Aplikace matematiky

Recense

Aplikace matematiky, Vol. 16 (1971), No. 3, 232–240

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/103350

RECENSE

Wolfgang Haack, Wolfgang Wendland: VORLESUNGEN ÜBER PARTIELLE UND PFAFFSCHE DIFFERENTIALGLEICHUNGEN. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1969, str. 555.

Kniha podává systematický výklad teorie parciálních diferenciálních rovnic. Na rozdíl od jiných publikací s podobným obsahem je přístup k probírané látce poněkud netradiční. Autoři totiž využívají souvislosti systémů parciálních diferenciálních rovnic s tzv. Pfaffovými formami a rovnicemi. Kniha se skládá ze tří částí.

Prvá část se po krátkém úvodu a důkazu Cauchy-Kowalewské věty zabývá lineárními parciálními rovnicemi druhého řádu ve dvou proměnných. Jsou zde zkoumány diferenciální rovnice hyperbolického a eliptického typu. Parabolickými rovnicemi se autoři nezabývají.

Druhá část knihy se týká systémů prvého řádu ve dvou proměnných a to opět hyperbolických a eliptických soustav. Jsou zde podrobně vyšetřovány okrajové úlohy libovolné charakteristiky.

Nejzajímavější je třetí část knihy, zabývající se Pfaffovými formami v R_n, lineárními Pfaffovými systémy a jejich souvislostí se systémy parciálních diferenciálních rovnic. Opět se zde jedná jen o hyperbolické a eliptické problémy.

Nyní několik slov k metodické stránce výkladu. Ten odpovídá vcelku poslání knihy, která je určena jak matematikům, tak i fyzikům, případně studentům postgraduálního studia či aspirantům. Výklad je velmi podrobný, což má za následek velký rozsah knihy. Na druhé straně nejsou některá příliš speciální tvrzení dokazována a autoři se odvolávají na velmi obsáhlý systém literatury uvedený na konci knihy. V knize nejsou pominuty ani otázky numerického výpočtu a aplikací teoretických výsledků.

Celkově lze říci, že kniha stojí na poloviční cestě mezi monografií a učebnicí a navíc její pojetí je dosti neobvyklé. Lze tedy očekávat, že si získá ocenění u různých kategorií čtenářů.

Miroslav Šisler

ANALYTIC METHODS IN MATHEMATICAL PHYSICS. Edited by Robert P. Gilbert and Roger G. Newton. Gordon and Breach Science Publishers, New York-London-Paris 1970. Stran 578, obr. 30, cena 24 \$, 10 £.

Kniha je sborníkem přednášek proslovených na symposiu o analytických metodách v matematické fysice, konaném 2.—6. června 1968 na universitě v Bloomingtonu, Indiana, USA. Podle slov na záložce je zde zejména ukázán „současný stav použití komplexní analysy při řešení problémů moderní i klasické fysiky". Tématika přednášek je velmi různorodá, takže můžeme uvést pouze jejich názvy.

I. část obsahuje vyžádané jednohodinové přednášky: *S. S. Abhyankar:* Singularities of algebraic curves, *S. Abhyankar, C. Risk:* Algebraic curve theory and the envelope diagrams, *V. Bargmann:* Group representations on Hilbert spaces of analytic functions, *L. Bers:* Universal Teichmüller space, *J. Bross:* Some analyticity properties implied by the two-particle structure of Green's functions in general quantum field theory, *J. Eden:* Consistency problems in *S* matrix theory, *A. Erdélyi:* Uniform asymptotic expansion of integrals, *P. R. Garabedian:* Analytic methods for the numerical computation of fluid flows, *J. M. Jauch:* Scattering theory in general quantum mechanics, *M. Z. V. Krzywoblocki:* Bergman's and Gilbert's operators in elasticity, electromagnetism, fluid dynamics, wave mechanics, *A. G. Mackie:* Self-similar flows in hydrodynamics with free surfaces, *G. Mahoux, A. Martin:* Extension of analyticity domains of functions with positivity properties and axiomatic proof of superconvergence relations, *F. Rohrlich:* The coherent state representation and quantum field theory, *I. N. Vekua:* On conformal invariant differential forms in shell theory, *A. Weinstein:* Some theoretical ramifications of the intermediate problems for eigenvalues, *J. A. Wheeler:* Superspace, *D. V. Widder:* Homogeneous solutions of the heat equation.

