Miroslav Katětov; Josef Novák; Alois Švec

Академик Эдуард Чех. (29. 6. 1893 - 15. 3. 1960)

Czechoslovak Mathematical Journal, Vol. 10 (1960), No. 4, 614–(614a),615–630

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/100435`

Чехословацкий математический журнал, т. 10 (85) 1960, Прага

СООБЩЕНИЯ — NEWS AND NOTICES

АКАДЕМИК ЭДУАРД ЧЕХ

(29. 6. 1893 — 15. 3. 1960)

15 марта 1960 г. скончался в Праге на 67 году жизни выдающийся чехословацкий математик *Эдуард Чех*. Мы потеряли в нем крупнейшего ученого с мировым именем, проложившего новые пути в дифференциальной геометрии и топологии, человека, который был нашим учителем и образцом, примером вдохновенного и упорного труда.

Эдуард Чех родился 29 июня 1893 г. в деревне Страчов в северо-восточной Чехии. Среднее образование он получил в гимназии в г. Градец Кралове; уже тогда его любимым предметом была прежде всего математика, в которой он превосходил других учеников. В 1912 г. Э. Чех поступил в Карлов университет в Праге с тем, чтобы изучать математику на философском факультете. В то время на факультете было только два профессора математики, и Э. Чех приобретал знания, главным образом, изучением книг из библиотеки Общества чешских математиков и физиков. В течение пяти семестров он ознакомился таким образом с обширной литературой по различным математическим дисциплинам, выбирая и изучая ее по собственному усмотрению без какого-либо руководства. Иногда ему попадались работы по элементарной математике, в теоремах и доказательствах которых встречались логические пробелы; он любил их исправлять и дополнять, проявляя так тот интерес к вопросам дидактики и методики, который характерен для значительного периода его позднейшей деятельности. Так как в то время для получения квалификации преподавателя средней школы недостаточно было одного предмета, Э. Чех выбрал в качестве второго предмета начертательную геометрию и занялся в особенности изучением элементарной, начертательной и проективной геометрии.

После пяти семестров Э. Чех был в 1915 г. призван в астро-венгерскую армию. Во время этого вынужденного перерыва в занятиях ему даже при этих условиях удалось изучить русский, немецкий и итальянский языки. После окончания войны он закончил университетский курс, сдал государственные экзамены и некоторое время преподавал математику в реальном училище в Праге-Голешовице.

Академик Едуард Чех

(* 29. 6. 1893, † 15. 3. 1960)

В 1920 г. Э. Чех представил диссертационную работу на тему ,,Об элементе третьего порядка кривых и поверхностей проективного пространства'' и получил степень доктора философии. С тех пор начинается его систематическая научная деятельность. Он занялся исследованием дифференциальных проективных свойств геометрических фигур, изучил работы выдающегося итальянского геометра Г. Фубини и получив небольшую стипендию, провел учебный год 1921—22 в Турине. Профессор Фубини обратил внимание на необыкновенную одаренность молодого математика и предложил ему быть соавтором книги, которую он собирался написать. В действительности они написали совместно две книги: ,,*Geometria proiettiva differenziale*'' вышла (в двух частях) в 1926 г. и в 1927 г. в Болонье, ,,*Introduction à la géométrie projective différentielle des surfaces*'' была издана в Париже в 1931 г. Эти книги принесли авторам мировую известность.

В 1922 г. Э. Чех получил звание доцента на факультете естественных наук в Праге на основании работы из области проективной дифференциальной геометрии. Через год, не достигши еще тридцатилетнего возраста, он был назначен экстраординарным профессором на факультете естественных наук университета в Брно, где в то время освободилось место после смерти профессора *Матыаша Лерха*. Так как на этом факультете лекции по геометрии читал профессор *Ладислав Сейферт*, то педагогическая деятельность профессора Чеха должна была быть направлена на математический анализ и алгебру. За короткое время он глубоко овладел этими дисциплинами и в течение двенадцати лет с успехом читал лекции по анализу и алгебре в университете в Брно.

В 1928 г. Э. Чех получил звание ординарного профессора. Примерно с этого же времени у него проявился глубокий интерес к топологии. Он начал с изучения работ из журнала ,,*Fundamenta Mathematicae*'', главным образом статей *К. Куратовского*, *В. Серпинского*, *Б. Кнастера*, *С. Мазуркевича*, позже — *К. Борсука* и *С. Эйленберга*, и другой топологической литературы, в частности, работ *Р. Л. Мура* и его учеников и работ *П. С. Александрова* и *С. Лефшеца* по комбинаторной топологии. С 1931 г. Э. Чех перестал публиковать работы по дифференциальной геометрии и занялся исключительно теоретико-множественной и комбинаторной топологией. В 1932 г. появляются две его новаторские работы; одна из них касалась общей теории гомологии в произвольных пространствах, а вторая — общей теории многообразий и теорем двойственности. Благодаря этим работам Э. Чех стал одним из самых выдающихся специалистов по комбинаторной топологии (отметим здесь, например, тот факт, что в известной монографии американского математика С. Лефшеца ,,*Algebraic Topology*'', написанной в 1942 г., чаще всего кроме самого автора цитируется Э. Чех). В сентябре 1935 г. Э. Чех был приглашен в Москву на конференцию по комбинаторной топологии, на которой было только ограниченное число участников. Доклад Э. Чеха на этой конференции о результатах своих исследований произвел большое впечатление, и он был приглашен читать лекции в известном американском математическом центр „*Institute for Advanced Study*" в Принстоне.

