poutavý úvod do problematiky operačního výzkumu, bez velkých nároků na předběžné znalosti. Autoři zvolili metodu výkladu na řadě zajímavých konkrétních příkladů z nejrůznějších oblastí. Srozumitelnosti a zajímavosti však není dosahováno na úkor věcné správnosti, takže knížku lze bez rozpaků doporučit každému, kdo se chce dozvědět, co všechno vlastně je operační výzkum.

Rozdíl mezi oběma překlady, ruským a německým, nejsou velké a projevují se hlavně tam, kde se překladatelé ve snaze o aktualizaci odpoutali od originálu: v poznámkách pod čarou (těch je v ruském překladu mnohem více) a v seznamu literatury. Ten byl v obou překladech přepracován tak, aby lépe vyhovoval ruskému, resp. německému čtenáři (překlady místo originálních titulů) a doplněn o díla z operačního výzkumu vyšlá později nežli francouzský originál.

Německý překlad pořídil K. P. Liesenfeld z Vysoké školy technické v Cáchách — nebyla to jistě práce nudná. Výsledkem je zpřístupnění dobré knihy dalšímu okruhu čtenářů.

František Zitek

M. J. Wygodski: HÖHERE MATHEMATIK — griffbereit. Akademie-Verlag, Berlin 1972. 782 stran, 483 obrázků, 15 tabulek. Cena 24,80 M.

Jedná se o překlad ruského originálu Справочник по высшей математике, známého i u nás. O látce, obsažené v 517 paragrafech, si lze učinit obraz z následujícího přehledu: Analytická geometrie v rovině (§§ 1—77), v prostoru (§§ 78—190), základní pojmy matematické analýzy (§§ 191—221), diferenciální počet (§§ 222—291), integrální počet (§§ 292—341), rovinné a prostoro-ové křivky (§§ 342—365), nekonečné řady (§§ 366—418), diferenciální a integrální počet funkcí

více proměnných (§§ 419—476), diferenciální rovnice (§§ 477—502), některé pozoruhodné křivky (§§ 503—517).

Ve většině příruček tohoto typu jde o to dát čtenáři (či spíše *uživateli*) odpověď na různé konkrétní otázky, připomenout mu definici, větu, vzorec. Tomuto účelu má sloužit i Vygodského publikace, současně si však klade i další cíl: sloužit k *systematické* četbě (takže lze skutečně mluvit o *čtenáři*), být pomocným prostředkem při prvním seznamování s příslušnými partiemi matematiky (příčemž ovšem nechce být učebnicí). Proto je celá řada paragrafů pojata obšírněji, nepodávají se zde jen pouhá fakta, nýbrž jsou doplněna poznámkami nejrůznějšího druhu, které mají fakta vysvětlit, učinit názornějšími apod. Výklad je doplněn celou řadou historických poznámek.

O užitečnosti příruček tohoto druhu jistě není pochyb a také Vygodského rukověť najde řadu vděčných konsumentů. Je ovšem třeba říci, že obsahuje klasickou látku v klasickém podání, takže s tvrzením, že „obsahuje veškerou látku, která je vykládána v základním kursu vyšší matematiky na technikách jakož i na universitách“, nebude souhlasit jistě leckterý učitel těchto škol (stačí se zmínit např. o definici funkce nebo o naprosté absenci jakékoliv zmínky o Lebesgueově integrálu). To spolu se zákonitým zjednodušením výkladu, vyvolaným omezeným rozsahem publikace (patrně je to např. u již zmíněných historických poznámek), vyvolává jistě obavy: lze totiž očekávat, že pro celou řadu čtenářů bude příručka nejen prvním, ale současně také *posledním* seznámením s příslušnými disciplínami, a u těchto čtenářů pak vyvolá poněkud zkrleslou představu o „základech vyšší matematiky“.

*Alois Kufner*

*S. G. Michlin: LEHRGANG DER MATHEMATISCHEN PHYSIK.* Akademie-Verlag, Berlin 1972. XIV + 475 stran, 49 obrázků. Cena 65,— M.

Jméno S. G. Michlina je výrazně spojeno s moderními metodami řešení úloh matematické fyziky a jeho knihy o teoretických i numerických aspektech variačních metod sehrály v rozvoji této disciplíny důležitou roli, ovlivnily teorii i praxi a byly a jsou mnohokrát citovány. Recenzovaná publikace je překladem učebnice, která vznikla na základě dlouholetých přednášek autora na leningradské universitě; německé vydání autor ještě poněkud upravil a doplnil.

