СООБЩЕНИЯ

ČASOPIS PRO PĚSTOVÁNÍ MATEMATIKY

(*Журнал для занятий по математике — Journal for the Cultivation of Mathematics*)

С целью информировать читателей приводим в настоящем журнале краткие характеристики статей, опубликованных в чешском журнале „Časopis pro pěstování matematiky“, год издания *80* (1955), № 1—4 и год издания *81* (1956), № 1—2.

For the information of our readers we print brief summaries of the articles published in the Czech periodical „Časopis pro pěstování matematiky“ in vol. *80* (1955), Nos. 1—4 and vol. *81* (1956), Nos. 1—2.

Год издания 80 (1955) — Volume 80 (1955)

VÁCLAV HAVEL, Praha: *Rozklady prvků ve svazech splňujících podmínku pro klesající řetězce* (1—16) — Разложения элементов в структурах с условием минимальности — The decompositions of elements of the lattice with minimum condition.

ϱ-разложением названо в работе соединение $a_1 \vee a_2 \vee \ldots \vee a_n$, $n \geqq 2$, элементов данной структуры в том случае, если $a_i \varrho \bigvee_{a_j \in \bar{A}} a_j$ для любого i и для любого непустого множества $\bar{A}$, содержащегося в множестве $\{a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n\}$, где ϱ является симметричным бинарным отношением между элементами структуры. В статье изучаются такие ϱ-разложения в структурах с условием минимальности. Общие результаты применяются к некоторым специальным типам описанных разложений.

The join $a_1 \vee a_2 \vee \ldots a_n$, $n \geqq 2$, of the elements of a given lattice is called a ϱ-decomposition if $a_i \varrho \bigvee_{a_j \in \bar{A}} a_j$ for each i and for each non-empty set $\bar{A}$ contained in the set $\{a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n\}$, ϱ being a symmetrical binary relation between the elements of the lattice. In this article the author investigates such ϱ-decompositions in lattices with minimum condition. The general properties are utilised for certain special types of such decompositions.

*

JAROSLAV HÁJEK, Praha: *Některá pořadová rozdělení a jejich použití* (17—31) — Некоторые порядковые распределения и их применение — Some rank distribution and their applications.

Применяя результаты рассуждений комбинаторного характера о множестве чисел $1, 2, \ldots, N$, выводит автор два порядковых теста, равносильных t-тесту с асимптотической эффективностью 0,955.

By the use of combinatorial considerations on the set of numbers $1, 2, \ldots, N$, two sequential tests with asymptotic efficiencies 0,995 are derived capable of replacing the t-test.

*

VOJTĚCH JARNÍK, Praha: *Lineární závislost funkcí jedné reálné proměnné* (32—43) — — Линейная зависимость функций одного вещественного переменного — On linear dependence of functions of one real variable.

Ранг матрицы Вронского n функций представляет при определенных условиях число линейно независимых функций из данных n функций. В работе доказывается в теореме 2 более общее и в то же время более простое условие линейной независимости чем то, которое обычно приводится.

The rank of the Wronskian of n functions gives the number of linearly independent functions among these n functions under certain conditions. Theorem 2 proved here gives a criterion which is more general and at the same time simpler than that usually given.

*

VÁCLAV KUDLÁČEK, Brno: *O svazově uspořádaných grupoidech* (44—50) — О структурно упорядоченных группоидах — Lattice-ordered Groupoids.

В работе рассматриваются структурно упорядоченные группоиды, т. е. множества, которые являются одновременно группоидом и структурой. Цель работы — это прежде всего обобщение некоторых результатов, которых было достигнуто для случая структурно упорядоченных групп (G. BIRKHOFF: Lattice theory, Rev. Edition, 1948, New York, F. LOONSTRA: Discrete Groups, Indagationes math. *13* (1951), 162—168, F. KLEIN-BARMEN: Über Verbände mit einer weiteren assoziativen und kommutativen Element-verknüpfung, Math. Zeitschrift *47* (1941), 85—104).

Внимание автора на эти результаты обратил проф. д-р. О. Борувка. При обобщении автор поступал таким способом, что отбросил некоторые аксиомы теории групп, а затем предписал соотношение между структурным умножением и умножением в группоиде. Теоремы 1, 2 и 5 посвящены отношению монотонности упорядочения для умножения и дистрибутивным законам для умножения. В теореме 3 доказывается, что коммутативный структурно упорядоченный группоид, в котором можно сокращать, является дистрибутивной структурой. В теоремах 6 и 7 содержатся условия, при которых структурно упорядоченный группоид является просто упорядоченным. В тексте приводитяс несколько примеров структурно упорядоченных группоидов.

The work discusses lattice-ordered groupoids, i. e. sets which are simultaneously groupoids and lattices, with the aim of generalizing certain results obtained by BIRKHOFF, LOONSTRA and KLEIN-BARMEN, as pointed out to the author by Prof. O. BORŮVKA. In generalizing the given results, certain group axioms were omitted and a relationship between lattice and groupoid multiplication was adopted in their place. Theorems 1, 3 and 5 are concerned with the relationship of monotonic ordering for multiplication and the distributive law of multiplication. Theorem 3 shows that commutative lattice-ordered groupoids with cancellation are distributive lattices. Theorems 6 and 7 define the conditions for which lattice-ordered groupoids are simply ordered. The text includes several examples of lattice-ordered groupoids.

*

VÁCLAV HAVEL, Praha: *O plochách klínových, I* (51—59) — О клинообразных поверхностях, I — On wedge surfaces, I.

В статье вводится определение поверхностей, содержащих такую систему кривых, что для каждых двух кривых этой системы существует отображение одной на другую, осуществимое путем подходящего сдвига и подходящего аффинного соответствия. Эти поверхности находят применение в инженерно-строительном деле.

In the article the author defines surfaces containing a system of curves with the property that each two may be mapped onto each other by a suitable translation and suitable affinity. These surfaces have application in Civil engineering practice.

