N. S. Streleckij

K otázce proměnlivosti parametrů únosnosti konstrukcí

Aplikace matematiky, Vol. 4 (1959), No. 2, 128–133

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/102652`

K OTÁZCE PROMĚNLIVOSTI PARAMETRŮ ÚNOSNOSTI KONSTRUKCÍ

Diskusní příspěvek

N. S. STRELECKIJ

Proměnlivost celé řady činitelů statického působení konstruktivních prvků nebo konstrukcí, kterou nelze vyjádřit vzájemnou funkcionální závislostí, přivádí nás k myšlence o účelnosti jejich vyšetřování jako statisticky náhodných veličin, řídících se statistickými nebo pravděpodobnostními vztahy. Metody statistického řešení si vydobyly dosti významné místo v hydrologii. Stále více se jich užívá i ve výpočtech konstrukcí podle únosnosti. Nejrozsáhleji se této metodiky užívá v Sovětském svazu; podle ní byly vypracovány v „Stavebních normách a pravidlech" zásady výpočtu konstrukcí podle tak zvaných „mezních stavů", které byly schváleny k užívání v roce 1954. Ale i v jiných zemích se kloní názory inženýrů po dlouhé diskusi stále více k přesvědčení o účelnosti zahrnutí proměnlivosti činitelů statického působení konstrukcí do výpočtu těchto konstrukcí. Na lutyšském kongresu mezinárodního sdružení mostů a konstrukcí v roce 1948 a na cambridgeském kongresu v roce 1952 bylo thema přechodu k statistickým metodám výpočtu jedním z nejaktuálnějších; nyní se v různých zemích vypracovávají podle příkladu Sovětského svazu praktické návrhy zavedení těchto myšlenek do zásad výpočtu. Proto mají v nynější době otázky proměnlivosti parametrů velký význam.

Obvyklé vyjádření proměnlivosti činitelů působení konstrukcí představuje křivka rozložení jejich proměnných hodnot, pokládaných za statisticky náhodné. Přitom jsou silové činitele charakterisovány jednou křivkou rozložení a činitele pevnosti hmoty druhou. Tím se předpokládá, že všechny činitele silových účinků mohou být zahrnuty pod jednu výslednou křivku rozložení a činitelé pevnosti hmot pod druhou. Z porovnání těchto křivek se dostává taková mezní maximální hodnota silových činitelů $\max N$, která s požadovanou pravděpodobností může být vzata za menší nebo rovnou minimální hodnotě pevností hmoty $\min \Phi$. Odtud vyplývá mezní nerovnost výpočtu

$$\max N \leqq \min \Phi \,. \tag{A}$$

Z této nerovnosti se určí pro danou konstrukci největší hodnota silového působení, odpovídající podmínce pevnosti.

Křivky N a Φ je možno spojit v jeden soubor a mezní nerovnost (podmínku pevnosti) přepsat ve tvaru

$$R = \Phi - N \geqq 0 . \qquad \text{(B)}$$

Takový postup je obecnější, protože se při něm sdružují všechny možné hodnoty N a Φ, zatím co při prvním způsobu se ve prospěch bezpečnosti spojovala největší možná hodnota N s nejmenší možnou hodnotou Φ bez ohledu na to, že nejsou navzájem synchronní.

Jak silové účinky N, tak i pevnosti hmoty Φ zahrnují mnoho činitelů působení konstrukce. V obou případech se předpokládalo, že je možno sestrojit výsledné křivky N a Φ a také křivku R z charakteristik proměnlivosti činitelů složek, patřících do souborů N, Φ, R.

