

Aplikace matematiky

Recense

Aplikace matematiky, Vol. 12 (1967), No. 3, 224–234

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103093>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1967

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

RECESE

Petr Henrici: ELEMENTS OF NUMERICAL ANALYSIS. (Základy numerické analýzy.) Wiley, New York - London - Sydney 1964. Stran XV + 328, cena 60 s.

Henriciho kniha je elementární knihou z oboru numerické matematiky. Elementární v tom smyslu, že je čitelná širokému okruhu čtenářů a že nepředpokládá větší předběžné znalosti. Je elementární také v tom smyslu, že v podstatě — s menším výjimkami — se zabývá nejzákladnějšími otázkami a metodami numerické matematiky. Z tohoto hlediska může se zdát, že jde o jednu z četných knih tohoto druhu. Již po zběžném prolistování však čtenář zjistí, že tomu tak není, že jde o knihu, která se silně odlišuje od knih obdobného charakteru způsobem výkladu i výběrem látky.

Již v I. kapitole definuje Henrici numerickou analýzu jako teorii konstruktivních matematických metod s důrazem na slovo konstruktivních.

Konstruktivní metodou se přitom rozumí proces, který umožňuje získat hledané řešení matematického problému s danou přesností konečným počtem racionálně proveditelných kroků.

Obsahu této definice se drží celá kniha. Do popředí vystupují algoritmy jakožto popis konstruktivního řešení. Upozorňuje se na jevy souvisící s numerickou stabilitou. Klade se důraz na metody dnes skutečně užívané a osvědčené. Je to kniha opravdu dobrá. Konečně je dobře známo, že P. Henrici opravdu dovede psát knihy.

A nyní k obsahu. Kniha má 16 kapitol. Úvod tvoří 3 kapitoly. První část pak se zabývá řešením rovnic (kořenů). Hlavní pozornost je přirozeně věnována iteračním metodám a jejich urychlování (procesy Aitkena, Steffensena). Poměrně podrobně je pak rozebrána Bernoulliho metoda a QD algoritmus pro řešení kořenů algebraických rovnic.

Druhá část se zabývá interpolací a aproximací. Do této části jsou také zařazeny kapitoly o numerickém derivování a integraci a řešení počátečních problémů pro diferenciální rovnice.

Opět i zde v klasické látce najdeme nový přístup k věci a obraty, které jsou pro počítání na samočinných počítačích velmi důležité. Je pravděpodobné, že i čtenář důvěrněji seznámený s danou problematikou najde zde pro sebe nové věci. Uvedeme zde např., že v knize jsou zdůrazněny extrapoláční metody (urychlování konvergence) a různé aplikace v tomto směru, které jsou při praktickém počítání velmi důležité. Jednou z nich je např. dnes již dobře známá Rombergova numerická integrace.

Část třetí a poslední je věnována některým otázkám teorie počítání, počítání v pevné a pohyblivé čáře a aspekty kumulace zaokrouhlovacích chyb.

Způsob výkladu zaměřený na široký okruh čtenářů někdy vede k drobným nepřesnostem. To však není ani podstatné ani důležité. Henriciho knihu je možno skutečně jen doporučit.

Ivo Babuška

M. V. Wilkes: A SHORT INTRODUCTION TO NUMERICAL ANALYSIS. (Krátký úvod do numerické analýzy.) Cambridge University Press 1966. Stran IV + 76, cena 25 s.

Kniha vznikla z přednášek autora, profesora university v Cambridgi. Autor stručně popisuje obecně používané základní metody numerické matematiky. Rozsah knihy je nevelký; přesto je v ní obsažen okruh úloh zahrnovaný do běžné učebnice numerické analýzy: řešení algebraických

rovnice, interpolace, numerické integrování a derivování, řešení počátečních úloh pro obyčejné diferenciální rovnice a diferenční metody k řešení okrajových úloh.

Nejdelší kapitola knihy je věnována interpolaci. Podle slov profesora Wilkese „... není tomu tak pro praktickou důležitost interpolace jako takové (...), ale proto, že idea interpolačního polynomu je základem pro užívání diferenčních metod v numerické analýze“. Z tohoto hlediska autor přistupuje k celému výkladu. Systematicky užívá diferenčních operátorů, v důležitých případech jsou formule s diferencemi odvozovány též alternativním způsobem (bez použití diferencí).

Autor si vytyčil dosti obtížný cíl — snaží se nejen seznámit čtenáře se základním faktickým materiálem, ale také mu objasnit základní ideje a postupy numerické matematiky a připravit jej pro detailnější studium. Podle mého názoru zůstává otázkou, zda by nebylo účelnější omezit rozsah věnovaný interpolaci, uvést čtenáře do problematiky související s pojmem numerické stability a zmínit se též o odhadech nepřesnosti pro některé metody. Autor se odhady chyby nezabývá; sám o tom v úvodu píše: „Odvozené diferenční formule jsou ovšem na funkece, které lze pouze přibližně nahradit polynomy, aplikovány na uživatelské riziko“.

Wilkesův styl je živý a přístupný; k porozumění je zapotřebí znalosti matematiky v rozsahu základního kursu analýzy a algebry. Důležité pojmy jsou výborně ilustrovány příklady. Každá kapitola je ukončena několika cvičeními s uvedenými výsledky.

V současné době by úvod do numerických metod měl být součástí výchovy většiny vědců a techniků. Kniha profesora Wilkese může sloužit jako studijní text pro takovou výchovu i jako informativní příručka pro uživatele samočinných počítačů.

Petr Příkryl

Charles G. Cullen: MATRICES AND LINEAR TRANSFORMATIONS. (Matice a lineární zobrazení.) Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass. 1966. Stran 227, cena 51 s.

Kniha je učebnicí lineární algebry v dvousemestrovém kursu přibližně ve třetím roce university. Předpokládá jen znalost analytické geometrie a základů matematické analýzy.