*

IVO BABUŠKA, Praha: *O jednom numerickém řešení úplně regulárních systémů lineárních rovnic a o jeho aplikaci na statické řešení patrových trámů* (60—88) — Об одном численном решении вполне регулярных систем линейных уравнений и о применении его к статическому решению стержневых конструкций — On a numerical solution of a completely regular system of linear equations and its application to the static solution of beam deformation.

В практическом строительном деле часто встречаются системы линейных уравнений с определенными характеристическими свойствами, а именно система линейных деформационных уравнений при статическом вычислении стержневых конструкций.

Ц. В. Клоучек разработал (см. например, Distribution of deformation, Praha 1949) один метод решения этих уравнений и назвал его, по его смыслу и значению, разведением деформаций.

Этот метод носит в некоторой степени итеративный характер. Производя конкретные вычисления, Ц. В. Клоучек показывает в своих работах правильность и эффективность этого метода. В настоящей статье данный метод обобщается, и затем показывается, что он является правильным и для систем линейных уравнений, имеющих некоторые, точно определенные, свойства и названных автором вполне регулярными.

In civil engineering a certain type of system of linear equations occurs very frequently. This is the system of linear deformation equations occurring in the static computation of beam deformations.

C. V. KLOUČEK has demonstrated (e. g. Distribution of Deformation, Praha, 1949) a certain method of solving these equations, which he called deformation distribution from their physical significance.

This method has a certain iterative character. On the basis of concrete computations C. V. Klouček demonstrated the correctness and effectiveness of this method. In the article the method is generalized and its validity is demonstrated for systems of linear equations with a certain exactly defined property and which will be called completely regular.

*

JOSEF METELKA, Olomouc: *O rovinných konfiguracích* $(12_4, 16_3)$ (133—145) — О плоских конфигурациях $(12_4, 16_3)$ — On plane configurations $(12_4, 16_3)$.

Статья сначала представляет собой реферат, обозревающий историю и сегоднешнее состояние изучения плоских конфигураций $(12_4, 16_3)$. Затем автор приступает к выполнению первого пункта программы, предложенной им с целью получить обзор всех достижимых конфигураций $(12_4, 16_3)$: он ищет все конфигурации, которые содержат по крайней мере одну четверку точек типа A. До сих пор были в литературе известны только четыре конфигурации этого вида, в статье указываются дальнейшие четыре, и доказывается, что этими восьмью конфигурациями исчерпываются все возможности.

The article first presents a review of the history and present state of study of plane configurations $(12_4, 16_3)$. The first point of the programme designed to obtain all possible configurations $(12_4, 16_3)$ is then carried out: all configurations with at least one quadruple of points of type A are sought. Only four such configurations have been thus far known in the literature; the article adds four more and submits a proof that this exhausts all possibilities.

*

VÁCLAV METELKA, Liberec: *O jistých rovinných konfiguracích* (12_4, 16_3), *které obsahují aspoň jeden bod typu D* (146—151) — О некоторых плоских конфигурациях (12_4, 16_3), содержащих хотя бы одну точку типа D — On certain plane configurations (12_4, 16_3) which contain at least one point of type D.

Цель настоящей статьи — информировать коротко читателей о некоторых новых конфигурациях (12_4, 16_3), содержащих по крайней мере одну точку типа D. Работа является непосредственным продолжением рассуждений брата автора (см. предыдущий очерк). Автор ограничивается лишь цитированием отдельных фактов без доказательств, которые будут опубликованы в ближайшее время.

The task of the present article is to inform the reader briefly about certain new configurations (12_4, 16_3) which contain at least one point of type D and is a continuation of the work of the preceding article. The results are presented here without proof, which will be published in the near future.

*

LADA VAŇATOVÁ, Praha: *O jednom druhu grup involutorních Cremonových transformací v rovině* (152—171) — Об одном типе групп инволюционных преобразований Кремоны в плоскости — On a type of groups of Cremona plane involutions.

Шесть точек в плоскости находится в первом (втором) характеристическом положении, если они образуют совокупность главных точек инволюции степени 5 первого (второго) рода. Шесть точек может находиться во втором хар. пол. 2 или 3 различными способами (Б. Быджовский 1929) а в первом — 2, 3, 4, или 10 способами (И. Метелка 1946). Автор показывает, что если шесть точек находится в первом (втором) характеристическом положении n_1 (n_2) способами, причем одновременно $n_1 > 1$ и $n_2 > 1$, то или $n_1 = n_2 = 2$ или $n_1 = n_2 = 6$. Возникают здесь группы $\mathfrak{G}_8$ и $\mathfrak{G}_{72}$ порядков 8 и 72, которые состоят из инволюций и циклических преобразований первой и пятой степеней. При обеих группах существуют неприводимые инвариантные кривые 6-ой степени.

Six points in a plane are said to have the first (second) characteristic position if they form the set of principal point of an involution of degree 5 of the first (second) type. Six points may have the second char. pos. in 2 or 3 different ways (B. BYDŽOVSKÝ 1929) and the first one in 2, 3, 4, 6 or 10 ways (J. METELKA 1946). The author shows that if six points have the first char. pos. in $n_1 > 1$ ways and, simultaneously, the second one in $n_2 > 1$ ways, then either $n_1 = n_2 = 2$ or $n_1 = n_2 = 6$. This leads to groups $\mathfrak{G}_8$ and $\mathfrak{G}_{72}$ of orders 8 and 72, consisting of involutions and of cyclical transformations of the 1st and 5th degree; these groups admit irreducible invariant sextics.

*

SVATAVA KUBÁLKOVÁ, Praha: *Souvislost hlavních elementů rovinné symetrické involuce 5. stupně s přímkami kubické plochy* (172—190) — Связь главных элементов симметричной инволюции 5-ой степени с прямыми кубической поверхности — The relationship between the main elements of a plane symmetrical involution of the fifth degree and the straight lines of a cubic surface.