Učebnice matematické fyziky vychází stále mnoho a jsou většinou psány podle velmi podobného schématu. Michlinova kniha se tomuto schématu do značné míry vymyká a obráží dvě stanoviska, která vyjadřují do jisté míry jakési autorovo krédo: „1. V současné době nelze vykládat teorii parciálních diferenciálních rovnic, aniž bychom v plné míře využili idejí a prostředků funkcionální analýzy. 2. V učebnici matematické fyziky hrají eliptické rovnice dominující roli.“ (Citováno z předmluvy k německému vydání.) Obě tyto tendence se odrážejí v obsahu knihy, která je členěna do sedmi částí. Části I (*Regularizované funkce a zobecněné derivace*), II (*Základy variačního počtu*) a III (*Základy teorie integrálních rovnic*) vyjadřují první tendenci; mají přípravný charakter, jsou však zajímavé i samy o sobě. Část IV (*Obecně o parciálních diferenciálních rovnicích*) obsahuje potřebný formální aparát, definuje základní pojmy a formuluje nejdůležitější problémy. Část V (*Rovnice eliptického typu*) je nejrozsáhlejší, což souvisí s druhou tendencí. Vedle klasických metod se zde výrazně uplatňují funkcionálně analytické metody (založené na teorii kladně definitních operátorů) a metody teorie potenciálu. Rovnice pro vedení tepla a vlnová rovnice jsou předmětem části VI (*Nestacionární rovnice*), obsah stručné části VII (*Korektní a nekorektní úlohy*) je patrný z názvu. Budiž ještě podotknuto, že je pojednáváno převážně o lineárních rovnicích druhého řádu. Dále jsou ke knize připojeny čtyři dodatky, v nichž jsou vyloženy některé novější myšlenky a výsledky teorie parciálních diferenciálních rovnic; zde autorsky působili tři další matematici: Dodatek 1 — *Eliptické systémy* (autor S. G. Michlin); dodatek 2 — *O Cauchyově problému pro hyperbolickou rovnici* (autor V. M. Babič); dodatek 3 — *Některé otázky teorie obecných diferenciálních operátorů* (autor V. G. Mazja); dodatek 4 — *Nelineární eliptické rovnice druhého řádu* (autor I. J. Bakelman).

V souvislosti s metodami řešení úloh matematické fyziky zde padlo slovo „moderní“. Je ovšem třeba poznamenat, že v souvislosti s rychlým rozvojem této matematické disciplíny se variační metody (na nichž je celé Michlinovo vědecké působení založeno) staly už skoro „klasickými“, že existují rozhodně „modernější“ metody a že i z metodického hlediska byly některé přístupy, z nichž učebnice vychází, zjednodušeny (např. použití integrálního vyjádření funkce při odvozování vět o vnoření). Také seznam literatury (mimořádně: členěný podle jednotlivých částí a dodatků, takže se v něm některé knihy objevují několikrát) je poněkud zastaralý a byl by zasloužil v německém vydání podstatnější doplnění. To vše však nesnižuje kvalitu této učebnice, která je mezi učebnicemi skutečně moderní a kterou lze vřele doporučit.

*Alois Kufner*

*M. A. Krasnoselski a kolektiv: NÄHERUNGSVERFAHREN ZUR LÖSUNG VON OPERATORGLEICHUNGEN. Akademie-Verlag — Berlin 1973 (DDR). Stran 423.*

Monografie je německým překladem sovětského originálu vyšlého v nakladatelství Nauka v Moskvě. Dalšími autory monografie jsou G. M. Wainikko, P. P. Zabreiko, J. B. Rutickij a W. J. Stecenko. Základem publikace jsou výsledky semináře o funkcionální analýze konaného v posledních letech na universitě ve Voroněži.

Kniha se zabývá, jak je i z názvu patrné, přibližnými metodami řešení operátorových rovnic. V celém výkladu jsou důsledně uplatňovány metody funkcionální analýzy. To je zcela přirozené, neboť současná funkcionální analýza již není pouhým prostředkem k formálnímu sjednocování a zjednodušování různých přibližných metod, ale je i velmi účinným nástrojem k vytváření principiálně nových metod numerické analýzy (tj. numerických metod lineární algebry, metod řešení diferenciálních a integrálních rovnic, numerických metod a nelineární analýzy apod.).