После возвращения из Америки в 1936 г. Э. Чех начал создавать в Брно математическую школу. Он сосредоточил вокруг себя молодых сотрудников, энтузиастов научной работы и основал топологический семинар, в котором сначала систематически разбирались работы советских математиков П. С. Александрова и *П. Урысона*. Атмосфера семинара, личность Э. Чеха и его инициативность имели благоприятное влияние на всех участников. В семинаре было решено много формулированных Чехом проблем, и в течение трех лет возникло 26 научных работ, в их числе также работа Чеха о бикомпактных пространствах, в которой было рассмотрено максимальное компактное расширение, называемое теперь, как известно, компактным расширением Чеха (или Стона-Чеха). Топологический семинар просуществовал до 1939 г., когда во время нацистской оккупации нашей страны были закрыты чешские высшие учебные заведения. Однако и после закрытия семинара Э. Чех со своими ближайшими сотрудниками *Б. Поспишилом* и *Й. Новаком* образовал рабочую группу, которая собиралась еженедельно в квартире Поспишила до самого ареста последнего агентами гестапо в 1941 г. Топологический семинар Э. Чеха имеет важное значение в истории нашей математики как первый пример систематической целеустремленной коллективной научно-исследовательской работы.

В 1945 г. профессор Э. Чех после двадцатидвухлетней педагогической и научной деятельности в Брно переходит на факультет естественных наук Карлова университета в Праге. Здесь он усиленно занимается научно-организационными вопросами, касающимися чехословацкой математики. В 1947 г. он стал заведующим Исследовательским математическим институтом Чешской академии наук и искусств и был им до 1950 г., когда был основан Центральный математический институт, директором которого он стал. В 1952 г. при основании Чехословацкой академии наук Э. Чех был среди первых ученых, удостоенных звания академика, и стал директором Математического института Академии, в который был преобразован Центральный математический институт. Э. Чех наметил программу научно-исследовательской деятельности этого института и обращал особое внимание на то, чтобы наша математика развивалась не только в области теории, но и в области приложений, в особенности в технике. В 1954 г. проф. Чех перешел на физико-математический факультет Карлова университета и позднее стал директором его математического института (с его учреждения в 1956 г.). С этого времени и до самой смерти он интенсивно работал в области дифференциальной геометрии и опубликовал 17 работ.

Кроме других работ и публикаций он издал книгу „Топологические пространства" (Прага, 1959 г.), в значительной мере основанную на том подходе и тематике, которые были выработаны в топологическом семинаре в Брно.

Наряду со своей большой научной, научно-педагогической и организационной деятельностью академик Чех интересовался также вопросами преподавания математики. Он принадлежал к тем нашим ученым, которые поняли, что педагогическая деятельность в высших учебных заведениях должна быть взаимосвязана с работой школ низших ступеней. Он сам писал учебники по математике для младших классов бывших гимназий, которыми позднее пользовались также в единой средней школе, созданной в 1948 г. Эти учебники имели большое значение прежде всего для преподавателей, особенно для учителей бывших городских школ при переходе к задачам, поставленным перед ними в единой средней школе. В своих учебниках Э. Чех уделял особое внимание освоению математических понятий учениками, развитию способности абстракции и логического мышления.

Э. Чех отдавал много времени и энергии вопросам школьной математики также в ряде педагогических семинаров в Брно и в Праге, некоторые из которых были специально предназначены для учителей. Кроме того, он посвятил этим вопросам (и вообще элементарной математике) ряд университетских лекций, литографированных курсов, различных статей и других работ.

В тесной связи с проблематикой элементарной и школьной математики находится и работа Э. Чеха в области идеологических вопросов. Как сознательный член Коммунистической партии Чехословакии, Э. Чех старался в концепции школьной математики подчеркнуть те разделы, которые помогают создавать научное мировозрение нашего молодого поколения. Именно Э. Чех знакомил нашу учительскую математическую общественность и работников народного просвещения с советскими взглядами.

Выдающаяся деятельность Э. Чеха, включающая 94 научных работ и 9 научных книг (кроме того, он написал 7 учебников для средней школы), оказала большое влияние на развитие нашей математики; он имел многочисленных учеников и создал научные школы в топологии и дифференциальной геометрии. Многие ученые во всем мире находились под влиянием его творческих идей и исходили из его работ. Деятельность Э. Чеха получила заслуженную высокую оценку в Чехословакии и заграницей. Он принимал участие в ряде математических конгрессов, представляя на них чехословацкую математическую науку, читал по приглашению лекции во многих заграничных университетах, в том числе в Варшаве, Львове, Москве, Вене, Принстоне, Анн Арборе, Нью-Йорке, в Гарвардском университете. Он был членом многих научных обществ и академий — в Чехословакии Чешской академии наук и искусств, Королевского чешского общества наук, Моравского общества естествоиспытателей, почетным членом Общества чехословацких математиков и физиков; за границей действительным членом Польской академии наук, членом ученого общества „*Towarzystwo Naukowe*" во Вроцлаве, почетным доктором Варшавского университета, университета в Болонье и т. д. За выдающиеся научные достижения Э. Чех был дважды, в 1951 и в 1954 г., удостоен государственной премии.

Во всей своей деятельности академик Э. Чех был сторонником прогрессивных идей и сделал много для того, чтобы наша наука могла выполнить большие задачи, стоящие перед ней в социалистическом обществе. За свои заслуги в области науки и строительства социализма академик Э. Чех был в 1957 г. награжден орденом Республики.

Научная деятельность Э. Чеха относится к области топологии и дифференциальной геометрии. Топологией — общей и алгебраической — (более тесная связь этих двух направлений была, впрочем, существенной составной частью намеченной им программы) он начал интересоваться около 1928 г.; в 1930 г. появляется его первая работа по топологии. До 1938 г. он опубликовал около 30 топологических работ. Позже, после некоторого перерыва в публикации оригинальных результатов, он снова возвратился к дифференциальной геометрии. Однако и в этот период своего творчества он все время интересовался топологией, и в 1959 г. опубликовал книгу „*Топологические пространства*".