Автор показывает, что группы $\mathfrak{G}_8$ и $\mathfrak{G}_{72}$ из предыдущей статьи можно простым образом определить, применяя классическое плоское отображение кубической поверхности. Притом обнаруживается, что группы $\mathfrak{G}_8$ и $\mathfrak{G}_{72}$ являются подгруппами известных $\mathfrak{G}_{24}$, $\mathfrak{G}_{120}$ и $\mathfrak{G}_{648}$, соответствующих коллинейным преобразованиям в себя специальных кубических поверхностей.

The author shows that the groups $\mathfrak{G}_8$ and $\mathfrak{G}_{72}$ considered in the preceding paper can be simply defined using the classical mapping of a cubic surface on a plane. This leads to the discovery that $\mathfrak{G}_8$ and $\mathfrak{G}_{72}$ are subgroups of certain $\mathfrak{G}_{24}$, $\mathfrak{G}_{120}$ and $\mathfrak{G}_{648}$, which correspond to groups of projective transformations reproducing special cubic surfaces.

*

Bedřich König, Praha: *Výpočet součtu řad* (191—201) — Вычисление суммы рядов — Summation of series.

В статье указан метод для быстрого численного нахождения суммы некоторых рядов и для проведения оценки ошибки. Для иллюстрации вычислены три примера.

The article presents a method for rapid numerical computation of the sums of certain series including estimate of errors. Three illustrative examples are given.

*

Jan Schuster, Praha: *O projektivním zobecnění chordály* (202—205) — О проективном обобщении общей хорды — On the projective generalization of radical axis.

В статье проводится проективное обобщение метрического понятия общей хорды.

The article gives a projective generalization of the metric concept of radical axis.

*

Ján Jakubík, Košice: *Relácie kongruentnosti a slabá projektívnosť vo sväzoch* (206—216) — Отношение конгруэнтности и слабая проективность в структурах — Congruence relations and weak projectivity in lattices.

В работе вводится понятие слабой проективности интервалов в структуре. Исследуется взаимная связь между отношениями конгруэнтности в дискретной структуре и отношениями слабой проективности интервалов этой структуры.

The paper introduces the concept of weak projectivity in lattices. The connexion between congruence relations in discrete lattices and those of weak projectivity of the intervals in such lattices is studied.

*

Ladislav Rieger, Praha: *O jedné základní větě matematické logiky* (217—231) — Об одной основной теореме математической логики — On a fundamental theorem of mathematical logic.

В работе в первую очередь доказывается новым, сравнительно простым способом главная теорема о т. наз. обобщенных булевых σ-алгебрах. Эта теорема является алгебраическим ядром известной теоремы Линденбаума из области математической логики. Далее показывается, что теорема Геделя (о полноте нисшего предикатного исчисления) и теорема Левенхайма-Сколема являются следствием главной теоремы. Автор затрагивает также вопросы о возможной взаимосвязи между алгеброй Линденбаума, дисконтинуумом Кантора и некоторыми проблемами теории вероятностей. В заключение проводится сравнение различных, до сих пор известных способов доказательства теоремы Геделя и других упомянутых теорем.

The paper presents a new, relatively simple proof of the main theorem of the so-called generalized Boolean σ-algebras. This theorem is the algebraic core of the well-known Lindenbaum theorem of mathematical logic. It is further shown that the Gödel theorem (on the completeness of lower predicative calculus) and the Löwenheim-Skolem theorem are consequences of the main theorem. The author also discusses a possible connection between Lindenbaum algebra, the Cantorian discontinuum and a certain problem in the theory of probability. In conclusion various previously known methods of proving the Gödel theorem and the other theorems mentioned are compared.

*

VLADIMÍR ŠKORPÍK, Praha: *O hyperoskulačních kuželosečkách* (232—240) — О сверхсоприкасающихся конических сечениях — On hyper-osculatory conic sections.

В работе решается задача построить коническое сечение k имеющее четырехкратное пересечение с данным коническим сечением, если для k даны две точки, или две касательные, или точка и касательная.

In the paper the problem is solved to construct a conic section k having four-point contact with a given conic section, if for k two points are given, or two tangents, or a point and a tangent.

*

JIŘÍ BAROT, Brno: *Poznámka o inversních prvcích v topologických okruzích* (241—242) — Об обратных элементах в топологических кольцах — A note on inverse elements in topological rings.

Н. М. Гельфанд доказал ряд теорем об обратных элементах в нормированных кольцах. В данной заметке доказывается одна теорема для случая топологического кольца.

I. M. GELFAND has proved a series of theorems on inverse elements in normed rings. The purpose of this note is to prove one of the theorems for topological rings.

*

KAREL MIŠOŇ, Most: *Grafické řešení jedné goniometrické rovnice* (243) — Графическое решение одного тригонометрического уравнения — The graphical solution of a trigonometric equation.

В заметке решается графически уравнение $a \cos \varphi + b \sin \varphi = c$.

The note deals with the graphical solution of the equation $a \cos \varphi + b \sin \varphi = c$.

*

VOJTĚCH JARNÍK, Praha: *Deset let matematiky v osvobozeném Československu* (261—273) — Десять лет математики в освобожденной Чехословакии — Ten years of mathematics in liberated Czechoslovakia.

В статье дается обзор развития и перспектив математических наук в освобожденной Чехословакии под зорным углом истекших десяти лет в качестве дискуссионного материала для IV-ого съезда чехословацких математиков.

The article describes the development and perspectives of mathematical science in postwar Czechoslovakia as a subject for discussion at the IVth Congress of Czechoslovak mathematicians.

*

VLADIMÍR BRUTHANS, Liberec: *Analagmatické kvintiky* (274—283) — Аналагматические квинтики — Analagmatic quintics.

Предметом изучения настоящей работы являются плоские квинтики, которые воспроизводятся определенной квадратической инверсией. Произведена классификация этих кривых и приведены их свойства, вытекающие из их аналагматического характера. Наконец, даются примеры квинтик, которые воспроизводятся некоторыми группами алгебраических преобразований.

The paper deals with plane quintic curves which reproduce some quadratic inversion. These curves are classified and the properties which follow from their analagmatic character are listed. In conclusion examples are given of quintics which are reproduced by certain groups of algebraic transformations.

