Stanimir L. Troyanski

О несепарабельных пространствах с симметрическим базисом

In: Zdeněk Frolík (ed.): Abstracta. 4th Winter School on Abstract Analysis. Czechoslovak Academy of Sciences, Praha, 1976. pp. 145--146.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/701064

О НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ БАНАХА С СИММЕТРИЧЕСКИМ БАЗИСОМ

С.Л. ТРОЯНСКИЙ

Хорошо известен классический результат Джеймса что любое нерефлексивное пространство Банаха с безусловным базисом содержит подпространство изоморфное либо c_0 либо ℓ_1. Возникает вопрос каждое ли несепарабельное пространство Банаха с несчетным безусловным базисом содержит подпространство изоморфное либо $c_0(\Gamma)$ либо $\ell_1(\Gamma)$ для несчетного Γ. Оказывается что ответ на этот вопрос отрицательный.

Теорема 1. Пусть X пространство Банаха с симметрическим базисом $\{u_\gamma\}_{\gamma\in\Gamma}$. Тогда если X содержит подпространство изоморфное Y где Y либо $c_0(\Delta)$ либо $\ell_1(\Delta)$, $\operatorname{card}\Delta > \aleph_0$, то базис $\{u_\gamma\}_{\gamma\in\Gamma}$ эквивалентен естественному базису $\{\ell_\gamma\}_{\gamma\in\Gamma}$ пространства $c_0(\Gamma)$ либо $\ell_1(\Gamma)$.

Следствие 1. Пусть φ функция Орлича такая что

$$\lim_{t\to 0}\frac{\varphi(t)}{t} = 0\ ,\quad \lim_{t\to 0}\frac{t\varphi'(t)}{\varphi(t)} = 1\ .$$

Тогда $\ell_\varphi(\Gamma)$ не содержит $\ell_1(\Delta)$ для несчетного Δ но каждое бесконечномерное подпространство X пространства $\ell_\varphi(\Gamma)$ содержит ℓ_1 ;

Следствие 2. Пусть φ функция Орлича такая, что

$\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{t\mu'(t)}{\mu(t)} = \infty$. Тогда подпространство $h_\mu(\Gamma)$ пространства $l_\mu(\Gamma)$ порожденное элементами вида $l_\gamma(\alpha)=\delta_{\alpha\gamma}$, $\gamma, \alpha \in \Gamma$ не содержит подпространства изоморфного $c_0(\Delta)$ Δ несчетное, но каждое бесконечномерное подпространство X пространства $h_\mu(\Gamma)$ содержит c_0 .

Литература: S.L. Troyanski: On non-separable Banach spaces with symmetric basis, Studia Math. 1975.