Monografie obsahuje pět kapitol. V první kapitole se zkoumají obecné otázky související s iteračními metodami, tj. princip kontrakce, věty o pevném bodu, podmínky konvergence, rychlost konvergence atd. Velká pozornost je věnována případu, kdy princip kontrakce není možno použít. Z toho důvodu se autoři zabývají teorií konkávních operátorů, otázkami stejnoměrné konvexity normy apod.

Druhá kapitola se zabývá lineárními problémy; jedná se hlavně o numerické řešení soustav lineárních rovnic, o odhady spektrálního poloměru lineárního operátoru, o přibližný výpočet vlastních čísel matic apod. Využívá se zde teorie částečně uspořádaných prostorů.

V třetí kapitole se vyšetřují operátorové rovnice s nelineárním hladkým operátorem. Zde se jedná hlavně o tzv. Newton - Kantorovičovu metodu a některé její modifikace. Zvláštní pozornost je věnována otázce linearizace rovnic a a posteriori odhadům chyby.

Čtvrtá kapitola je systematickou teorií tzv. projekčních metod (k takovým metodám patří, jak známo, např. metoda nejmenších čtverců, Galerkinova a Galerkin - Petrovova metoda). Je zde ukázáno použití těchto metod při přibližném řešení lineárních i nelineárních rovnic a k přibližnému výpočtu vlastních čísel matic.

Poslední pátá kapitola se zabývá některými otázkami nelineární analýzy. Jedná se hlavně o zkoumání lokálních vlastností některých typů operátorových rovnic (přibližné metody konstrukce implicitních funkcí, systémy rovnic s mocninnými řadami apod.).

Text knihy je často přerušován cvičeními různé obtížnosti. Kniha obsahuje i obsáhlý seznam literatury, přičemž velká většina citovaných autorů je sovětských. Monografie tedy nejen shrnuje nejdůležitější výsledky z teorie operátorových rovnic dosud roztroušených po různých časopisech, ale je i dokladem vysoké úrovně sovětské matematiky v tomto oboru.

*Miroslav Šisler*

*H. Kiesewetter, G. Maess: ELEMENTARE METHODEN DER NUMERISCHEN MATHEMATIK. Akademie-Verlag — Berlin, 1974. Stran 246.*

Kniha vznikla z přednášek, které oba autoři konali v posledních pěti letech na universitě v Rostocku pro studenty matematiky a technických věd. Vzhledem k tomu, že je kniha určena studentům prvního ročníku, jsou její nároky na čtenáře poměrně malé. Vyžadují se pouze elementární znalosti z analýzy a algebry. Nezbytné pojmy z funkcionální analýzy jsou zvláště probírány v první kapitole. Vzhledem k rozsahu knihy i jejímu poslání, nezachází nikde výklad do větších podrobností. Jsou probírány pouze základní a nejčastěji používané numerické metody, případně metody, které jsou perspektivní z hlediska užití samočinných počítačů. Vždy však jsou přesně vymezeny podmínky použitelnosti probíraných metod. U každé metody je zvláště uveden obecný výpočetní algoritmus, který lze snadno přeložit do jakéhokoliv programovacího jazyka. K dokonalému pochopení látky slouží i řada úloh pro čtenáře.

Nyní stručně k obsahu knihy. Úvodní první kapitola se zabývá teorií chyb a otázkami numerické stability. Jsou uvedeny i základní pojmy intervalové aritmetiky. V druhé části první kapitoly se probírají potřebné základní pojmy funkcionální analýzy.

Druhá kapitola se zabývá běžně užívanými metodami pro řešení soustav lineárních rovnic. Nelineárními rovnicemi a jejich soustavami se zabývá kapitola třetí.

Čtvrtá kapitola se stručně zmiňuje o problému vlastních čísel.

Další dvě kapitoly se zabývají aproximacemi funkcí. Interpolaci je věnována celá 5 kapitola. Je zde zmínka i o tzv. splinových interpolacích.

Numerickou integraci se zabývá kapitola 7.

Poslední dvě kapitoly se zabývají počátečními a okrajovými úlohami diferenciálních rovnic. Pozornost se věnuje i teorii stability.

V knize je uveden seznam literatury, který obsahuje základní světovou literaturu o numerické analýze a jmenovitý i věcný rejstřík.

Případné zájemce o tuto publikaci upozorňuji, že v recensovaném výtisku chyběl 1 arch (str. 145—161), kterážto závada by se mohla opakovat i u některých jiných výtisků.

