Matyáš Lerch

Remarque sur la théorie des séries

Jornal des sciencias mathematicas e astronomicas, Coimbra, 7 (1886), 79–80

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501565

REMARQUE SUR LA THÉORIE DES SÉRIES

Extrait d'une lettre adressée à F. Gomes Teixeira

PAR

M. Lerch (à Prague)

... C'est une remarque sur la théorie élémentaire des séries que je me permets, Monsieur, de vous communiquer. Les commençants pensent presque toujours qu'une série infinie convergente

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_\nu + \ldots \tag{0}$$

formée avec des nombres positifs doit être telle que la limite

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{u_{\nu+1}}{u_\nu} \tag{1}$$

a une valeur inférieure à l'unité ou au plus égale à l'unité. Je vous communiquerai, Monsieur, une série bien convergente, pour laquelle la limite (1) n'existe pas, et où le quotient sous le signe *lim.* peut devenir aussi grand que l'ont veut, si l'on donne à ν une valeur convenable. C'est la série de la forme (0) dont le terme général est

$$u_\nu = \delta^{\nu-(\lg \nu)} \cdot g^{\frac{1}{2}(\lg \nu)\{1+(\lg \nu)\}},$$

où j'ai désigné par (lg ν) la partie entière du logarithme vulgaire de ν, et où les quantités δ, g sont positives, $\delta < 1$, $g > 1$, mais telles que $\delta\sqrt{g} < 1$.

On voit immédiatement que cette série est convergente; car on a

$$\lim_{\nu=\infty} \sqrt[\nu]{u_\nu} = \delta < 1.$$

De l'autre part vous voyez, Monsieur, que si ν n'est pas de la forme $10^{\mu}-1$, la quantité $[\lg(\nu+1)]$ étant égale à $(\lg \nu)$, on aura

$$\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}=\delta<1,$$

et, si ν est de la forme indiquée, on aura

$$[\lg(\nu+1)]-(\lg \nu)=1,$$

et par conséquent

$$\frac{u_{\nu+1}}{u_\nu}=g^{(\lg \nu)+1},$$

expression qui peut prendre des valeurs aussi grandes que l'on veut.

Prague, le 30 mai 1886.