*

VLADIMÍR MAHEL, Praha: *Sextiky invariantní vzhledem ke kvadratickým inversím s třemi body hlavními* (284—298) — Секстики, инвариантные относительно квадратических инверсий с тремя главными точками — Sextics invariant with regard to quadratic inversions with main points.

В работе исследуются кривые шестой степени, инвариантные относительно квадратической инверсии с тремя главными точками, и указываются некоторые свойства секстик, воспроизводящихся большим числом инверсий с общими главными точками.

The work investigates curves of the sixth degree invariant with respect to quadratic inversion with three main points. Certain properties of sextics reproduced by multiple inversions with common principal points are demonstrated.

*

LADISLAV KOSMÁK, Praha: *O jistých posloupnostech skupin bodů na kružnici* (299—307) — О некоторых последовательностях совокупностей точек на окружности — On certain sequences of groups of points on a circle.

В работе изучаются предельные свойства известной последовательности n-угольников, вписанных в окружность.

The paper deals with limiting properties of a certain sequence of polygons inscribed in a circle.

*

VÁCLAV HAVEL, Praha: *O plochách klínových, II* (308—316) — О клинообразных поверхностях, II — On wedge surfaces, II.

Автор исследует сначала кубическую линейчатую поверхность, определенную двумя направляющими прямыми и направляющей параболой, которая имеет с двойной направляющей прямой общую несобственную точку. Произведя подходящую подстановку, получим вместо данной поверхности клинообразную поверхность с системой парабол, содержащую еще одну систему плоских кривых.

Во второй части работы изучается обобщение на случай парабол степени n.

The author first investigates the cubic ruled surfaces defined by two director straight lines and a director parabola with axis parallel to the double director straight line. By a suitable transformation this surface goes over into a wedge surface with a system of parabolas containing a further system of plane curves.

In the second part of the paper the author generalizes previous results considering higher parabolas.

*

ZDENĚK VANČURA, Praha: *Pláště kongruence koulí* (317—321) — Фокальные поверхности конгруэнций сфер — The focal surfaces of sphere congruences.

В статье изучаются фокальные поверхности конгруэнций сфер. Наряду с выводом уравнений этих поверхностей доказывает автор следующее свойство их: если фокальная поверхность конгруэнции не вырождается, то касательная плоскость к этой поверхности в фокусе F является соответствующей фокальной плоскостью f.

The paper deals with the focal surfaces of sphere congruences. In addition to deriving the equations of these surfaces, the following property is proved: if the focal surface of the spheres is not degenerate, then it touches the corresponding focal plane f at the focal point F.

*

VÁCLAV HAVEL, Praha: *O jedné větě Kadeřávkově* (328—330) — Об одной теореме Кадержавка — On one of Kadeřávek's theorems.

Автор доказывает аналитическими средствами теорему, которая имеет тесную связь со следующим обобщением Кадержавка теоремы Данделэна: Пусть μ_1, μ_2 — две различные сферы, вписанные в круговой конус $\varkappa$ так, что пересечение их с плоскостью ϱ, непроходящей через вершину конуса, не пусто. Тогда $X \in \varrho \cap \varkappa$ в том и только в том случае, когда сумма или разность длин касательных, проведенных из X, к кривым $\mu_1 \cap \varrho$, $\mu_2 \cap \varrho$ является постоянной, причем эта постоянная равна длине отрезка, который отсекают на боковой прямой поверхности $\varkappa$ окружности $\mu_1 \cap \varkappa$, $\mu_2 \cap \varkappa$.

The author employs analytic means to derive a theorem which is closely related to Kadeřávek's generalization of Dandelin's theorem: let μ_1, μ_2 be two different spherical surfaces inscribed in the conical surface of revolution $\varkappa$ such that their intersection with the plane ϱ not passing through the vertex is not empty. Then $X \in \varrho \cap \varkappa$ exactly when the sum or the difference of the lengths of the tangents from X to the curves $\mu_1 \cap \varrho$, $\mu_2 \cap \varrho$ is a constant; this constant is the length of the line segment cut out on the generating straight line of the surface $\varkappa$ by the circles $\mu_1 \cap \varkappa$, $\mu_2 \cap \varkappa$.

*

IVO BABUŠKA, Praha a L. MEJZLÍK, Brno: *O řešení parciálních diferenciálních rovnic metodou sítí* (331—358) — О решении дифференциальных уравнений в частных производных методом сеток — On the solution of partial differential equations by relaxation.

Авторы стремились дать в рассматриваемой статье список самых основных и важнейших работ из указанной области и обратить внимание практиков на обширность математических проблем, связанных с этим методом.

An expository paper, where the authors have attempted to survey the most important work in this field and inform the technical public about the extent of mathematical problems connected with it.

*

FRANTIŠEK FABIAN a JAROSLAV HÁJEK, Praha: *K některým základním otázkám matematické statistiky* (387—399) — О некоторых основных вопросах математической статистики — On certain fundamental questions of mathematical statistics.

Реферат, прочитанный на первой трудовой конференции чехословацких математических статистиков в Праге, состоящейся с 27 по 30 июня 1954 г.

A report delivered at the first conference of Czechoslovak mathematical statisticians, held in Prague on the 27th to 30th June, 1954.

*

Karel Karták, Praha: *K theorii vícerozměrného integrálu* (400—414) — К теории многомерного интеграла — On the theory of multi-dimensional integrals.

Главным результатом статьи является обобщение на многомерный случай следующей известной теоремы теории интегралов Перрона: если функция f имеет в $\langle a, t\rangle$ интергал Перрона для каждого $t \in \langle a, b)$ и если существует конечный предел $\lim\limits_{t\to b-a} \int\limits^{t} f(x)\,\mathrm{d}x = A$, то существует также $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ и равняется A.

The main result of the paper is a generalization of a well-known theorem from the theory of the Perron integral to the multi-dimensional case: if f has a Perron integral in $\langle a, t\rangle$ for each $t \in \langle a, b)$ and if the finite limit $\lim\limits_{t\to b-a} \int\limits^{t} f(x)\,\mathrm{d}x = A$ exists, then $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ also exists, and is equal to A.