Knihu lze doporučit hlavně studentům vysokých škol, hlavně studujícím na technikách, fyzikům, ekonomům i jiným zájemcům přicházejícím do styku s numerickou matematikou.

*Miroslav Šisler*

*André Lentin: ÉQUATIONS DANS LES MONOÏDES LIBRES. Mouton, Guathier-Villars, Paris 1972. Stran 160, cena 29 F.*

Problematika řešitelnosti rovnic ve volných monoidech má již značně obsáhlou historii. Soustředěný výzkum těchto otázek lze ve Francii situovat do šedesátých let. Skupina badatelů (Schützenberger, Fontet, Lentin) získala tehdy v tomto oboru řadu výsledků základní povahy. Odtud vyplývající zvýšený zájem mladých badatelů začínajících v té době svou matematickou tvorbu byl nadto stimulován tím, že přednáška věnovaná teorii rovnic ve volných monoidech byla v následujících letech zařazena do výuky třetího cyklu na universitě (obdoba našeho studia aspirantů).

Kniha A. Lentina byla vypracována jako další stimul tohoto výzkumu. Shrnuje výsledky, které bylo možno předtím nalézt jen v časopisecké literatuře a snaží se vytvořit co nejpřístupnější úvod do studia těchto otázek. Z tohoto důvodu je kniha doplněna řadou cvičení trojího druhu: Označení A u čísla příkladu značí, že se jedná o jednoduché úlohy procvičující text výkladu; druh B cvičení jsou doplňky k textu formulované jako příklady. Třetí druh C jsou náměty k bádání a zatím neřešené problémy.

Kniha je rozdělena do sedmi kapitol. V první kapitole se zavádí a zkoumá pojem hlavních řešení, druhá kapitola se zabývá zobecněním výsledků Lyndona a Schützenbergera o rovnicích  $a^M = b^N c^P$  ve volných grupách.

Studium základních pracovních metod pomocí  $p$ -systémů se provádí v obou následujících kapitolách. Závěrečné tři kapitoly jsou věnovány výkladu teorie fixátorů, bipermutačních pí-systémů a výsledkům D. Pioleta o kvadratických rovnicích ve volných monoidech.

Lentinova kniha představuje koncizně sepsaný úvod do zmíněné problematiky pro studenty, u nichž se předpokládá znalost universitního kursu vyšší algebry. Samostatnou zmínku zasluhuje tisk knihy. Kniha byla vytištěna v Holandsku fotomechanickým přenosem ručně psaného textu. Není pochyb, že tento způsob urychlil její vydání, je možné obdivovat dnes už vzácně se vyskytující rukopis, v němž je každé písmeno vzorně čitelné, je možné autorovi závidět volnost, se kterou hýří symboly pro indexy (včetně vystínovaného symbolu ! pro samostatný horní index (str. 69, 119 a další); srovn. také str. 12, kde se mj. užívá velkého písmene  $\mathcal{E}$ ), ale pro studium představuje toto vše rozptylující faktor. Pozornost odvádí světlost tisku, která kolísá dle stránek (srovn. str. 118 a str. 78) i škrtnutá slova (str. 119). Pro další vydání lze si přát, aby kniha — bytí tištěná fotomechanicky — vycházela z textu vyhotoveného na psacím stroji; to by patrně bylo ke prospěchu výkladu i čtenáři a nemuselo by to — jak svědčí jiné série vydávaných přednášek — znamenat časový skluz ve vydávání.

*Ladislav Beran*

*J. Weil et J. Hocquemiller: SOLUTIONS DÉVELOPPÉES DES EXERCICES, 1<sup>re</sup> Partie Ensembles. Groupes. Anneaux. Corps. Guathier-Villars, Paris 1972, p. xii + 220, cena neudána.*

Sbírka J. Weila a J. Hocquemillerové představuje soubor řešených cvičení pěti prvních kapitol z knihy Algebra od S. MacLanea a G. Birkhoffa. Poznamenejme, že kniha obou naposledy zmíněných autorů je našemu čtenáři dostupná ve slovenském překladu.

První kapitola je věnována množinám, funkcím a universálním prvkům. Velká pozornost obou autorů sbírky je zde soustředěna na úlohy procvičující pojem faktorové množiny a pojem funktoru.

Druhá kapitola obsahuje úlohy o celých číslech, morfismech, uspořádání, svazech, pologrupách a konkrétních kategoriích.