Uvedme nejprve stručně obsah. Kniha má 9 kapitol. V první kapitole zavádí autor kromě základních pojmů z algebry pojem matice. Definuje operace s maticemi, odvozuje jejich vlastnosti. Druhá kapitola jedná o vektorových prostorech, třetí o determinantech. Ve čtvrté kapitole jsou studována lineární zobrazení a jejich souvislost s maticemi. Pátá kapitola pojednává o Jordanově normálním tvaru, šestá o polynomiálních maticích. V sedmé kapitole je vyložena teorie elementárních dělitelů. Osmá kapitola je věnována maticové analýze, a konečně devátá numerickým metodám v lineární algebře.

Jak je odtud patrné, obsahuje kniha dosti obsáhlý materiál, což ovšem neplatí o posledních dvou kapitolách, kde je pochopitelně výklad jen povrchní. Z důležitějších pojmů lze postrádat jen pojem kvadratické formy (autor ji patrně nezahrnuje do lineární algebry). Rovněž v knize není zmínka o nezáporných maticích.

Kniha je metodicky i věcně velmi pěkně napsána. Obsahuje přes 375 úloh ke cvičení (v úl. 9 z odst. 8-2 má být správné $N_1(A) = \text{tr}^{\frac{1}{2}}(AA^*)$). U složitějších a numerických úloh jsou na konci knihy uvedeny výsledky.

Celkově lze říci, že kniha jistě dobře plní svůj účel a seznámí zájemce spolehlivě s problematikou lineární algebry.

Miroslav Fiedler

L. Collatz: PROBLÉMY CHARAKTERISTICKÝCH HODNOT S TECHNICKÝMI APLIKACEMI. Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1965. Stran 492, 15 tabulek, 216 obrázků, cena 35,50 Kčs. Přeložil RNDr. Jan Navrátil a doc. Josef Hudec.

Užití matematiky v technické praxi není v naší matematické literatuře věnována péče, jakou by si tato disciplína zasloužila. Tuto mezeru se snaží některá naše nakladatelství vyplnit vhod-

nými překlady. K nim patří též recenzovaná Collatzova kniha. Ač první vydání originálu vyšlo v roce 1942, lze říci, že tato kniha je moderní v prostředcích teoretického odvozování výsledků. Jedná se o úlohy typu $Ax = \chi x$, $Mx = \chi Nx$, kde A , M , N jsou lineární operátory. Teoretických výsledků se v knize užívá k řešení praktických úloh, hlavně ze stavební mechaniky a pružnosti, na nejjednodušších výpočtových prostředcích jako jsou stolní kalkulačky a logaritmické pravítko. V tomto směru recenzovaná kniha není a také vzhledem k době svého vzniku nemůže být moderní.

Po stránce formální je kniha hezky vypravena a překlad je poměrně zdařilý až na některé pojmy, přeložené úzkostlivě doslovně.

Knihu lze doporučit všem zájemcům o problémy vlastních hodnot ať už po stránce teoretické, praktické či výpočtové. Po jejím přečtení bude pozorný čtenář seznámen s problematikou a způsoby řešení úloh na vlastní hodnoty tak, že čtení i těch nejmodernějších pojednání vztahující se k uvedené problematice mu nebude činit nejmenších potíží. Na druhé straně, nelineární problémy a numerické problémy spojené s úlohami na vlastní hodnoty v knize, jak již bylo uvedeno, řešeny nejsou a čtenář bude nucen hledat poučení v jiných knihách. Jest se proto nadíti, že recenzovaná kniha není posledním překladem věnovaným aplikacím matematiky, jímž náš trh obohatilo Státní nakladatelství technické literatury.

Ivo Marek

Andrew M. Gleason: FUNDAMENTALS OF ABSTRACT ANALYSIS. (Základy abstraktní analyzy.) Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass. 1966. Stran XII + 404, cena 104 s.

Kniha je míněna jako úvodní text ke studiu moderní analyzy; tomu jest rozuměti tak, že je určena těm studentům, kteří již prošli základními kursy diferenciálního a integrálního počtu a obracejí se k vážnějšímu studiu principů analyzy a k hlubšímu rozboru pojmů o jejichž užitečnosti se již přesvědčili dříve. Přesto je kniha psána tak, že nevyžaduje téměř žádných předběžných znalostí matematických. Jak praví autor v předmluvě, položil si úkol vyložit studentu začínajícímu vážněji se zabývat matematickou analýsou, vztah teorie množin k matematice.

Předmluva sama obsahuje několik zajímavých myšlenek. Autor nepovažuje teorii množin za disciplínu, která může matematiku nahradit, přestože mocně přispěla k porozumění nezákladnějších matematických pojmů. Citujme přímo: „Obviously, mathematics has a real content which transcends the inadequacies of our efforts to formalize it.“ A o několik řádek dále: „It is unfortunate that the technical devices necessary to maintain an abstract approach often obscure the origins of the problems they are designed to handle. The result has been a widening of the intellectual gap between pure and applied mathematics and, regrettably, a virtual estrangement of pure and applied mathematicians. Those who find the precision of set-theoretic formulations fascinating often lose sight of mathematics itself, while those who are repelled by formalisms often dismiss all abstractions as mere axiom-pushing and turn a blind eye to the insights that abstraction may provide.“ Úkolem knihy je tedy vyložit základy matematické analyzy z množinové teoretického hlediska s otevřeným přiznáním že to je jen jeden z možných přístupů k matematickým ideám. Citujme dále: „It is a very abstract and highly formalistic book, but at several strategic places I have tried to point out how formalism is related to the elusive ‚real mathematics‘ which exists only in our intuition. The value of this book will depend to a considerable extent on the success of these passages.“

Je nutno poznamenat, že teorie množin se vykládá z tzv. naivního stanoviska avšak takovou formou, že může býti přeložena do axiomatického systému Hilbert-Bernays-Gödelova. Kniha začíná krátkým vysvětlením, co jest třeba si představovati pod pojmem množiny. Asi dvacet stránek je věnováno vysvětlení základních logických pojmů; aby čtenář uznal, že tyto věci nejsou tak prosté a nezáludné, jak se jeví na první pohled, připojil autor na konci kapitoly odstavce o Russellově paradoxu. Další kapitola je věnována základním operacím s množinami, pojmu

funkce, relace a součinu množin. Pečlivě je vysvětlen pojem struktury na množině a problému klasifikace. Následuje pojem uspořádání. Cenná je kapitola o úplné indukci a zejména o tzv. definici úplnou indukcí, která zvláště vyžaduje hlubšího zamyšlení a bývá v učebnicích vysvětlena jen velmi povrchně. Velmi pečlivě jsou vyložena reálná čísla (pomocí Dedekindových řezů) a zavedeno těleso komplexních čísel. Porovnávání velikosti množin (Bernsteinova věta) a axiomu výběru je věnován obsáhlý výklad, který přesvědčivě vyvrací předsudky o tom, co je možno akceptovat jako samozřejmé.