II. část obsahuje kratší sdělení: *R. P. Agarwal:* Certain bilateral basic hypergeometric identities, mock theta functions and partitions, *S. S. Avila, T. P. Haggerty:* Spectral theory for the acoustic equation in an exterior domain, *A. K. Aziz, R. B. Knight:* Existence of generalized solutions of quasi-linear elliptic equations in two independent variables, *D. Colton:* On the analytic theory of a class of singular partial differential equations. *G. D. Riccia:* On the iteration of analytic mappings of several complex variables, *J. Fields, J. Wimp:* Rational approximations to Tricomi's Ψ function, *W. M. Frank:* The Jost function as an analytic function of the coupling constant, *R. P. Gilbert, C. Howard:* Singularities of Sturm-Liouville expansions for second order, ordinary differential equations, *D. T. Haimo:* Equivalence of integral transform and series expansion representations of generalized temperatures, *E. P. Hamilton, B. E. Goodwin:* The inverse problem of the calculus of variations, *W. Hengartner:* Properties of restrictions of a plurisubharmonic function on C^n, *C. Itzykson:* Toeplitz determinants as group averages, *R. P. Kanwal:* Applications of the technique of matched asymptotic expansions to various fields of mathematical physics, *A. C. Manoharan:* A complex projective space and analytic Wightman functions, *J. B. McGuire:* On the solution of the quantum mechanical problem of three one-dimensional particles interacting with delta function potentials, *D. E. Myers:* A group representation on a Hilbert space of analytic functions, *M. Papadopoulos:* A note on Green's matrices associated with homogeneous systems of linear partial differential equations with constant coefficients, *R. M. Santilli:* Haag theorem and Lie-admissible algebras, *W. J. Schneider:* Some theorems on the level curves of harmonic measures and applications, *E. J. Scott:* Inhomogeneous diffusion and wave equations with retarded arguments. *T. K. Puttaswamy, A. S. Adikesavan:* Stokes' phenomenon of a certain third order ordinary differential equation in the neighborhood of an irregular singular point, *S. Steinberg:* Meromorphic operator valued functions, *C. D. Taylor:* On analytical methods for the numerical computation of electromagnetic scattering from arbitrary configurations of wires, *D. Thoe:* Analytic properties of the scattering operator and improper eigenfunctions, *B. L. Tjong:* Operators generating solutions of $\Delta_3 \psi(x, y, z) + F(x, y, z)\, \psi(x, y, z) = 0$ and their properties, *G. Walter:* Legendre series in potential scattering theory, *D. N. Williams:* The Jost-Hepp theorem for analytic vectors, *M. Z. Williams:* Temperature problem with discontinuous radiation, *C. Van Winter:* The n-body problem on a Hilbert space of analytic functions.

Redakce

Rolf Klötzler: MEHRDIMENSIONALE VARIATIONSRECHNUNG. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1970, 299 stran. Cena Sfr. 54.

V literatuře existuje řada publikací týkajících se variačního počtu. Zhruba řečeno, jsou to jednak přehledné publikace více méně elementárního charakteru nebo publikace monografického charakteru, zabývající se do hloubky jen některými partiemi variačního počtu. Kniha R. Klötzlera patří ke kategorii publikací druhé skupiny. Autor se soustředil hlavně na důkazové metody extremálních vlastností ve velkém, k čemuž používá podstatně tzv. teorie pole. Otázkami existence řešení a jeho analytického charakteru se autor nezabývá, neboť tyto problémy jsou probírány v celé řadě známých publikací. I tak je problematika knihy natolik obsáhlá, že zbývá velké množství neřešených problémů, které mohou sloužit čtenářům knihy jako podněty k samostatné tvůrčí práci.

Kniha spojuje v podstatě dva různé přístupy k teorii variačního počtu. Je to předně klasická Lagrangeova a Eulerova metoda a jejich zobecnění a za druhé moderní přístup spočívající na teorii pole. Prvý přístup související se studiem prvé a druhé variace užívá prostředků funkcionální analysy a teorie abstraktního Hilbertova prostoru. Druhý modernější přístup je založen na Carathéodoryho metodice. Zatímco však u Carathéodoryho se strukturní otázky jeho „geodetických polí" zkoumají lokálně, publikace R. Klötzlera se zabývá, pokud to lze, globálními problémy. Autor uvádí i řadu svých původních výsledků v tomto oboru. Výklad je doplněn řadou příkladů a nejsou opominuty ani teoretické otázky spojené s numerickými řešením některých variačních problémů.

Kniha je určena jak matematikům z povolání a studentům matematiky, tak i pracovníkům a studentům různých fyzikálně-technických oborů. Proto není na závadu, že řada tvrzení, zvl. pomocného charakteru, je uvedena bez důkazu. To také umožnilo autorovi udržet rozsah knihy v přijatelných mezích. K dobrému porozumění knihy jsou však velmi potřebné alespoň základní znalosti funkcionální analysy, teorie míry a variačního počtu. Některá důležitá fakta z funkcionální analasy připomíná autor čtenářům ve zvláštní přehledné kapitole. Studentům, případně čtenářům z fyzikálně-technických oborů může studium velmi usnadnit obsáhlý seznam literatury. Tento seznam neobsahuje jen speciální literaturu o vícedimensionálním variačním počtu, ale i mnoho učebnic, které umožňují čtenářům doplnit znalosti potřebné ke studiu knihy.