Může-li být proměnlivost těchto činitelů charakterisována křivkami rozložení, tj. má-li statistickou povahu, je formálně takové sestrojení zcela možné. Je zvláště jednoduché, jsou-li křivky rozložení dílčích činitelů křivkami Gaussovými a charakterisuje-li výsledná křivka součet statisticky náhodných veličin — složek. Pak je výsledná křivka též křivkou Gaussovou se střední hodnotou rovnou součtu středních hodnot křivek rozložení složek, $a = \Sigma a_i$, a rozptylem (druhá mocnina směrodatné odchylky), rovným součtu rozptylů křivek složek $D = \sum D_i$, což umožňuje snadno sestrojit výslednou křivku. Když křivky rozložení složek nejsou souměrné, je sestrojení výsledné křivky poněkud složitější; v takovém případě parametry výsledné křivky, charakterisující součet účinků složek, budou: střední hodnota $a = \sum a_i$, rozptyl $D = \sum D_i$, šikmost $S = \dfrac{\sum M_{3i}}{(\sum D_i)^{\frac{3}{2}}}$, kde M_{3i} je moment třetího stupně vzhledem k středu křivky rozložení složky; pro určení šikmosti je tedy třeba ještě vyčíslit tyto momenty. Obvykle se šikmost výsledné křivky zmenšuje při rostoucím počtu složek. To znamená, že součet rozptylů složek vzrůstá rychleji než součet momentů třetího stupně; proto při dosti velkém počtu složek může být výsledná křivka pokládána za křivku Gaussovu i při nesouměrných křivkách. Tedy i v tomto případě je otázka sestrojení výsledné křivky řešena poměrně prostě.

Avšak daleko ne u všech činitelů působení konstrukce můžeme pokládat proměnlivost za statisticky náhodnou.

Proměnlivost atmosférických zatížení, sněhu a větru, se může považovat za statisticky náhodnou. Skutečně, intensita sněžení nebo tlaku větru závisí na krajně složitých a různorodých meteorologických podmínkách, které nemohou být uvedeny ve funkcionální závislost s podmínkami působení konstrukcí. Při dostatečné délce pozorování a dosti velkém počtu výskytu zkoumaného činitele během užívání konstrukce tyto účinky tvoří řadu stabilní v čase a dávají křivky rozložení se zřetelně vyjádřeným modem. Takové křivky patří ke třídě křivek rozložení, odpovídajících nestálosti podmínek výskytu jevů, což plně odpovídá složité meteorologické situaci při výskytu velkého sněžení nebo uragánového větru.

K statisticky náhodným veličinám může být počítána proměnlivost vlastností hmoty, jestliže proces výroby hmoty je možno pokládat za stacionární. V tomto případě je možno považovat odchylky od střední hodnoty za následek chyb ve výrobním pochodu. Ty potom musí odpovídat křivce chyb — Gaussově normální křivce rozložení. Jak víme, odpovídá této křivce stálost podmínek výskytu jevu, což souhlasí s podmínkami stacionárního procesu. Zkušenost skutečně ukazuje, že proměnlivost vlastností hmoty velmi dobře odpovídá Gaussovu zákonu. Totéž platí ze stejných důvodů i o proměnlivosti tvaru dílců konstrukce, o proměnlivosti plochy a ostatních geometrických charakteristik průřezu atd.

Jeřábová zatížení nespecialisovaných jeřábů, obsluhujících strojní dílny, dávají také dosti charakteristické křivky nesouměrného typu se zřetelně vyjádřeným modem. Takové jeřáby obsluhují několik strojů a zvedají rozličná břemena, přičemž se střídá dosti rozmanitým způsobem zvedání velkých a malých břemen. Při velkém počtu pozorování a velkém počtu zvedání se může předpokládat, že velikosti zvedaných břemen jsou statisticky náhodné.

Proměnlivost působení jeřábového zatížení na libovolný prvek konstrukce nebo sloupu je spojena ještě s jiným činitelem — pohyblivostí jeřábu a pravděpodobností jeho přítomnosti v okolí daného sloupu. Počítá-li se proto s proměnlivostí jeřábového působení, setkáváme se s dvěma pravděpodobnostmi — s pravděpodobností zvedání těžkého břemene a s pravděpodobností zvedání tohoto břemene v okolí daného sloupu. Výsledná pravděpodobnost se zřejmě rovná jejich součinu. Naopak jeřábové zatížení specialisovaných jeřábů, na příklad licích jeřábů metalurgických závodů, určené objemem nádoby, je dostatečně stálé a je třeba je pokládat za statisticky neproměnné.

Zde se může počítat jen s pohyblivostí jeřábů.