Vlastní analýza začíná až na straně 160. Od tohoto okamžiku se kniha již tak výrazně neliší od jiných učebnic matematické analýzy až na mimořádnou formální přesnost, používá logických symbolů k zápisu a některá originální přirovnání (hra v šachy při definici limity). Po výkladu pojmu limity následují nekonečné řady a součiny; šedesát stran je věnováno výkladu základních vědomostí o topologii metrických prostorů. V tento okamžik, jak praví autor, je čtenář vyzbrojen dostatečně obsáhlým aparátem, aby mohl s úspěchem proniknout do některé disciplíny matematické analýzy. Autor zvolil teorii analytických funkcí, které je věnován zbytek knihy. Originální je přístup, který nepoužívá pojmu integrálu. Čtenář zde však najde i poučení o analytickém pokračování. Přes 50 stran je na konci věnováno řešením spousty cvičení z textu.

Autor zřejmě věnoval mnoho úsilí způsobu podání, které při vysokém stupni abstrakce je velmi srozumitelné. Nelze pochybovat o tom, že jde o knihu mimořádné hodnoty.

Vlastimil Pták

O. Lehto, K. I. Virtanen: QUASIKONFORMNE ABBILDUNGEN. (Kvazikonformní zobrazení.) Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York 1965. Stran X + 270, 15 obrázků, cena DM 38,—.

Další svazek známé „žluté řady“ je věnován teorii kvazikonformních zobrazení — tedy poměrně mladému oboru, který má své počátky v pracích z dvacátých let a který tvoří důležitou součást teorie funkcí komplexní proměnné.

Monografie obou autorů, kteří patří v tomto oboru k předním světovým odborníkům, vychází z tzv. geometrické definice kvazikonformního zobrazení; tato definice byla zavedena počátkem padesátých let a znamenala značné obohacení teorie kvazikonformních zobrazení. V první a druhé kapitole je na základě této definice rozvíjena teorie kvazikonformních zobrazení (chápaných jako jisté nikoliv nutně diferencovatelné homeomorfizmy mezi rovinnými oblastmi). Třetí kapitola má pomocný charakter a jsou v ní uvedeny některé pojmy z analýzy (teorie míry a integrálu atp.), kterých se v dalším podstatně využívá: Ve čtvrté kapitole je pomocí tohoto aparátu dokázána ekvivalence geometrické definice kvazikonformního zobrazení s tzv. definicí analytickou, pocházející v podstatě z roku 1938 a charakterizující kvazikonformní zobrazení jako zobecněné řešení Beltramiho soustavy parciálních diferenciálních rovnic prvního řádu. Na základě ekvivalence těchto dvou definic je pak ve čtvrté a páté kapitole dále rozvíjena teorie kvazikonformních zobrazení. Ve velmi stručně šesté — závěrečné — kapitole je konečně pojem kvazikonformního zobrazení — chápaného dosud jako jisté homeomorfní zobrazení rovinné oblasti na rovinnou oblast — zobecněn pro případ, že zobrazení je až na konečný počet izolovaných bodů lokálně homeomorfní.

Auťori předpokládají, že čtenář je seznámen se základními pojmy obecné topologie, teorie funkcí komplexní proměnné (s poměrně podrobnou znalostí teorie konformních zobrazení) a z analýzy. Takové čtenáře pak kniha seznámí vhodně s nejnovějšími výsledky teorie kvazikonformních zobrazení. K přednostem knihy patří též to, že každá kapitola je uvedena několika odstavci, v nichž je stručně a velmi přehledně shrnuta látka, obsažená v příslušné kapitole. Tyto přehledné úvody velmi pomáhají čtenářově orientaci a jsou proto užitečné.

Alois Kufner

F. M. Arscott: PERIODIC DIFFERENTIAL EQUATIONS. (An Introduction to Mathieu, Lamé and Allied Functions.) Pergamon Press, Oxford - London - Edinburgh - New York - Paris - Frankfurt 1964. Stran 281, cena 60 s.