Lze říci, že kniha je velmi užitečná tím, že umožňuje pracovníkům fyzikálně-technických odvětví proniknout hluboko do některých problémů variačního počtu, majících blízko k aplikacím a navíc je svým moderním přístupem a podnětností zajímavá i pro matematiky z povolání.

Miroslav Šisler

Armen H. Zemanian: GENERALIZED INTEGRAL TRANSFORMATIONS, Pure and Applied Mathematics — A Series of Texts and Monographs, Vol. XVIII. Interscience Publishers: A Division of John Wiley & Sons. New York—London—Sydney—Toronto 1968. Stran 300, 8 obrázků, cena neuvedena.

Kniha vznikla z přednášek, které měl autor na State University of New York et Stony Brook pro graduované studenty matematiky a inženýrství. Od čtenáře vyžaduje znalosti základů matematické analýzy, teorie Lebesgueova integrálu a teorie funkcí komplexní proměnné. Recenzovaná monografie představuje přesný a velmi obsažný výklad nejpoužívanějších integrálních transformací zobecněných funkcí (tzv. zobecněných integrálních transformací) a uvádí rovněž některé aplikace v matematické fyzice a teorii elektrických obvodů. Jedná se o transformace Laplaceovu, Mellinovu, Hankelovu, K-transformaci, transformaci Weierstrassovu, transformace typu konvoluce a konečně transformace generované ortonormálními rozvoji. Autor se nezabývá Fourierovou a Hilbertovou transformací zobecněných funkcí, které jsou již dostatečně popsány v literatuře. Avšak Laplaceova transformace do knihy zařazena je, protože jejích vlastností je později využito při studiu Mellinovy a Weierstrassovy transformace; ukazuje se totiž, že obě zmíněné transformace lze dostat z Laplaceovy transformace vhodnou záměnou proměnných.

Kniha je rozdělena do devíti kapitol. První dvě kapitoly představují společný teoretický základ všech ostatních kapitol. Ostatní kapitoly pojednávají o jednotlivých druzích integrálních transformací zobecněných funkcí. Na závěr knihy jsou připojeny bohatý seznam literatury (obsahuje asi 140 položek), přehled užitých symbolů a konečně autorský a věcný rejstřík. Snad bude naše čtenáře zajímat, že autor na několika místech cituje i původní výsledky čs. matematika Václava Doležala. Přistupme nyní k obsahu jednotlivých kapitol.

Kapitola 1 (Countably Multinormed Spaces, Countably Union Spaces, and Their Duals) obsahuje některá fakta z teorie lineárních topologických prostorů, nezbytná pro zavedení a vyšetřování zobecněných funkcí. Tak soustava pseudonorem $\{\gamma_\mu\}_{\mu \in A}$ na lineárním prostoru $\mathscr{V}$

se nazývá úplná, jestliže platí (tzv. oddělovací vlastnost): ke každému $\Phi \neq 0$ z $\mathscr{V}$ existuje alespoň jedna pseudonorma γ_μ tak, že $\gamma_\mu(\Phi) \neq 0$. Úplná soustava pseudonorem na lineárním prostoru (multinorm) pak známým způsobem vytváří topologii a dostaneme tak lokálně konvexní lineární topologický prostor (multinormed space), splňující Hausdorffův axióm oddělitelnosti. Ja zavedena (sekvenční) konvergence a jsou vyšetřovány některé vlastnosti těchto prostorů. Je-li uvedená soustava pseudonorem spočetná, pak jí odpovídající lineární topologický prostor (countably multinormed space) se nazývá Fréchetův prostor, je-li (sekvenčně) úplný. Dále jsou vyšetřovány základní vlastnosti prostorů (countably-union spaces), které vzniknou jako induktivní limity spočetných soustav uvedených lineárních topologických prostorů. Závěr kapitoly je věnován adjungovaným prostorům k oběma zmíněným typům prostorů, operátorům a adjungovaným operátorům v těchto prostorech.

Kapitola 2 (Distributions and Generalized Functions). Zprvu jsou vyšetřeny dva známé speciální typy prostorů testujících funkcí a prostory k nim duální. Je to (autorem netradičně zavedený — jako induktivní limita) prostor $\mathscr{D}(I)$ všech hladkých funkcí v neprázdné otevřené množině $I \subset R^n$ (speciálně $\mathscr{D} = \mathscr{D}(R^n)$), majících kompaktní nosič v I, a dále prostor $\mathscr{E}(I)$ (speciálně $\mathscr{E} = \mathscr{E}(R^n)$) všech hladkých funkcí v I. Prostor duální $\mathscr{D}'(I)$ resp. $\mathscr{E}'(I)$ k prostoru $\mathscr{D}(I)$ resp. $\mathscr{E}(I)$ je pak prostor distribucí v I resp. prostor distribucí s kompaktním nosičem v I. Obecný prostor testujících funkcí je dále zaveden následujícím způsobem: Buď I libovolná neprázdná otevřená množina z R^n nebo C^n. Množinu $\mathscr{V}(I)$ všech komplexních funkcí, definovaných a hladkých v I, nazveme *prostorem testujících funkcí*, jestliže platí:

1. $\mathscr{V}(I)$ je buď Fréchetův prostor nebo prostor (countable-union space) vzniklý jako induktivní limita spočetného systému dříve uvedených lineárních topologických prostorů, který je úplný.
2. Konverguje-li k nule ve $\mathscr{V}(I)$ posloupnost $\{\Phi_\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$ z $\mathscr{V}(I)$, pak konverguje k nule ve $\mathscr{V}(I)$ i posloupnost $\{D^k\Phi_\nu\}_{\nu=1}^{\infty}$, kde $D^k\Phi_\nu$ značí k-tou derivaci Φ_ν a k je libovolný multiindex.

