Matyáš Lerch
Jedna věta z nauky o funkcích

Zprávy Král. Čes. spol. nauk, II. tř., 1885, 351–353

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501478

handenen im Wasser unlöslichen Stoffe ungemein rasch, und wird hierauf in bekannter Art mit Salzsäure behandelt, zum Trocknen abgedampft usw.

In manchen Fällen wird das Aufschliessen beim nachherigen Zusatz von Chlornatrium noch vervollständigt, namentlich wenn Stoffe vorhanden sind, welche ein Zusammenfliessen verhindern, nachdem in der nunmehr dünnflüssigen Masse eine Einwirkung auf etwa unaufgeschlossene Theile des Silicats erleichtert wird.

Die Vortheile des angegebenen Kunstgriffes sind demnach diese:

1. Wird an den ersten Arbeiten nichts geändert.
2. Wird durch den Zusatz von Chlornatrium die Masse stets dünnflüssig und ist demnach zum Ausgiessen geeignet.
3. Wird sie leichter löslich, da sämmtliche Theile von dem leichtlöslichen Chlornatrium durchdrungen und eingehüllt sind, wodurch die Einwirkung des Wassers und der Säure erleichtert wird.
4. Geschieht dieses ohne dass man unverhältnissmässig viel kohlensaure Alkalien nehmen und demnach schliesslich sehr viel Salzsäure anwenden muss.
5. Erzielt man leichter ein vollkommenes Aufschliessen.
6. Wird der Platintiegel in Folge des Ausgiessens sehr geschont.

Schliesslich muss ich bemerken, dass ich bei meiner Analyse eine etwaige Verflüchtigung von Chloriden solcher Stoffe, welche bestimmt werden sollen, nicht beobachtet habe.

30.

Jedna věta z nauky o funkcích.

Sepsal **Matyáš Lerch** a předložil prof. dr. Fr. Studnička dne 16. října 1885.

„Nabude-li analytická funkce $f(z)$ jednoznačně definovaná v libovolném konečném oboru $\mathfrak{A}$ v rovině komplexní proměnné z, uvnitř něhož i na mezích má povahu funkcí celistvých, v jednom bodě uvnitř tohoto oboru $\mathfrak{A}$ hodnoty menší než je minimum m absolutních hodnot funkce té na obvodě oboru $\mathfrak{A}$, pak obdrží uvnitř oboru $\mathfrak{A}$ funkce $f(z)$ každou hodnotu absolutně menší nežli m a to ve stejném počtu míst, předpokládaje, že místa vícenásobná tolikrát jsou vzata do počtu, kolik udává jich stupeň."

Při tom rozumí se tu r- násobným místem z_0 takový bod, v jehož okolí začíná rozvoj v řadu mocninovou funkce $f(z) - f(z_0)$ členem $(z - z_0)^r$.

Důkaz. Buď $z = x$ onen bod, v němž má funkce $f(z)$ hodnotu menší nežli m; pro všecka místa z na obvodě oboru $\mathfrak{A}$ má platnost nerovnost $|f(z)| \geqq m$; volíme-li tedy c libovolně, ale tak, aby $|c| < m$, bude $|f(z)| > |c|$, a tedy obdržíme

$$\frac{1}{f(z)-c} = \frac{1}{f(z)} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{c^\nu}{f(z)^\nu},$$

takže máme pro okrajový integrál

$$\frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)-c} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)} + a_1 c + a_2 c^2 + \ldots$$

$$\text{(1)} \qquad a_\nu = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)^{\nu+1}}.$$

Integrál v levo má za hodnotu buď nullu aneb kladné číslo celistvé, podobně integrál v pravo, a proto je hodnota řady

$$a_1 c + a_2 c^2 + a_3 c^3 + \ldots$$

buď 0 aneb číslo celistvé. Volíme-li c dosti malé, bude hodnota této řady menší než 1, a tedy rovna nulle, z čehož plyne $a_\nu = 0$ $(\nu + 1, 2, \ldots)$, takže máme identicky pro všecka c menší než m

$$\text{(2)} \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)-c} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\mathfrak{A}} \frac{f'(z)dz}{f(z)};$$

poněvadž ale existuje uvnitř oboru $\mathfrak{A}$ místo $z = x$, v němž $|f(x)| < m$, můžeme voliti $f(x) = c$, a pro tuto zvláštní hodnotu c má levá strana v (2) hodnotu nejméně rovnou jednotce, a tedy musí také pravá strana býti větší než 0, a poněvadž tato nezávisí na c, je hořejší výrok dokázán.

