

# Aplikace matematiky

---

## Recense

*Aplikace matematiky*, Vol. 15 (1970), No. 5, 384–389

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103308>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1970

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENSE

*H. P. Künzi, W. Oettli: NICHTLINEARE OPTIMIERUNG: NEUERE VERFAHREN. BIBLIOGRAPHIE.* 16. sv. řady Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1969, 180 stran, 10 obrázků, cena DM 12/US dol. 3,00.

Serie Lecture Notes in Operations Research and Mathematical Systems přináší sborníky a monografie z oblasti operačního výzkumu a přílehlých oborů, které nemusí mít nutně zcela definitivní formu, zato jejich téma je zpravidla krajně aktuální. Jednotlivé svazky jsou rozmnožovány fotografickou technickou přímo z rukopisu.

Recenzovaný 16. svazek se skládá ze dvou částí. V první je uveden přehled metod pro výpočet minima konvexní funkce při vedlejších podmínkách ve tvaru nerovnosti, které definují konvexní množinu, jinými slovy přehled metod konvexního programování. Jmenovitě je popsáno těchto devět metod: (1) Kelleyova metoda sečné nadroviny, (2) Metoda tangenciálních aproximací Hartleye a Hockinga, (3) Modifikovaná metoda sečné nadroviny podle Kleinbohma, Veinotta a Zoutendijka, (4) Metoda aproximativního programování podle Griffitha a Stewarta, (5) Metoda redukovaného gradientu, (6) Metoda penalizačních funkcí, (7) Sekvenční minimalizace podle Fiacca a McCormicka, (8) Huardova metoda středů a (9) Zeutendijkova metoda přípustných směrů.

U každé z metod je stručně a srozumitelně uveden výpočetní postup a v některých případech i důkazy konvergence metody. Přehled zahrnuje všechny hlavní obecné postupy konvexního programování; nejsou zahrnuty ty postupy, které činí mimo konvexnosti ještě další speciální předpoklady o tvaru minimalizované funkce nebo omezení (kvadraticnost, separovatelnost apod.). Při jeho pročítání si však nutně položíme otázku, kterou z těchto metod pro konkrétní výpočet vlastně použít. Bohužel o tom práce neposkytuje žádné informace: není v ní ani jeden numerický příklad ani žádné zkušenosti s výpočty na počítači. To je v oblasti matematického programování dosti nepřijemné; důvodem vzniku této disciplíny byla právě výpočetní neefektivnost klasických principů pro hledání vázaných extrémů. Nahrazovat staré metody novými (nebo polonovými) bez posouzení jejich praktické výpočetní efektivity má nutně jen omezený význam.

Druhá část, zabírající více než 100 ze 180 stránek, je věnována bibliografii nelineárního programování. Jde zřejmě o nejrozsáhlejší dosud publikovanou bibliografii z tohoto oboru, obsahující kolem 1400 prací (nejsou číslovány). Bibliografie je prakticky úplná a jsou v ní spravedlivě zastoupeni jak autoři západní, tak autoři ze socialistických zemí. O užitečnosti takového soupisu literatury není třeba se příliš šírit.

Práce by neměla chybět v knihovně nikoho, kdo se zabývá matematickým programováním. To není míněno jako obvyklá fráze zakončující recenze, neboť knížka má skutečně povahu užitečného kompendiálního díla.

*Miroslav Maňas*

*J. Aczél: ON APPLICATIONS AND THEORY OF FUNCTIONAL EQUATIONS.* (Svazek 5 serie Elemente der Mathematik vom höheren Standpunkt aus) Birkhauser Verlag, Basel Stuttgart, 1969. Stran 64.

Knížka obsahuje dvě přednášky o funkcionálních rovnicích. Obě části je možno číst nezávisle na sobě. První začíná převedením zákona o rovnoběžníku sil na Cauchyho rovnici  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ . Dále jsou ukázána řešení obecnějších funkcionálních rovnic převedením na Cauchyho případ a aplikace na kvaziaritmetické průměry a entropie. Druhá přednáška přechází po diskusi Cauchyho rovnice k homogénním funkcím. Knížka je doplněna dosti bohatým seznamem literatury.