Э. Чех написал 12 работ из области общей топологии (вернее говоря, топологических работ, не применяющих алгебраические методы; дело в том, что его работы по алгебраической топологии в большинстве случаев касаются также всеьма общих пространств, что и является одной из их характерных черт). Среди них одной из важнейших является статья [72] о компактных пространствах (вместо первоначального термина „бикомпактное" мы употребляем здесь слово „компактное", которое сейчас более принято). В этой статье впервые систематически исследуется так. наз. максимальное компактное расширение βS вполне регулярного пространства S, т. е. компактное пространство, в котором S плотно и на которое можно расширить любую ограниченную и непрерывную функцию, заданную на S. Существование такого пространства уже, собственно, доказал *А. Н. Тихонов* в 1930 г.; некоторые свойства пространства βS несколько с другой точки зрения исследовал *М. Стон*, однако только работа Чеха показала значение этого пространства и возможности его применения. Компактное расширение βS, в литературе обычно называемое чеховским или расширением Стона-Чеха, было и является одним из весьма важных средств общей топологии и некоторых областей функционального анализа. На основании теории β-расширения возникли многие другие важные понятия общей топологии (расширение Хьюитта, Q-пространства и др.); одно из таких понятий, т. е. абсолютные G_δ-пространства (под названием топологически полные пространства) исследовал уже Э. Чех в упомянутой работе. С этой работой [72] связаны по своему общему характеру статьи [70], [73], [74]. Статья ,,Топологические пространства" [70] возникла из лекций Э. Чеха в топологическом семинаре в Брно; в ней изложены основные понятия теории топологических пространств в оригинальном весьма общем понимании, дающем ряд новых импульсов. Работа [73] (написанная совместно с Б. Поспишилом) касается разных вопросов общей топологии, в частности, характеров точек в пространствах непрерывных функций и числа несравнимых L-топологий (удовлетворяющих некоторым условиям). В работе [74] (написанной совместно с Й. Новаком) подробно рассматриваются некоторые понятия, касающиеся расширения Волмэна (которое для нормального пространства совпадает с расширением Чеха).

Теории размерности касаются (кроме предварительного сообщения [45]) работы [48] и [53]. В первой из них исследуется понятие, называемое теперь обыкновенно ,,большой" индуктивной размерностью (современное обозначение: Ind); для совершенно нормальных пространств доказана так наз. аддиционная теорема (упомянутая размерность объединения счетного числа замкнутых множеств равна точной верхней границе их размерностей), теорема о монотонности и теорема о разложении (из которой следует неравенство $\dim \leqq \operatorname{Ind}$). Во второй работе изучается размерность, определенная посредством покрытий (обозначение: dim); доказывается аддиционная теорема (для нормальных пространств).

Следующие работы по общей топологии касаются связных пространств. В статье [46] исследуется (для любых топологических пространств) неприводимая связность между несколькими точками и обобщенное понятие так наз. ,,дерева". В небольшой статье [47] рассматриваются континуумы, которые можно непрерывно отобразить на сегмент таким образом, что прообразы точек являются конечными множествами; работа [60], связанная с результатами *К. Менгера* и *Г. Нёбелинга*, касается соединения множеств (в локально связном континууме) несколькими дугами. Наконец статья (40), в хронологическом порядке первая работа Чеха по топологии, содержит новое доказательство теоремы Жордана.

Большое значение для чехословацкой математики имела книга Э. Чеха ,,*Точечные множества*, I" (с добавлением написанным *В. Ярником*), изданная в 1936 г.; она была передовой книгой в чешской математической литературе и до сих пор еще не устарела. Первая половина этой книги посвящается прежде всего топологии метрических пространств, в частности полных пространств и компактов; материал, в наше время большей частью ставший классическим, в ней дан в блестящем логически отточенном и методически оригинальном изложении. Последняя книга Э. Чеха „*Топологические пространства*" (с добавлением, написанным *Й. Новаком* и *М. Катетовым*) вышла в 1959 г., но в сущности была написана на много лет раньше. Теория топологических пространств в ней излагается в существенно более общем понимании, чем обычно. Усиленное внимание, разумеется, уделяется вопросам, которым занимался автор или его ученики. Из характерных черт содержания этой книги, написанной Чехом как всегда с большой точностью и требовательностью, приведем только некоторые (так как о книге была подробная рецензия в журнале Časopis pro pěstování matematiky *84* (1959), стр. 474—481): по возможности не предполагается замкнутость замыканий; подробно рассматриваются такие свойства отображений, как напр. точная непрерывность, замкнутость, обратная непрерывность и т. д.; некоторые вопросы теории связности и локальной связности изложены совершенно новым образом (который частично исходит из некоторых опубликованных работ Э. Чеха).

Работы Э. Чеха по алгебраической (комбинаторной) топологии касаются прежде всего теории гомологии и общих многообразий. Для Чеха (как сам это дает понять в вступительной части реферата [62]) было важно соединить методы и способы исследования теоретико-множественной топологии с классической комбинаторной топологией или, вернее говоря, вскрыть общее абстрактное ядро классической теории гомологии, теории многообразий и т. д. и органически включить его в общую теорию топологических пространств; при этом, разумеется, было желательно обойтись без таких средств, как напр. полиэдры. Можно сказать, что Э. Чех внес существенный вклад в осуществление этой программы, в духе которой, впрочем, развивается значительная часть современной алгебраической топологии.

В основной работе [49] Э. Чех построил для совершенно общих пространств теорию гомологии, основанную на конечных открытых покрытиях. В работе собственно, даже не предполагается (по крайней мере сначала), что речь идет о топологическом пространстве; фактически рассматриваются (в современной терминологии) проективные пределы гомологических объектов на конечных комплексах. Результаты этой работы стали, пожалуй, самыми известными (наряду с компактным расширением) из всех работ Э. Чеха по топологии. Теория, построенная в работе [49], принадлежит к „основному фонду" современной алгебраической топологии (причем оказалось, что она подходит, главным образом, для компактных пространств) и в литературе, обыкновенно, называется по имени Э. Чеха. Нужно, однако, заметить, что идея так наз. проекционной последовательности комплексов (а именно нервов конечных открытых покрытий компактного пространства) встечается у П. С. Александрова уже в 1925 г.