*

Karel Čulík, Brno: *O existenci rovinných mnohoúhelníků s předepsanými úhly* (415—426) — О существовании плоских многоугольников с наперед заданными углами — On the existence of plane polygons with prescribed angles.

А. Реньи показал в 1953 г. в настоящем журнале, что числа $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ $(n \geqq 3)$, удовлетворяющие неравенствам

$$0 < \alpha_i < 2\pi, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

и равенству

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = (n - 2)\,\pi\,,$$

всегда являются в данном порядке величинами углов простово плоского n-угольника. В работе изучается случай n-угольников в смысле Пуансота.

A. Rényi proved 1953 in this journal that numbers $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ $(n \geqq 3)$ satisfying the inequalities

$$0 < \alpha_i < 2\pi\,, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

and the equality

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = (n - 2)\,\pi\,,$$

always are in the given order the angles of a simple plane polygon of n sides. In this paper the case of polygons in the sense of Poinsot is studied.

*

Vlastimil Pták, Praha: *Odhad chyby při přibližném řešení integrálních rovnic* (427—447) — Оценка ошибки при приближенном решении интегральных уравнений — Error estimates of approximate solutions of integral equations.

Автор исходит из работы Л. В. Канторовича: Функциональный анализ и прикладная математика, УММ *3* (1948), вып. *6* (28), 89—185. Цель настоящей статьи — разработать методами функционального анализа общую схему, которой можно было бы пользоваться при оценке ошибки в различных методах приближенного решения интегральных уравнений. Сущность этого метода заключается в том, что наряду с пространством Банаха X, в котором должно проводиться решение уравнения $Ax = y$, рассматривается подпространство $\tilde{X} \subset X$, в котором решается приближенное уравнение $PA\tilde{x} = Py$, где P — проекция X на $\tilde{X}$. Затем проводится оценка разности настоящего решения x и приближенного решения $\tilde{x}$.

The starting point of the present investigation is the paper of L. V. KANTOROVITCH, Функциональный анализ и прикладная математика, УММ *3* (1948), *6* (28), 89—185. Methods of functional analysis are applied to build up a general scheme which may be used to estimate the error of different approximate methods of solution of integral equations. If X is a Banach space where an equation $Ax = y$ is to be solved, the author considers a subspace $\tilde{X} \subset X$ and the approximate equation $PA\tilde{x} = Py$, P being a projection of X on $\tilde{X}$. A method is developed to obtain an estimate of the difference between the exact solution x and the approximate solution $\tilde{x}$.

*

IVO BABUŠKA, Praha: *O rovinném biharmonickém problému v oblastech s úhlovými body* (448—453) — О плоской бигармоничной проблеме в областях с угловыми точками — On the plane bi-harmonic problem in the neighborhood of angle points.

В более ранней работе автора „Poznámka k jednomu řešení biharmonického problému“ (Об одном решении бигармоничной проблемы) Časopis pro pěst. mat. *79* (1954), 41—63 было наброшено решение бигармоничной проблемы при условии, что граница области определения была достаточно гладкой. На практике же чаще всего встречаются области, имеющие только достаточно кусочно-гладкую границу с угловыми точками.

В настоящей короткой заметке показывается, что метод ортонормированных функций, показанный в цитированной работе, является так же эффективным, как и в случае областей с достаточно гладкой границей. Оказывается, что сходимость в областях с угловыми точками в сущности не отличается от сходимости в областях с достаточно гладкой границей.

In a previous work by the author "A note on one solution of the bi-harmonic problem", this Journal, *79* (1954), 41—63 one solution of the bi-harmonic problem was indicated, on the assumption that the region of definition has a sufficiently smooth boundary. In practice, however, in the main we have regions with only piecewise sufficiently smooth boundaries with angle points.

In this brief note it is shown that the method of orthonormal functions, as shown in the cited work, leads to the required result as in the case of regions with sufficiently smooth boundaries. It is shown that the convergence for regions with angle points is essentially the same as for regions with sufficiently smooth boundaries.

*

LADISLAV KOSMÁK, Praha: *Charakterisace tětivových a tečnových mnohoúhelníků* (454—461) — Характеризация вписанных и описанных многоугольников — A characterisation of inscribable and circumscribable polygons.

В работе найдены необходимые и достаточные условия для того, чтобы $n \geqq 4$ точек в плоскости лежало на окружности и чтобы n прямых касалось окружности. Условия имеют вид простых инцидентных соотношений; самым важным новитием является в этих рассуждениях понятие т. наз. ортоцентрической прямой, составленной совокупностью четырех прямых, из которых три никогда не проходят через одну точку и самое больше две из них параллельны между собой.

The paper determines the necessary and sufficient conditions for $n \geqq 4$ points in a plane to lie on a circle and for n line segments to touch a circle. The conditions are expressed by simple incidence relationships; the most important concept in these considerations is that of the orthocentric straight lines assigned to a group of four straight lines of which no three pass through the same point and which contain at most one pair of parallel lines.

*

MIROSLAV FIEDLER, Praha: *Geometrie simplexu v E_n (druhá část)*, (462—476) — Геометрия симплекса в E_n (часть вторая) — Geometry of the Simplex in E_n (2nd part).

В настоящей второй*) части работы вводится понятие замечательного множества симплекса, описывается множество собственных и несобственных замечательных точек и собственных замечательных прямых. Приводятся некоторые замечательные множества общего симплекса и доказывается теорема о изогональном соответствии.

In this part of the paper (for first part see this journal, *79* (1954), 297—320) the concept of distinguished sets of a simplex is introduced and sets of proper and improper distinguished points and proper distinguished lines are described. Some distinguished sets in the general simplex are introduced and theorems on the isogonal correspondence are proved.

*

VÁCLAV HAVEL, Praha: *Poznámka o existenci konečných grafů* (477—480) — О существовании конечных графов — A note on the existence of finite graphs.