Výklad je skutečně ukázkový, takže knížka výborně zapadá do popularizující série, v níž je vydána.

*Karel Karták*

*Glenn W. Stagg, Ahmed H. El-Abiad: COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEM ANALYSIS. McGraw-Hill Book Co., New York 1968; 427 stránek.*

Tato kniha vznikla z materiálů postgraduálního kurzu, který probíhá od roku 1964 na několika amerických universitách a je věnován řešení různých problémů energetických soustav, s využitím samočinných číslicových počítačů. Obsahem knihy jsou výpočtové metody, zaměřené hlavně na tyto tři tématické okruhy: v rozvodné síti se vyšetřují zkratové proudy, dále rozložení výkonu a posléze stabilita.

Výpočet zkratových proudů je proveden pouze pro ustálený stav sítě; jsou sledovány různé druhy zkratu s použitím metody souměrných složek. Poměrně obsáhlá kapitola je věnována vyšetření rozložení činného a jalového výkonu a dále rozložení napětí v rozvodné soustavě. Tento problém, jak známo, vede na soustavu nelineárních algebraických rovnic. Je popsáno několik numerických metod řešení této soustavy a tyto metody jsou pak porovnány z hlediska strojního času potřebného k provedení výpočtu, pro různé složité rozvodné soustavy. Dále je řešena dynamická stabilita rozvodné soustavy: za dosti zjednodušených předpokladů o vlastnostech synchronních generátorů jakožto zdrojů a indukčních generátorů jakožto spotřebičů v rozvodném systému jsou formulovány diferenciální rovnice uvažovaného elektromechanického systému a tyto rovnice jsou numericky řešeny.

Naznačeným hlavním problémům předchází několik kapitol, jež uvádějí jednak potřebné poznatky z obecné teorie obvodů (algebraické zobrazení topologické struktury obvodu incidence maticemi, metody analýzy obvodu, řešení trojfázových obvodů), jednak potřebný matematický aparát, zaměřený především na popis použitých procedur.

Použitá symbolika s velkým množstvím indexů poněkud snižuje přehlednost práce. Naproti tomu velmi sympaticky působí úspěšná snaha autorů pro dosažení zcela konkrétních číselných výsledků; čtenáři jistě uvítají velké množství podrobně vyřešených číselných ilustrativních příkladů a bloková schémata použitých programů.

Knihla přináší řadu dobrých podnětů pro pracovníky v oboru teoretické elektroenergetiky a je též vítanou propagací pro využívání samočinných počítačů v tomto oboru.

*Daniel Mayer*

*Paul M. Chirlian: BASIC NETWORK THEORY. Vydalo nakladatelství McGraw-Hill Book Co., New York 1969; 624 stránek.*

Recenzovaná kniha je moderní učebnicí základů teorie elektrických obvodů. Je určena posluchačům základního studia na elektrotechnických fakultách. Její obsah, jenž je rozčleněn do jedenácti kapitol, je zaměřen na zavedení základních pojmů, zákonů a zejména metod analýzy elektrických obvodů.

Prvá a zčásti též druhá kapitola je věnována rekapitulaci základních poznatků teorie elektromagnetického pole a to do té míry, aby bylo možno zavést lineární i nelineární, konstantní i časově proměnné prvky obvodu a diskutovat jejich vlastnosti, dále odvodit Kirchhoffovy

zákony a ukázat, v jakém smyslu je elektrický obvod idealizovaným problémem elektromagnetického pole. Tato důležitá úvodní partie, jež velmi instruktivním způsobem navazuje na předchozí poznatky studentů, názorně ukazuje, na jakých fyzikálně-matematických předpokladech je založena teorie obvodů. Již zde se čtenář seznamuje s analýzou jednodušších obvodů přímou aplikací Kirchhoffových zákonů, se základními způsoby spojování prvků obvodu a s vlastnostmi závislých zdrojů.

Vlastní základy teorie obvodů, budované na základě topologických vlastností, je obsahem třetí kapitoly. Jsou zde probrány základy topologie obvodů a základní metody analýzy obvodů: metoda smyčkových proudů, metoda uzlových napětí a metoda řezů. Dále je objasněno použití těchto metod u obvodů s proměnnými prvky a u nelineárních, avšak linearizovaných obvodů. Kapitola je zakončena stručným přehledem numerického řešení soustav algebraických rovnic pomocí determinantů a matic.