NB. Bod, v němž obdrží funkce největší hodnotu v $\mathfrak{A}$, leží na obvodě tohoto.

Applikace. Je-li $G_0(z)$ celistvá transcendentní funkce, která nikde nemizí, nesestává žádná větev křivky definované rovnicí $|G_0(z)| = \text{const.}$ z čáry uzavřené. Je-li pak $G(z)$ libovolná funkce transcendentní celistvá, nesestává žádná větev křivky real. část $G(z) = \text{const.}$ z čáry uzavřené. Neboť klademe-li $G_0(z) = e^{G(z)}$, máme funkci, která nezmizí, a rovnice real. část $G(z) = \text{const.}$ přejde na tvar $|G_0(z)| = \text{const.}$ —

Pan prof. Weierstrass dokázal ve svých přednáškách na universitě Berlínské v zimě r. 1884—5 následující větu: „Má-li řada mocninová stále konvergentní tu vlastnost, že existují kruhy soustředné s bodem $z = 0$, na nichž absolutní hodnota její neklesá pod sebe větší danou veličinu, pak existují v rovině body z, v nichž řada má hodnotu 0."

Naše věta však ukazuje, že taková místa nejen existují, ale že počet jich je nekonečný; zároveň vysvítá, že řada ta obdrží každou libovolně předepsanou hodnotu na nekonečném počtu míst. Naše věta má pro zpodobování stejnoúhlé cenu fundamentální.

31.

Geologie výšiny Rohatecké u Roudnice n. L.

(*S 2 tabul.*)

Sepsal **Čeněk Zahálka** a předložil prof. dr. Jan Krejčí dne 16. října 1885.

Přehled.

Sotva hodinu na severozápad od města Roudnice zdvihá se nad Labem mezi Židovicemi a Hrobci osamocená opuková výšina, která se rozkládá od Labe na západ ku Chvalínu a Doksanům. Výšina tato — již nazýváme Rohateckou — tvoří spolu se Skálou u Dolánek nejsevernější výběžek opukové vysočiny Řipské v Labskoohareckém cípu. Na severním úbočí jejím leží obec Rohatce.

Výšina Rohatecká má asi tvar trojúhelníka, jehož strany nalézají se na severu, východu a jihozápadu. Jihozápadní boky, 20—30 m vysoké, jsou nejpříkřejší; sklon obnáší tu 15 až 30°. Poněvadž jsou tyto boky složeny z opuky na povrchu snadno zvětrávající, tvoří se v nich rušivou mocí vody hluboké výmoly, „žlaby“ zvané, při čem se objevují střední opukové vrstvy, jež tuto pahorkatinu skládají. Východní boky, svažující se v údolí Labe, mají menší úhel sklonu, 5 až 15°. Výmoly jejich jsou mnohem širší a tvoří tři široké doly, zvané: Pod vinicí (u Židovic), Sádka (u cukrovaru) a Suchý dol (u Hrobec). Po jejich stranách vystupují ostré výběžky kopcovité: Na vrchách, Na vinici, Na Bulfě a Skalka u Libotejnice. Severní bok svažuje se povlovně v údolí Libotejnické, a jest rozryto jen v západní části údolím „Ladka“ zvaným, jež rozděluje tento výběžek, ku Doksanům směřující, na dvě části, z nichž západní sluje Sviní hora.

Uvedené stráně jsou posázeny ovocným stromovím rozličného druhu, jemuž se v jílovité půdě, zvětráním opuky povstalé, velmi dobře daří. Víno pěstuje se pouze na jižním svahu Židovických vinic; druhdy zkvétalo i na Bulfě. Tam, kde je úklon půdy mírný, vzdělává se role. Tu a tam oživuje tu stráň dobrá pramenitá voda, která se shromažďuje v studánkách kolem výšiny Rohatecké. Úpatí jest písčité a kde není kryto dostatečně ornicí, tam živoří chudá pole a borové háje.