В заметке показан алгорифм, по которому можно узнать, можно ли данные натуральные числа $a_1, a_2, \ldots, a_n$ считать степенями отдельных вершин некоторого конечного графа.

The note presents an algorithm for deciding whether given natural numbers $a_1, a_2, \ldots, a_n$ may be considered to be the degrees of the individual nodes of some finite graph.

*

OTOMAR HÁJEK, Praha: *Funkcionální rovnice trigonometrických funkcí* (481—485) — Функциональные уравнения тригонометрических функций — Functional equations of trigonometric functions.

В статье приведены все решения (голоморфные в окрестности начала) уравнений

$$F(x + y) = a \,.\, F(x) \,.\, G(y) + b \,.\, F(y) \,.\, G(x)\,, \tag{2}$$

$$F(x + y) = a \,.\, F(x) \,.\, F(y) + b \,.\, G(x) \,.\, G(y)\,, \tag{6}$$

где F, G — функции, голоморфные в начале; уравнение (2) при $a = b = 1$, а уравнение (6) при $a = -b = 1$ переходят в известные формулы сложения для $\sin x$, $\cos x$.

The article presents all the solutions (holomorphic in the region of the origin) of equations

$$F(x + y) = a \,.\, F(x) \,.\, G(y) + b \,.\, F(y) \,.\, G(x) \tag{2}$$

and

$$F(x + y) = a \,.\, F(x) \,.\, F(y) + b \,.\, G(x) \,.\, G(y)\,, \tag{6}$$

where F, G are functions holomorphic at the origin.

Equation (2) for $a = b = 1$ and equation (6) for $a = -b = 1$ go over into the well known addition formulae for $\sin x$, $\cos x$.

*

*) I. часть см. Časopis pro pěst. mat. *79* (1954), 297—320.

Břetislav Novák, Chrudim: *Poznámka ke kvadratickým polynomům* (486—487) — Заметка к квадратным многочленам — A note on quadratic polynomials.

Автор обращает внимание читателей на один способ построения квадратных многочленов, принимающих много значений в простых числах.

The author points out one method of constructing quadratic polynomials, which assume many prime values.

*

Год издания 81 (1956) — Volume 81 (1956)

Zbyněk Nádeník, Praha: *Rozšíření vět Menelaovy a Cevovy na n-dimensionální útvary* (1—25) — Распространение теорем Менелая и Чевы на n-мерные фигуры — Extension of the theorem of Menelaus and Céva on n-dimensional figures.

Автор рассматривает в n-мерном евклидовом пространстве, $n \geqq 2$, геометрическую фигуру, образованную $n + 1$ отрезками

$$A_1A_2,\ A_2A_3,\ \ldots,\ A_{n+1}A_1\ ;$$

точки $A_1, A_2, \ldots, A_{n+1}$ линейно независимы. Во второй части работы он обобщает известные теоремы Менелая и Чевы на случай такой фигуры, которая является в сущности некоторым n-мерным обобщением треугольника. В третьей части изучается более подробно распространение теоремы Чевы.

In n-dimensional Euclidean space ($n \geqq 2$) the author considers the geometric figure formed by $n + 1$ segments

$$A_1A_2,\ A_2A_3,\ \ldots,\ A_{n+1}A_1\ ;$$

the points $A_1, A_2, \ldots, A_{n+1}$ being linearly independent. On this figure, which is a sort of n-dimensional generalization of a triangle, the theorem of Menelaus and Ceva is extended in the second part. In the third part this extended theorem of Ceva is studied in detail.

*

Karel Havlíček, Praha: *Poznámka k přímkové geometrii rozvinutelných ploch* (26—37) — Заметка к линейчатой геометрии развертывающихся поверхностей — A note on linear geometry of developable surfaces.

Любую линейчатую поверхность в трехмерном проективном пространстве можно аналитически описать таким образом, что координаты ее образующих прямых являются функциями одного параметра. Если эта поверхность является развертывающейся, то производные этих координат прямых таким же образом определяют другую линейчатую поверхность, т. наз. производную поверхность данной развертывающейся поверхности. В статье показано, как строится развертывающаяся поверхность, если известна ее производная поверхность.

Each ruled surface in three-dimensional projective space may be expressed analytically in such a way that the line coordinates of its generating lines are functions of a single parameter. If the given surface is developable, then the derivatives of these line coordinates determine a further ruled surface in the same way. This is the derived surface of the given developable surface. This article contains the construction of developable surfaces if the differentiated surface is known.

*

JIŘÍ ŠTĚPÁNEK, Praha: *Rozvoj analytické funkce v ,,Taylorovu" řadu s proměnným středem* (38—42) — Разложение аналитической функции в ряд ,,Тэйлора" с переменным центром — The development of analytic functions in a "Taylor" series with variable center.

В статье изучается разложение аналитической функции в ряд ,,Тэйлора" с переменным центром, зависящим от некоторого параметра t. Для частных значений t получаются различные разложения; среди них встречается и разложение Тэйлора и разложение, сходящееся в т. наз. полигоне сходимости (сравни подобное понятие в книге EMIL BOREL: Leçons sur les séries divergentes, Paris 1901, IV—V chap). Изменяя непрерывно параметр, можно непрерывно изменять и область сходимости описанного разложения, увеличивая или уменьшая его. Эти разложения образуют в некотором смысле непрерывный переход от элемента — степенного ряда данной функции — к самой функции.

The paper deals with "Taylor's" series development of analytic functions with variable center dependent on a certain parameter t. For special values of t we thus obtain various developments, among them the Taylor series and series converging in a polygon of convergence (cf. the similar concept in E. BOREL: Leçons sur les séries divergentes, Paris, 1901, chaps IV and V). By a continuous change of parameter the region of convergence of this development may be continuously changed, enlarged or decreased. This development in certain sense forms a continuous transition between an element — a power series and the function itself.

*

JÁN JAKUBÍK, Košice: *O existenčních algebrách* (43—54) — Об э.алгебрах — On the existence algebras.