Čtvrtá kapitola uvádí matematické poznatky o klasickém řešení integrodiferenciálních rovnic obvodu, odvozených metodami z předchozí kapitoly. Zvýšený důraz klade autor na objasnění problematiky určení počátečních podmínek pro řešení přechodných jevů v obvodech. Matematických výklad je ilustrován řešením jednodušších obvodů.

V páté kapitole je uveden matematický aparát Laplaceovy transformace a jeho aplikace na řešení rovnic obvodu, sestavené metodami popsány ve 3. kapitole. Samostatný oddíl je věnován analýze impulsních obvodů.

V následující, šesté kapitole je probíráno řešení obvodů v harmonickém ustáleném stavu. Po vysvětlení symbolicko-komplexní metody a jejího matematického aparátu jsou probrány způsoby řešení obvodů, jejichž rovnice byly odvozeny výše citovanými metodami. Pozoruhodně, moderní a svým způsobem logické je, že autor se nejprve zabýval přechodnými jevy; pojmy a metody zavedené u Laplaceovy transformace pak specializoval na ustálené stavy. Díky vysoké metodické úrovni dila se autor mohl odpoutat od tradičního, opačného postupu výkladu, aniž by použitý postup byl pro čtenáře obtížnější než dosavadní způsoby výkladu většiny autorů. V této kapitole je dále uvedena teorie vektorových diagramů, frekvenčních charakteristik a diagramů nulových bodů a pólů, dále je provedena analýza jednodušších trojfázových obvodů a úvod do teorie obvodů s rozloženými parametry, se zřetelem k integrovaným obvodům.

V sedmé kapitole se čtenář seznamuje s metodou stavových proměnných. Autor se tu neomezuje na obvody s konstantními lineárními prvky, ale na jednodušších případech naznačuje široké možnosti této metody při analýze obvodů s časově proměnnými a s nelineárními prvky. Je zde uvedena topologická metoda odvození stavových rovnic a matematické způsoby jejich řešení.

Osmá kapitola stručně pojednává o teorii čtyřpólů. Kromě obvyklých partií (charakteristické matice čtyřpólů a způsoby jejich spojování) jsou zde i některé novější poznatky (např. rozptylová matice čtyřpólů).

Do deváté kapitoly jsou zahrnuty důležité poučky z teorie obvodů. Je zde uvedena věta o superpozici, Théveninova věta, Nortonova věta, věta o přenosu maximálního výkonu, princip reciprocity a věta o kompenzaci. Dále je pojednáno o vlastnostech duálních obvodů a o mechanických analogiích elektrických obvodů.

V desáté kapitole jsou uvedeny základy metody grafů signálových toků (zejména pravidla pro redukci grafu) a řešení stavových rovnic pomocí analogových počítačů s užitím grafů signálových toků.

Poslední, jedenáctá kapitola je věnována analýze obvodů s neharmonickými periodickými průběhy a posléze s neperiodickými průběhy, s užitím Fourierových řad a Fourierova integrálu.

V závěru každé kapitoly je uveden seznam literatury a větší množství pečlivě promyšlených (neřešených) úloh.

Čtenářům erudovaným v matematice by patrně lépe vyhovovalo, kdyby matematické partie byly vyloučeny nebo alespoň podstatně omezeny; rozsah knihy by se tím silně zredukoval a vlastní

teorie obvodů by více vynikla. Nicméně tyto partie, ač nemají matematicky rigorózní formu, jsou zpracovány s nevšedním pozuměním pro následující aplikace a pro studenty technických oborů budou jistě výborným repetitoriem. Látka je objasnována dobře srozumitelným způsobem, k čemuž podstatnou měrou přispívá dostatečný počet ilustrativních příkladů. Celková koncepce knihy vykazuje silné rysy modernosti, o čemž svědčí zařazení některých nejnovějších poznatků (např. metoda stavových proměnných). Metodické zpracování vyniká mimořádnou pečlivostí a netradičním způsobem výkladu (např. pojetím ustálených stavů jako speciálního případu přechodných jevů, nebo tím, že problematika obvodů s proměnnými a s nelineárními prvky je spojena s lineárními obvody s konstantními prvky v jediný organický celek). Celkový dobrý dojem knihy podporuje její vzorná typografická úprava.