Zobecněná funkce v I je pak libovolný lineární a spojitý funkcionál na $\mathscr{V}(I)$, tj. prvek duálního prostoru $\mathscr{V}'(I)$. Speciálním případem zobecněné funkce je tedy distribuce (v I) jakožto prvek z $\mathscr{D}'(I)$; autor tedy rozlišuje mezi pojmem zobecněná funkce a distribuce!

Závěr kapitoly je věnován lineárním parciálním diferenciálním operátorům na zobecněných funkcích, zobecněným funkcím, závisejícím na reálném parametru a derivaci podle něho, a konečně zobecněným funkcím, soustředěným na kompaktních množinách.

Dříve než přejdeme k stručnému obsahu dalších kapitol, je účelné předeslat několik poznámek. Výklad v zbývajících kapitolách má společný asi tento obecný systém: od přehledu známých faktů o (konvenční) integrální transformaci, zavedení vhodného prostoru testujících funkcí a jemu odpovídajícího duálního prostoru zobecněných funkcí, přes definici příslušné zobecněné integrální transformace a její vlastnosti (nechybí ovšem věty o unicitě, charakterizaci obrazů a vzorce pro inverzní transformaci), operátorový počet pro vhodné typy diferenciálních rovnic, až po aplikace. Díky tomuto systematickému uspořádání a společnému teoretickému základu z prvních dvou kapitol, se stává kniha přehlednou, a záhy rozptýlí obavy čtenáře, který se při prvním listování knihou asi hrozí množství nejrůznějších vzorců, tak důvěrně známého např. při studiu literatury o speciálních funkcích.

Kapitola 3 (The Two-Sided Laplace Transformation). Zobecněná oboustranná Laplaceova transformace se obvykle zavádí pomocí zobecněné Fourierovy transformace. Autor v tomto případě postupuje netradičním způsobem (výsledek je ovšem ekvivalentní), který mu dovoluje jednak zjednodušit celou řadu důkazů, jednak získat velmi těsný vztah mezi Laplaceovou transformací a transformacemi Mellinovou a Weierstrassovou.

Prostor testujících funkcí $\mathscr{L}_{a,b}$ je vytvořen následujícím způsobem. Pro a, b reálná nechť

$$k_{a,b}(t) = \begin{cases} e^{at} & \text{pro} \quad t \in \langle 0, +\infty) \\ e^{bt} & \text{pro} \quad t \in (-\infty, 0)\,. \end{cases}$$

$\mathscr{L}_{a,b}$ je pak lineární prostor všech komplexních funkcí Φ, definovaných a hladkých v R^1, pro které je

$$\gamma_\nu(\Phi) = \sup_{-\infty < t < \infty} |k_{a,b}(t)\, D^\nu\, \Phi(t)| < \infty\,.$$

Systém $\{\gamma_\nu\}$ je pak úplný spočetný systém pseudonorem na $\mathscr{L}_{a,b}$, který generuje topologii v $\mathscr{L}_{a,b}$ tak, že $\mathscr{L}_{a,b}$ se stane Fréchetovým prostorem. Laplaceův obraz zobecněné funkce $f \in \mathscr{L}_{a,b}$ je pak definován jako hodnota $\langle f(t), \bar{e}^{st} \rangle$ funkcionálu f na funkci $\bar{e}^{st}$, kde s je komplexní proměnná.

Dále se v této kapitole vyšetřují vlastnosti zobecněné oboustranné Laplaceovy transformace, jsou úplně charakterizovány Laplaceovy obrazy zobecněných funkcí a je popsán operátorový počet pro řešení obyčejných lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty. Je pojednáno o konvoluci, o jednostranné a n-rozměrné Laplaceově transformaci. Užití zobecněné Laplaceovy transformace je ukázáno při řešení Cauchyovy úlohy pro homogenní i nehomogenní vlnovou rovnici v jednorozměrném případě.

Kapitola 4 (The Mellin Transformation). Konvenční Mellinova transformace je definována vztahem $F(s) = \int_0^\infty f(x)\, x^{s-1}\, dx$; poslední integrál můžeme získat z definičího integrálu pro oboustrannou Laplaceovu transformaci tím, že t zaměníme $-\lg x$ a $f(-\lg x)$ zaměníme $f(x)$.