Třetí kapitola se zabývá příklady z teorie grup. Série úloh se vztahují na cyklické grupy, grupy permutací, faktorové grupy a obšírně jsou uváděna řešení příkladů věnovaných kategorií grup.

Předposlední kapitola je věnována okruhům, oborům integrity, komutativním tělesům, polynomům, okruhům s hlavními ideály a Eukleidově algoritmu.

Závěrečná pátá kapitola se zabývá rozpracováním cvičení o uspořádaných okruzích (včetně konvergence). Pozornost je soustředěna na procvičení vlastností tělesa racionálních (resp. reálných či komplexních) čísel. Autoři se zde — převážně z tohoto důvodu — odchylně od číslování příkladů z „Algebry“. Pozorný čtenář uvítá zařazení vskutku důležité poznámky o izomorfnosti dvou uspořádaných úplných těles i detailně rozpracovaný důkaz této věty.

Sbírka je napsána přístupně, s porozuměním pro potíže začátečníků, u některých příkladů (teorémů) jsou uváděny dva způsoby řešení (dva důkazy). Počet tiskových chyb je minimální. Upozorňujeme zde na následující tisková nedopatření: Str. 181, ř. 11 shora: v zápisu pro  $I$  je třeba doplnit levou závorku; str. 183, ř. 9 zdola: místo  $li$  má být  $l_i$ ; str. 188, ř. 3 shora: místo  $a^{2n-1} + b$  má být  $a^{2n-1}b$ .

*Ladislav Beran*

E. G. Golstein: KONVEXE OPTIMIERUNG. Akademie-Verlag, Berlin, 1973, stran 76, cena 25 Kčs.

E. G. Golstein, autor řady publikací a rozsáhlé monografie, týkající se lineárního programování, vydává v kapesním vydání knížku o konvexním programování. Podkladem k tomuto vydání jsou přednášky autora z r. 1968 na vysoké škole v Alma-Atě. Teoretickou bází, z níž autor v knížce vychází, je teorie duality.

Danému optimalizačnímu konvexnímu problému

$$(1) \quad f(x) \rightarrow \sup \\ R = \{x \in G \mid f_i(x) \geq 0, (i = 1, \dots, m)\}$$

je přiřazen ekvivalentní problém vycházející z tzv. Lagrangeovy funkce

$$(2) \quad \varphi(x) \rightarrow \sup_{x \in G}, \quad \varphi(x) = \inf_{y \geq 0} F(x, y)$$

a k tomuto problému (2) je formulován problém duální

$$(3) \quad \psi(y) \rightarrow \inf_{y \geq 0}, \quad \psi(y) = \sup_{x \in G} F(x, y).$$

Konvexní optimalizační problém je zobecněn v tom smyslu, že místo optimálního řešení úlohy (1) hledáme tzv. optimální bodovou posloupnost.

V paragrafu 2 zobecněním věty John von Neumannovy autor dokazuje věty o dualitě pro úlohy (2) a (3). Jednoduchým způsobem se v § 3 ověřují věty o dualitě za platnosti Slaterovy podmínky i tzv. modifikované Slaterovy podmínky. V rámci teorie duality je též prodiskutován případ, kdy daný konvexní optimalizační problém je po částech lineární. Jádrem tohoto paragrafu je věta, která se týká vztahu mezi duálními problémy v případě, že některé funkce vystupující v množině omezení jsou konkávní, zbývající pak po částech lineární. V dalším paragrafu se zavádí pojem zobecněného sedlového bodu pro danou účelovou funkci a tento pojem je přirozeným zobecněním sedlového bodu v klasickém pojetí na posloupnosti. Dokazuje se ekvivalence existence zobecněného sedlového bodu a platnosti principu duality a na tomto základě se uvádějí nutné a postačující podmínky pro existenci optimální posloupnosti úlohy (1). Paragraf 5 obsahuje věty o dualitě z § 2 pro tzv. quasi — konvexní optimalizační problémy. Dalším zobecněním v § 6 je věta o dualitě pro problém

$$(4) \quad f(x_k) \rightarrow \sup \\ \bar{R} = \{x_k \in G \mid \lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) \text{ existuje, } \lim_{k \rightarrow \infty} f_i(x_k) \geq 0 (i = 1, \dots, m)\},$$

který je zobecněným problémem k problému (1). V posledním paragrafu jsou formulovány duální konvexní parametrické problémy a diskutovány otázky stability optimálního řešení. Jsou zde uvedeny věty, v nichž jsou rozšířeny vlastnosti duálních konvexních úloh na konvexní parametrické úlohy a kde speciálně jsou uvedeny základní vlastnosti funkce optimálních hodnot v závislosti na parametrech (otázky diferencovatelnosti).

