Wladyslaw Orlicz

Über gewisse Klassen von Modularraümen

In: (ed.): General Topology and its Relations to Modern Analysis and Algebra, Proceedings of the symposium held in Prague in September 1961. Academia Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Prague, 1962. pp. 295.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/700985

ÜBER GEWISSE KLASSEN VON MODULARRÄUMEN

W. ORLICZ

Poznań

Es bezeichne X einen linearen Raum. Ein in X erklärtes Funktional $\varrho(x)$, $-\infty < \varrho(x) \leqq \infty$, heißt *Modular* falls es den folgenden Bedingungen genügt:

A.1. $\varrho(x) = 0$ dann und nur dann wenn $x = 0$.

A.2. $\varrho(-x) = \varrho(x)$.

A.3. $\varrho(\alpha x + \beta y) \leqq \varrho(x) + \varrho(y)$ für beliebige α, $\beta \geqq 0$, $\alpha + \beta = 1$.

Ein linearer Raum in welchem ein Modular erklärt ist heisst ein *Modularraum*. H. Nakano und seine Mitarbeiter haben die Theorie der Modularräume weit entwickelt, jedoch unter der Voraussetzung, dass die strengere Bedingung

A.3'. $\varrho(\alpha x + \beta y) \leqq \alpha\, \varrho(x) + \beta\, \varrho(y)$ für beliebige α, $\beta \geqq 0$, $\alpha + \beta = 1$,

an Stelle der oben genannten Voraussetzung A.3, erfüllt ist.

Die Erforschung von Modularräumen bietet ein gewisses Interesse vom Standpunkte der Anwendungen der Funktionalanalysis, denn zahlreiche lineare topologische Räume der Analysis gehören zu diesem Typus von Räumen. Modularräume, im am Anfang formulierten allgemeineren Sinne, liefern auch gute Beispiele linearmetrischer Räume die nicht lokalkonvex sind. Zu den wichtigsten Repräsentanten von Modularräumen gehören die sog. Räume von φ-integrierbaren Funktionen. Es bedeute φ eine für $u \geqq 0$ stetige, nichtabnehmende Funktion, die für $u = 0$ gleich Null ist, sonst >0 und mit $u \to \infty$ gegen ∞ strebt. Es sei E eine abstrakte Menge, $\mathscr{E}$ eine Algebra von Untermengen der Menge E und μ ein σ-additives Mass in $\mathscr{E}$. Eine μ-messbare Funktion heißt φ-integrierbar, wenn das Integral $\int_E \varphi(\lambda |x(t)|)\, d\mu$ für eine gewisse Konstante $\lambda > 0$ endlich ist. Den Raum aller φ-integrierbarer Funktionen bezeichnen wir mit $L^{*\varphi}(E, \mu)$. Es werden einige Sätze über die linear-topologische Struktur von Räumen $L^{*\varphi}(E, \mu)$ mitgeteilt, die ich gemeinsam mit W. Matuszewska bewiesen habe.

Literatur

[1] *W. Matuszewska* and *W. Orlicz*; A note on the theory of s-normed spaces of φ-integrable functions. Studia Mathem. *21* (1961), 107—115.