Prostor testujících funkcí $\mathscr{M}_{a,b}$ je zaveden jako množina všech komplexních funkcí Θ, definovaných a hladkých v $(0, +\infty)$, pro které $\xi_\nu(\Theta) = \sup_{0<x<\infty} |\zeta_{a,b}(x)\, x^{\nu+1}\, D^\nu \Theta(x)| < \infty$, kde $\zeta_{a,b}(x) = x^{-a}$ pro $x \in (0, 1\rangle$, $\zeta_{a,b}(x) = x^{-b}$ pro $x \in (1, +\infty)$; $a, b \in R^1$. Spočetný úplný systém pseudonorem $\{\xi_\nu\}$ pak indukuje topologii v prostoru $\mathscr{M}_{a,b}$. Mellinovým obrazem zobecněné funkce $f \in \mathscr{M}'_{a,b}$ je podle definice $\langle f(x), x^{s-1} \rangle$, tj. hodnota funkcionálu f na funkci x^{s-1}, kde s je komplexní proměnná. Vyšetřují se vlastnosti zobecněné Mellinovy transformace, je popsán operátorový počet pro řešení Eulerových diferenciálních rovnic s ilustracemi řešení příkladů z teorie elektrických obvodů, je vyložena tzv. konvoluce Mellinova typu a v závěru kapitoly je uvedena aplikace pro řešení Dirichletovy úlohy pro klín, kde okrajová podmínka je zadána zobecněnou funkcí.

Kapitola 5 (The Hankel Transformation). Jak známo, konvenční Hankelova transformace řádu μ je definována vztahem

$$F(y) = \mathfrak{H}_\mu f = \int_0^\infty f(x)\,(xy)^{1/2}\, J_\mu(xy)\, dx\,, \quad \text{kde} \quad y > 0\,,\ \mu \in R^1 \text{ a } J_\mu$$

je Besselova funkce 1. druhu řádu μ. Poměrně složité jádro $(xy)^{1/2}\, J_\mu(xy)$ Hankelovy transformace je příčinou toho, že nelze zobecněnou transformaci zavést podobným způsobem jako u Laplaceovy transformace. Pro reálné μ je prostor testujících funkcí $\mathscr{H}_\mu$ tvořen všemi komplexními funkcemi Φ, definovanými a hladkými v $(0, +\infty)$, pro které

$$\gamma^\mu_{m,k}(\Phi) = \sup_{0<x<\infty} |x^m (x^{-1} D)^k\, [x^{-\mu-1/2}\, \Phi(x)]| < \infty$$

pro každou dvojici nezáporných celých čísel m, k. Spočetná úplná soustava pseudonorem $\{\gamma^\mu_{m,k}\}$ pak indukuje v $\mathscr{H}_\mu$ odpovídající topologii, při níž je $\mathscr{H}_\mu$ Fréchetovým prostorem. Pro zavedení zobecněné Hankelovy transformace má základní význam toto tvrzení: Pro $\mu \geqq -\frac{1}{2}$ je konvenční Hankelova transformace řádu μ automorfizmem na $\mathscr{H}_\mu$.

Pro $\mu \geqq -\frac{1}{2}$ (později je tento omezující předpoklad odstraněn) je zobecněná Hankelova transformace $\mathfrak{H}'_\mu$ řádu μ na $\mathscr{H}'_\mu$ definována jako adjungovaný operátor k operátoru $\mathfrak{H}_\mu$ na $\mathscr{H}_\mu$, tj. pro libovolné $\Phi \in \mathscr{H}'_\mu$ a $f \in \mathscr{H}_\mu$ je $F = \mathfrak{H}'_\mu f$ definováno vztahem $\langle \mathfrak{H}'_\mu f, \Phi \rangle = \langle f, \mathfrak{H}_\mu \Phi \rangle$. Dále jsou vyšetřovány vlastnosti zobecněné Hankelovy transformace, je popsán operátorový počet pro jistý typ diferenciálních rovnic a jsou uvedeny aplikace při řešení Dirichletova a Cauchyova problému v cylindrických souřadnicích. Závěr kapitoly je věnován některým zobecněním.

Kapitola 6 (The K-Transformation). Konvenční K-transformace je definována známým vztahem

$$F(s) = \int_0^\infty f(t)\,(st)^{1/2}\,K_\mu(st)\,\mathrm{d}t\,,$$

kde K_μ je modifikovaná Besselova funkce 3. druhu řádu μ, s je komplexní proměnná a $t > 0$. Pro libovolné μ komplexní, Re $\mu > 0$ nebo $\mu = 0$ a libovolné $a > 0$ je zaveden prostor testujících funkcí $\mathscr{K}_{\mu,a}$ jako množina všech komplexních funkcí Φ, deflnovaných a hladkých v $(0, +\infty)$, která je uzavřená vůči jistému diferenciálnímu operátoru Besselova typu a jejíž prvky konvergují k nule pro $t \to +\infty$ alespoň tak rychle jako $e^{-at}t^{1/2-\mu}$. Soustavu příslušných pseudonorem, pro její poměrnou složitost, neuvádíme. Obraz $F(s)$ při zobecněné K-transformaci řádu μ je pak pro $f \in \mathscr{K}'_{\mu,a}$ definován vztahem $F(s) = \langle f(t), (st)^{1/2} K_\mu(st)\rangle$ pro Re $s > a$. Jsou vyšetřovány vlastnosti zobecněné K-transformace, popsán operátorový počet pro jistý typ diferenciálních rovnic a uvedena aplikace při řešení elektrického obvodu s časově proměnnými prvky.

