

Aplikace matematiky

Daniel Mayer; Stanislav Kořínek

Analýsa elektrických obvodů v ustáleném stavu pomocí samočinného číslicového počítače

Aplikace matematiky, Vol. 9 (1964), No. 1, 48–75

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/102883>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1964

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

ANALYSA ELEKTRICKÝCH OBVODŮ V USTÁLENÉM STAVU POMOCÍ SAMOČINNÉHO ČÍSLICOVÉHO POČÍTAČE

DANIEL MAYER, STANISLAV KOŘÍNEK

(Došlo dne 23. ledna 1963.)

V článku je uveden algoritmus analýsy obecného elektrického obvodu maticovým počtem a to jednak metodou smyčkových proudů, jednak metodou uzlových napětí. Na základě metody smyčkových proudů byl vypracován program pro kompletní analýsu obvodu na samočinném číslicovém počítači. Článek je ukončen dvěma číselnými příklady, řešenými na počítači National Elliott 803.

1. ÚVOD

Jednou z největších předností maticové analýsy lineárních elektrických obvodů je samotná metodika výpočtu. Je poměrně jednoduchá a přehledná, což snižuje možnost vzniku omylů a na rozdíl od jiných metod, jejichž racionální aplikace často od řešitele předpokládá jisté zkušenosti, popřípadě i intuitivní přístup k řešenému problému, vede ke zcela mechanickému postupu. Významnou předností je tedy ta okolnost, že pro jednotlivé metody maticové analýsy elektrických obvodů lze poměrně snadno formulovat algoritmus řešení dané úlohy. Sestavení instrukční sítě (programu) pro tento algoritmus nemůže působit obtíže pracovníku zaškolenému v programování na samočinných počítačích strojích. Tyto výhody maticových metod analýsy nabývají na významu tím více, čím je řešený obvod komplikovanější.

Analýsa často již nepřiliš složitých elektrických obvodů předpokládá provedení tak velkého množství elementárních početních operací, že zvládnutí tohoto problému v prakticky přijatelné době bez strojového výpočtu není možné. Nejobtížnější početní operací je provedení inverse impedanční, popřípadě admitanční matice. U jednoduchých obvodů se často spokojíme s tím, provede-li nám samočinný počítač pouze tuto inverzi. Zbývající početní operace, tj. násobení dvou matic, transpozice matice a součet (rozdíl) dvou matic jsou již poměrně jednoduché. U jednodušších obvodů se při nich obejdeme bez použití samočinného počítače a výpočet dokončíme například na kancelářském kalkulačním stroji. Bude ovšem pohodlnější – a u složitých elektrických obvodů bude nutné – provádět veškeré maticové početní operace na samočinném

počítači. Moderní výkonné samočinné počítače mají ve své knihovně standardních podprogramů programy pro všechny zmíněné maticové operace, potřebné pro analýsu elektrického obvodu. Některé matice, s nimiž pracujeme při analýse elektrických obvodů, mají jisté charakteristické zvláštnosti (například transformační (incidenční) matice \mathbf{K} , a \mathbf{C} mají jen prvky $+1$, -1 , 0) a tedy s ohledem na ekonomii s paměťovými místy počítače je někdy vhodné tyto standardní podprogramy poněkud upravit; jedná se vesměs o jednoduché úpravy. Moderní počítače, vybavené dostatečnou paměťovou kapacitou, umožňují uložit do svých paměťových míst jednak výchozí hodnoty řešeného elektrického obvodu, jednak všechny tyto podprogramy a dále celkový program pro samočinné řízení správného sledu těchto podprogramů. Tím docházíme ke *kompletní analýze* elektrického obvodu. Při zavedení programu pro kompletní analýsu obvodu vložíme do počítače transformační matici \mathbf{K} , resp. \mathbf{C} (jež algebraicky popisuje orientovanou kostru zapojení řešeného obvodu), hodnoty aktivních a pasivních prvků řešeného obvodu a počítač již bez dalších zásahů provede veškeré početní operace analýsy tohoto obvodu a vytiskne hodnoty větvových proudů a větvových napětí. Podle technického smyslu řešené úlohy může stroj pak dále pokračovat ve výpočtu. Tak například může počítat ztráty v jednotlivých větvích, může řešit různé problémy optimalizační apod.

Kompletní analýsu lze provádět pro přechodný anebo pro ustálený stav elektrického obvodu. V tomto článku se omezíme na kompletní analýsu ustáleného stavu.

V dalším budeme předpokládat, že čtenář je obeznámen s teorií maticové analýsy elektrických obvodů, jež je podrobně uvedena např. v [1] a dále se základy programování na samočinných počítačích strojích. Obecným zásadám sestavení programu pro kompletní analýsu elektrických obvodů byla věnována již naše přednáška [2].

2. MATEMATICKÉ OPERACE ZÁKLADNÍCH METOD ANALÝSY ELEKTRICKÝCH OBVDŮ

Uvedeme v příslušném sledu jednotlivé maticové operace základních metod analýsy elektrických obvodů jednak pro případ úplného elektrického obvodu, jednak pro částečný elektrický obvod, při čemž vliv zbývající části obvodu nahrazujeme proudy, jimiž je vyšetřovaná část obvodu napájena (resp. zatěžována) ve svých uzlech. Teoretickým rozбором těchto metod se zde již nebudeme zabývat, je proveden např. v [1]. Z přehledu matematických operací vyplynou hlavní rysy algoritmu výpočtu. Sestavení instrukční sítě (programu), včetně plánu rozmístění jednotlivých výchozích hodnot a mezivýsledků v paměťových místech počítače, určujícím pořadí obsazování a uvolňování paměťových míst během výpočtu, je pro zaškoleného programátora celkem jednoduchou záležitostí. Práce programátora bude zřejmě závislá na typu počítače, jímž bude výpočet prováděn, na vybavení knihovny tohoto počítače standardními podprogramy, popřípadě ještě na jiných okolnostech. V dodatku uvedeme program složený ze symbolických instrukcí (autokód A 2 a standardní interpretační program 803 M 4), použitý na samočinném počítači National Elliott 803.

2.1 Úplný elektrický obvod

Uvažujme elektrický obvod obsahující l větví, k uzlů a s separátních částí; úplný systém lineárně nezávislých smyček tohoto obvodu obsahuje n smyček, při čemž $n = l - k + s$. Jak známo, metoda smyčkových proudů vyžaduje provedení inverze matice smyčkových impedancí \mathbf{Z}' řádu n , kdežto metoda uzlových napětí vede na inverzi matice uzlových admitancí \mathbf{Y} řádu $k - s$. Kromě této skutečnosti nutno při volbě metody dále přihlídnout k tomu, že metoda uzlových napětí používá k algebraickému zobrazení orientované kostry zapojení řešeného obvodu redukovanou první transformanční matici $\mathbf{K}_r(l; k - s)$, kdežto metoda smyčkových proudů pracuje s druhou transformanční maticí $\mathbf{C}(l; n)$. Přiřazení matice \mathbf{K}_r k řešenému obvodu, resp. k jeho orientované kostře zapojení, je velmi jednoduché a lze jej bezprostředně provést přímo na základě řešeného obvodu. Abychom však vyšetřili matici \mathbf{C} , nutno nejprve nalézt některý úplný systém nezávislých smyček, anebo – což je ekvivalentní – rozložit kostru zapojení řešeného obvodu na úplný strom a na úplný systém nezávislých větví. Postupným přidáváním nezávislých větví získáváme jednotlivé nezávislé smyčky úplného systému. Vyjádříme-li proudy v orientovaných větvích jako lineární kombinace n proudů v orientovaných smyčkách úplného systému (tzv. smyčkových proudů), plyne ze soustavy těchto rovnic transformanční matice \mathbf{C} . Při kompletní analýze elektrického obvodu je ovšem nutné určit také matici \mathbf{C} pomocí samočinného počítače. Pro sestavení programu pro výpočet matice \mathbf{C} nelze ovšem použít jako algoritmu naznačeného způsobu, ale je třeba vycházet z algebraické formulace určení matice \mathbf{C} .

Pro strojový výpočet matice \mathbf{C} je výhodné použít vztah mezi maticí \mathbf{C} a maticí \mathbf{K}_r . Matici \mathbf{K}_r , kterou snadno odečteme přímo z řešeného obvodu, vyjádříme v tzv. normálním tvaru

$$(1) \quad \mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r \\ \mathbf{B}_r \end{bmatrix},$$

kde submatice \mathbf{A}_r je trojúhelníková a její řádky odpovídají větvím úplného stromu a řádky submatice \mathbf{B}_r odpovídají nezávislým větvím, tvořícím úplný systém nezávislých větví. V práci [1] je odvozeno, že matici \mathbf{C} lze vyjádřit ve tvaru

$$(2) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} -{}^t\mathbf{A}_r^{-1} {}^t\mathbf{B}_r \\ \mathbf{J} \end{bmatrix}.$$

Sestrojení programu pro výpočet matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K}_r je popsáno v následujícím paragrafu.