и была им подробно изложена в работе в 1929 г. С работой [49], содержание которой (подобно, как и в других случаях) здесь мы не можем подробно описывать, связана статья [56]. В ней, во-первых, развиты и улучшены некоторые результаты работы [49] во-вторых, начинается исследование локальных чисел Бетти (введенных независимо также П. С. Александровым в работах 1934 г.) и некоторых других понятий, изучаемых также в работах [61] и [63]. Во второй из этих работ подробно исследуется локальная связность (или локальная ацикличность) высших порядков, определенная при помощи теории гомологии (локальная связность в этом смысле появилась уже в 1929 г. также у П. С. Александрова, однако до работы Чеха не была более подробно исследована). В работе [58], которая также связана с основным исследованием [49], изучаются локальные числа Бетти и локальная ацикличность; методической новинкой, имеющей отношение к работам о многообразиях, является доказатьлство ряда теорем о шаре и т. д. без триангуляции (на основании одной теоремы о соотношении между гомотопическими и гомологическими поятиями). Наконец в работе [52] исследуется связь между простой связностью (*unicohérence*) и первым числом Бетти, причем используются методы работы [49].

Многообразиям (в разных работах в несколько различном смысле) посвящен цикл работ [50], [55], [57], [59], [61], [65], [67], [71]. Основная цель этих работ (совокупность которых составляет выдающуюся главу алгебраической топологии и является одним из крупнейших успехов чехословацкой математики) — это введение общего понятия многообразия таким образом, чтобы оно включало связные пространства локально гомеоморфные с E_n и было определено только посредством, вопервых, общих топологических свойств, во-вторых, требований, высказанных в понятиях общей теории гомологии; при этом, конечно, желателно чтобы для этих общих многообразий имели место теоремы о двойственности с необходимыми видоизменениями. В работах Э. Чеха эта цель была действительно достигнута (аналогичные результаты в ином понимании получил независимо и приблизительно одновременно также С. Лефшец); притом многие теоремы Чеха были новыми и для классического случая двойственности для множеств в E_n или S_n. Позже исследования Чеха были продолжены *Р. Уайльдером* и другими авторами, причем при помощи новых средств удалось в значительной степени упростить многие из его результатов; однако, повидимому теория общих многообразий в смысле Чеха еще далеко не завершена.

С упомянутыми основными направлениями творчества Э. Чеха в алгебраической топологии связаны только отчасти работы [44], [64], [68]. В важной статье [68] исследуются когомологические понятия (в терминологии того времени дуальные циклы и т. д.) вскоре после того, как их в 1935 г. явно формулировали *Дж. Александер* и *А. Н. Колмогоров*;

в частности здесь целесообразно введено умножение коциклов или цикла и коцикла. В работе [64] для бесконечных комплексов доказываются теоремы, касающиеся однозначного определения групп Бетти с произвольной областью коэффициентов посредством обыкновенных групп Бетти. Статья [44] — первая работа Э. Чеха по алгебраической топологии — содержит весьма общие теоремы, касающиеся, между прочим, разложения пространства между двумя точками; совершенно частным случаем этих теорем являются некоторые классическоие теоремы топологии плоскости.

Коснемся еще двух работ, содержащих только результаты без доказательств: [67] — о группах Бетти (вообще говоря, непрерывных) компактных пространств, [69] — о достижимости точек замкнутого множества в E_n. Наконец, сообщение Э. Чеха на международном конгрессе в Цюрихе в 1932 г. касалось гомотопических групп порядка >1. К этой тематике, к сожалению, он уже больше не возвратился и в сообщениях конгресса его доклад (см. [51]) изложен весьма неполно и не совсем ясно; однако *В. Гуревич*, который блестящим образом создал (в работах 1935 г. и позже) систематическую теорию гомотопических групп всыших порядков, указывает в одной из своих статей (*Akad. Wetensch. Amsterdam*, *Proc. 38* (*1935*)), что определение Чеха этих групп является эквивалентным с его определением.

Работы Э. Чеха в области математического анализа сильно связаны с его педагогической деятельностью в университете и имеют скорее характер небольших заметок. В работе [20] рассматриваются алгебраические формы с коэффициентами, зависящими от одного действительного переменного; в работе [28] выводятся оригинальным методом свойства функций x^s, e^x, $\log x$, $\sin x$, $\cos x$; в статье [35] обобщается для функций с конечной вариацией один метод *К. Петра* для исследований рядов Фурье. В статьях [38], [39] Э. Чех дает простое доказательство теоремы Коши и формулы Гаусса. К работам по общей топологии примыкает по своим методам статья [42] о непрерывных функциях на сегменте, у которых прообразы точек конечны. К области математического анализа принадлежит также вторая половина книги ,,*Точечные множества*, I'', посвященная теории меры и интеграла. Методический подход в этой книге отличается значительной оригинальностью; некоторые отдельные результаты были, повидимому, новыми в то время, когда появилась эта книга.

Работы академика Чеха по дифференциальной геометрии относятся к двум периодам: 1921—1930 гг. и послевоенные годы. Э. Чех является одним из основателей проективной дифференциальной геометрии, и его труды не только содержат ряд важных результатов, но и оказали существенное влияние на все развитие этой дисциплины. Из эго работ исходили главным образом и Италии, Румынии, Германии и, конечно, в Чехословакии; значительный интерес эти работы возбудили и в СССР. Чеху удалось найти три основных принципа, которые ясно проявляются в его творчестве и имеют принципиальное значение для исследований в дифференциальной геометрии: систематическое рассмотрение вопросов касания многообразий, исследование соответствий (в отличие от исследования изолированных многообразий) и систематическое исполь зование двойственности в проективных пространствах. Чтобы оценить значение работ Чеха, нужно было бы написать историю проективной дифференциальной геометрии; здесь мы ограничимся, конечно, только описанием конкретных результатов его работ.