Zatížení stropních konstrukcí se též vyznačují proměnlivostí. Tato proměnlivost je dvojího druhu: jednak se mění velikost břemen v souvislosti s rozvojem výroby, které místnost slouží. Tato proměnlivost má charakter systematického vzrůstu břemen a nemá statistickou povahu. Je zřejmé, že stropní konstrukce musí být navržena podle zatížení nejtěžším zařízením, odpovídajícím největšímu rozvoji výroby během užívání konstrukce. Za druhé se může zatížení měnit vlivem toho, že zařízení může být umístěno v různých místech stropní konstrukce. Ačkoliv umístění zařízení je určováno procesem výroby, může být zařízení z různých příčin, na příklad při opravě, přemístěno i do jiných míst stropní konstrukce, a to i v místa nepříznivější pro působení stropní konstrukce. Ačkoliv jsou taková přemístění zcela náhodná, nemají statistickou povahu a nemohou být pro ně sestrojeny křivky rozložení. Stálé zatížení se též vyznačuje jistou proměnlivostí, protože množství a váhy jeho složek se mohou měnit. Ačkoliv se proměnlivost stálého zatížení může pokládat za statisticky náhodnou a pro stálé zatížení různých konstrukcí jednoho typu se může sestrojit křivka rozložení jeho vah, má toto zatížení tu zvláštnost, že jeho působení na danou konstrukci je neproměnné a dlouhodobé.

Statistická povaha různých druhů zatížení tudíž není stejná a s tím je nutno počítat při jejich skládání pro sestrojení výsledné křivky.

Je třeba poznamenat, že statisticky náhodná zatížení, mající křivky rozložení, není vždy možno spojovat pro stanovení pravděpodobnosti jejich současného působení.

K tomu je třeba, aby tyto druhy zatížení měly tutéž navzájem srovnatelnou dobu působení a stálost v čase.

Vezmeme-li za příklad statisticky náhodné účinky mající vlastní křivky rozložení, na příklad působení zatížení libovolného sloupu sněhem a zatížení nespecialisovaným jeřábem, bude největší zatížení sněhem představující samo o sobě velmi řídký jev, mít v případě svého výskytu trvání několika dní (jestliže se zavádí takové zatížení do výpočtu a není tedy organisováno odstraňování sněhu). Za tuto dobu jeřáb zřejmě projede mimo sloup nebo se zastaví v jeho blízkosti. Proto je spojení účinku zatížení sněhem a jeřábem jistotou a toto spojení nemůže být zavedeno do výsledné křivky (charakterisující pravděpodobnost a ne jistotu současného působení náhodných činitelů). Ve srovnání s krátkodobým působením zatížení jeřábem se může zatížení sněhem v tomto případě pokládat pro délku svého trvání za statisticky neproměnnou veličinu. Naproti tomu zatížení větrem velké síly je krátkodobým zatížením a pak může být položena otázka o pravděpodobnosti současného výskytu silného (uragánového) větru a přítomnosti jeřábu v blízkosti sloupu.

Také může být položena otázka o pravděpodobnosti současného zatížení sněhem a větrem, posuzuje-li se dlouhý časový úsek, během něhož mohou být periody výchylek zatížení sněhem přijaty za malé.

Obdobně je třeba pro danou konstrukci v důsledku dlouhé doby jejího užívání posuzovat stálé zatížení nebo vlastnosti hmoty jako veličiny statisticky neproměnné. Je však možno posuzovat ne jednu konstrukci, ale soubor všech nebo dosti velkého počtu konstrukcí. Pak se mohou vlastnosti hmoty nebo stálé zatížení pokládat za statisticky náhodné veličiny a může být položena otázka pravděpodobnosti současného výskytu některých mechanických charakteristik hmoty nebo stálého zatížení s možnými hodnotami silových účinků.

Takový postup rozšiřuje statistické problémy únosnosti a do jisté míry je usnadňuje, tj. zbavuje nutnosti znát přesně mechanické vlastnosti hmoty pro danou konstrukci; tyto vlastnosti se zaměňují vlastnostmi pravděpodobnostními. V takových podmínkách vede tento postup k jisté úspoře hmoty, pokud se při obvyklém způsobu řešení pro nedostatek údajů o vlastnostech hmoty přechází ve prospěch bezpečnosti k předpokladu nejnižších hodnot, uvedených v normách.