Vcelku považuji recenzovanou knihu za výbornou základní učebnici teorie elektrických obvodů.

Daniel Mayer

Václav Fabian: STATISTISCHE METHODEN. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1968. Stran 529, obr. 64, tab. 141, cena Kčs 90,—.

Knih je překladem původního českého originálu s názvem Základní statistické metody, který byl vydán v r. 1963 Nakladatelstvím ČSAV. Tento originál byl podrobně recenzován v Aplikacích matematiky roč. 9 (1964), č. 5, str. 386—388, takže nyní se zde můžeme omezit jen na stručnou poznámku o rozdílu mezi oběma verzemi.

V německém překladu knihy bylo provedeno pouze několik menších změn: Především text původní kapitoly 21 o regresi byl rozdělen do dvou kapitol 21 a 22. Dále byly přidány čtyři nové paragrafy (v kap. 4, 12, 21 a 22) a několik nových poznámek a příkladů. Do paragrafu 20.7 byla pojata nová, přesnější tabulka, v důsledku čehož musel být tento paragraf trochu přepracován. Byly také poněkud rozšířeny odkazy na literaturu. Konečně byly samozřejmě odstraněny chyby nalezené v českém vydání (včetně chyb vytčených v citované recenzi); pro čtenáře české verze podotkneme, že závažnější chyby se vyskytly v paragrafu 13.3 o Wilcoxonově testu, 16.2 o Spearmanově korelačním koeficientu a 20.8 o výběru náhodné proměnné s nejmenším rozptylem.

Chtl bych nakonec ještě znovu při této příležitosti poznamenat, že jde o dílo mimořádně užitečné pro aplikace matematické statistiky a svým obsahem a pojetím velmi progresivní. Doufáme, že tímto německým vydáním se okruh jeho čtenářů podstatně zvětší.

Zbyněk Šidák

Patrick Billingsley: CONVERGENCE OF PROBABILITY MEASURES. J. Wiley & Sons, New York—London—Sydney—Toronto 1968. Stran 253, cena neuvedena.

Název knihy nevystihuje přesně její obsah, jelikož se v ní pojednává pouze o *slabé* konvergenci pravděpodobnostních měř v metrických prostorech. Musíme ovšem ihned říci, že toto je právě oblast, v níž se intenzivně pracovalo v uplynulých zhruba dvaceti letech. Tato oblast je také opravdu přitažlivá v mnoha různých směrech: na jedné straně se v ní vyskytují velmi zajímavé teoretické problémy, např. z teorie míry nebo i topologického či funkcionálně-analytického charakteru, a přitom na druhé straně její výsledky jsou užitečné i pro zcela praktické úkoly, jako je třeba nalezení asymptotických rozložení a výpočty příslušných tabulek pro neparametrické testy Kolmogorov-Smirnovova typu.

Pro orientaci čtenáře snad bude dobře začít následující terminologickou vysvětlivkou. Máme-li na nějakém metrickém prostoru  $S$  dány pravděpodobnostní míry  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) a  $P$ , řekneme, že  $P_n$  konvergují slabě k  $P$ , jestliže pro každou omezenou spojitou reálnou funkci  $f$  na  $S$  platí  $\int_S f dP_n \rightarrow \int_S f dP$ . Tato konvergence je ekvivalentní s tím, že  $P_n(A) \rightarrow P(A)$  pro každou měřitelnou množinu  $A \subset S$ , pro niž  $P$  (hranice  $A$ ) = 0. Konečně třeba na reálné přímce to značí,

že distribuční funkce  $F_n$ , příslušné k  $P_n$ , konvergují k distribuční funkci  $F$ , příslušné k  $P$ , v každém bodě spojitosti  $F$ . (Tato poslední konvergence, používaná již dávno v klasických pracích, se též někdy nazývá konvergencí distribučních funkcí v podstatě.) V recensované knize ovšem výsledky pro tento poslední, klasický případ reálné přímky jsou zmíněny jen okrajově, jako speciální případy či důsledky daleko obecnějších a novějších výsledků pro různé metrické prostory, které tvoří hlavní náplň knihy.