Kapitola 7 (The Weierstrass Transformation). Konvenční Weierstrassova transformace je definována vztahem

$$F(s) = (4\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau) \exp\left[-(s-\tau)^2/4\right] \mathrm{d}\tau\,, \quad \text{kde} \quad \tau \in (-\infty, +\infty)$$

a s je komplexní proměnná. Rovnice pro vedení tepla v jednorozměrném případě

$$c\,\partial^2 u/\partial x^2 = \partial u/\partial t\,, \text{ kde } u = u(x,t)\,, \quad x \in (-\infty, +\infty)\,, \quad t \in (0, +\infty)\,,$$

c je kladná konstanta, má Greenovu funkci

$$k(x, ct) = \exp\left[-x^2/4ct\right] . (4\pi ct)^{-1/2}\,.$$

Zaměníme-li v předcházejícím vztahu $s - \tau$ za x a položíme-li $ct = 1$, dostaneme jádro Weierstrassovy transformace a definiční rovnost můžeme psát ve tvaru $F(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\,k(s-\tau, 1)\,\mathrm{d}\tau$. Weierstrassova transformace se proto vyskytuje v souvislosti s rovnicí pro vedení tepla. Zobecněná Weierstrassova transformace se zavádí analogickým způsobem jako u oboustranné Laplaceovy transformace. Jsou vyšetřovány její vlastnosti a uvedena aplikace při řešení Cauchyova problému pro rovnici pro vedení tepla v jednorozměrném případě.

Kapitola 8 (The Convolution Transformation) se zabývá zobecněnými integrálními transformacemi typu konvoluce. Je mimo jiné ukázáno, že vhodnou záměnou proměnných se jednostranná Laplaceova transformace a Stieltjesova transformace stane speciálním případem integrální transformace typu konvoluce.

Kapitola 9 (Transformations Arising from Orthonormal Series Expansions) je věnována transformacím zobecněných funkcí, které jsou generovány ortonormálními rozvoji. Vychází se ze zobecněného Fourierovy rozvoje $f = \sum_{n=1}^{\infty} F(n)\,\Psi_n$ zobecněné funkce f podle úplného ortonormálního systému vlastních funkcí jistého samoadjungovaného diferenciálního operátoru na otevřeném intervalu $I \subset R^1$ v $L_2(I)$. Zobecněné funkci f je pak přiřazena posloupnost $\{F(n)\}_{n=1}^{\infty}$ jejích Fourierových koeficientů a tím dostáváme hledanou transformaci. Jako speciální případy transformací tohoto typu jsou vyšetřovány konečná Fourierova transformace, dále transformace Laguerreova, Hermiteova, Jacobiova a konečná Hankelova. Kapitola je uzavřena aplikacemi v některých úlohách matematické fyziky (Dirichletovy úlohy pro různé obory, rozložení tepla v nekonečném válci s radiální podmínkou) a v syntéze elektrických obvodů v časové oblasti.

Recenzovaná kniha je neobyčejně zdařilým, obsažným a užitečným kompendiem integrálních transformací zobecněných funkcí, které zahrnuje i četné původní výsledky několikaleté intenzívní autorovy vědecké práce. Vřele ji jistě uvítají jak specialisté, tak široký okruh matematiků pracujících v aplikacích i inženýrů z teoretického výzkumu. Lze jen litovat, že kniha nebude asi patřit mezi snadno dostupné.

Milan Šulista

R. Rychnovský, J. Výborná: PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE A JEJICH NĚKTERÁ ŘEŠENÍ. 2. vydání, 168 str., 26 obr., 1 tab., Kčs 10,– SNTL, Praha 1970. 28. svazek II. řady Polytechnické knižnice.

Autoři této publikace se ujali obtížného úkolu dát do rukou čtenáře, který se hodlá poprvé seznámit s problematikou řešení parciálních diferenciálních rovnic (v dalším zkráceně p.d.r.), názorně a přístupně psanou učební pomůcku. Tomuto záměru je podřízen jak výběr látky, tak metodika výkladu. Přitom autoři respektují i příslušná pedagogická hlediska a dbají přesné formulace jednotlivých tvrzení. Při výkladu jednotlivých metod řešení vycházejí ponejvíce z příkladů a doplňují text názornými obrázky. K samostatnému procvičení vyložených metod slouží cvičení zařazená na konci příslušných kapitol.

