

Aplikace matematiky

Diskuse. Dopis L. Krempaského k článku K. Wotruby "K teorii elektromagnetů pro vysoká pole"

Aplikace matematiky, Vol. 12 (1967), No. 1, 51–53

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103066>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1967

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

DISKUSE

Dopis L. Krempaského k článku K. WOTRUBY „*K teorii elektromagnetů pro vysoká pole*“ (Apl. mat. 9 (1964), 39–47).

V článku sa autor zaoberá určením optimálneho tvaru železného obvodu elektromagnetu. Výsledné pole v geometrickom strede sa počíta ako súčet príspevkov poľa od povrchových nábojov a objemových dipólov, pričom rozloženie povrchových nábojov sa určuje pomocou istej analógie. Variačným počtom je potom stanovený optimálny tvar obrysu železa rovnicou (rovnice sú číslované podľa citovaného článku)

$$(26) \quad r = r_0 \sin^2 \varphi$$

a celkový príspevok železa je daný výrazom

$$(29) \quad H = 78,4J_s \log_{10} (1 + k),$$

kde $(1 + k)$ je podiel vonkajšieho a vnútorného polomeru škrupiny. Magnetický obvod by potom vyzeral podľa pripojeného obr. 4 (obrázky sú prevzaté z citovaného článku).

K uvedenému spôsobu výpočtu príspevku železného obvodu k magnetickému poľu budiacej cievky mám námietky. Metóda objemových dipólov je totiž ekvivalentná metóde fiktívnych povrchových nábojov a teda nie je správne počítať výsledné pole ako súčet príspevkov od objemových dipólov a povrchových nábojov. Túto skutočnosť možno jednoducho dokázať pre pólové nástavce zmagnetizované do stavu nasýtenia v smere ich osi. MONTGOMERY [1] prepočítal oboma metódami sériu rôznych tvarov pólových nástavcov homogénne zmagnetizovaných v smere ich osi. Výsledky sa zhodovali až na pár percent.

Z ďalšieho vyplynie, že to platí aj pre tvar železa na obr. 4, kedy poznáme smer magnetizácie v každom bode.

Z rovnice (19), ktorá udáva príspevok od objemových dipólov, vyplýva, že v bode o súradniciach r, φ smer vektoru magnetizácie sviera s osou x uhol ϑ (obr. 3), je teda tangentou k obrysovej čiare elementárnej škrupiny určenou rovnicou (26).

BITTER [2] odvodil pre optimálny smer magnetizácie (pri ktorom objemový dipól ktorého polohový vektor sviera s osou x uhol φ , dáva maximálnu zložku poľa do smeru osi x), vzťah

$$\operatorname{tg} (\vartheta - \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2}.$$

Dá sa jednoducho dokázať, že v bode o súradniciach r, φ optimálny smer magnetizácie je potom tangentou k čiare určenej rovnicou (26).

Z uvedených skutočností potom vyplýva, že o obvode na obr. 4 sa predpokladá zmagnetizovanie v optimálnom smere, kedy by dával maximálne možný príspevok poľa v smere osi x [1], [2].

Vypočítajme teraz celkový príspevok železného obvodu na obr. 4 k poľu budiacej cievky v smere osi x , zmagnetizovaného v optimálnom smere. Integrovaním rovnice (19), alebo jedno-

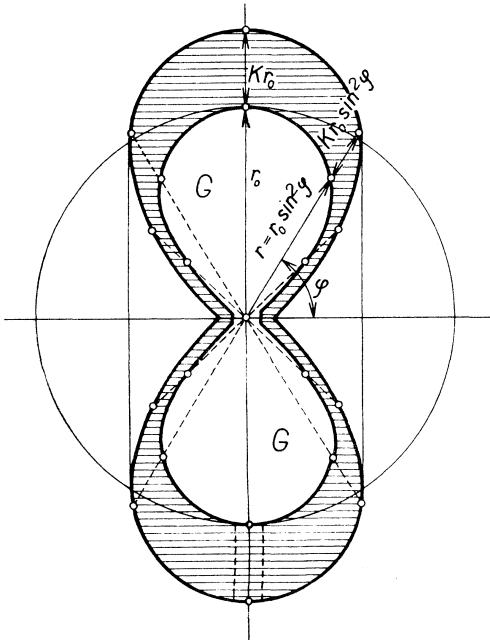
duchšie priamo integráciou cez celý objem (ak uvážime, že elementárny prstenec objemu $dV = 2\pi r^2 \sin \varphi \, d\varphi \, dr$ je zmagnetizovaný v optimálnom smere rotačne symetricky okolo osi x)

$$H = \int_V \frac{J_s}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi} \, dV = \int_0^\pi 2\pi J_s \ln \frac{r_2}{r_1} \sin \varphi \sqrt{1 + 3 \cos^2 \varphi} \, d\varphi = 40 J_s \log_{10}(1+k).$$