Při metodě smyčkových proudů lze tedy postupovat tak, že spolu s hodnotami prvků řešeného obvodu uložíme do paměti počítače přímo matici \mathbf{C} . Její vyšetření ovšem vyžaduje provedení jistých výše naznačených úvah a manipulací v řešeném obvodu a tedy samočinný počítač není využit k provedení všech operací analýzy elektrického obvodu. Anebo do paměti počítače uložíme matici \mathbf{K}_r , a program pro výpočet matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K}_r bude zařazen jako podprogram v programu pro analýzu elektrického obvodu metodou smyčkových proudů.

Kromě matice $\mathbf{C}(l; n)$, získané naznačeným postupem, uložíme do paměti počítače sloupcovou matici elektromotorických sil¹⁾ $\mathbf{E}(l; 1)$ a čtvercovou matici větвовých impedancí $\mathbf{Z}(l)$, kteréžto matice snadno určíme přímo z řešeného obvodu. S těmito třemi maticemi \mathbf{C} , \mathbf{E} a \mathbf{Z} pak provádíme tyto operace: vypočítáme sloupcovou matici smyčkových elektromotorických sil

$$(3a) \quad \mathbf{E}'(n; 1) = {}^t\mathbf{C}(n; l) \mathbf{E}(l; 1),$$

čtvercovou matici smyčkových impedancí

$$(4a) \quad \mathbf{Z}'(n) = {}^t\mathbf{C}(n; l) \mathbf{Z}(l) \mathbf{C}(l; n),$$

čtvercovou matici smyčkových admitancí

$$(5a) \quad \mathbf{Y}'(n) = \mathbf{Z}'^{-1}(n),$$

sloupcovou matici smyčkových proudů

$$(6a) \quad \mathbf{I}'(n; 1) = \mathbf{Y}'(n) \mathbf{E}'(n; 1),$$

sloupcovou matici větвовých proudů

$$(7a) \quad \mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{C}(l; n) \mathbf{I}'(n; 1),$$

čili

$$(7a') \quad \mathbf{I} = \mathbf{C}({}^t\mathbf{C}\mathbf{Z}\mathbf{C})^{-1} {}^t\mathbf{C}\mathbf{E},$$

a sloupcovou matici větвовých napětí

$$(8a) \quad \mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{Z}(l) \mathbf{I}(l; 1) - \mathbf{E}(l; 1),$$

čili

$$(8a') \quad \mathbf{U} = [\mathbf{Z}\mathbf{C}({}^t\mathbf{C}\mathbf{Z}\mathbf{C})^{-1} {}^t\mathbf{C} - \mathbf{J}] \mathbf{E}.$$

K uvedenému postupu je třeba poznamenat, že výchozí matice \mathbf{E} a \mathbf{Z} jsou maticemi komplexními. Protože do paměti samočinného počítače můžeme ukládat jen reálná čísla, nutno oddělit reálné a imaginární části obou matic,

$$(9a) \quad \mathbf{E}(l; 1) = \mathbf{E}_r + j\mathbf{E}_i \quad \text{a} \quad \mathbf{Z}(l) = \mathbf{R} + j\mathbf{X},$$

¹⁾ Obsahuje-li řešený obvod zdroje vnitřních proudů převedeme je na ekvivalentní zdroje elektromotorických sil.

a počítat s oběma složkami, jež obsahují jen reálné prvky. Použitím podprogramu pro násobení maticí \mathbf{C} zleva a dále použitím podprogramu pro transposici matice určíme reálnou a imaginární složku matice $\mathbf{E}'(n; 1) = \mathbf{E}'_r + j\mathbf{E}'_i$, totiž

$$(10a) \quad \mathbf{E}'_r(n; 1) = {}^t\mathbf{C}\mathbf{E}_r \quad \text{a} \quad \mathbf{E}'_i(n; 1) = {}^t\mathbf{C}\mathbf{E}_i.$$

Použitím podprogramu pro násobení maticí \mathbf{C} zprava vypočítáme dále matice \mathbf{RC} a \mathbf{XC} , jež jsou typu $(l; n)$, a dále, pomocí podprogramu pro násobení maticí \mathbf{C} zleva a pomocí podprogramu pro transposici matice vypočítáme matice $\mathbf{Z}'(n) = \mathbf{R}' + j\mathbf{X}'$, kde

$$(11a) \quad \mathbf{R}'(n) = {}^t\mathbf{C}\mathbf{R}\mathbf{C} \quad \text{a} \quad \mathbf{X}'(n) = {}^t\mathbf{C}\mathbf{X}\mathbf{C}.$$

Posléze pomocí podprogramů pro součin, součet a inverzi matic určíme matice $\mathbf{Y}'(n) = \mathbf{G}' + j\mathbf{B}'$, kde

$$(12a) \quad \mathbf{G}'(n) = (\mathbf{R}' + \mathbf{X}'\mathbf{R}'^{-1}\mathbf{X}')^{-1} \quad \text{a} \quad \mathbf{B}'(n) = -\mathbf{R}'^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{G}'.$$

Použitím podprogramu pro násobení dvou matic lze určit matice

$$(13a) \quad \mathbf{I}'(n; 1) = \mathbf{I}'_r + j\mathbf{I}'_i,$$

kde

$$\mathbf{I}'_r(n; 1) = \mathbf{G}'\mathbf{E}'_r - \mathbf{B}'\mathbf{E}'_i \quad \text{a} \quad \mathbf{I}'_i(n; 1) = \mathbf{G}'\mathbf{E}'_i + \mathbf{B}'\mathbf{E}'_r.$$

Maticí větвовých proudů $\mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{I}_r + j\mathbf{I}_i$ dostaneme z matice \mathbf{I}' vynásobením maticí \mathbf{C} zleva, tedy

$$(14a) \quad \mathbf{I}_r(l; 1) = \mathbf{C}\mathbf{I}'_r \quad \text{a} \quad \mathbf{I}_i(l; 1) = \mathbf{C}\mathbf{I}'_i,$$

a matice větвовých napětí $\mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{U}_r + j\mathbf{U}_i$ dostaneme po vynásobení maticí \mathbf{Z} zleva a po odečtení matice \mathbf{E} , tedy

$$(15a) \quad \mathbf{U}_r(l; 1) = \mathbf{R}\mathbf{I}_r - \mathbf{X}\mathbf{I}_i - \mathbf{E}_r \quad \text{a} \quad \mathbf{U}_i(l; 1) = \mathbf{X}\mathbf{I}_r + \mathbf{R}\mathbf{I}_i - \mathbf{E}_i.$$

Při metodě uzlových napětí je algoritmus výpočtu jednodušší potud, že příslušnou transformační maticí $\mathbf{K}_r(l; k - s)$ odečteme přímo ze zapojení řešeného orientovaného obvodu, spolu se sloupcovou maticí větвовých vnitřních proudů²⁾ $\mathbf{I}_v(l; 1)$ a se čtvercovou maticí větвовých admitancí $\mathbf{Y}(l)$. Další postup je pak shodný s předchozím co do charakteru matematických operací a duální, pokud jde o fyzikální smysl řešení. Přesto pro úplnost uvedeme příslušné rovnice.

Vycházejí z matic \mathbf{K}_r , \mathbf{I}_v a \mathbf{Y} , vypočítáme

$$(3b) \quad \bar{\mathbf{I}}_v(k - s; 1) = {}^t\mathbf{K}_r(k - s; l)\mathbf{I}_v(l; 1),$$

$$(4b) \quad \bar{\mathbf{Y}}(k - s) = {}^t\mathbf{K}_r(k - s; l)\mathbf{Y}(l)\mathbf{K}_r(l; k - s),$$

$$(5b) \quad \bar{\mathbf{Z}}(k - s) = \bar{\mathbf{Y}}^{-1}(k - s),$$

²⁾ Obsahuje-li řešený obvod zdroje elektromotorických sil, převede je na ekvivalentní zdroje vnitřních proudů.

$$(6b) \quad \bar{\mathbf{U}}(k-s; 1) = -\bar{\mathbf{Z}}(k-s) \bar{\mathbf{I}}_v(k-s; 1),$$

$$(7b) \quad \mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{K}_r(l; k-s) \bar{\mathbf{U}}(k-s; 1),$$

čili

$$(7b') \quad \mathbf{U} = -\mathbf{K}_r(\mathbf{K}_r \mathbf{Y} \mathbf{K}_r)^{-1} {}^t \mathbf{K}_r \mathbf{I}_v,$$

$$(8b) \quad \mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{Y}(l) \mathbf{U}(l; 1) + \mathbf{I}_v(l; 1),$$

čili

$$(8b') \quad \mathbf{I} = [\mathbf{J} - \mathbf{Y} \mathbf{K}_r (\mathbf{K}_r \mathbf{Y} \mathbf{K}_r)^{-1} {}^t \mathbf{K}_r] \mathbf{I}_v.$$