Takový postup předpokládá možnost spojení všech činitelů, jak silových tak i pevnostních, v jeden statisticky náhodný souhrn. To znamená, že se předpokládá, že všechny činitele mají tutéž statistickou povahu. Zatím však, jak jsme viděli, tomu tak úplně není. Proto není takový postup zcela oprávněn. Přitom se nesmí zapomínat, že počítáme jednu určitou konstrukci; při jejím užívání mohou nastat různé silové účinky atmosférické, jeřábové a jiné a také jejich kombinace, ale tato konstrukce má neproměnné stálé zatížení a tutéž neproměnnou hmotu.

Proto trpí takový postup jistou schematičností a formalismem. V souvislosti s tím musí veličina Φ v mezní nerovnosti odpovídat charakteristikám hmoty příslušející posuzované konstrukci. Nejnižší hodnoty mechanických charakteristik hmot mohou být vzaty v úvahu jen nejsou-li k disposici příslušné údaje.

V levé části mezní nerovnosti $N \leqq \Phi$ musí být tedy dvě části — jedna, charakterisující silové účinky statisticky neproměnných činitelů, a druhá vyjadřující působení činitelů statisticky náhodných. Statisticky neproměnné činitele mají též vlastní proměnlivost, jenomže jak již bylo ukázáno, nemá tato proměnlivost statistickou povahu. Proměnlivost zatížení působícího na stropní konstrukce závisí pouze na různosti účinku břemen při nejnepříznivějším rozmístění zařízení a při jeho ustálené poloze a vyjadřuje se určitým číslem — vztahem těchto veličin. Proměnlivost statisticky náhodných činitelů je charakterisována jejich křivkami rozložení, vyjadřujícími jen pravděpodobnost jejich výskytu a proto nemůže být určena konstantou.

Vzhledem k tomu, že se statisticky náhodní činitelé vyskytují mnohokrát a v různém čase, vzniká otázka o pravděpodobnosti jejich současného výskytu a o velikosti jejich společného účinku. Jak bylo poznamenáno, řeší se tato otázka sestrojením výsledné křivky rozložení, která spojuje statisticky náhodné činitele a charakterisuje proměnlivost jejich společného působení.

Metodika sestrojení této křivky již byla ukázána. Mez proměnlivosti zatížení je vyjádřena součinitelem, který se v normách nazývá **součinitelem** přetížení. Pro statisticky neproměnné parametry je zřejmě určitým číslem, jak již bylo uvedeno. V řadě případů, kdy neznáme přesnou velikost statisticky neproměnného zatížení, je doplňkovou reservou bezpečnosti (na příklad součinitel přetížení stálého zatížení je 1,10). Součinitel přetížení statisticky náhodných veličin není určitým číslem. Určuje se, jako bylo uvedeno, jen podle křivky rozložení s určitou pravděpodobností. To znamená, že při velmi vysokém počtu opakování statistické veličiny si nejsme jisti, že se nemohou objevit větší hodnoty. Součinitel přetížení se určuje jak pro každého činitele, tak i pro jejich současné působení.

Mezní nerovnost má pak tvar

$$\sum N'_i n'_i + n_2 \sum N''_i \leqq \Phi = RF\,, \tag{C}$$

kde N'_i, n'_i jsou silové účinky a součinitele přetížení statisticky neproměnných činitelů nebo činitelů statisticky náhodných, které podle podmínek svého působení (poměrné doby působení, nestálosti v čase) nemohou být zahrnuty do souboru statisticky náhodných parametrů.

N''_i jsou silové účinky statisticky náhodných činitelů, které se skládají ve výsledné působení, n_2 součinitel přetížení společného působení (podle výsledné křivky rozložení), RF — únosnost hmoty (R výpočtová pevnost, F — geometrický činitel průřezu prvku — na příklad plocha, průřezový modul atd.).

V tomto vyjádření bylo podle sovětských norem vzato jako statisticky neproměnné zatížení pouze zatížení stálé, všechny druhy zatížení byly zavedeny do souhrnu zatížení (hlavní, vedlejší, podružná), která se charakterisují stálými součiniteli spolupůsobení. To je poněkud primitivní a neodpovídá podstatě jevu. Avšak rozšíření souboru na všechna zatížení bez ohledu na jejich různou statistickou povahu je též nesprávné; nesprávné je z téhož důvodu spojení pravé a levé části mezní nerovnosti (A), (B) v jeden celek nehledě k tomu, že takový postup by se mohl zdát nejdokonalejším.