Первый отдел статьи носит вводный характер. Он знакомит читателей с понятиями, встречающимися в работе (из которых новым является только понятие э.алгебры), и коротко также со значением дополнительности отношения конгруэнтности. В отделе 2 доказывается, что каждый класс э.алгебр содержит алгебру, в которой отношения конгруэнтности не являются дополнительными. В 3-ьем отделе доказывается неправильность одного утверждения Г. Биркгофа об алгебрах с одинарными операциями.

Part 1 has an introductory character. It is intended to acquaint the reader with the concepts employed further (of which only the concept of existence algebra is new) and briefly explain the significance of the supplementary character of the congruence relation. In part 2 it is proved that each class of existence algebras contains an algebra for which the congruence relation is not supplementary. In part 3 the incorrectness of a statement of G. BIRKHOFF about algebras with unary operations is proved.

*

VÁCLAV DUPAČ, Praha: *Stochastické početní methody* (55—68) — Стохастические численные методы — Stochastic numerical methods.

Некоторые математические численные задачи можно приближенно решать методами, основанными на теории случайной выборки. В статье говорится о применении этих методов при вычислении определенных интегралов, объемов многомерных тел, обратной матрицы и числа π. Некоторые результаты являются оригинальными.

Certain mathematical computations may be solved approximately by methods based on the theory of random sampling. The article discusses the application of these methods to the computation of certain integrals, the volumes of multi-dimensional bodies, the inverse matrices and the computation of number π. Certain of the results are original.

*

Jaromír Abrham a Miloslav Driml, Praha: *O jednom problému z theorie kodování* (69—76) — Об одной проблеме из теории кодирования — On one problem in the theory of coding.

В статье описан метод образования пятибуквенных слов, кода, из которых каждых два слова отличаются друг от друга по крайней мере тремя буквами.

In the article a method is presented for forming five letter code words of which each pair differs at least in three places.

*

Jaroslav Hájek, Praha: *Poznámka k článku „O jistých posloupnostech skupin bodů na kružnici“* (77—78) — Заметка к статье „О некоторых последовательностях совокупностей точек на окружности“ — Note on the article "On certain sequences of groups of points on a circle".

Заметка касается работы Л. Космака, опубликованной в журнале Časopis pro pěst. mat., *80* (1955), 299—309.

The note concerns the paper of L. Kosmák published in this journal, *80* (1955), pp. 299—309.

*

František Nožička, Praha: *Příspěvek k afinní geometrii ploch* (137—156) — К аффинной геометрии поверхностей — Contribution to affine geometry of surfaces.

Цель настоящей статьи, которая является продолжением более ранней работы автора „Le vecteur affinonormal et la connexion de l'hypersurface dans l'espace affin“, Časopis pro pěst. matematiky a fysiky, *75* (1950), 179—209, — ввести для поверхностей в прямом трехмерном афинном пространстве подходящую нормализацию афинного нормального вектора так, чтобы к таким важным соотношениям из метрической геометрии поверхностей, как формулы Френе, существовали аналогичные соотношения в афинной геометрии. Центром всей теоретической части является введение двух основных афинных тензоров, независимых от выбора коэффициента касательного вектора поверхности. При помощи этих тензоров получаются формулы, аналогичные формулам Френе для поверхности в метрической геометрии. Краткий анализ менее известного второго аффинного тензора поверхностей, обозначенного в работе символом L^c_a, приводит к определенной аффинной класификации поверхностей. Несколько теорем, а в первую очередь примеров во II-ой части показывает геометрическое значение теоретических результатов.

The purpose of the present article, which is based on the author's previous work „Le vecteur affinonormal et la connexion de l'hypersurface dans l'espace affin“ (Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, *75*, 1950, 179—209), is to introduce for surfaces in linear threedimensional affine space a suitable normalisation of the affine normal vector such that important relations in metric geometry of surfaces, such as the Frenet formulas, have their analogy in affine geometry. The core of the theoretical part of the work consists in the introduction of two fundamental affine tensors which are independent of the selection of factors of the tangent surface vector. By the use of these tensors formulas are derived which are analogous to the Frenet formulas for metric surfaces. A brief discussion of the less known second affine surface vector, indicated in the present work by the symbol L^c_a, leads to a certain affine classification of surfaces. Several theorems and mainly the examples in the second part justify the geometric significance of the theoretical results.

*

Jiří Sedláček, Praha: *O soustavách úhlopříček v konvexním n-úhelníku* (157—161) — О системах диагоналей в выпуклом n-угольнике — On systems of diagonals in convex polygons.

Если предположить, что никакие три диагонали выпуклого n-угольника ($n > 3$) не имеют общей точки пересечения, то множество диагоналей, которые определяют в точности k точек пересечения диагоналей, причем добавлением дальнейшей диагонали число точек пересечения уже увеличивается, можем называть системой диагоналей k-той степени. Система степени нуль определяет разбиение данного n-угольника на треугольники. Число этих разбиений нашел — смотри формулу (1) — О. Rodrigues. Э. Чех поставил вопрос, возможно ли для малых k выразить число систем k-той степени так же просто, как это удалось О. Родригу при $k = 0$. В настоящей статье показано, помимо специальных результатов (теорема 2), что при $k = 1, 2$ это вполне возможно (теоремы 3 и 4). В заключение автор ставит два новых вопроса, касающиеся систем диагоналей.

On the assumption that no three diagonals of a convex polygon ($n > 3$) have a common intersection, the set of diagonals which define exactly k intersections of diagonals (the number k increasing with the addition of any new diagonal) may be termed a system of diagonals of the k-th degree. The zero degree system is determined by the decomposition of the given polygon into triangles. The number of these decompositions has been determined by O. Rodrigues — see eq. (1). — E. Čech has posed the problem whether, for small k, the number of systems of the k-th degree may be expressed in the same simple manner as for $k = 0$ in the case of Rodrigues. In this article, aside from special results (Theorem 2), it is shown that the answer is positive for $k = 1, 2$ (theorems 3, 4). In conclusion two further questions concerning systems of diagonals are formulated.