Při stanoveném rozsahu knížky museli autoři uvážlivě vybírat z obsáhlé a poměrně náročné problematiky, kterou nauka o p.d.r. představuje. Museli proto omezit svůj výběr základních metod řešení na ty, jež jsou typické pro řešení daného typu diferenciální rovnice, při čemž sledují užití těchto metod v praktických aplikacích na příkladech z geometrie, fyziky a na úlohách s technickým zaměřením. Knížka tohoto rozsahu nemůže zdaleka vyčerpat obsah tohoto oboru matematiky. Čtenářům, kteří budou chtít po přečtení této publikace hlouběji vniknout do této oblasti, doporučují autoři literaturu, uvedenou v seznamu na konci knížky.

Knížka je rozdělena na dvě části, z nichž první v deseti kapitolách pojednává o p.d.r. prvního řádu. Autoři vycházejí z nejjednodušších příkladů a některých speciálních typů p.d.r. prvního řádu. Dalšímu výkladu pak je nutně předeslána kapitola o řešení kanonické soustavy obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu. Následuje kapitola o lineárních p.d.r. prvního řádu s dvěma nezávisle proměnnými, o řešení Cauchyovy úlohy a o geometrickém významu integrálů těchto rovnic. Další kapitola rozšiřuje výsledky předchozí kapitoly na případ rovnic téhož typu pro n nezávisle proměnných. Výklad pokračuje kvazilineárními p.d.r. prvního řádu, obecnými p.d.r. prvního řádu s dvěma nezávisle proměnnými a řešením Pfaffovy rovnice. První část uzavírá desátá kapitola s aplikacemi p.d.r. prvního řádu.

Pět kapitol druhé části je věnováno p.d.r. druhého řádu. Z nich první obsahuje výklad o klasifikaci p.d.r. druhého řádu, o převedení těchto rovnic na kanonické tvary pro typ eliptický, parabolický a hyperbolický. Výskyt jednotlivých typů p.d.r. druhého řádu v typických aplikacích s formulacemi okrajových úloh je probrán ve druhé kapitole. Je zde odvozena telegrafní rovnice, rovnice pro kmity struny, rovnice pro vedení tepla a Laplaceova rovnice. Zbývající tři kapitoly druhé části pak uvádějí některé metody řešení jednotlivých typů těchto rovnic. Ve třetí kapitole je vyložena Fourierova metoda řešení rovnice pro kmity struny s řešením Cauchyovy úlohy. V kapitole o řešení rovnice pro vedení tepla jest uvedena metoda sítí, Fourierova metoda pro omezenou tyč a řešení Cauchyovy úlohy. Poslední kapitola druhé části o Laplaceově rovnici pak obsahuje odstavce o Poissonově integrálu a Dirichletově principu.

Závěrečná poznámka na konci knížky se týká stručné informace o číslicových a analogových počítačích.

Publikace navazuje na knížku Rychnovský: Obyčejné diferenciální rovnice a jejich řešení. Autoři předpokládají znalost základních poznatků z počtu diferenciálního, integrálního, z nauky o determinantech a řadách a základní znalosti o vektorech. Je určena posluchačům prvních ročníků vysokých škol a technickým pracovníkům nejrůznějších oborů.

Zdeněk Sedláček

Petr Mandl: ANALYTICAL TREATMENT OF ONE-DIMENSIONAL MARKOV PROCESSES. Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 151. Academia — Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Prague 1968; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg — New York 1968.
XX + 192 pp.

Monografie Dr. Petra Mandla představuje originální příspěvek k dosud chudé literatuře věnované analytickým metodám jednorozměrných difúzních procesů. Kniha systematicky shrnuje v první řadě původní autorovy výsledky v oblasti jednorozměrných difúzních procesů se spojitým časovým parametrem, a to především tématiku zaměřenou na problémy asymptotického charakteru a dále autorem otevřenou problematiku teorie optimální regulace procesů uvedeného typu.

Kniha je rozdělena do šesti kapitol. V úvodní kapitole je stručně probrán základní matematický aparát potřebný k analytickému vyšetřování v čase spojitých Markovových procesů. V druhé kapitole autor pojednává o základní resolventní rovnici obsahující diferenciální operátor druhého řádu, který charakterizuje přechodové funkce Markovova procesu. Vychází se přitom z homogenního tvaru rovnice, a potom se užívá vlastností řešení této rovnice ke studiu obecné rovnice s diferenciálním operátorem. Také třetí kapitola má ještě přípravný charakter. Je věnována pravděpodobnostnímu pojetí analytických výsledků druhé kapitoly. Je podána obecná definice jednorozměrného difúzního procesu se spojitým časovým parametrem a jsou studovány obecné hraniční podmínky a je provedena klasifikace mezí regulárního intervalu. Hlavní tématiku monografie zahajuje kapitola čtvrtá. Je věnována vyšetřování asymptotického chování přechodových pravděpodobností a doplněna důkazy základních pravděpodobnostních teorémů (ergodická věta, centrální limitní teorém, zákon iterovaného logaritmu).