Užitečný šestistránkový Úvod slouží jako první zasvěcení čtenáře do problematiky; autor zde ukazuje motivaci základních definic pomocí známých jednoduchých příkladů a heuristicky zhruba osvětluje celý další obsah knihy.

Kapitola 1 pojednává nejprve zcela obecně o slabé konvergenci pravděpodobnostních měr v metrických prostorech. Její obsah tvoří předně několik poznámek o mírách, integrálech a těsnosti měr v metrických prostorech, dále základní vlastnosti slabé konvergence, ilustrace na některých speciálních případech (Euklidovské prostory, kružnice apod.), věty o konvergenci náhodných elementů v distribuci a podle pravděpodobností, o zachování slabé konvergence při zobrazeních, Prochorovova věta o vztahu těsnosti rodiny měr k její relativní kompaktnosti a konečně řada aplikací.

Kapitola 2 se zabývá pak speciálně případem metrického prostoru  $C$  (prostoru spojitých reálných funkcí na  $[0, 1]$ ), a to slabou konvergencí a těsností měr v  $C$ , Wienerovou mírou v  $C$ , Donskerovým principem invariance (nazývaným zde „funkcionální centrální limitní větou“, tj. větou o tom, že určité funkcionály na částečných součtech posloupnosti nezávislých stejně rozložených náhodných veličin konvergují k odpovídajícím funkcionálům na Wienerově procesu), funkcemi na trajektoriích Brownova pohybu (maximem, minimem, zákonem arkussinu), fluktuacemi částečných součtů posloupnosti náhodných veličin a konvergencí empirických distribučních funkcí.

V kapitole 3 se studuje další speciální případ důležitého metrického prostoru  $D$  (prostoru reálných funkcí na  $[0, 1]$ , majících nejvýše nespojitosti prvního druhu), který se hodí k popisu náhodných procesů se skoky. Nejříve se studují základní geometrické a topologické vlastnosti  $D$  se známou Skorochodovou topologií, slabá konvergence a těsnost měr v  $D$ , dále některé aplikace (např. znovu Donskerův princip invariance a konvergence empirických distribučních funkcí), náhodné změny času v procesech (což souvisí se sčítáním náhodného počtu náhodných veličin) a nakonec stejnoměrná  $C$ -topologie v prostoru  $D$ .

V kapitole 4 jsou pak výsledky prvních tří kapitol využity k odvození různých limitních vět pro posloupnosti závislých náhodných veličin. Nejprve jsou uvedeny charakterizace Brownova pohybu a jiných difusních procesů, další výsledky se pak týkají směřujících procesů a funkcí na nich, empirických distribučních funkcí pro tyto procesy, martingalů a vyměnitelných náhodných veličin.

V Dodatku I a II jsou pro pohodlí čtenáře shrnuty některé základní věty o metrických prostorech a z teorie míry a pravděpodobnosti, které jsou užívány v knize. Dodatek III pak obsahuje několik teoretičtějších doplňků k obsahu knihy.

K většině paragrafů knihy jsou připojena ještě cvičení; celkem je jich 85, obsahují mnoho další zajímavé informace a tvoří velmi užitečný doplněk vlastního textu. Rigorózní matematický výklad je v knize místy uváděn názornějšími heuristickými úvahami nebo osvětlován na různých zajímavých aplikacích a ilustracích, což vše činí četbu knihy poutavější a srozumitelnější. Ještě je také třeba poznamenat, že v části knihy se předkládají některé vlastní autorovy výsledky dosud nepublikované.

Knihy se nepochybně stane velmi užitečnou pro specialisty v počtu pravděpodobnosti a matematické statistice, ať už pro první seznámení se studovanou problematikou nebo jako referenční příručka.