Rozepíšeme-li komplexní matice \mathbf{I}_v a \mathbf{Y} na reálnou a na imaginární složku

$$(9b) \quad \mathbf{I}_v(l; 1) = \mathbf{I}_{v_r} + j \mathbf{I}_{v_i} \quad \text{a} \quad \mathbf{Y}(l) = \mathbf{G} + j \mathbf{B},$$

vypočítáme

$$\bar{\mathbf{I}}_v(k-s; 1) = \bar{\mathbf{I}}_{v_r} + j \bar{\mathbf{I}}_{v_i},$$

kde

$$(10b) \quad \bar{\mathbf{I}}_{v_r}(k-s; 1) = {}^t \mathbf{K}_r \mathbf{I}_{v_r} \quad \text{a} \quad \bar{\mathbf{I}}_{v_i}(k-s; 1) = {}^t \mathbf{K}_r \mathbf{I}_{v_i},$$

dále

$$\bar{\mathbf{Y}}(k-s) = \bar{\mathbf{G}} + j \bar{\mathbf{B}},$$

kde

$$(11b) \quad \bar{\mathbf{G}}(k-s) = {}^t \mathbf{K}_r \mathbf{G} \mathbf{K}_r \quad \text{a} \quad \bar{\mathbf{B}}(k-s) = {}^t \mathbf{K}_r \mathbf{B} \mathbf{K}_r,$$

a

$$\bar{\mathbf{Z}}(k-s) = \bar{\mathbf{R}} + j \bar{\mathbf{X}},$$

kde

$$(12b) \quad \bar{\mathbf{R}}(k-s) = (\bar{\mathbf{G}} + \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{G}}^{-1} \bar{\mathbf{G}})^{-1} \quad \text{a} \quad \bar{\mathbf{X}}(k-s) = -\bar{\mathbf{G}}^{-1} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{R}}.$$

Dále určíme

$$\bar{\mathbf{U}}(k-s; 1) = \bar{\mathbf{U}}_r + j \bar{\mathbf{U}}_i,$$

kde

$$(13b) \quad \bar{\mathbf{U}}_r(k-s; 1) = -\bar{\mathbf{R}} \mathbf{I}_{v_r} + \bar{\mathbf{X}} \mathbf{I}_{v_i} \quad \text{a} \quad \bar{\mathbf{U}}_i(k-s; 1) = -\bar{\mathbf{R}} \mathbf{I}_{v_i} - \bar{\mathbf{X}} \mathbf{I}_{v_r}.$$

Posléze stanovíme

$$\mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{U}_r + j \mathbf{U}_i,$$

kde

$$(14b) \quad \mathbf{U}_r(l; 1) = {}^t \mathbf{K}_r \bar{\mathbf{U}}_r \quad \text{a} \quad \mathbf{U}_i(l; 1) = {}^t \mathbf{K}_r \bar{\mathbf{U}}_i,$$

a

$$\mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{I}_r + j \mathbf{I}_i,$$

kde

$$(15b) \quad \mathbf{I}_i(l; 1) = \mathbf{G}\mathbf{U}_r - \mathbf{B}\mathbf{U}_i + \mathbf{I}_{v_r} \quad \text{a} \quad \mathbf{I}_i(l; 1) = \mathbf{B}\mathbf{U}_r + \mathbf{G}\mathbf{U}_i + \mathbf{I}_{v_i}.$$

Ke kontrole správnosti matice větvoových proudů \mathbf{I} a matice větvoových napětí \mathbf{U} vypočítané kteroukoliv z uvedených metod mohou posloužit současně aplikované oba Kirchhoffovy zákony,

$$(16) \quad {}^t\mathbf{K}_r\mathbf{I} = 0 \quad \text{a} \quad {}^t\mathbf{C}\mathbf{U} = 0,$$

čili

$$(17) \quad {}^t\mathbf{K}_r\mathbf{I}_r = 0, \quad {}^t\mathbf{K}_i\mathbf{I}_i = 0$$

a

$${}^t\mathbf{C}\mathbf{U}_r = 0, \quad {}^t\mathbf{C}\mathbf{U}_i = 0.$$

Poznámka. Rovnice (12a) [a analogicky rovnice (12b)] odvodíme takto. Z komplexní matice $\mathbf{Z}' = \mathbf{R}' + \mathbf{X}'j$ utvoříme reálnou matici

$$(18) \quad \mathbf{Z}_0 = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}' & -\mathbf{X}' \\ \mathbf{X}' & \mathbf{R}' \end{Bmatrix}.$$

Jestliže inverzní matice k matici \mathbf{Z}' je $\mathbf{Z}'^{-1} = \mathbf{Y}' = \mathbf{G}' + j\mathbf{B}'$, pak inverzní matice k matici \mathbf{Z}_0 je

$$(19) \quad \mathbf{Z}_0^{-1} = \begin{Bmatrix} \mathbf{G}' & -\mathbf{B}' \\ \mathbf{B}' & \mathbf{G}' \end{Bmatrix}.$$

Zřejmě platí

$$\mathbf{Z}_0\mathbf{Z}_0^{-1} = \mathbf{J},$$

čili

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{R}'\mathbf{G}' - \mathbf{X}'\mathbf{B}' & -(\mathbf{X}'\mathbf{G}' + \mathbf{R}'\mathbf{B}') \\ \mathbf{X}'\mathbf{G}' + \mathbf{R}'\mathbf{B}' & \mathbf{R}'\mathbf{G}' - \mathbf{X}'\mathbf{B}' \end{Bmatrix} = \mathbf{J},$$

z čehož

$$(20) \quad \begin{aligned} \mathbf{R}'\mathbf{G}' - \mathbf{X}'\mathbf{B}' &= \mathbf{J}, \\ \mathbf{X}'\mathbf{G}' + \mathbf{R}'\mathbf{B}' &= \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Násobíme-li druhou z rovnic (20) zleva maticí \mathbf{R}'^{-1} , dostaneme druhou z rovnic (12a). Po dosazení do první z rovnic (20) a po vynásobení zleva maticí $(\mathbf{R}' + \mathbf{X}'\mathbf{R}'^{-1}\mathbf{X}')^{-1}$ plyne první z rovnic (12a).

Inverzi komplexní matice \mathbf{Z}' lze provést též tak, že sestavíme reálnou matici \mathbf{Z}_0 , kterou invertujeme a její příslušné submatice pak určují \mathbf{G}' a \mathbf{B}' . Tento postup výpočtu však zvětšuje počet obsazených paměťových míst počítače a prodlužuje dobu výpočtu, neboť se invertuje matice dvojnásobného řádu než v rovnicích (12a). Naproti tomu však máme kontrolu přesnosti výpočtu, neboť submatice \mathbf{G}' a \mathbf{B}' se počítají dvakrát a to různými početními operacemi.

2.2 Neúplný elektrický obvod

[Řešený obvod je napájen (zatěžován) též ve svých uzlech]

Při použití metody smyčkových proudů uložíme do paměti počítače redukovanou první transformační matici \mathbf{K}_r (z níž počítač určí druhou transformační matici \mathbf{C}), anebo přímo matici \mathbf{C} , dále transformační matici $\mathbf{C}'(l; h - 1)$, vyjadřující vztah mezi větвовými a napájecími proudy, sloupcovou matici elektromotorických sil $\mathbf{E}(l; 1)$, sloupcovou matici napájecích proudů $\mathbf{I}'(h - 1; 1)$ a čtvercovou matici větвовých impedancí $\mathbf{Z}(l)$.

Matice smyčkových elektromotorických sil je

$$(21) \quad \mathbf{I}'(n; 1) = (\mathbf{C}\mathbf{Z}\mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}(\mathbf{E} - \mathbf{Z}\mathbf{C}'\mathbf{I}'),$$

matice větвовých proudů je

$$(22) \quad \mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{C}\mathbf{I}' + \mathbf{C}'\mathbf{I}'$$

a matice větвовých napětí je

$$(23) \quad \mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{Z}\mathbf{I} - \mathbf{E}.$$

Poznamenejme, že matice \mathbf{E} , \mathbf{I}' a \mathbf{Z} jsou maticemi komplexními; kromě rovnice (9a) tedy platí

$$(9a') \quad \mathbf{I}'(h - 1; 1) = \mathbf{I}'_r + j\mathbf{I}'_i.$$

Matici \mathbf{Z} odpovídá po transformaci (4a) matice smyčkových impedancí $\mathbf{Z}'(n) = \mathbf{R}' + j\mathbf{X}'$, kde matice \mathbf{R}' a \mathbf{X}' jsou určeny rovnicí (11a) a po inverzi dostáváme matici $\mathbf{Y}'(n) = \mathbf{G}' + j\mathbf{B}'$, kde matice \mathbf{G}' a \mathbf{B}' jsou určeny rovnicí (12a).

Dosadíme-li tyto vztahy do rovnice pro matici smyčkových proudů,

$$\mathbf{I}'(n; 1) = \mathbf{I}'_r + j\mathbf{I}'_i,$$

nalézáme

$$(24) \quad \mathbf{I}'_r = \mathbf{G}'(\mathbf{E}_r - \mathbf{Z}_r\mathbf{C}'\mathbf{I}'_r + \mathbf{Z}_i\mathbf{C}'\mathbf{I}'_i) - \mathbf{B}'(\mathbf{E}_i - \mathbf{Z}_i\mathbf{C}'\mathbf{I}'_r + \mathbf{Z}_r\mathbf{C}'\mathbf{I}'_i)$$

a

$$\mathbf{I}'_i = \mathbf{B}'(\mathbf{E}_r - \mathbf{Z}_r\mathbf{C}'\mathbf{I}'_r + \mathbf{Z}_i\mathbf{C}'\mathbf{I}'_i) - \mathbf{G}'(\mathbf{E}_i - \mathbf{Z}_i\mathbf{C}'\mathbf{I}'_r + \mathbf{Z}_r\mathbf{C}'\mathbf{I}'_i).$$

Matice větвовých proudů $\mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{I}_r + j\mathbf{I}_i$ má složky

$$(25) \quad \mathbf{I}_r(l; 1) = \mathbf{C}\mathbf{I}'_r + \mathbf{C}'\mathbf{I}'_r \quad \text{a} \quad \mathbf{I}_i(l; 1) = \mathbf{C}\mathbf{I}'_i + \mathbf{C}'\mathbf{I}'_i$$

a matice větвовých napětí $\mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{U}_r + j\mathbf{U}_i$ má složky podle rovnice (15a).