Periodickými diferenciálními rovnicemi nazývá autor lineární diferenciální rovnice druhého řádu v komplexní proměnné z , jejichž koeficienty jsou periodické funkce; jsou-li koeficienty eliptické funkce, mluví o rovnicích s dvěma periodami. Kniha je rozdělena do deseti kapitol. V první kapitole jsou odvozeny Mathieuova rovnice ($d^2w/dz^2 + (a - 2q \cos 2z)w = 0$), sferoidální vlnová rovnice ($d^2w/dz^2 - \operatorname{tg} z \, dw/dz + (\lambda - u^2 \sec^2 z + \gamma^2 \cos^2 z)w = 0$) a elipsoidální vlnová rovnice ($d^2w/dz^2 - (a + bk^2 \operatorname{sn}^2 z + qk^4 \operatorname{sn}^4 z)w = 0$) z vlnové rovnice ($\partial^2 u / \partial t^2 = \Delta u$). Ve všech případech jde o to, že po zavedení vhodného souřadného systému řešíme vlnovou rovnici separací proměnných. Protože nové souřadnice lze interpretovat jako úhly, je tím motivováno, proč mají mimořádný význam periodická řešení. Studium základních periodických řešení (tj. takových, jejichž perioda je 2π) Mathieuovy rovnice jsou věnovány kapitoly 2 až 5. V kapitole 2 jde o základní vlastnosti, v kapitolách 3 a 4 jsou probány metody, jak lze nalézt řešení (rozvoje, integrální rovnice, perturbace) a kapitola 5 jedná o asymptotických rozvoje (pro velké $|z|$ a pro velká $|q|$). V kapitole 6 se studují vlastnosti obecných řešení Mathieuovy rovnice (nikoliv základních periodických); je vymezena oblast stability (tj. množina takových $(a, q) \in E_2$, že všechna řešení jsou omezená) a jsou studovány další vlastnosti stabilních i nestabilních rovnic. Kapitola 7 je krátký přehled o Hillově rovnici ($d^2w/dz^2 + J(z)w = 0$, J má periodu π) a kapitola 8 pojednává o sferoidální vlnové rovnici. Kapitoly 9 a 10 jsou věnovány rovnicím s dvěma periodami, Laméově rovnici a elipsoidální vlnové rovnici. (Zde je základním problémem existence řešení s dvěma periodami.) Každá kapitola obsahuje řadu cvičení a autoru se tak podařilo v nevelké knížce shrnout rozsáhlou látku. U čtenáře se předpokládají pouze základní znalosti, autor podrobně rozebírá jednodušší případy než přechází k složitějším a dává čtenáři orientaci o literatuře v tomto oboru. V předmluvě autor polemizuje s názorem, že hledat analytické řešení je především ztráta času (vzhledem k možnosti použití samočinných počítačů). Říká, že „tento názor obsahuje jen malou část pravdy, neboť problémy na vyšší úrovni obsahují obvykle tolik parametrů nebo okrajových podmínek, že numerické řešení, i když je lze provést, nedává skutečnou představu o vlastnostech rovnice. Kromě toho každý analytik s jistou vnímavostí cítí, že uchylvat se k numerickým metodám připomíná poněkud vyražení dveří kladivem, zatím co s trochou námahy lze najít klíč“.

Jaroslav Kurzweil

Maurice Roseau: VIBRATIONS NON LINÉAIRES ET THÉORIE DE LA STABILITÉ. (Nelineární kmity a teorie stability.) Springer Tracts in Natural Philosophy, Volume 8. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York 1966. Stran 254, cena DM 39,—.

Autor rozděлил knihu do 18 kapitol. Prvé mají přípravný charakter. Probírá se v nich spektrální teorie lineárních operátorů v konečně-rozměrných prostorech a existenční věty pro soustavy lineárních i nelineárních rovnic. Kapitoly 5—8 jsou věnovány základům teorie stability. Je v nich vyložena převážně teorie prvního přiblížení pro soustavy, jejichž lineární část má buď konstantní nebo periodické koeficienty, a základy Ljapunovovy přímé metody. Z kritických případů je vyšetřen pouze případ jediného nulového kořenu charakteristické rovnice. V kapitolách 9, 10, 11 je vyložena Poincarého teorie existence ω -periodických řešení pro slabě nelineární (tzv. porušené) soustavy tvaru

$$\dot{x} = Ax + \varepsilon f(t, x, \varepsilon)$$

(ε je malý parametr) za předpokladu, že f je ω -periodická v t . Vyšetřuje se jak nekritický tak kritický případ (tj. soustavy $\dot{y} = Ay$ nemá resp. má netriviální ω -periodické řešení) a zkoumá se stabilita nalezeného ω -periodického řešení. V kap. 12 jsou vyloženy základy Krylov-Bogolju-

bovovy metody průměru i s Haagovým zobecněním na soustavy s nespojitou pravou stranou. V kap. 13 pomocí této teorie je studována teorie synchronizace v řadě důležitých fyzikálních soustav. (V teorii synchronizace zkoumáme takové soustavy, v nichž perioda budící síly je blízká k periodě (resp. jejímu násobku) některého z vlastních kmitů.) V kap. 14 a 15 se zkoumá existence a stabilita periodických řešení u slabě nelineárních soustav, jejichž lineární část má periodické koeficienty. Zde se autor převážně přidržuje metody vyložené ve známé Malkinově knize věnované nelineárním kmitům. V kap. 16 se obdobně vyšetřují skoroperiodická řešení slabě nelineárních soustav. Kapitola 17 je věnována Poincaré-Bendixonově teorii limitních cyklů v silně nelineárních autorních soustavách v rovině. Konečně v kap. 18 se vyšetřuje existence ω -periodických řešení v soustavách tvaru

$$\dot{x} = f(t, x) + \varepsilon g(t, x, \varepsilon).$$

Už rozsahem knihy je dáno, že recenzovaná kniha obsahuje jen část nyní již velmi obsáhlé teorie nelineárních kmitů. Její nespornou předností však je matematická přesnost, která v tomto oboru není právě vždy obvyklá. Při tom však kniha nikterak neztrácí na srozumitelnosti a je přístupná i čtenářům, kteří jsou zaměřeni spíše k aplikacím. Ti také ocení řadu technicky důležitých příkladů. Považuji recenzovanou knihu za velmi užitečnou a to zvláště pro začínající pracovníky v oboru nelineárních kmitů.

Otto Vejvoda

A. A. Andronov, A. A. Vitt, S. E. Khaikin: THEORY OF OSCILLATORS. (Teorie oscilátorů.) International Series in Monographs in Physics, vol. 4. Pergamon Press 1966. Stran 32+815, obr. 598, cena £ 10.

Tato kniha je překladem druhého vydání z roku 1959 objemného díla „Teorija kolebanij“ autorů A. A. Andronova, A. A. Vitt a S. E. Chajkina. Oproti originálu jsou vypuštěny dodatky II. a III. Dodatek II. pojednával o experimentálním rozkladu fázového prostoru na trajektorie pomocí elektronkového oscilátoru a v dodatku III. byly uvedeny některé vzorce pro trigonometrické funkce. Překlad je však navíc opatřen krátkou 11. kapitolou, kde je uveden náčrt dalšího rozvoje zkoumaných problémů a je zde zmínka o metodách, které nejsou v knize uvedeny, jako např. metoda Ljapunovských funkcí, metoda Krylova, Bogoljubova a Mitropol'ského ap. Také seznam publikací je rozšířen zvláště o přehledná díla, která nejsou obsažena v moskevském vydání.