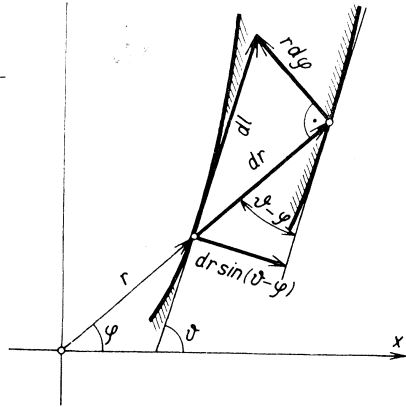
Teda presne ten istý výsledok ako v prípade Bitterovho guľového železného obvodu (rovnica (9)) To je zrejme už aj z toho, že ani u obvodu na obr. 4 nezávisí pomer r_2/r_1 na φ ($r_2/r_1 = 1+k$)

Porovnaním zistíme, že autorom citovaného článku odvodená rovnica (29) skutočne dáva skoro dvojnásobok hodnoty príspevku od objemových dipólov, čo potvrdzuje rovnocennosť metód.

Mimo toho je vo výpočte citovaného článku počtárska chyba. (Odhládnúc od tlačových.)



Obr. 4.
(Z článku K. Wotruby.)



Obr. 3.
(Z článku K. Wotruby.)

Rovnica (12) má mať tvar

$$(12) \quad d^2S = 2\pi r^{-1}(r'^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} \{ [2r^2 r'^3 + r' r'^4 - r^3 r'' r'] \sin \varphi + (r'^2 r^3 + r^5) \cos \varphi \} dr \, d\varphi.$$

Tým sa menia aj ďalšie rovnice, takže bude

$$(21) \quad F = \sin 2\varphi \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 - e^{-\xi}} - \frac{1}{4} \xi' e^{-\xi/2} \right) + e^{-\xi/2}$$

a optimálny tvar obrysu bude daný rovnicou

$$r = r_0 \sin^{\frac{3}{2}} \varphi$$

oproti

$$(26) \quad r = r_0 \sin^2 \varphi.$$

Rovnica (27) dostane tvar

$$F_{\text{opt}} = \sin \varphi (5,62 \cos^4 \varphi + 8 \cos^2 \varphi + 1) (1,25 \cos^2 \varphi + 1)^{-\frac{3}{2}}.$$

Jej grafickou integráciou v intervale $0 \div \pi/2$ obdržime

$$\Phi_0 \doteq 2,36$$

oproti

$$(28) \quad \Phi_0 = 2,716.$$

Potom výsledný príspevok (od objemových aj plošných nábojov) by bol

$$H = 68,5J_s \log(1 + k)$$

oproti

$$(29) \quad H = 78,4J_s \log(1 + k).$$

Dá sa jednoducho ukázať, že aj železný obvod s obrysou čiarou $r = r_0 \sin^{3/2} \varphi$ dáva ten istý príspevok (rovnica (9)), ako guľový magnet, alebo magnet tvaru $r = r_0 \sin^2 \varphi$, ak by bol magnetizovaný v optimálnom smere a príspevok by sme počítali iba metódou objemových dipólov.

Keďže ale v citovanom článku smer dipólového momentu je totožný s tangentou k obrysovej čiare elementárnej škrupekiny a tento smer ako ukazuje správny výsledok ($r = r_0 \sin^{3/2} \varphi$) nie je optimálnym smerom magnetizácie, bude príspevok od objemových dipólov menší ako $40J_s \log(1 + k)$.

Teda aj hodnota $68,5J_s \log(1 + k)$ bude približne dvojnásobok príspevku poľa počítaného od objemových dipólov.

To by znova potvrdzovalo ekvivalentnosť metód plošných a objemových dipólov a teda nie je správne počítať príspevkové pole železa súčtom príspevkov od plošných nábojov a objemových dipólov.

Literatúra

- [1] *Montgomery D. B.*: Somme Useful Information for the Design of Iron Magnets. M.I.T. Cambridge 39, Massachusetts, 1961.
[2] *Bitter F.*: Rev. Sc. Instr. 7 (1936) 479, 8 (1937) 318.

Odpověď K. Wotruba

Souhlasím s poznámkou Ľ. Krempaského ke svému článku, kterou byla moje dřívější teorie postavena na solidnější základ než dosud a děkuji mu za tuto snahu.

Chtěl bych přitom podotknout, že otázka supravodivých magnetů byla od doby mé publikace sledována v zahraničí tak intenzivně, že se mi zdá, že použití elektromagnetů s ferromagnetickou skořápkou pro vysoká pole nebude již řešením dosti hospodárným. Skořáčky budou však nadále přicházet v úvahu tam, kde je nutno použít magnetických polí příčně k poměrně delším vzorkům, např. při zkoumání příčného magnetorezistentního jevu a snad i v některých otázkách fyziky plasmy, jelikož jedině použitím ferromagnetických materiálů je možno dosáhnout případně fokusace magnetického pole na místo nesnadno přístupné.

Adresy autorů: Inž. *Ľudovít Krempaský*, Elektrotechnický ústav SAV, Dúbravská cesta, Bratislava. — C.Sc. *Karel Wotruba*, Ústav fyziky pevných látek ČSAV, Cukrovarnická 10, Praha 6.