Při metodě uzlových napětí ukládáme do paměti počítače redukovanou první transformační matici \mathbf{K}_r , sloupcové matice elektromotorických sil $\mathbf{E}(l; 1)$ a napájecích

proudů nezávislých uzlů $\mathbf{I}_u(k-1; 1)$ a čtvercovou matici větvových impedancí $\mathbf{Z}(l)$. Matice uzlových napětí je

$$(26) \quad \bar{\mathbf{U}}(k-1; 1) = -(\mathbf{K}_r \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{K}_r)^{-1} (\mathbf{K}_r \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{E} + \mathbf{I}_u),$$

matice větvových napětí je

$$(27) \quad \mathbf{U}(l; 1) = \mathbf{K}_r(l; k-1) \bar{\mathbf{U}}(k-1; 1)$$

a matice větvových proudů je

$$(28) \quad \mathbf{I}(l; 1) = \mathbf{Z}^{-1}(\mathbf{E} + \mathbf{U}).$$

Matice \mathbf{E} , \mathbf{I}_u a \mathbf{Z} jsou komplexní, tj. kromě rovnice (9a) platí též

$$(29) \quad \mathbf{I}_u(k-1; 1) = \mathbf{I}_{ur} + j\mathbf{I}_{ui}.$$

S těmito komplexními maticemi rozloženými na reálné a na imaginární části pak vyčíslíme rovnice (26) až (28), obdobně jako v předchozích případech.

3. PROGRAM PRO VÝPOČET TRANSFORMAČNÍ MATICE \mathbf{C}

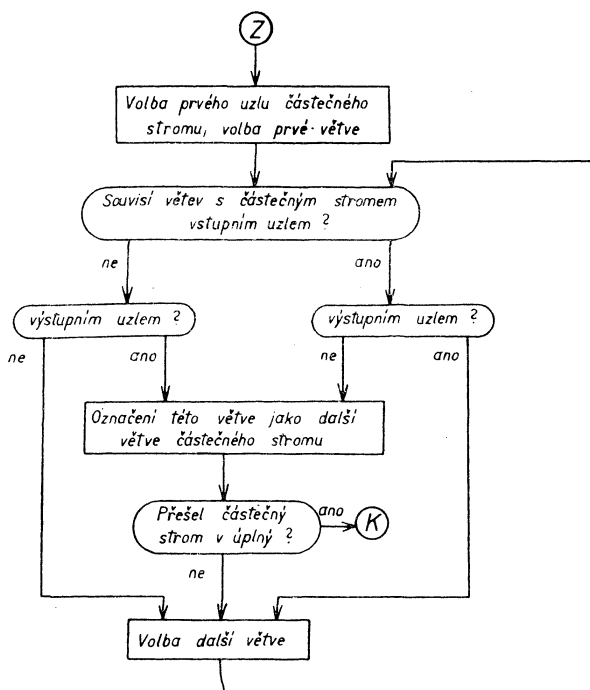
Program pro výpočet druhé transformační matice \mathbf{C} z redukované první transformační matice \mathbf{K}_r má na základě rovnice (2) tyto části:

- a) výběr větví úplného stromu, jemuž odpovídají řádky matice \mathbf{A}_r ;
- b) inverse matice \mathbf{A}_r ;
- c) výpočet maticového součinu $-\mathbf{A}_r^{-1} \mathbf{B}_r$ a doplnění jednotkovou maticí \mathbf{J} .

a) Výběr větví úplného stromu je prováděn podle blokového schématu uvedeného na obr. 1. Podle tohoto programu počítač vybírá větve kostry zapojení tak, že zkouší, zda větev, kterou připojí ke stromu kostry zapojení (obecně neúplnému) neuzavírá obvod a zda tato větev tvoří s tímto stromem souvislou kostru. Jestliže byl takto proveden výběr $n-1$ větví, je proces ukončen. Podrobné logické blokové schéma je uvedeno na obr. 2a.

K uskutečnění výpočtu bylo nutno zavést některé nové pojmy a veličiny. Z důvodů urychlení výpočtu a ušetření paměťových míst jsou operace s maticemi prováděny na základě strukturních schémat.³⁾ Strukturní schémata jsou používána nejen při výběru větví úplného stromu, nýbrž i při inverzi a násobení, neboť tyto operace v programu bezprostředně následují.

³⁾ Strukturní schéma je takový zápis matice obsahující pouze prvky 0, 1, -1, kde prvky různé od nuly nahradíme číslem řádku, v němž se tento nenulový prvek nachází, a to číslem kladným, je-li prvek roven +1, a záporným, je-li prvek roven -1. Operace (tj. slučování, násobení, inverse) se strukturními schématy jsou podstatně rychlejší, přehlednější a jednodušší než operace s celými maticemi.



Obr. 1. Blokové schéma pro výběr větví úplného stromu.

Dále byly zavedeny tyto vztahy a proměnné:

$$\left. \begin{array}{l} B_{0i} \text{ číslo počátečního uzlu } i\text{-té větve,} \\ B_{zi} \text{ číslo koncového uzlu } i\text{-té větve,} \end{array} \right\} i = 1, \dots, l,$$

kde l je počet větví řešeného elektrického obvodu,

$$\kappa_j = \left\langle \begin{array}{l} 1, \text{ jestliže byl } j\text{-tý uzel vybrán,} \\ 0, \text{ nebyl-li } j\text{-tý uzel vybrán,} \end{array} \right\} j = 0, \dots, k_u - 1,$$

kde k_u je počet uzlů řešeného obvodu,

$$\delta_j = \left\langle \begin{array}{l} 1, \text{ je-li } i\text{-tá větev větví úplného stromu,} \\ 0, \text{ je-li } i\text{-tá větev nezávislou větví} \end{array} \right\} i = 1, \dots, l,$$

$\sigma_j = i$, jestliže j -tý uzel inciduje s i -tou větví.

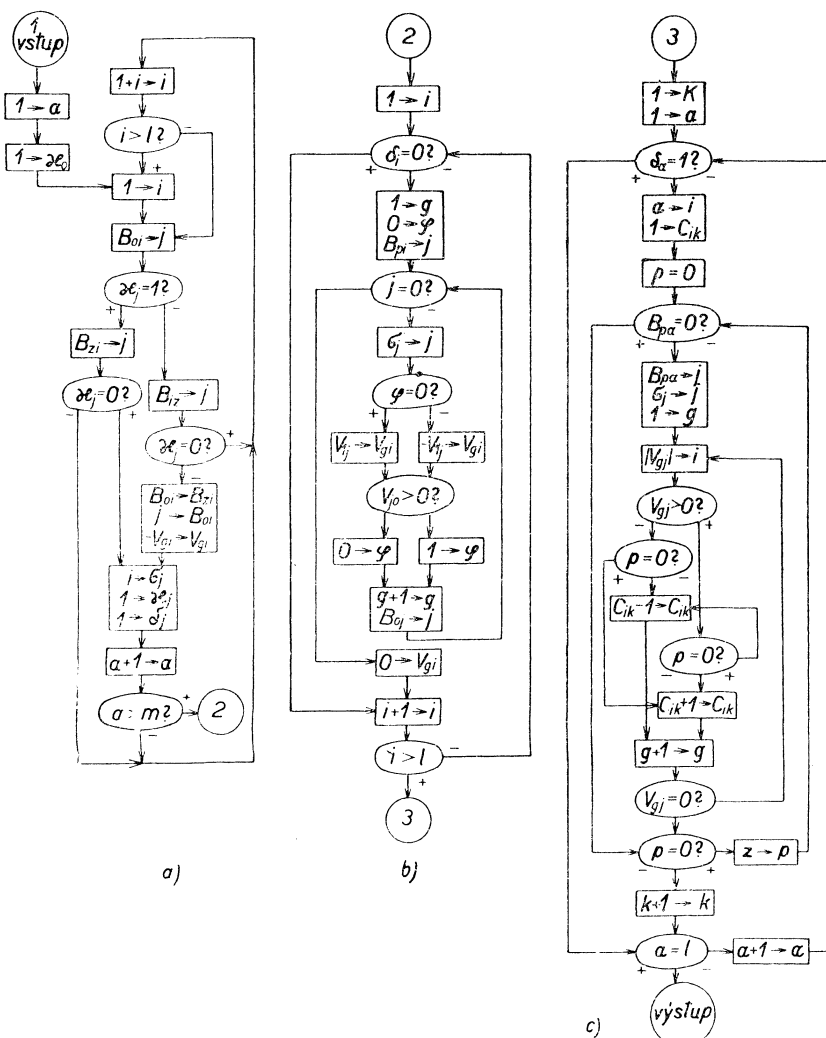
Hodnoty B_{pi} ($p = 0, z$) jsou vstupní hodnoty, které určují matici \mathbf{K} ve tvaru strukturního schématu.