Autor v této poměrně malé publikaci podává matematicky striktně a v dostatečné obecnosti základy teorie konvexního programování a to v rozsahu, který naprosto vyhovuje rozsahu přednášek o tomto oboru na vysokých školách. Knížka je rovněž vhodná pro specialisty v oborech, kde matematické programování přichází v úvahu.

Libuše Grygarová



*Alois Kufner*: GEOMETRIE HILBERTOVA PROSTORU. Série Matematický seminář 4. Stran 248, cena 16 Kčs. Vydalo SNTL, Praha 1973.

Dá se asi říci, že česká matematická literatura není bohatě zásobena učebnicemi v žádném směru. Je proto sympatické, že v řadě Matematický seminář SNTL začínají vycházet brožurky, které na nevelkém prostoru seznamují zájemce s různými odvětvími matematiky.

Vydání knížky o Hilbertových prostorech je tedy jistě vhodné. Vždyť právě na této teorii je možno ukázat mnoho z moderního matematického myšlení. Je třeba hned říci, že autor prokázal velké pedagogické schopnosti; tempo výkladu se v jednotlivých odstavcích zrychluje přiměřeně k možnostem začínajícího čtenáře a je vždy dbáno na dostatek příkladů.

První část je věnována geometrii Hilbertova prostoru. Po úvodních odstavcích o metrických a lineárních prostorech a skalárním součinu se dokazuje centrální výsledek o existenci a jednoznačnosti nejlepší aproximace prvky daného podprostoru a věta o ortogonálním rozkladu. Výklad této části pak končí elementární teorií ortogonálních řad.

Druhá polovina knížky je věnována úvodu do teorie operátorů v Hilbertových prostorech. Výklad této látky je pochopitelně obtížnější, ale i zde se autor zhostil své úlohy se zdarem. Trpělivý čtenář se posléze dozví i větu o minimu kvadratického funkcionálu, základní poznatky o spektru samoadjungovaného operátoru a Fredholmovy věty.

Tuto svěže napsanou knížku je možno doporučit širokému okruhu zájemců.

*Karel Karták*

*Zdeněk Sobotka*: TEORIE PLASTICITY DESEK. Nakladatelství Academia, 1973, 320 strán, cena 38 Kčs.

Predmetom vyšetrovania monografie sú otázky medznej únosnosti dosák z tuhoplastických látok.

Po úvodných dvoch kapitolách, zhrňujúcich veľmi jasným spôsobom základné vzťahy potrebné v ďalšom, nasleduje 8 kapitôl, v ktorých sú systematicky vyšetrované rôzne prípady ohybu dosák. Pri odvodzovaní rovníc autor vždy vychádza zo všeobecného prípadu anizotropie a takto rozširuje platnosť mnohých výsledkov z teórie izotropných príp. ortotropných dosák. Väčšina prípadov je riešená kinematickou metódou, ktorá je založená na určení priebehu plastických klbov. Tieto klby sa u krehkých látok prejavujú ako lomové čiary a ich tvar je možné experimentálne overiť.

V knihe sú postupne riešené prípady dosák tvaru obdĺžnika, mnohouholníka, kruhu, elipsy a kosodĺžnika. Zvlášť sú uvažované dosky klbove podopreté, voľne podopreté, votknuté a tiež dosky s voľným okrajom. Spojité dosky spojite alebo bodove podopreté sú uvedené v závere knihy.

Predložená kniha je významným príspevkom k teórii plasticity dosák a obsahuje veľké množstvo riešenia rôznych prípadov, ktoré zatiaľ neboli v literatúre spracované. Okrem teoretického prínosu má kniha aj praktický dosah, obsahuje vzorce a tabuľky, ktoré budú užitočné v praxi pri navrhovaní doskových konštrukcií.

Kniha je písaná jasne a zrozumiteľne, je ilustrovaná veľmi názornými obrázkami. Možno ju doporučiť rovnako vedeckým a výzkumným pracovníkom, ako aj projektantom a študentom technických vysokých škôl.

*Alexander Hanuška*