В первых статьях Э. Чеха [1], [2] рассматривается сопоставление некоторых геометрических фигур и соответствий элементам низких порядков кривой и поверхности в трехмерном проективном пространстве; речь идеть, собственно, о геометрическом определении этих элементов посредством минимального числа объектов. Аналогичная проблематика содержится и в работе [5], исследующей элемент 4-ого порядка поверхности, а также [6], в которой предыдущие результаты применены к линейчатым поверхностям и рассматривается окрестность всей образующей. В работе [11] Э. Чех занимается коллинеациями и корреляциями проективного пространства, которые сохраняют элемент 3-его порядка поверхности. На основании этих соображений в послевоенные годы (в неопубликованной работе) Чех получает единое определение канонических прямых поверхности. Статья [13] является итогом только упомянутых работ. В работе [29] рассматривается геометрическое значение индекса квадрик Дарбу.

В работе [3] Э. Чех в числе других результатов показал, что соприкасающиеся плоскости трех кривых Сегре, проходящих через точку поверхности, имеют общую каноническую прямую. В работе [8] (с предварительным сообщением [7]) найдены все поверхности, для которых эти прямые проходят через неподвижную точку, т. е. для которых кривые Сегре являются плоскими кривыми. В работе [9] установлены поверхности с плоскими кривыми Дарбу. Следует заметить, что для достижения этих результатов было нужно провести достаточно затруднительное интегрирование некоторых систем частных дифференциальных уравнений.

Известно, что изучение поверхности в эвклидовом трехмерном пространстве сводится к аналитическому исследованию двух основных дифференциальных форм поверхности, которые ее вполне определяют. Основная мысль Г. Фубини заключалась в создании аналогичного процесса для поверхности и гиперповерхности в проективном пространстве, причем он использовал одну квадратичную и одну кубическую форму. В эту теорию Э. Чех внес вклад циклом своих работ [10], [12], [14], [18], [19], [21], [32]. Он нашел геометрическое значение разных нормализаций однородных координат точек поверхности, геометрическое значение проективного линейного элемента (играющего аналогичную роль как ds^2 в эвклидовой геометрии) и полную систему его инвариантов; далее, он изучал экстремали (так наз. проективные геодезические).

Теории соответствий между поверхностями посвящен цикл работ [3], [4], [24], [30], [33], [34], [41], [143]. В этих работах Э. Чех вносит существенный вклад в теорию проективного изгибания поверхностей в трехмерных пространствах. Он дает новую характеристику проективного изгибания при помощи соприкасающихся плоскостей соответствующих кривых, изучает разные обобщения проективного изгибания и общее асимптотическое или полуасимптотическое соответствие между поверхностями и решает главные вопросы существования для разных типов этих асимптотических соответствий. Полученные результаты он применяет для изучения и нахождения конгруэнций прямых, фокальные поверхности которых находятся в проективном изгибании или имеют соответствующие кривые Дарбу. Несколько позднее *С. П. Фиников* занимался этой проблемой, но другими методами. Далее, большое значение для теории проективного изгибания имеет нахождение поверхностей, которые допускают ∞^1 проективных изгибаний в себя или на которых существует ∞^1 сетей R, одна из которых имеет одинаковые инварианты.

В работах [17], [22], [23] вводится новый метод исследования линейчатых поверхностей. Этот метод применим главным образом к проективным пространствам нечетной размерности. Эти результаты продолжали прежде всего чехословацкие авторы, показавшие преимущество методов Чеха.

Фундаментальное значение имеют работы [27] и [37], исследующие касание двух кривых в проективных пространствах произвольной размерности и возможности повышения степени этого касания после проектирования из подходящего центра. Их продолжением является последняя работа Чеха [94], в которой исследуются аналогичные проблемы для двух многообразий. Эти работы содержащие очень важные конкретные результаты, были в то же время, по существу исходным пунктом для построения теории соответствий Чеха, о которой будет речь позже.

Цикл работ [15], [16], [25] и [26] занимается изучением связки (полосы) элементов касания разных порядков на поверхности в трехмерном проективном или аффинном пространстве, т. е. занимается исследованием системы элементов касания поверхности вдоль лежащих на ней кривых. В частности, исследуются пары поверхностей, имеющие вдоль всей кривой касание определенного порядка. Исследуются условия, при которых эта кривая может быть на обеих поверхностях одновременно кривой Дарбу или Сегре, рассматриваются и другие вопросы такого же рода. Академик Э. Чех весьма подчеркивал значение своего приема, когда вместо кривой изучается целая связка (полоса) элементов касания (как поступают в эвклидовой геометрии, не указывая этого явно); к сожалению, его работу пока еще никто не продолжил.

Проективной дифференциальной геометрии плоских сетей, наконец, посвящены работы [31], [36].

Первый период творчества Э. Чеха в области дифференциальной геометрии достигает вершины опубликованием трех книг [1], [2], [3], последние две из которых написаны вместе с Г. Фубини. Следует заметить, что книги [2], [3] — это систематические учебники проективной дифференциальной геометрии. Обе книги возникли на основании продолжительной письменной дискуссии об общей концепции всего материала. Специалист может довольно легко обнаружить участие каждого автора во всей работе, главным образом по геометрической ясности Чеха, соединяющейся с необыкновенно сложными вычислениями. По инициативе Э. Чеха во французскую книгу была включена глава об использовании методов Картана; в настоящее время ясно, что для того времени и господствовавших тогда взглядов это был смелый и дальновидный шаг. Чешская монография [1], в которой с полной формальной строгостью рассматриваются однопараметрические многообразия, является единственной книгой своего ряда в мировой геометрической литературе и примером того, что дифференциальную геометрию можно излагать без отступлений от полной логической точности.

После второй мировой войны Э. Чех снова интенсивно занимается проблемами проективной дифференциальной геометрии, ставшими уже классическими, и получает результаты, занимающие выдающееся место в мировой математической науке. Его работы можно разделить на три основных группы.

Цикл работ [75], [76], [78] создает систематическую теорию соответствий между проективными пространствами, исследуемых с точки зрения возможности их наилучшего приближения посредством касательных коллинеаций. Этим дается естественная классификация специальных типов соответствий, которые или непосредственно геометрически построены, или по крайней мере задана их общность. Очень подробно исследуются проективные изгибания слоя гиперповерхностей. Э. Чех нашел много результатов, являющихся побочными с точки зрения соответствий, но имеющих большое значение в соответствующих разделах. Например, им были найдены все асимптотические преобразования конгруэнции прямых L (т. е. те преобразования $S_3 \to S_3'$, для которых каждая линейчатая поверхность в L переходит асимптотически в линейчатую поверхность соответствующей конгруэнции L'); кроме того было установлено, что эта проблема в сущности эквивалентна с классической проблемой Фубини, касающейся отыскания проективных изгибаний поверхности.