Kniha je napsána velmi přístupnou formou. Základní pojmy jsou vysvětlovány na příkladech z mechaniky a elektrotechniky, to se týká zvláště 1. kapitoly, kde jsou vysvětlovány pojmy: fázová rovina, singulární body, isoklina, rovnovážné stavy, periodická řešení, stabilita atd. Ke studiu tohoto díla jsou nutné jen nezákladnější znalosti z matematické analýsy. Základy teorie obyčejných diferenciálních rovnic jsou shrnuty v dodatku. Také příklady jsou záměrně voleny jednoduše. Jsou to vesměs systémy s nejvýše jedním stupněm volnosti, tj. systémy, které jsou vyjádřeny buď jednou diferenciální rovnicí nejvýše druhého řádu, nebo soustavou nejvýše dvou diferenciálních rovnic prvního řádu. Takové příklady mají velkou výhodu v tom, že je lze reprezentovat ve fázové rovině, kde je průběh trajektorií velmi názorný. O funkcích, které vystupují v těchto diferenciálních rovnicích, autoři většinou předpokládají, že jsou analytické, tj., že je lze rozvinout v mocninou řadu v okolí každého bodu z oblasti definice. V mnoha případech tato omezení nejsou podstatná, a pak lze metody upravit pro soustavy diferenciálních rovnic vyšších řádů i pro případy, že funkce splňují slabší podmínky.

První kapitola má spíše přípravný charakter a byla již o ní zmínka. V druhé kapitole se autoři zabývají nelineárními konzervativními systémy. Rozložení trajektorií na fázové rovině autoři zkoumají pomocí diagramu „energetické bilance“. Autoři se zabývají zkoumáním závislosti konzervativních systémů na parametru a objasňují v této souvislosti základy Poincarého bifur-

kační teorie. Dále se autoři zmiňují o souvislosti Hamiltonových rovnic s variančním principem a o souvislosti těchto rovnic s invariantní mírou. V této kapitole se také vyšetřuje stabilita konzervativních systémů. Třetí kapitola je věnována nekonzervativním systémům. Zde jsou metody objasněny průběžně při řešení různých problémů z teorie hodin. Ve čtvrté kapitole se autoři zabývají rovnicí $\dot{x} = f(x)$. Poněvadž fázový prostor je v tomto případě přímka, lze všechny předchozí výsledky formulovat mnohem jednodušeji. Jest zde ovšem také vyšetřován případ, že $f(x)$ je mnohoznačná funkce, kdy rovnice může mít periodická řešení. V. a VI. kapitola pojednává o kvalitativní teorii dynamických soustav v rovině. V V. kapitole jsou vyšetřovány základní typy singulárních bodů, stabilita singulárních bodů a periodických řešení, vlastnosti Poincarého indexu singulárních bodů, Poincarého metoda vyšetřování vzdálených trajektorií, odhad polohy limitního cyklu (pomocí Bendisonova kritéria, Poincarého metody dotykových křivek ap.). VI. kapitola pojednává zvláště o globálních vlastnostech fázové roviny. Jest zde vyšetřována orbitální stabilita, jsou vyšetřovány „hrubé“ soustavy, je provedena klasifikace možných typů trajektorií pro případ hrubé soustavy a klasifikace „buněk“, tj. oblastí, jejichž hranice jsou orbitálně nestabilní trajektorie a zkoumá se závislost fázové roviny na parametru. Poněvadž některé fyzikální soustavy není vhodné zkoumat ve fázové rovině (např., jestliže u kyvadla vezmeme za souřadnice úhel φ a $\dot{\varphi}$, pak body $\varphi + 2k\pi$ jsou totožné s φ), ale na válcové ploše, je VIII. kapitola věnována studiu trajektorií na válcové ploše. Na příkladech (kyvadlo, klouzavý let) je ukázáno, v čem se tento případ shoduje nebo neshoduje s předchozí teorií. VIII. kapitola je věnována bodovým transformacím. Tuto metodu lze použít, jestliže lze fázovou rovinu rozdělit na oblasti, ve kterých se dá systém s dostatečnou přesností lineárně aproximovat. Zde je teorie objasněna hlavně na příkladech elektronkových generátorů a dvoupolohového automatického pilotu. V IX. kapitole jsou uvedeny Van der Polova metoda a Poincarého metoda. Tyto metody spolu s výše zmíněnou metodou Krylova, Bogoljubova a Mitropol'ského se již staly nepostradatelnou pomůckou při vyšetřování nelineárních oscilací. V X. kapitole jsou vyšetřovány nespojitě oscilace. Tento druh oscilací může nastat v případě systému $\mu\dot{x} = F(x, y)$, $\dot{y} = G(x, y)$, kde μ je malý parametr. V této kapitole je objasněn fyzikální význam takových systémů a jejich souvislost s malými parasitními vazbami. Jsou uvedeny podmínky, za kterých není třeba parasitní vazby brát v úvahu, a kdy naopak vlivem těchto malých parasitních vazeb může dojít k „nespojitém“ oscilacím.

Tato kniha je zaměřena hlavně pro inženýry a fysiky, kteří mají co činit s oscilujícími systémy, nevyžaduje velkých matematických vědomostí a je doplněna bohatým výběrem názorných aplikací zvláště z elektrotechniky a mechaniky.

Ivo Vrkoč

A. O. Gelfond, Yu. V. Linnik: ELEMENTARY METHODS IN ANALYTIC NUMBER THEORY. (Elementární metody v analytické teorii čísel.) George Allen & Unwin Ltd., London 1965. Stran 242, obr. 6, cena 42 s.

Recenzovaná kniha je anglickým překladem stejnojmenného ruského originálu z r. 1963, jejímiž spoluautory jsou dále A. I. VINOGRADOV a JU. I. MANIN. Obsahuje ve dvanácti kapitolách řadu závažných a hlubokých výsledků analytické teorie čísel, které jsou dokazovány vesměs úplně elementárním způsobem. Uveďme nejprve stručně hlavní obsah jednotlivých kapitol.