Vesměs původní autorovy výsledky jsou shrnuty v posledních dvou kapitolách knihy. Pátá kapitola je věnována asymptotickému chování distribuce pravděpodobnosti markovského okamžiku, v němž trajektorie procesu poprvé opustí danou část fázového prostoru, nebo v němž zanikne (tzv. First Passage Problem). Poslední šestá kapitola pojednává o optimální regulaci jednorozměrných difúzních procesů. Především je zde podána originální formulace problému optimální regulace a potom jsou vyšetřovány jak procesy konzervativního typu, tak i typu nekonzervativního. Obě skupiny otázek studovaných autorem v posledních dvou kapitolách sdružuje společná metodika jejich vyšetřování, jejíž aparát je rozvinut v prvních čtyřech kapitolách. Tato metodika je hlavně založena na aparátu teorie lineárních diferenciálních rovnic druhého řádu.

Ve všech případech, které autor vyšetřuje, je dán fázový prostor jako interval na přímce, přičemž se předpokládá, že difúzní proces může zaniknout nejvýše na hranici tohoto intervalu. Přitom se autor neomezuje na procesy se spojitými trajektoriemi, nýbrž předpokládá obecnější chování procesu, při němž může dojít k případným odskokům od hranic intervalu jak do jeho vnitřku, tak i na protější hranici, a to s předepsanými distribucemi pravděpodobnosti. Těmto požadavkům odpovídá v případě fellerovských procesů předpoklad, že infinitesimální operátor procesu vznikne zúžením difúzního operátoru obecnými okrajovými podmínkami Fellerova typu resp. Ventcelova typu, které se neredukují na triviální v případě dosažitelné hranice.

Kniha Dr. Mandla vedle vlastní teorie jednorozměrných difúzních procesů přináší i metodické rozvinutí aparátu potřebného k vyšetřování těchto procesů, který je vhodný též k rozboru řešení diferenciálních rovnic druhého řádu s proměnnými koeficienty.

Karel Winkelbauer

Hedley G. Martin: MATHEMATICS FOR ENGINEERING, TECHNOLOGY AND COMPUTER SCIENCE. Oxford, Pergamon Press, 1970, str. 361.

Publikace je určena inženýrským pracovníkům, především z oboru elektrotechniky a elektroniky, programátorům a analytikům. Předpokládá se znalost základů diferenciálního a integrálního počtu zhruba v rozsahu osnov matematiky pro první dva semestry našich strojních nebo stavebních fakult. Má sloužit jako učební text pro frekventanty universitních a jiných kursů, v nichž se má rozšířit matematické vzdělání pracovníků uvedených oborů v následujících partiích: Základy lineární algebry, diferenciální rovnice, Laplaceova transformace, dvojné, trojné a plošné integrály a základy vektorové analýzy.

Tato dosti rozsáhlá látka je zpracována v osmi kapitolách, v nichž jsou uvedeny nejdůležitější definice věty a postupy příslušných partií, provedeny důkazy některých vět v textu formulovaných a vypočteny příklady ilustrující vyložené věty nebo výpočetní postupy. Ke každému odstavci jsou připojena cvičení, jednak k procvičení probrané látky, jednak k rozšíření poznatků příslušného úseku (důkazové příklady); výsledky řešení příkladů jsou uvedeny na konci knihy. Řada důležitých poznatků je formulována jen volně a není přirozeně dokazována.

První dvě kapitoly knihy jsou věnovány lineární algebře; jsou uvedeny nejprve vlastnosti determinantů (bez důkazů), vyloženy základy maticového počtu, dokázána Frobeniova věta, zavedeny pojmy charakteristických čísel a charakteristických vektorů a uvedeny některé aplikace charakteristických čísel.

V následujících třech kapitolách jsou vyloženy metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic prvního a druhého řádu pro typy rovnic uváděných obvykle v učebnicích matematiky pro fakulty technických škol, včetně řešení pomocí potenčních řad. Výklad je doplněn stručnou zmínkou o funkci gamma a o funkcích Besselových.

V šesté kapitole věnované Laplaceově transformaci, jsou odvozeny obrazy nejjednodušších elementárních funkcí, základní věty gramatiky a uveden příklad aplikace této transformace na řešení diferenciálních rovnic.

V sedmé kapitole obsahující výklad o křivkovém, dvojném, trojném a plošném integrálu a formulaci Greenovy, Gaussovy a Stokesovy věty, je teoretický výklad velmi redukován a probíraná látka je objasňována převážně na příkladech.

V osmé kapitole jsou probrány základy vektorové algebry a analýzy a počátky teorie vektorového pole.

Knihu je možno doporučit technikům, ekonomům i programátorům, kteří hledají stručný a srozumitelný výklad uvedených partií a nepožadují soustavné zpracování látky založené na důkazech všech vět tvořících základ probíraných partií.

Alfons Bašta