*Zbyněk Šidák*

*František Zitek: ZTRACENÝ ČAS. (Elementy teorie hromadné obsluhy). Academia, Nakladatelství ČSAV, Praha 1969. Stran 180, obr. 6, cena Kčs 12,—.*

Teorie hromadné obsluhy (čili teorie front) je jednou z atraktivních partií moderní aplikované matematiky, mající široké spektrum použitelnosti v mnoha praktických problémech každodenního života kolem nás. Její uplatnění může přijít v úvahu všude tam, kde se vyskytuje hromadný zájem nějakých „zákazníků“ o nějakou „obsahu“, při čemž čekající „zákazníci“ mohou tvořit „fronty“. Slova v uvozovkách zde odpovídají běžné terminologii užívané v příslušných matematických modelech, avšak jejich interpretace může být velice rozmanitá; mohou být chápána doslovně, ale může také jít třeba o nějaké stroje čekající na opravu, o letadla čekající na volnou přistávací dráhu, o pytle nějaké suroviny čekající na zpracování atd. atd.

Ve vyspělých zemích v zahraničí je teorie hromadné obsluhy hojně pěstována i používána v praxi; vyšly tam již stovky nebo snad i tisíce článků z této oblasti a množství knih na nejrůznější úrovni. U nás je však bohužel situace daleko méně uspokojivá; teorii hromadné obsluhy stále ještě není věnována taková pozornost, jak by si zasloužila, a recensovaná knížka F. Zitka je teprve první českou souhrnnou publikací z tohoto oboru.

Knížka vyšla v edici Cesta k vědění, čímž je také dána její celková nenáročnost pokud se týče předběžných matematických znalostí čtenářových — měla by být srozumitelná v podstatě každému inteligentnímu absolventu střední školy. Při výkladu ovšem nebylo se obejít bez alespoň nejzákladnějších věcí z diferenciálního a integrálního počtu a z počtu pravděpodobnosti; ty si však čtenář v případě potřeby může snadno odněkud doplnit, třeba z jiných svazčků Cesty k vědění. I při nenáročnosti a elementárnosti knížky je ovšem dlužno říci, že autor v ní nikterak neslevuje na matematické přesnosti.

Všimněme si nyní zcela stručně obsahu knížky. Kapitola I je krátkým všeobecným úvodem o systémech hromadné obsluhy. Poměrně dlouhá kapitola II obsahuje výklad o některých základních obecných věcech z teorie náhodných procesů (zejména např. o Poissonově procesu a o Markovových procesech), které jsou nezbytné pro rozvinutí teorie hromadné obsluhy. V dalších kapitolách III a IV pak autor podrobněji studuje řadu konkrétních jednodušších systémů hromadné obsluhy, většinou s čistě náhodným, tj. Poissonovským příchodem zákazníků a s jedním obsluhujícím, ale s různým rozložením doby obsluhy. Do poslední kapitoly V autor konečně shrnul výběr různých zajímavých doplňků a poznámek (např. o systémech s přednostmi, o uzavřených systémech a obsluhových sítích, o simulaci systémů obsluhy). Následují ještě Dodatky, obsahující poznámky o některých základních věcech z počtu pravděpodobnosti, které však čtenář možná nezná z předchozí literatury, potom seznam literatury, užitečný slovníček anglických a ruských termínů z teorie hromadné obsluhy a rejstřík. Podrobnější rozebírání obsahu by zde asi nemělo smysl, protože laikům by bylo nepřilíš srozumitelné pro speciální terminologii jim ještě neznámou, kdežto specialisté patrně po knížce nesáhnou pro její elementární ráz.

Místo toho však raději zdůrazněme, že podle našeho mínění se autorovi jeho popularizační záměr plně zdařil: pro čtenáře s omezenými matematickými znalostmi je knížka pěkným a poučavým úvodem do teorie hromadné obsluhy (a vlastně i do teorie náhodných procesů vůbec); najde v ní pro řadu jednoduchých případů podrobná odvození až ke konečným formulím, ale navíc také různé zajímavé informativní výhledy na další problematiku a na celou strukturu teorie hromadné obsluhy. Lze si jen přát, aby tato knížka přispěla k intenzivnějšímu pěstování a používání teorie hromadné obsluhy u nás; stane-li se toto přání skutkem, bude pak namísto uvažovat o vydání nějaké obsažnější knížky na náročnější úrovni.

*Zbyněk Šidák*