Kapitola I je v podstatě převzata ze známé Chinčinovy knížky „Tři perly teorie čísel“ (viz Jarníkovu recenzi v Časopise pro pěst. matematiky 74 (1950), str. D87-8) a obsahuje důkaz známé Mannovy věty o Šnirelmannově hustotě a Erdősovu větu o podstatných komponentách. Druhá kapitola je věnována Linnikovu řešení Waringova problému (viz opět třetí kapitolu Chinčinovy knihy) a Jemeljanovovu řešení tzv. Hilbert-Kamkeho problému.

Kapitola třetí obsahuje elementární důkaz věty o rozdělení prvočísel (i v aritmetických posloupnostech). Pro bližší vysvětlení viz Jarníkovu recenzi Spěchtovy knihy „Elementare Beweise

der Primzahlsätze“ v Časopise pro přest. matematiky 85 (1960), str. 364–372. Důkaz je však zjednodušen podle článku A. G. Postnikova a N. P. Romanova (Uspěchi mat. nauk X, 4, str. 75–87). Čulánovského přenesení této metody na úlohy asymptotického vyjádření počtu Gaussových prvočísel v jistých rovinných oblastech je uvedeno v následující kapitole.

Pátá a šestá kapitola jsou věnovány výkladu Eratosthenova, Brunova a Selbergova síta a jejich základních známých aplikací (Brunova věta o prvočíselných dvojčatech, Šnirelmannova věta o Goldbachově problému atp.).

Další tři kapitoly obsahují elementární metody I. M. Vinogradova v teorii mřížových bodů v rovině, rozložení některých číselných posloupností modulo 1 a teorii mocninných zbytků a nezbytků.

V desáté kapitole je podrobně vyloženo Maninův důkaz Hasseho domněnky o počtu řešení kongruence

$$y^2 = x^3 + ax + b \pmod{p},$$

v jedenácté pak Linnikův elementární důkaz Siegelovy věty o počtu tříd binárních kvadratických forem se záporným fundamentálním diskriminantem. Závěrečná — dvanáctá — kapitola uvádí Gelfondův důkaz transcendentnosti čísel tvaru α^β (α a β jsou reálná algebraická čísla, $\alpha \neq 0, 1$, β iracionální).

Studium knihy vyžaduje pouze základní znalosti z teorie čísel a teorie funkcí jedné reálné proměnné (limita, derivace, integrál). Přesto — a je to v povaze této problematiky — je její četba dosti náročná na čtenářovou schopnost bezpečné orientace v důmyslných a složitých úvahách. Některé kapitoly (zejména I–III, VII, X a XII) jsou psány velmi pěkně. Ostatní pak vyžadují velmi pozorného a kritického čtenáře (např. kapitola XI je skoro doslovný přetisk Linnikova článku v DAN!).

Řadu nepřesností a tiskových chyb originálu se podařilo překladateli a zřejmě hlavně redaktoru překladu prof. Mordellovi odstranit. Přesto však zbývají některé nejasnosti, které snižují cenu této knihy (např. na str. 109–111 překladu volíme nejprve $k = 2e \ln \ln z + 2ec$ a po chvíli $z = x^{\frac{1}{k}}$, v lemmatu 5 na str. 235 chybí zřejmý předpoklad $a \geq 1$ atp.).

Přes uvedené výhrady lze knihu vřele doporučit zejména pro bohatost a závažnost sebraného materiálu (který byl jednak roztroušen po časopisech, jednak je mnohdy poprvé publikován) všem, kteří se chtějí seznámit se zajímavými výsledky dosaženými prakticky v posledním čtvrtstoletí a s metodami, které si již získaly pevné místo v teorii čísel a celé moderní matematice.

Břetislav Novák

F. Harary, R. Z. Norman, D. Cartwright: STRUCTURAL MODELS. AN INTRODUCTION TO THE THEORY OF DIRECTED GRAPHS. (Strukturální modely. Úvod do teorie orientovaných grafů.) John Wiley & Sons, Inc., New York - London - Sydney 1965. Stran 415, 222 obrázků, cena neuvedena.

Od roku 1936, kdy vyšla známá Königova kniha „Theorie der endlichen und unendlichen Graphen“, vzrůstá zájem o teorii grafů nejen mezi matematiky, ale i mezi pracovníky jiných vědních oborů. Nová kniha, které si všimneme v této recenzi, se obrací zejména k pracovníkům ve společenských vědách. První z autorů je matematik a je u nás osobně znám, neboť r. 1963 přednášel ve Smolenicích na mezinárodním sympoziu o teorii grafů. Také druhý člen autorského kolektivu je matematik, zatímco třetí autor je psycholog.

Tento úvod do teorie orientovaných grafů je rozdělen do 14 kapitol. Čtenář, který chce knihu s porozuměním studovat, musí přečíst prvních pět kapitol, kde jsou definovány základní pojmy a odvozeny základní věty potřebné v celé monografii. Zbývající kapitoly tvoří samostatné celky, takže se dají studovat i odděleně. Nejprve tedy k prvním pěti kapitolám. Je tu definován orientovaný graf, pro nějž je zvoleno stručně označení digraph. Použijeme-li české terminologie, můžeme zhruba říci, že orientovaný graf je útvar složený z uzlů (points) a orientovaných hran (lines).

Jsou uvedeny speciální typy orientovaných grafů (úplný, symetrický, antisymetrický apod.), je studován vztah mezi maticemi a grafy a isomorfismus grafů. Potřebné pojmy z teorie množin a matic jsou všude vysvětleny — zřejmě s ohledem na čtenáře, který nemá hlubší matematické vzdělání. Různě definované dráhy (semipaths, paths) a jejich základní vlastnosti připravují půdu pro studium souvislosti grafu. Jedna z kapitol je věnována uzlovým bázím (point bases) a další si znovu podrobněji všímá vztahu mezi maticemi a grafy. Tolik tedy k prvním pěti kapitolám, jež obsahují základní pojmy a věty této monografie. Následuje kapitola o vzájemné dosažitelnosti mezi uzly grafu, kde se setkáme též s definicí poloměru, centra apod. Kapitoly 7 a 8 projednávají příbuznou problematiku, neboť v nich jde o odstraňování hrany resp. uzlu z grafu. Je tu např. pojem mostu (bridge) a hranové báze (line basis), a dále např. artikulace (cut point), která je v literatuře spíše studována u grafů neorientovaných. V dalším výkladu se studují speciální podgrafy zvané bloky (blocks) a jedna kapitola je věnována acyklickým grafům. Při některých hrách i v biologickém výzkumu se vyskytují netriviální, úplné, asymetrické grafy, jež autoři nazývají tournaments. V sociometrii i jinde najdeme orientované grafy, v nichž uzlové polostupně jsou nějak specifikovány; sem patří např. rovnovážně orientované grafy, jimž autoři říkají isographs. Ve znaménkových grafech (signed digraphs) je každé hraně přiřazeno kladné nebo záporné znaménko, zatímco v sítích (networks) jsou hrany ohodnoceny libovolnými čísly.