*

Věra Kopecká, Praha: *Pojem a existence geodetiky v metrických prostorech* (162—171) — Понятие и существование геодезической в метрических пространствах — The concept and existence of geodetics in metric spaces.

Главная цель работы — доказать теорему о существовании геодезической между двумя точками метрического пространства, каждая замкнутая ограниченная часть которого является компактной. Доказательство существования геодезической основывается на понятии вспомогательной метрики, которая в сущности выражает длину искомой геодезической.

Статья по замыслу автора является вводной к дальнейшей работе, где будут рассматриваться геодезические в некоторых специальных пространствах.

The main aim of this paper is to prove the existence of geodetics between two points in metric space, each closed and limited part of which is compact (theorem 4). All basic auxiliary concepts are here defined. The proof of the existence of the geodetic consists in introducing the auxiliary concept of a metric, which essentially expresses the length of the required geodetic.

The article is intended as an introduction to a further article which will discuss geodetics in certain special spaces.

*

Jiří Bečvář, Liberec: *O monotonních spojitých funkcích, jejichž graf má maximální délku* (172—181) — О монотонных непрерывных функциях, график которых имеет максимальную длину — On monotonic continuous functions with graphs of maximum length.

В статье решается вопрос о существовании неубывающих, или возрастающих непрерывных функций в замкнутом интервале, график которых имеет максимальную длину. Кроме этого еще показано, что длину графика непрерывной функции можно определить при помощи длин вписанных полигонов на основании сходимости по точкам. Свойства непрерывных функций, имеющих график максимальной длины, будут более подробно изучены в работе М. Неквинды.

The article concerns the existence of non-decreasing or increasing functions in a bounded interval, with graphs of maximum length. In addition it is shown hat the length of the graph of a continuous function may be defined by means of the lengths of inscribed polygons on the basis of point by point convergence. A more detailed study of the properties of continuous functions with graphs of maximum length will be presented in the paper of M. Nekvinda.

*

Miroslav Fiedler, Praha: *Geometrie simplexu v E_n, třetí část* (182—223) — Геометрия симплекса в E_n, часть третья — Geometry of the simplex in E_n, third part.

В этой заключительной третьей части работы изучаются свойства некоторых частных видов симплексов определенного типа, ортоцентрических симплексов и т. наз. симплексов с главной точкой.

In this third and concluding part, the properties of several special types of simplexes, such as rectangular simplexes of a particular type, orthocentric simplexes and simplexes with principal point, are studied.

*

Jiří Čermák, Brno: *Poznámka o limitním přechodu diferenčních rovnic v rovnice diferenciální* (224—228) — Заметка о предельном переходе разностных уравнений в дифференциальные — Note on passage to the limit from difference equations to differential equations.

В качестве примера на приложение одного метода решения однородных линейных систем дифференциальных и разностных уравнений с постоянными коэффициентами, разработанного Эдуардом Вэйром и основанного на некоторых понятиях матричного исчисления, в настоящей статье показывается, что фундаментальная система решений линейной системы разностных уравнений с постоянными коэффициентами

$$\underset{\omega}{\Delta} u_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j(x)\,, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

переходит при определенных условиях в пределе при $\omega \to 0$ в фундаментальную систему решений системы дифференциальных уравнений

$$\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}x} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j(x),\; i = 1, 2, \ldots, n.$$

As an example of the use of one method of solving homogeneous linear systems of differential and difference equations with constant coefficients based on certain concepts of matrix theory introduced by Eduard Weyr, it is proved here that the fundamental system of solutions of the linear system of difference equations with constant coefficients

$$\underset{\omega}{\Delta}\, u_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j(x)\,, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

under certain assumptions goes over by the limiting process $\omega \to 0$ into the fundamental system of solutions of the system of differential equations

$$\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}x} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}u_i(x) \, , \quad i = 1, 2, \ldots, n \, .$$

*

Alfons Hyška, Olomouc: *Poznámka k numerickému řešení rovnic* (229—240) — Заметка к численному решению уравнений — A note on the numerical solution of equations.

В статье применяется разложение в ряд Тэйлора функции, обратной к данной, для вычисления корней уравнения. Приводятся оценки погрешности и численные примеры.

The Taylor development of the inverse function to a given one is applied to the computation of roots of equation. Error estimates and numerical examples are given.

*

Jan Mařík, Praha a Štefan Schwarz, Bratislava: *Ještě o kvadratických polynomech, nabývajících mnoha prvočíselných hodnot* (241—243) — Еще о квадратных многочленах, принимающих много значений в простых числах — Once more on quadratic polynomials which take on many prime values.

В статье показано, как авторы раскрыли ошибочность утверждения, что значениями многочлена $x^2 - x + 72491$ для $x = 1, 2, \ldots, 11000$ являются простые числа (см. Хуа-Ло-Кен: Аддитивная теория простых чисел, Труды мат. инст. им. В. А. Стеклова, XXII, 1947, 168).

The article shows how the authors discovered the falsity of the statement that polynomial $x^2 - x + 72491$ takes on prime values for $x = 1, 2, \ldots, 11000$ (Хуа-Ло-Кен: Аддитивная теория простых чисел, Труды мат. инст. им. В. А. Стеклова, XXII, 1947, 168).

*

Ladislav Koubek, Praha: *Některé věty z theorie parabolických přímkových kongruencí* (244—245) — Некоторые теоремы теории параболических линейчатых конгруэнций — Certain theorems from the theory of parabolic linear congruences.

Автор показывает, что известные теоремы о сопряженных и гармоничных сетях и конгруэнциях остаются правильными также в параболическом случае.

The author shows that known theorems about conjugate and harmonics nets and congruences remain valid also in the parabolic case.

*

Otakar Kodl, Valašské Meziříčí: *Řešení algebraických rovnic potenčními řadami* (246) — Решение алгебраических уравнений при помощи степенных рядов. — The solution of algebraic equations by power series.

Автор обратил внимание редакции на один метод решения алгебраического уравнения $f(x) = 0$; статейка посвящена этому методу.

The author has informed the Journal as to a certain method of solving algebraic equations $f(x) = 0$, on which a note is here published.

*