Výběr větví úplného stromu je charakterisován přiřazením hodnoty δ_i pro větve úplného stromu rovné jednotce, pro nezávislé větve je δ_i rovno nule.

b) Inverze matice \mathbf{A}_r je prováděna opět ve tvaru strukturního schématu metodou vylučovací, vhodnými sloupcovými úpravami; v_{gi} jsou pak prvky inverzní matice, obr. 2b.

c) Doplnění jednotkovou maticí a provedení součinu $-\mathbf{A}_r^{-1} \mathbf{B}_r$ je znázorněno na obr. 2c. Matice \mathbf{A}_r^{-1} a \mathbf{B}_r jsou vyjádřeny pomocí strukturního schématu, kdežto výsledek, tj. matice \mathbf{C} je vyjádřena již v normálním tvaru.

Poznamenejme, že uvedené blokové schéma výpočtu matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K} , platí jen pro obvod s jedinou separátní částí ($s = 1$), což ovšem z hlediska praktických aplikací není na úkor obecnosti.



Obr. 2. Podrobné blokové schéma pro výpočet matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K}_r .

4. SYMBOLICKÉ PROGRAMY PRO KOMPLETNÍ ANALYSU
ELEKTRICKÉHO OBVODU PROVÁDĚNOU NA SAMOČINNÉM POČÍTAČI
NATIONAL ELLIOTT 803

Pro kompletní analýzu elektrického obvodu uvedenými metodami byl sestaven program a tento byl ověřen na samočinném počítači National Elliott 803 v Kancelářských strojích, n. p., Praha a později na též počítači v Závodech V. I. Lenina, n. p., Plzeň. Pro výpočet matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K}_r byl sestaven symbolický program v auto-kódu A 2 a to pro případ, že řešený obvod má nejvýše 35 uzlů a počet prvků matice \mathbf{C} není vyšší než 1225 (tedy $k \leq 35$, $ln \leq 1225$). Pro vlastní metody analýzy bylo s výhodou použito standardního interpretačního programu 803 M 4, který provádí veškeré maticové operace podle předem sestaveného programu. Uvedeme symbolické programy jen pro metody smyčkových proudů, spolu s komentářem o provádění maticové operaci. Tyto symbolické programy platí vesměs pro případ, že řešený obvod obsahuje nejvýše 20 větví ($l \leq 20$). Uvedená omezení složitosti řešeného obvodu bylo by ovšem možno vcelku snadno odstranit zavedením vnější paměti.

4.1 Výpočet matice \mathbf{C}

<pre> ::VYPOCET MATICE C SETS BD(35)IK(35)NMS(35)V(1225)U (70)C(1225)P SETR 40 1)READ N READ M CYCLE I=1:1:M D(I)=0 V(I)=I READ U(I) JUMP IF UI %N-1@2I READ U(M+I) JUMP IF U(M+1)%N-1@2I REPEAT I CYCLE B=1:1:N K(B)=0 REPEAT B ::NULOVANI BUNEK C S=M-N S=S+1 S=S*M CYCLE I=1:1:S </pre>	<div style="text-align: center;">↓</div> <pre> C(I)=0 REPEAT I ::VYBER VETVI UPLNEHO STROMU S=1 K(0)=1 JUMP @4 2)B=U(M+I) JUMP IF K(B)=0@6 3)I=I+1 JUMP UNLESS I%M@5 4)I=1 5)B=U(I) JUMP IF K(B)=1@2 B=U(M+I) JUMP IF K(B)=0@3 U(M+I)=U(I) U(I)=B V(I)=-V(I) CHECK V(I) 6)S=S+1 </pre> <div style="text-align: center;">↓</div>
---	---

↓
 B = U(M + I)
 S(B) = I
 CHECK I
 K(B) = 1
 D(I) = 1
 JUMP UNLESS S%N-1@3
 ::INVERSE MATICE
 CYCLE I = 1:1:M
 JUMP IF D(I) = 0@9
 K = M
 B = U(I)
 D = 0
 7) JUMP IF B = 0@8
 B = S(B)
 JUMP IF D = 0@17
 V(I + K) = -V(B)
 JUMP @18
 17) V(I + K) = V(B)
 18) JUMP IF V(B)%0@19
 D = 1
 JUMP @20
 19) D = 0
 20) CHECK V(I + K)
 K = K + M
 B = U(B)
 JUMP @7
 8) V(I + K) = 0
 9) REPEAT I
 ::NASOBENI MATIC
 S = 0
 CYCLE I = 1:1:M
 JUMP IF D(I) = 1@16
 C(I + S) = -1
 VARY P = 0:M:2
 JUMP IF U(I + P) = 0@15
 B = U(I + P)
 B = S(B)
 K = 0
 10) V = V(B + K)

↓
 CHECK V
 V = MOD V
 JUMP IF V(B + K)%0@12
 JUMP IF P = M@13
 11) C(V + S) = C(V + S) + 1
 JUMP @14
 12) JUMP IF P = M@11
 13) C(V + S) = C(V + S) - 1
 14) K = K + M
 JUMP UNLESS V(B + K) = 0@10
 15) REPEAT P
 S = S + M
 16) REPEAT I
 ::TISK
 D = 1
 S = M - N
 S = S + 1
 OUTPUT 1
 LINE
 OUTPUT 3
 OUTPUT 1
 LINE
 OUTPUT 18
 LINE
 VARY P = 1:1:S
 C = 0
 VARY B = 1:1:M
 PRINT C(D), 1
 LINE
 C = C + C(D)
 D = D + 1
 REPEAT B
 OUTPUT 3
 PRINT C, 1
 LINE
 REPEAT P
 OUTPUT 18
 21) STOP
 START 1

4.2 Analýza úplného elektrického obvodu metodou smyčkových proudů

Symbolický program:

Prováděná maticová operace:

R(100)	čti I		
R(101,Y1.Y2)	čti C		
R(1301,Y1/)	čti R		
R(1701,Y1.Y1)	čti X		
(1301,Y1/)*(101,Y1.Y2)@(501)	RC	} ('CZC) ⁻¹ = Y'	
(1701,Y1.Y1)*(101,Y1.Y2)@(901)	XC		
(101,Y1.Y2)'@(2101)	'C		
(2101,Y2.Y1)*(501,Y1.Y2)@(1301)	'CRC = R'		
(2101,Y2.Y1)*(901,Y1.Y2)@(1701)	'CXC = X'		
C(1301,Y2.Y2)@(901)	přesun R'		
(901,Y2.Y2):(100)@(501)	R'⁻¹		
(501,Y2.Y2)*(1701,Y2.Y2)@(901)	R'⁻¹X'		
(1701,Y2.Y2)*(901,Y2.Y2)@(501)	X'R'⁻¹X'		
(1301,Y2.Y2)+(501,Y2.Y2)@(1301)	R' + XR'⁻¹X'		
(1301,Y2.Y2):(100)@(501)	(R' + X'R'⁻¹X')⁻¹ = G'		
(901,Y2.Y2)*(501,Y2.Y2)@(1701)	R'⁻¹X'G' = -B'		
R(901,Y1.1)	čti E_r		
R(1301,Y1.1)	čti E_i		
(2101,Y2.Y1)*(901,Y1.1)@(1101)	'CE_r = E'_r		} CE = E'
(2101,Y2.Y1)*(1301,Y1.1)@(1501)	'CE_i = E'_i		
(501,Y2.Y2)*(1101,Y2.1)@(901)	} Y'E'		
(501,Y2.Y2)*(1501,Y2.1)@(1301)			
(1701,Y2.Y2)*(1101,Y2.1)@(501)			
(1701,Y2.Y2)*(1501,Y2.1)@(1101)			
(901,Y2.1)+(1101,Y2.1)@(901)			
(1301,Y2.1)-(501,Y2.1)@(1301)			
(101,Y1.Y2)*(901,Y2.1)@(1101)	} CI' = I		
(101,Y1.Y2)*(1301,Y2.1)@(1501)		CI'_i = I_i	
P(1101,Y1.1)(6.0)	tisk I_r		
P(1501,Y1.1)(6.0)	tisk I_i		
R(1701,Y1/)	čti R		
R(501,Y1.Y1)	čti X		
(501,Y1.Y1)*(1101,Y1.1)@(901)	} ZI		
(1701,Y1/)*(1101,Y1.1)@(1301)			
(1701,Y1/)*(1501,Y1.1)@(1101)			
(501,Y1.Y1)*(1501,Y1.1)@(1701)			
(901,Y1.1)+(1101,Y1.1)@(901)			
(1301,Y1.1)-(1701,Y1.1)@(1301)			

R(1101,Y1.1)	čti E_r
R(1501,Y1.1)	čti E_i
(901,Y1.1)-(1501,Y1.1)@(901)	} $ZI - E = U$
(1301,Y1.1)-(1101,Y1.1)@(1301)	
P(1301,Y1.1)(6.0)	tisk U_r
P(901,Y1.1)(6.0)	tisk U_i
E	konec výpočtu
£	konec programu