Tím jsme se stručně seznámili s obsahem knihy. Pro úplnost je třeba říci, že se autoři vzdali obvyklé matematické strohosti, výklad zpestřují mnoha poznámkami a obrázky, důležité definice vysvětlují ještě znovu jinými slovy a každou kapitolu doplňují sérií jednoduchých cvičení. Nejen to — každá kapitola končí asi jednostránkovým shrnutím, v závěru knihy je pro snazší orientaci uveden seznam hlavních vět jakož i přehled základních pojmů. Nechybí samozřejmě ani seznam literatury a rejstřík. Domnívám se, že sociologové, lingvisté, psychologové, biologové i jiní zájemci o aplikovanou matematiku najdou v této knize mnoho užitečného pro svou práci.

Jiří Sedláček

Uwe Pape: STRUKTURUMWANDLUNGEN ALPHANUMERISCHER STRECKEN-KOMPLEXE UND IHRE AUSFÜHRUNG MIT DIGITALEN RECHENANLAGEN. Naturwissenschaftlich-Philosophische Fakultät der Technischen Hochschule Carolo-Wilhelmina Braunschweig 1965. Stran 400, obr. 88, cena 24,00 DM.

Rozsáhlá práce je autorovou doktorskou disertací. Zabývá se problematikou zpracování grafů pomocí samočinných počítačů a algoritmicizací některých jejich transformací.

Neorientovaný graf je v paměti počítače uložen prostřednictvím své incidenční matice, změny jejích prvků pak odpovídají transformacím grafu. Tyto souvislosti jsou v práci podrobně vyšetřeny. Uvažují se grafy uzlově ohodnocené a to slovy, sestavenými z písmen a číslic.

Autor dochází k zajímavému závěru: ohodnocené grafy interpretuje jako chemické strukturní vzorce, transformace pak jako reakce. Zkoumají se tzv. elementární transformace, z nichž je možné složit libovolné další.

Práce se dělí na tři části, vlastní výklad je soustředěn v osmi kapitolách 1. části. Po shrnutí základních pojmů teorie grafů v 1. kapitole jsou v 2. kapitole detailně vyšetřeny otázky zobrazení grafu v počítači Zuse 22. Zde se pracuje i s jednotlivými bity strojových slov, takže výsledky a závěry rozhodně nejsou ihned použitelné na jiném počítači. V kapitolách 2—5 se zkoumají strukturní transformace grafů, v 6. a 7. jsou popsány opět jim odpovídající otázky při strojové realisaci. 8. kapitola se týká výše zmíněné „chemické“ interpretace.

2. část obsahuje podrobná bloková schémata programu i s vysvětlivkami; ve 3. části jsou uvedena vstupní data a reprodukované výsledky zpracování 11 příkladů.

Knížka by mohla být prospěšná každému, kdo se zabývá zpracováváním grafových problémů na samočinných počítačích pracujících ve dvojkové soustavě.

Ivan Havel

J. G. Kemeny, A. Schleifer, J. L. Snell, G. L. Thompson: MATHEMATIK FÜR DIE WIRTSCHAFTSPRAXIS. (Matematika pro hospodářskou praxi.) W. de Gruyter & Co., Berlin 1966. Str. 492, obr. 212, cena DM 38,—.

Kniha je německý překlad 2. vydání knihy *Finite Mathematics with Business Applications* vyšlé v nakladatelství Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. Y. 1963.

Název originálu vystihuje obsah poněkud přesněji. Kniha totiž vznikla rozšířením předchozí knihy tří z autorů Úvod do konečné matematiky a zdůrazněním aplikací v ekonomické praxi. Jak je odtud patrné, je výběr látky omezen na okruh problémů, které lze zvládnout metodami konečné matematiky. Jsou proto např. vyloučeny všechny problémy, k jejichž řešení je třeba matematické analýzy.

Přesto je kniha velmi rozsáhlá. Na bezmála pěti stech stranách jsou v osmi kapitolách vyloženy základy výrokového počtu, teorie pravděpodobnosti, teorie matic, lineárního programování a teorie her. Autoři přitom předpokládají u čtenáře jen základní matematické znalosti z nižší střední školy. Dovedou však v knize vyložit principy moderních ekonomicko-matematických metod, jako jsou metoda kritické cesty, simulace metodou Monte Carlo, teorie front, simplexová metoda aj. Rovněž seznamují čtenáře s principy blokových schémat programů numerických výpočtů na samočinných počítačích.

Autoři užívají při výkladu velkého množství příkladů z praxe. Na konci každého z 82 odstavců jsou úlohy ke cvičení (celkem 1051 úloh!), zpravidla velmi instruktivní. Výsledky těžších cvičení jsou připojeny. Na konci kapitol jsou odkazy na další literaturu.

Kniha je v podstatě učebnicí pro vyšší (ne vysoké!) školy. Tomu také odpovídá pozornost, kterou autoři věnovali metodickému zpracování výkladu. Odstavce, které tvoří jádro knihy, jsou zvlášť vyznačeny. V obsahu je také u každého odstavce uvedeno, kterých odstavců je k jeho porozumění třeba.

Kniha je nesporně velmi pěkná. Její četbu lze doporučit všem zájemcům o tuto moderní, a přitom pro praxi velmi důležitou problematiku.