Теория Э. Чеха нашла широкий отклик заграницей и существенным образом оказала влияние особенно на группу итальяснких геометров в Болонье, которые под руководством профессора *М. Вилла* уже раньше интенсивно занимались геометрией соответствий.

Вполне естественно оказалось, что в теории соответствий первостепенную роль играют конгруэнции прямых. Поэтому понятно, что позже Э. Чех начал ими систематически заниматься; результаты своих исследований он опубликовал в работах [79], [82], [83], [84], [85], [91]. Он начал систематически исследовать соответствия между конгруэнциями, при которых взаимно сопоставляются их развертывающиеся поверхности, и подробно анализировать проблему их проективного изгибания. Э. Чех достиг выдающихся результатов особенно для конгруэнций W. В этой области, которой занимался также С. П. Фиников и его московская школа, решенные Чехом вопросы существования и геометрические построения принадлежат к наилучшим достигнутым до сих пор результатам; посредством нового подхода к целой проблематике они открыли новые возможности исследования. Наши геометры достигли при помощи этих методов ряда очень глубоких и в некоторых случаях окончательных результатов в теории конгруэнций Сегре, конгруэнций и поверхностей с сопряженной сетью в многомерных пространствах.

Работы [87], [88], [89] и [93] касаются другой тематики; здесь исследуются соотношения между дифференциальными классами точек кривой и сопоставленных им объектов (n-гранник Френэ, соприкасающаяся окружность и шар) в эвклидовом 3-мерном или 4-мерном пространстве. Полученые результаты являются довольно неожиданными. Некоторые из них уже окончательны, но потребуется, повидимому, еще много усилий для создания систематической теории в этом новом разделе дифференциальной геометрии кривых и для возможного нахождения более эффективных методов исследования.

В заключении напомним работу [90], касающуюся проективных изгибаний развертывающихся поверхностей и работы [80], [81], являющиеся скорее суммарными рефератами о теории соответствий и о некоторых основных вопросах дифференциальной геометрии.

Наш обзор работы Э. Чеха в области дифференциальной геометрии, конечно, очень не полный — не только потому, что он является кратким, и потому довольно беглым, но также по той причине, что много идей и методов Чеха было разработано его прямыми или косвенными учениками. Э. Чех оставил ряд рукописей новых работ (зачастую неполных). Их обработка потребует довольно много времени и их содержание пока еще было бы трудно излагать.

Смерть академика Э. Чеха является тяжелым ударом для чехословацкой математики. Наша почетная обязанность — продолжить его начинания, следуя его примеру беззаветного служения делу науки и прогресса.

Мирослав Катетсв (Miroslav Katětov),
Йозеф Нсвак (Josef Novák),
Алоис Швец (Alois Švec), Прага

СПИСОК РАБОТ АКАДЕМИКА Э. ЧЕХА

Сокращения:

Čas. = Časopis pro pěstování matematiky a fysiky.
Čmž. = Чехословацкий математический журнал.
Rozpr. = Rozpravy II. třídy České akademie věd a umění.
Sp. B. = Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou university v Brně.
Linc. = Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei.
A. di M. = Annali di Matematica.
C. R. = Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, Paris.
Jahresb. = Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung.
F. M. = Fundamenta Mathematicae.
Erg. Koll. = Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums.
A. of M. = Annals of Mathematics.

A. ОРИГИНАЛЬНЫЕ НАУЧНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

[1] O křivkovém a plošném elementu třetího řádu projektivního prostoru. (Об элементах третьего порядка кривых и поверхностей проективного пространства). *Čas.*, 50, 1921, 219—249; 305—306.

[2] K diferenciální geometrii prostorových křivek. (К дифференциальной геометрии пространственных кривых.) *Rozpr.*, 30, 1921, 15, 16 страниц.

[3] O trilineárních systémech čar na ploše a o projektivní aplikaci ploch. (О трилинейных системах линий на поверхности и о проективном изгибании поверхностей.) *Rozpr.*, 30, 1921, 23, 6 страниц.

[4] O obecné příbuznosti mezi dvěma plochami. (О общем соотвстствии между двумя поверхностями.) *Rozpr.*, 30, 1921, 36, 4 страницы.

[5] Moutardovy kvadriky. (Квадрики Мутара.) *Sp. B.*, 3, 1921, 17 страниц.

[6] Projektivní geometrie pěti soumezných mimoběžek. (Проективная геометрия пяти бесконечно близких скрещивающихся прямых.) *Sp. B.*, 4, 1921, 37 страниц.

[7] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Segre sont planes. *Linc.*, (5) 30_2, 1921, 491—492.

[8] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Segre sont planes. *Sp. B.*, 11, 1922, 35 pages.

[9] Sur les surfaces dont toutes les courbes de Darboux sont planes. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 154—156.

[10] Sur les formes différentielles de M. Fubini. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 350—352.

[11] Sulle omografie e correlazioni che conservano l'elemento del terzo ordine di una superficie in S_3. *Linc.*, (5) 31_1, 1922, 496—498.

[12] Sur la géométrie d'une surface et sur le facteur arbitraire des coordonnées homogènes. *Linc.*, (5) 31_2, 1922, 475—478.

[13] L'intorno d'un punto d'una superficie considerato dal punto di vista proietivo. *A. di M.*, (3), 31, 1922, 191—206.

[14] I fondamenti della geometria proiettiva differenziale secondo il metodo di Fubini. *A. di M.*, (3), 31, 1922, 251—278.

[15] Nouvelles formules de la géométrie affine. *Linc.*, (5) 32_1, 1923, 311—315.