4.3 Analýza elektrického obvodu napájeného v uzlech

Symbolický program:	Prováděná maticová operace:
R(100)	čti 1
R(101,Y1.Y2)	čti C
R(1301,Y1/)	čti R
R(1701,Y1.Y1)	čti X
R(2101,Y1.Y3)	čti C
R(2550,Y3.1)	čti I'_{vr}
R(2600,Y3.1)	čti I'_{vi}
(2101,Y1.Y3)*(2550,Y3.1)@(2650)	} $C'I'_v$
(2101,Y1.Y3)*(2600,Y3.1)@(2700)	
(1301,Y1/)*(2650,Y1.1)@(2750)	} $ZC'I'_v$
(1701,Y1.Y1)*(2650,Y1.1)@(2550)	
(1301,Y1/)*(2700,Y1.1)@(2600)	
(2550,Y1.1)+(2600,Y1.1)@(2600)	
(1701.Y1.Y1)*(2700,Y1.1)@(2550)	
(2750,Y1.1)-(2550,Y1.1)@(2550)	
(1301,Y1/)*(101,Y1.Y2)@(501)	} $(CZC)^{-1} = Y'$
(1701,Y1.Y1)*(101,Y1.Y2)@(901)	
(101,Y1.Y2)'@(2101)	
(2101,Y2.Y1)*(501,Y1.Y2)@(1301)	
(2101,Y2.Y1)*(901,Y1.Y2)@(1701)	
C(1301,Y2.Y2)@(901)	
(901,Y2.Y2):(100)@(501)	
(501,Y2.Y2)*(1701,Y2.Y2)@(901)	
(1701,Y2.Y2)*(901,Y2.Y2)@(501)	
(1301,Y2.Y2)+(501,Y2.Y2)@(1301)	
(1301,Y2.Y2):(100)@(501)	
(901,Y2.Y2)*(501,Y2.Y2)@(1701)	

Symbolický program:

Prováděná maticová operace:

R(901,Y1.1)

čti E_r

R(1301,Y1.1)

čti E_i

(901,Y1.1)–(2550,Y1.1)@(901)
(1301,Y1.1)–(2600,Y1.1)@(1301)

} $E - ZC'I_r$

(2101,Y2.Y1)*(901,Y1.1)@(1101)
(2101,Y2.Y1)*(1301,Y1.1)@(1501)
(501,Y2.Y2)*(1101,Y2.1)@(901)
(501,Y2.Y2)*(1501,Y2.1)@(1301)
(1701,Y2.Y2)*(1101,Y2.1)@(501)
(1701,Y2.Y2)*(1501,Y2.1)@(1101)
(901,Y2.1)+(1101,Y2.1)@(901)
(1301,Y2.1)–(501,Y2.1)@(1301)

} $Y' 'CE$

(101,Y1.Y2)*(901,Y2.1)@(1101)
(101,Y1.Y2)*(1301,Y2.1)@(1501)

} $CI' = I$

(1101,Y1.1)+(2650,Y1.1)@(1101)
(1501,Y1.1)+(2700,Y1.1)@(1501)

} $CI' + C'I$

P(1101,Y1.1)(6.0)

tisk I_r

P(1501,Y1.1)(6.0)

tisk I_i

E

£

R(1701,Y1/)

čti R

R(501,Y1.Y1)

čti X

(501,Y1.Y1)*(1101,Y1.1)@(901)
(1701,Y1/)*(1101,Y1.1)@(1301)
(1701,Y1/)*(1501,Y1.1)@(1101)
(501,Y1.Y1)*(1501,Y1.1)@(1701)
(901,Y1.1)+(1101,Y1.1)@(901)
(1301,Y1.1)–(1701,Y1.1)@(1301)

} ZI

R(1101,Y1.1)

čti E_r

R(1501,Y1.1)

čti E_i

(901,Y1.1)–(1501,Y1.1)@(901)
(1301,Y1.1)–(1101,Y1.1)@(1301)

} $ZI - E = U$

P(1301,Y1.1)(6.0)

tisk U_r

P(901,Y1.1)(6.0)

tisk U_i

E

konec výpočtu

£

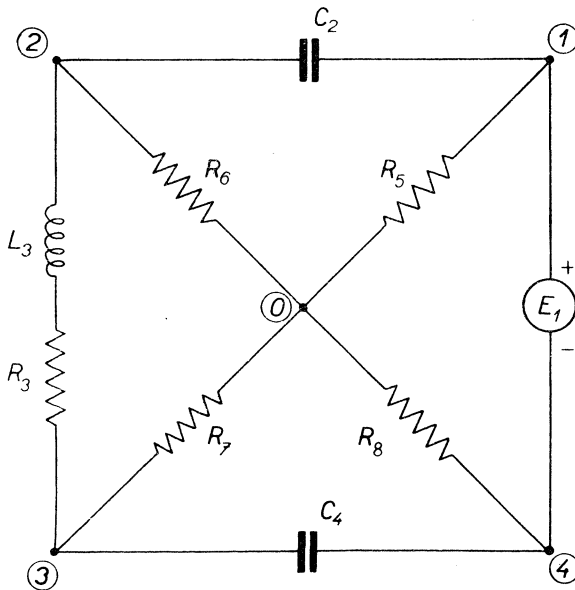
konec programu

5. DVA ČÍSELNÉ PŘÍKLADY

Z celé řady propočítaných příkladů uvedeme dva; jednak úplný elektrický obvod obsahující jen zdroje elektromotorických sil, jednak částečný pasivní elektrický obvod, napájený v uzlech. Jako kontrola řešení prvního z obou příkladů byl sestaven model uvažovaného obvodu a měřeními byly zjištěny jeho větвовé proudy a napětí. Jelikož se nám zde jedná především o převedení praktického postupu při analýze konkrétních případů elektrických obvodů, vybrali jsme obvody, jež jsou poměrně jednoduché.

5.1 Úplný elektrický obvod se zdroji elektromotorických sil

Provedeme analýzu elektrického obvodu podle obr. 3, jehož prvky mají tyto hodnoty: $E_1 = 150 \text{ V}$ ($f = 50 \text{ s}^{-1}$, $\omega = 2\pi f$), $C_2 = 98 \mu\text{F}$, $R_3 = 25 \Omega$, $L_3 = 0,64 \text{ H}$, $C_4 = 32 \mu\text{F}$, $R_5 = 10 \Omega$, $R_6 = 72,6 \Omega$, $R_7 = 10,5 \Omega$, $R_8 = 42 \Omega$. Příslušné reaktance jsou: $X_2 = -j/\omega C_2 = -j32,49 \Omega$, $X_3 = j\omega L_3 = j200,96 \Omega$, $X_4 = -j99,52 \Omega$.

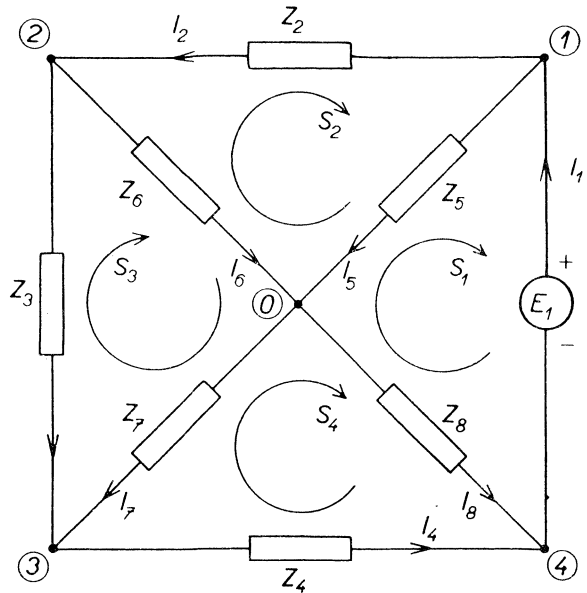


Obr. 3. Elektrický obvod k číselnému příkladu.

Obvod orientujeme podle obr. 4. Jelikož $l = 8$, $k = 5$, $s = 1$, jest $n = 4$. V daném případě lze velmi snadno určit některý úplný systém nezávislých smyček a odtud druhou transformační matici \mathbf{C} . Pro ověření uvedeného programu však vypočteme matici \mathbf{C} z první redukované transformační matice \mathbf{K}_r .

Z obr. 4 je ihned patrné, že

$$K_r = \begin{bmatrix} 1 & & & -1 \\ -1 & 1 & & \\ & -1 & 1 & \\ -1 & & & 1 \\ & -1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$



Obr. 4.

Orientovaný elektrický obvod z obr. 3.

(Pro větší přehlednost nevypisujeme nulové prvky.)

Z důvodů ekonomie paměťovými místy je program výpočtu matice **C** uspořádán tak, že do stroje vkládáme pásku, na níž jsou vyperforovány údaje podle tab. 1.

