Jan Kašpar

Algoritmy. 19. HORNER. Výpočet hodnoty polynomu a hodnot jeho derivací pomocí Hornerova schématu

Aplikace matematiky, Vol. 14 (1969), No. 4, 343–344

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/103243`

ALGORITMY

19. HORNER

VÝPOČET HODNOTY POLYNOMU A HODNOT JEHO DERIVACÍ POMOCÍ HORNEROVA SCHEMATU

JAN KAŠPAR, prom. mat., CNM na MFF UK, Malostranské nám. 25, Praha 1

Tento algoritmus je jednou z možných oprav chybného algoritmu, publikovaného v Communications of the ACM (9, September 1968, str. 633) pod číslem 337.

procedure *HORNER* $(n, a, k, r, x0, b)$; **value** $n, k, x0, b$;
integer n, k; **real** $x0$; **Boolean** b; **array** a, r;

comment Jestliže b nabývá hodnoty **true**, procedura umožňuje počítat hodnoty derivací

$$r[i] = d^i(\sum_{j=0}^{n} a[j] \times x \uparrow j)/dx^i$$

v bodě $x = x0$ pro $i = 0, 1, \ldots, k \leqq n$. Jestliže b nabývá hodnoty **false**, počítá procedura $k + 1$ koeficientů u nejvyšších mocnin rozvoje polynomu v mocninnou řadu v okolí bodu $x0$.

$$\sum_{j=0}^{n} a[j] \times x \uparrow j = \sum_{i=0}^{n} r[i] \times (x - x0) \uparrow i$$

begin

integer i, j, l; **real** rr;
$rr := a[n]$;

for $i := 0$ **step** 1 **until** k **do**
$r[i] := rr$;

for $j := n - 1$ **step** -1 **until** 0 **do**

```
  begin
    r[0] := r[0] × x0 + a[j];
    l := if j > k then k else j;
    for i := 1 step 1 until l do
      r[i] := r[i] × x0 + r[i − 1]
  end;
  if b then
  begin
    l := 1;
    for i := 2 step 1 until k do
    begin
      l := l × i;
      r[i] := r[i] × l
    end
  end
end HORNER
```

Zkušební příklady:

1. Pro $n = 5$, $k = 2$, $x0 = 2$, $b =$ **true**, $a[5] = 1$, $a[4] = 2$, $a[3] = -3$, $a[2] = 8$, $a[1] = -7$, $a[0] = 11$ je $r[0] = 69$, $r[1] = 133$, $r[2] = 236$.
2. Pro $n = 7$, $k = 7$, $x0 = 2$, $b =$ **false**, $a[7] = 1$, $a[6] = 0$, $a[5] = -7$, $a[4] = 6$, $a[3] = 4$, $a[2] = -1$, $a[1] = -2$, $a[0] = -9$ je $r[7] = 1$, $r[6] = 14$, $r[5] = 77$, $r[4] = 216$, $r[3] = 332$, $r[2] = 279$, $r[1] = 122$, $r[0] = 15$.

Má-li b hodnotu **true**, pak pro $x = 2$ polynom

$$x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 7x + 11$$

má hodnotu 69, první derivaci 133, druhou 236. Má-li b hodnotu **false**, pak

$$x^7 - 7x^5 + 6x^4 + 4x^3 - x^2 - 2x - 9 =$$
$$= (x-2)^7 + 14(x-2)^6 + 77(x-2)^5 + 216(x-2)^4 + 332(x-2)^3 +$$
$$+ 279(x-2)^2 + 122(x-2) + 15\,.$$