[16] Courbes tracées sur une surface dans l'espace affine. *Sp. B.*, 28, 1923, 47 pages.

[17] O jedné třídě ploch zborcených. (Об одном классе косых линейчатых поверхностей.) *Čas.*, 52, 1923, 18—24.

[18] Sur les invariants de l'élément linéaire projectif d'une surface. *Linc.*, (5) 32_2, 1923, 335—338.
[19] Sur les géodésiques projectives. *Linc.* (5) 33_1, 1924, 15—16.
[20] Algebraické formy o proměnných koeficientech. (Алгебраические формы с переменными коэффициентами.) *Rozpr.*, 33, 1924, 9, 2 страниц.
[21] Étude analytique de l'élément linéaire projectif d'une surface. *Sp. B.*, 36, 1924, 24 pages.
[22] Projektivní geometrie přímkových ploch v prostorech o jakémkoli počtu dimensí, I (Проективная геометрия линейчатых поверхностей в пространствах любого числа измерений.) *Rozpr.*, 33, 1924, 13, 9 страниц.
[23] Nová methoda projektivní geometrie zborcených ploch. (Новый метод проективной геометрии косых линейчатых поверхностей.) *Čas.*, 53, 1924, 31—37.
[24] Sur les surfaces qui admettent ∞^1 déformations projectives en elles mêmes. *Sp. B.*, 1924, 40, 47 pages.
[25] Courbes tracées sur une surface dans l'espace projectif. I. *Sp. B.*, 46, 1924, 35 pages.
[26] Géométrie projective des bandes d'éléments de contact de troisième ordre. *Linc.* (6) 1, 1925, 200—204.
[27] Propriétés projectives du contact, I. *Sp. B.*, 91, 1928, 36 pages.
[28] O funkcích x^s, e^x, $\log x$, $\cos x$, $\sin x$. (О функциях x^s, e^x, $\log x$, $\cos x$, $\sin x$.) *Čas.*, 57, 1928, 208—216.
[29] Osservazioni sulle quadriche di Darboux. *Linc.* (6) 8, 1928, 371—372.
[30] Sur les correspondances asymptotiques entre deux surfaces. *Linc.* (6) 8, 1928, 484—486; 552—554.
[31] Déformation projective de réseaux plans. *C. R.*, 188, 1929, 291—292.
[32] Quelques remarques relatives à la géométrie différentielle projective des surfaces. *C. R.*, 188, 1929, 1331—1333.
[33] Sur les correspondances asymptotiques entre deux surfaces. *Rozpr.*, 38, 1929, 3, 38 pages.
[34] Sur une propriété caractéristique des surfaces *F* de M. Fubini. *Linc.* (6) 9, 1929, 975—977.
[35] Petrova elementární methoda vyšetřování Fourierových řad. (Элементарный метод Петра для исследования рядов Фурье.) *Čas.*, 59, 1930, 145—150.
[36] Projektive Differentialgeometrie der Kurvennetze in der Ebene. *Jahresb.*, 39, 1930, 31—34.
[37] Propriétés projectives du contact, II. *Sp. B.*, 121, 1930, 21 pages.
[38] Une démonstration du théorème de Cauchy et de la formule de Gauss. *Linc.* (6) 11, 1930, 884—887.
[39] Encore sur le théorème de Cauchy. *Linc.* (6) 12, 1930, 286—289.
[40] Une démonstration du théorème de Jordan. *Linc.* (6) 12, 1930, 386—388.
[41] Una generalizzazione della deformazione proiettiva. *Atti del Congr. int. dei Matem. Bologna*, 1928, t. 4, Bologna 1931, 299—300.
[42] Sur les fonctions continues qui prennent chaque leur valeur un nombre fini de fois. *F. M.*, 17, 1931, 32—39.
[43] Réseau *R* à invariants égaux. *Sp. B.*, 143, 1931, 29 pages.
[44] Trois théorèmes sur l'homologie. *Sp. B.*, 144, 1931, 21 pages.
[45] Sur la théorie de la dimension. *C. R.*, 193, 1931, 976—977.
[46] Množství irreducibilně souvislá mezi *n* body. (Неприводимо связные множества между *n* точками.) *Čas.*, 61, 1931, 109—129.
[47] Une nouvelle classe de continus. *F. M.*, 18, 1931, 85—87.