Tabulka 1

Hodnoty vkládané do stroje	Komentář
5	... počet uzlů (<i>k</i>)
8	... počet větví (<i>l</i>)
4 1	... větev 1 směřuje z uzlu 4 do uzlu 1
1 2	... větev 2 směřuje z uzlu 1 do uzlu 2
2 3	... větev 3 směřuje z uzlu 2 do uzlu 3
3 4	... větev 4 směřuje z uzlu 3 do uzlu 4
1 0	... větev 5 směřuje z uzlu 1 do uzlu 0
2 0	... větev 6 směřuje z uzlu 2 do uzlu 0
0 3	... větev 7 směřuje z uzlu 0 do uzlu 3
0 4	... větev 8 směřuje z uzlu 0 do uzlu 4

Tabulka 2

1	↓
*1	*-1
)	0
-1	0
0	-1
0	0
0	0
0	1
-1	1
0	0
0	*1
0	0
*-3	0
0	0
-1	-1
0	0
0	0
1	-1
-1	1
0	0
0	*-1
0)

Pomocí symbolického programu uvedeného v odst. 4.1 vypočítáme druhou transformační matici **C**, kterou stroj

řením zjišťujeme absolutní hodnoty větvových proudů a napětí. Naměřené a vypočítané hodnoty jsou uvedeny v tab. 4. Vzhledem k tomu, že měření impedancí, proudů a napětí větví bylo provedeno nepříliš přesnými měřicími přístroji, je shoda obou výsledků vcelku dobrá.

Tabulka 4

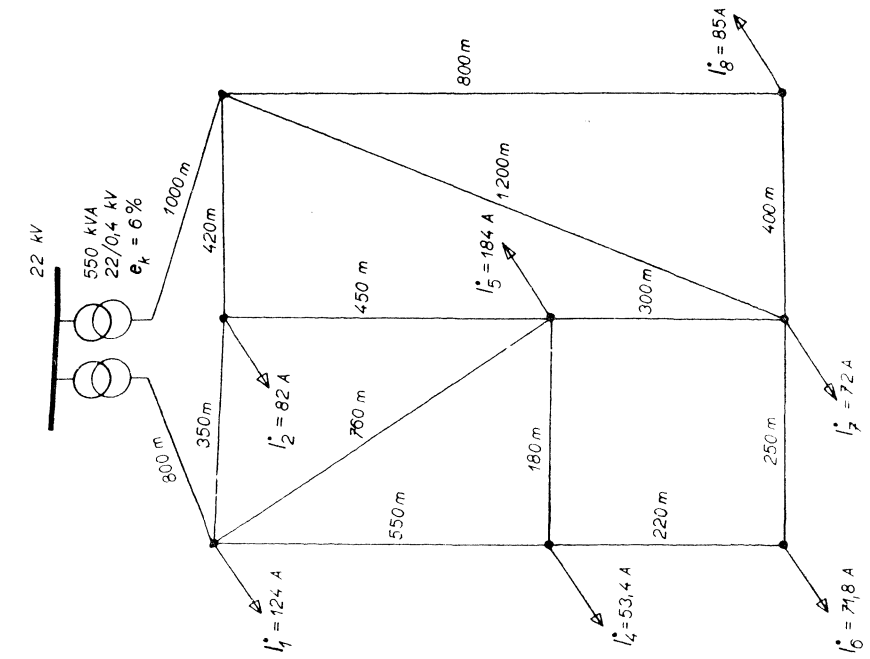
Větev i	Naměřené hodnoty		Vypočítané hodnoty	
	$ I_i $ [A]	$ U_i $ [V]	$ I_i $ [A]	$ U_i $ [V]
1	3,25	150	3,22853	150
2	0,39	12,5	0,33912	11,0338
3	0,15	30,5	0,16084	32,5722
4	1,2	120	1,19977	119,401
5	2,78	28	2,98807	29,8807
6	0,32	24	0,31770	23,0651
7	1,15	12	1,09945	11,5442
8	2,85	120	2,88589	121,207

5.2 Mřížová síť s odběry v uzlech

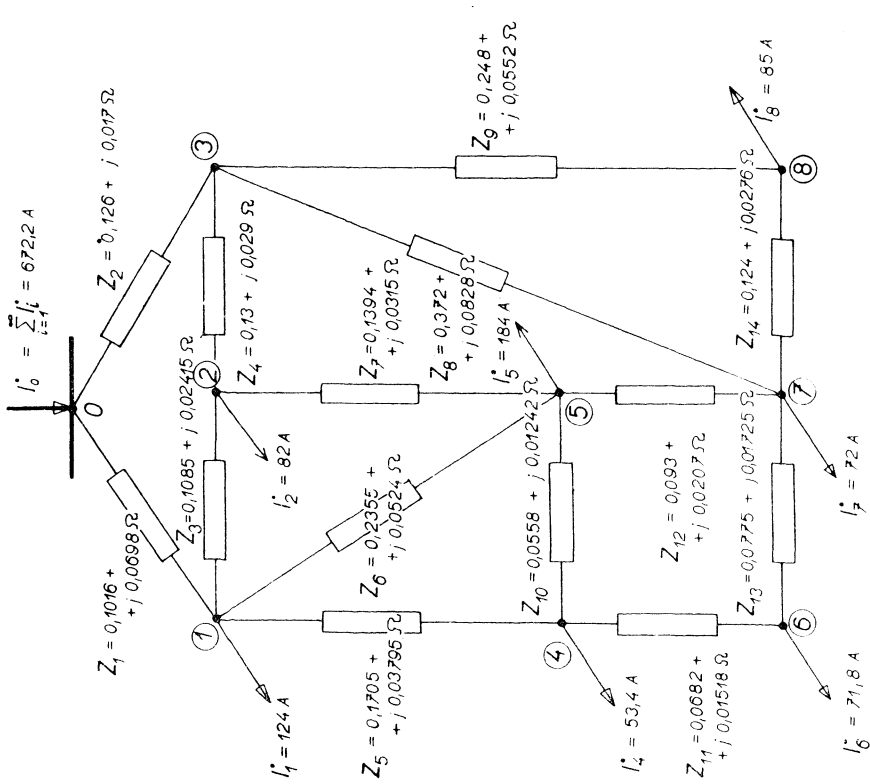
Provedeme analysu mřížové sítě s odběry v uzlech, napájené dvěma transformátory, obr. 5. Tuto síť včetně napáječů lze překreslit na pasivní elektrický obvod podle obr. 6. Parametry tohoto obvodu jsou určeny maticí odporů \mathbf{R} a maticí reaktancí \mathbf{X} ; obvod je pasivní, tedy $\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_i = 0$ a matice napájecích proudů je

$$\mathbf{I}_r = \begin{pmatrix} 124 \\ 82 \\ 0 \\ 53,4 \\ 184 \\ 71,8 \\ 72 \\ 85 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_i = 0.$$

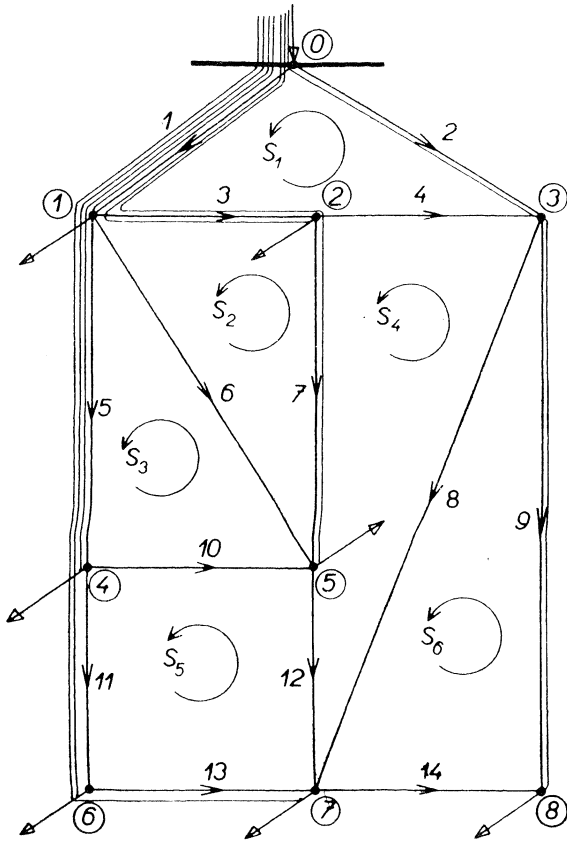
Kostru obvodu orientujeme (každá větev nechť směřuje od uzlu s nižším pořadovým číslem k uzlu s vyšším pořadovým číslem). Snadno nalezneme některý úplný systém nezávislých větví a odtud matici \mathbf{C} (výpočet matice \mathbf{C} z matice \mathbf{K}_r zde tedy nebudeme provádět). Z předpokládaného rozložení napájecích proudů určíme pak matici \mathbf{C} . Pro soustavu vyznačenou na obr. 7 mají obě tyto matice následující hodnoty



Obr. 5. Mřížová síť — číselný příklad.



Obr. 6. Upravená mřížová síť z obr. 5.