Miroslav Fiedler

A. Müller ed.: LEXIKON DER KYBERNETIK. Verlag Schnelle Quickborn bei Hamburg 1964. Stran 224, obr. 20, cena neudána.

Tento čtyřjazyčný slovník vznikl za spolupráce asi třicítky vědců z různých universit a vědeckých institucí v NSR. Kromě nich se práce zúčastnili dva Američané, dva Francouzi a profesor Bar-Hillel z Jerusalemské university.

Kniha obsahuje téměř 600 hesel týkajících se základních pojmů kybernetiky. Hesla jsou řazena abecedně podle německého znění. Za ním následují německá synonyma, anglický, francouzský a konečně ruský ekvivalent. Dále je uvedeno stručné několikařádkové všeobecně srozumitelné vysvětlení pojmu, typograficky oddělené od předcházejícího i následujícího textu a podrobná vyčerpávající definice, která zabírá průměrně třetinu stránky, obojí v jazyce německém. Zpracování hesla končí odkazy na literaturu z níž byly výše uvedené údaje excerpovány. Vše je pečlivě a přehledně upraveno do dvou sloupců na stránku, výklad je doplněn dvaceti schematickými obrázky.

Místo rejstříků v jednotlivých jazycích kniha obsahuje tři převodní slovníky z angličtiny, franštiny a ruštiny do němčiny.

Výběr hesel byl zřejmě prováděn velmi pečlivě. Kromě ryze technických a elektronických pojmů jsou vysvětleny i některé otázky programování samočinných počítačů. O automatech se ze slovníku můžeme poučit i teoreticky, nechybějí hesla jako konečný automat, Turingův stroj, nervová síť. Velká pozornost je rovněž věnována i oblastem, jimiž se kybernetika dotýká fyziologie, psychologie i filosofie.

Pozorný čtenář zjistí asi ve třech případech nepřesnou volbu ruského ekvivalentu. Jde o překlad slova „Operand“, kde je přípustné stejně znějící ruské „операнд“, zatímco slovník volí termín „функтор“, kterého se používá v jiném smyslu. Podobně je zaměněno také slovo „исчисление“ se slovem „вычисление“.

Tyto skutečně výjimačně drobné nedostatky nikterak nezmenšují celkovou vysokou jazykovou i odbornou úroveň slovníku.

Ivan Havel

O. M. Phillips: THE DYNAMICS OF THE UPPER OCEAN. (Dynamika horních vrstev oceánu.) Cambridge University Press, Cambridge 1966. Stran VII + 261, 46 obr., 3 tabulky, cena 60 s. net in U.K., \$ 11,50 in U.S.A. Vyšlo v řadě „Cambridge Monographs on Mechanics and Applied Mathematics“, kterou redigují G. K. Batchelor a J. W. Miles.

Interakci dvou geofyzikálních tekutin — oceánů a atmosféry — je v posledním desetiletí věnována stále větší pozornost. Zatímco o atmosférické dynamice byla publikována řada prací, základními hydrodynamickými otázkami obou tekutin se zabývala kniha C. Eckarta: „Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres“ z roku 1960 a o jejich vzájemném působení pojednávají velké části publikace „The Sea“ (ed. M. N. Hill) z roku 1962, zůstávaly dosud práce z dynamiky oceánů roztroušeny v časopiseckých článcích nebo byly sledovány jen některé otázky této dynamiky (J. J. Stoker: „Water Waves“ z roku 1957). Takové práce se staly základem analýsy pohybů v oceánech. Jejich úkolem ovšem nebylo věnovat se systematicky také souvislostem mezi jednotlivými druhy pohybů.

Nová souborná práce Phillipsova, poctěná v první verzi Adamsovou cenou Cambridžské univerzity 1963/64, je první systematickou dynamikou horních vrstev oceánu. Téma je rozvrženo do šesti kapitol, z nichž první je úvod. Ve druhé kapitole popisuje autor Eulerovu a Lagrangeovu metodu a zavádí pohybové rovnice tekutin. V závěru kapitoly je uvedena Boussinesqova aproximace a Reynoldsovo napětí. Třetí kapitola tvoří přechod k vlastnímu jádru knihy. Pojednává obecně o dynamice povrchových vln v tekutinách. Zvláště jsou studovány gravitační vlny, vytvářející se na volné hladině kapaliny.

Hlavní částí, tvořící více než dvě třetiny obsahu knihy, jsou zbývající tři kapitoly. Autor v nich systematicky a místy originálně počítá tři typy pohybů horních vrstev oceánů: povrchové vlny, vnitřní vlny a turbulentní pohyby. Velká pozornost je přitom věnována studiu interakce těchto tří druhů pohybu.

Knihy je určena především pro oceanology, neboť pochopení dynamických procesů v horních vrstvách oceánů je rozhodující pro řadu otázek fyzikální oceanologie. Bude však zajímat i teoretické fyziky, zabývající se hydrodynamikou a matematiky, jejichž oborem je aplikovaná matematika. Autor využívá dokonale naměřených a experimentálních dat, přesto však je poměrně malý počet faktických údajů příčinou, že některá teoretická řešení mají pokusný, hypotetický ráz. Vzhledem k tomu, že hladina oceánů je převážnou styčnou plochou mezi atmosférou a zemským povrchem, prochází touto hladinou rozhodující část výměny hmoty, energie a hybnosti mezi povrchem a atmosférou. Pohyby v horních vrstvách oceánů zprostředkují pak výměnu mezi atmosférou a spodními vrstvami oceánů. Úvahy obsažené v Phillipsově publikaci jsou proto nezbytné i pro ty, kteří se zabývají teorií všeobecné cirkulace atmosféry, energetickou bilancí a teorií klimatu.

Po formální stránce je kniha vytištěna velmi pečlivě, tiskové chyby jsou výjimkou (např. text k obr. 4.10). Mezi přednostmi publikace náleží výrazová jasnost, stručnost a pečlivě vybraný seznam literatury. Je obsáhlý, zahrnuje však jen nejvýznamnější práce ze světové literatury, takže čtenář neztrácí přehled. Promyšleně a moderně sepsaná Phillipsova kniha má všechny předpoklady stát se základem, z něhož by vycházely další práce ve jmenovaných oborech.

Karel Bayer