[48] Dimense dokonale normálních prostorů. (Размерность совершенно нормальных пространств.) *Rozpr.*, 42, 1932, 13, 22 страниц.
[49] Théorie générale de l'homologie dans un espace quelconque. *F. M.*, 19, 1932, 149—183.
[50] La notion de variété et les théorèmes de dualité. *Verhandlungen des int. Kongr. Zürich*, 1932, 2, 194.
[51] Höherdimensionale Homotopiegruppen. *Verh. des int. Kongr. Zürich*, 1932, 2, 203.
[52] Sur les continus Péaniens unicohérents. *F. M.*, 20, 1933, 232—243.
[53] Příspěvek k theorii dimense. (К теории размерности.) *Čas.*, 62, 1933, 277—291.
[54] Über einen kurventheoretischen Satz von Ayres. *Erg. Koll.*, 5, 1933, 24—25.
[55] Eine Verallgemeinerung des Jordan-Brouwerschen Satzes. *Erg. Koll.*, 5, 1933, 29—31.
[56] Úvod do theorie homologie. (Введение в теорию гомологии.) *Sp. B.*, 184, 1933, 36 страниц.
[57] Théorie générale des variétés et de leurs théorèmes de dualité. *A. of M.* (2) 34, 1933, 621—730.
[58] Užití theorie homologie na theorii souvislosti, I. (Приложения теории гомологии к теории связности, I.) *Sp. B.*, 188, 1933, 40 страниц.
[59] Sur la décomposition d'une pseudovariété par un sous-ensemble fermé. *C. R.*, 198, 1934, 1342—1345.
[60] Sur les arcs indépendants dans un continu localement connexe, *Sp. B.*, 193, 1934, 10 pages.
[61] Sur les nombres de Betti locaux. *A. of M.* (2) 35, 1934, 678—701.
[62] Les théorèmes de dualité en topologie. *C. R. Congrès Praha*, 1934, 17—25.
[63] Sur la connexité locale d'ordre supérieur. *Compositio Mathematica*, 2, 1935, 1—25.
[64] Les groupes de Betti d'un complexe infini. *F. M.*, 25, 1935, 33—44.
[65] On general manifolds. *Proc. of the Nat. Acad. Sci.*, 22, 1936, 110—111.
[66] On pseudomanifolds. *Lectures at the Inst. Adv. St., Princeton*, 1935, mimeographed, 17 pp.
[67] Über die Bettischen Gruppen kompakter Räume. *Erg. Koll.*, 7, 1936, 47—50.
[68] Multiplication on a complex. *A. of M.*, 37, 1936, 681—697.
[69] Accessibility and homology. Математический сборник, 1 (43), 1936, 661.
[70] Topologické prostory. (Топологические пространства.) *Čas.*, 66, 1937, D 225—D 264.
[71] Sobre les seudovariedades. *Revista Mat. Hisp. Am.*, 11_2, 1936, 7—10.
[72] On bicompact spaces. *A. of M.*, 38, 1937, 823—844.
[73] I. Sur les espaces compacts. II. Sur les caractères des points dans les espaces $\mathscr{L}$. (Avec B. Pospíšil.) *Sp. B.*, 1938, 258, 14 pages.
[74] On regular and combinatorial imbedding. (Together with J. Novák.) *Čas.*, 72, 1947, 7—16.
[75] Géométrie projective différentielle des correspondances entre deux espaces. I. *Čas.*, 74, 1949, 32—46. II. *Čas.*, 75, 1950, 123—136. III. *Čas.*, 75, 1950, 137—158.
[76] Проективная дифференциальная геометрия соответствий между двумя пространствами. I. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 91—107. II. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 109—123. III. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 125—148. IV. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 149—166. V. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 167—188. VI. *Čmž.*, 2 (77), 1952, 297—331. VII. *Čmž.*, 3 (78), 1953, 123—137. VIII. *Čmž.*, 4 (79), 1954, 143—174.
[77] Quadriques osculatrices à centre donné et leur signification projective. *C. R. de la Soc. des Sci. et des Lettr. Wrocław*, 7, 1952, 9 pages.
[78] Deformazione proiettiva di strati d'ipersuperficie. *Convegno int. di geom. diff., Italia*, 20.—26. sett. 1953. *Ediz. Cremonese, Roma*, 1953, 266—273.

[79] О точечных изгибаниях конгруэнций прямых. *Čmž.*, 5 (80), 1955, 234—273.
[80] Remarques au sujet de la géométrie différentielle projective. *Acta Math. Acad. Sci. Hung.*, 5, 1954, 137—144.
[81] Deformazioni proiettive nel senso di Fubini e generalizzazioni. *Conf. Sem. Mat. Univ. Bari*, 1955, 1—12.
[82] Deformazioni di congruenze di rette. *Rend. Sem. Mat. Univ. Polit. Torino*, 14, 1954/55, 55—66.
[83] Transformations développables des congruences des droites. *Čmž.*, 6 (81), 1956, 260—286.
[84] Deformazioni proiettive di congruenze e questioni connesse. *Ist. Mat. Univ. Roma*, 1956, 44 pp.
[85] Déformation projective des congruences *W*. *Čmž.*, 6 (81), 1956, 401—414.
[86] Zur projektiven Differentialgeometrie. *Schriftenreihe des Inst. für Math., Deutsch. Akad. Wissensch., Berlin*, 1, 1957, 138—142.
[87] Détermination du type différentiel d'une courbe de l'espace à deux, trois ou quatre dimensions. *Čmž.*, 7 (82), 1957, 599—631.
[88] Classe différentielle des courbes. Sections et projections. *Revue de math. pures e appl.*, 2, 1957, 151—159.
[89] Sur le type différentiel anallagmatique d'une courbe plane ou gauche. *Coll. Math.*, 6, 1958, 141—143.
[90] Sur la déformation projective des surfaces développables. *Izv. na mat. inst. Sofija*, 3, 1959, 81—97.
[91] Compléments au Mémoire: Déformation projective des congruences *W*. *Čmž.*, 9 (84), 1959, 289—296.
[92] Sulla differenziabilità del triedro di Frenet. *A. di M.*, 49, 1960, 91—96.
[93] Classe différentielle des courbes. Circles osculateurs et sphères osculatrices. *Bul. Inst. Polit. Iassy*, 5 (9), 1959, 1—4.
[94] Propriétés projectives du contact, III. *Commentationes Mathematicae Universitatis Carolinae*, 1, 1960, 1—15.

Б. КНИГИ

[1] Projektivní diferenciální geometrie. (Проективная дифференциальная геометрия.) *Прага, JČMF*, 1926, 406 страниц.
[2] Geometria proiettiva differenziale. Con G. Fubini. *Bologna, Zanichelli*; I, 1926; II, 1927; 794 pp.
[3] Introduction à la géométrie différentielle projective des surfaces. Avec G. Fubini. *Paris, Gauthier-Villars*, 1931, 290 pages.
[4] Bodové množiny I. (Точечные множества I.) *Прага, JČMF*, 1936, 275 страниц.
[5] Co je a nač je vyšší matematika. (Что такое и для чего нужна высшая математика.) *Прага, JČMF*, 1942, 124 страниц.
[6] Elementární funkce. (Элементарные функции.) *Прага, JČMF*, 1944, 86 страниц.
[7] Základy analytické geometrie. (Основы аналитической геометрии.) *Прага, Přírodovědecké vydavatelství*; I. 1951, 218 страниц; II. 1952, 220 страниц.
[8] Čísla a početní výkony. (Числа и действия над числами.) *Прага, SNTL*, 1954, 248 страниц.
[9] Topologické prostory. (Топологические пространства.) *Прага, NČSAV*, 1959, 524 страниц.
[10] Учебники для средних школ и гимназий. *Прага, JČMF, SPN.*