Obr. 7. Kostra zapojení mřížové sítě z obr. 5 se zavedeným úplným systémem nezávislých smyček a s předpokládaným rozložením napájecích proudů.

$$C =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1		1	1	1	1	
2								1
3		1			1			
4								
5				1		1	1	
6								
7					1			
8								
9								1
10								
11						1	1	
12								
13							1	
14								

$$C =$$

	1	2	3	4	5	6
1	1					
2	-1					
3	1	-1				
4	1				-1	
5			1			
6		1	-1			
7		-1			1	
8					-1	1
9						-1
10			1	-1		
11					1	
12				-1	1	
13				1		
14						1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
X	0,0698													
		0,083												
			0,02415											
				0,029										
					0,03795									
						0,0524								
							0,0315							
								0,0828						
									0,0552					
										0,01242				
											0,01518			
												0,0207		
													0,01725	
														0,0276

R

1	0,1016
2	0,126
3	0,1085
4	0,13
5	0,1705
6	0,2355
7	0,1394
8	0,372
9	0,248
10	0,0558
11	0,0682
12	0,093
13	0,0775
14	0,124

Prvky obvodu i obě transformační matice \mathbf{C} , \mathbf{C}' vložíme do stroje obdobným způsobem jako v předchozím příkladě a použitím programu uvedeného v odstavci 4.3 nalézáme tento výsledek

$$\mathbf{I} = \begin{array}{r} 379,716 - j53,8081 \\ 292,484 + j53,8081 \\ 61,4456 - j29,2244 \\ -113,317 - j33,1698 \\ 111,018 - j13,6394 \\ 83,2526 - j10,9442 \\ 92,7627 + j 3,94539 \\ 75,4169 + j10,3191 \\ 103,750 + j10,3191 \\ 12,1323 - j 4,53777 \\ 45,4853 - j 9,10166 \\ 4,14758 - j11,5366 \\ - 26,3147 - j 9,10166 \\ - 18,7502 - j10,3191 \end{array} \cdot \mathbf{U} = \begin{array}{r} 42,3349 + j21,0373 \\ 35,9383 + j11,7521 \\ 7,37262 - j 1,68694 \\ -13,7693 - j 7,59827 \\ 19,4461 + j 1,88760 \\ 20,1795 + j 1,78507 \\ 12,8068 + j 3,47201 \\ 27,2007 + j10,0832 \\ 25,1604 + j 8,28616 \\ 0,733342 - j 0,102524 \\ 3,24026 + j 0,0697338 \\ 0,624533 - j 0,987049 \\ - 1,88239 - j 1,15931 \\ - 2,04022 - j 1,79708 \end{array}$$

6. ZÁVĚR

V tomto článku byl popsán algoritmus pro kompletní analýzu elektrických obvodů na samočinném číslicovém počítači a byla sestavena instrukční síť pro výpočet transformační matice \mathbf{C} z transformační matice \mathbf{K}_r , zatímco ostatní maticové operace jsou považovány za známé standardní podprogramy. Dále jsou uvedeny podrobné symbolické programy sestavené pro kompletní analýzu elektrického obvodu metodou smyčkových proudů pro samočinný počítač National Elliott 803, jakož i dva číselné příklady vyřešené těmito programy.

Pro popsané algoritmy výpočtu je charakteristické, že mají universální platnost pro všechny typy elektrických obvodů. Pro analýzu některých speciálních typů elektrických obvodů (např. pro obvody bez vzájemných indukčností, pro obvody obsahující pasivní prvky jen jediného druhu, atd.) by ovšem bylo možno sestavit programy, které by byly v některých ohledech výhodnější než programy uváděné (např. co do rychlosti výpočtu, anebo pokud jde o ekonomické obsazování paměťových míst počítače). Použijeme-li jen vnitřní paměť počítače, je přípustný počet větví analysovaného obvodu poněkud omezen (např. uvedené podrobné symbolické programy pro počítač National Elliott 803 lze použít jen pro obvody, jež mají nejvýše 20 větví), avšak zařazením vnějších pamětí lze řešit prakticky libovolné obvody, ovšem za cenu prodloužení doby výpočtu. Poměrně velmi krátká doba výpočtu (při hotovém programu), vysoká přesnost dosažených výsledků a okolnost, že vlastní řešení může

provádět i nezaškolený pracovník jsou nesporné výhody, které má uvedený způsob řešení, oproti analýze prováděné na analogových počítačích. Ovšem i tyto počítačové stroje mohou mít svoje přednosti oproti číslicovým počítačům, při řešení některých typů elektrických obvodů.

Závěrem děkujeme asistentu inž. MOJMÍRU LINDAUEROVI za spolupráci při výpočtu číselných příkladů.

Literatura

- [1] Mayer D.: Analýza elektrických obvodů maticovým počtem. (Vyjde v NČSAV.)
- [2] Mayer D., Kořínek S.: Analýza elektrických obvodů na samočinném počítačím stroji. Sborník výtahu referátů přednesených na II. konferenci o teorii elektrických obvodů, ÚŘE, Praha, 4. — 9. 9. 1961.
- [3] Základy programování a obsluhy samočinného počítače National Elliott 803 (1. a 2. díl). Kancelářské stroje, n. p., Výzkumné výpočtové středisko, Praha 1961.

Резюме

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ В УСТАНОВИВШЕМСЯ СОСТОЯНИИ С ПОМОЩЬЮ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ЦИФРОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

ДАНИЕЛЬ МАЙЕР (Daniel Mayer), СТАНИСЛАВ КОРЖИНЕК (Stanislav Kořínek)

Целью предложенной работы является построение программы для полного анализа электрической цепи, состоящей из активных элементов (т. е. источников э. д. с. или же токов) и из пассивных элементов (т. е. элементов R, L, C). Программа построена таким образом, что в машину вводятся только значения этих элементов и далее матрица **C** или (что является более простым) матрица **K_r**. Любая из этих матриц описывает топологическое строение ориентированного графика решаемой цепи. Вычислительная машина проведет автоматически все алгебраические действия анализа этой цепи и напечатает значения токов и напряжений отдельных ветвей.

Сначала приведено отношение (2) для вычисления матрицы **C** из матрицы **K_r**, которую легко построить. Затем описаны отдельные действия над матрицами, сводящиеся к анализу этой цепи. Это производится методом контурных токов [урав. (3а) — (15а)] или дуальным методом узловых напряжений [урав. (3б) (15б)]. Справедливость решения можно проверить применением законов Кирхгофа [урав. (16), (17)]. После этого приведены действия над матрицами для анализа частичной электрической цепи, причем влияние остающихся участков цепи учитывается токами, которые питают (или нагружают) частичную цепь в узлах.

Опять применяется метод контурных токов [урав. (21)–(25)], или метод узловых напряжений [урав. (26)–(29)].

Содержанием дальнейшей части статьи являются программы для автоматической цифровой вычислительной машины и их объяснения. Приведена блочная схема программы для вычисления матрицы \mathbf{C} из матрицы \mathbf{K}_r (рис. 1, 2), далее эта программа выражается автокодом А2 и, наконец, приведены символические программы для анализа полной и частичной электрической цепи, которые выражены стандартной программой интерпретации 803 М 4. Все символические программы проводились с учетом использования автоматической цифровой вычислительной машины National Elliott 803.

В заключительной части работы иллюстрируются предыдущие соображения двумя примерами. В первом из них проведен анализ полной электрической цепи, питаемой источниками э. д. с. (проведенное на вычислительной машине решение проверено измерением на модели), во втором, проведен анализ электрической цепи с потреблением тока в узлах.

Summary

ANALYSIS OF STEADY STATE ELECTRIC CIRCUITS BY A DIGITAL COMPUTER

DANIEL MAYER, STANISLAV KOŘÍNEK

The aim of the study was the construction of a programme for the complete analysis of an electric circuit composed of active elements (i.e. sources of e. m. f., eventually of current) and of passive elements (i.e. R , L , C elements). We require that the input to the computer be only the values of these elements, and further the matrix \mathbf{C} or the matrix \mathbf{K}_r , which describe algebraically the topological structure of the oriented graphs of the electrical circuit, and that the computer realise, without further intervention, all the numerical operations of the circuit analysis and print the values of branch currents and voltages.

First there is stated the relation (2) for the calculation of the matrix \mathbf{C} from the easily determined matrix \mathbf{K}_r . Then we state the separate matrix operations of circuit analysis, partly by the mesh method [eq. (3a)–(15a)] and partly by the node-pair method [eq. (3b)–(15b)]. The control of correctness of the solution may be carried out by application of Kirchhoff's laws [eq. (16), (17)]. The matrix operations of the analysis of the partial electric circuit, the influence of the remaining parts of the circuits is respected by feeding (or loading) at the nodes of the partial circuit, are stated afterwards.

The next part of the paper contains the computer programmes and a commentary. The flow diagram for the calculation of the matrix \mathbf{C} from the matrix \mathbf{K}_r is given in

fig. 1, 2. This programme is further expressed in A2 autocode, finally there are given symbolic programmes for the analysis of the total and partial electric circuit, suitable for input to the standard interpretative programme 803 M 4. The symbolic programmes were carried out with regard to use on the National Elliott 803 computer.

Finally, the preceding considerations are illustrated by two numerical examples. The first analyses the total electric circuit fed by e. m. f. sources (the computer solution was verified by measurements on a model), the second analyses a lattice network with tapped nodes.

Adresa autorů: Doc. Ing. *Daniel Mayer* C.Sc., Vysoká škola strojní a elektrotechnická, Nejedlého sady 14, Plzeň. -- Ing. *Stanislav Kořínek*, Vysoká škola strojní a elektrotechnická, Nejedlého sady 14, Plzeň.