Eduard Čech

Aritmetika pro I. třídu středních a měšťanských škol

Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1948, 128 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501429

EDUARD ČECH

ARITMETIKA

PRO I. TŘÍDU STŘEDNÍCH A MĚŠŤANSKÝCH ŠKOL

150

CENA Kčs 16,40

JEDNOTA ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ V PRAZE

UČEBNICE A POMOCNÉ KNIHY VYDÁVANÉ JEDNOTOU
ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ
150

ARITMETIKA

pro I. třídu středních a měšťanských škol

NAPSAL

PROF. DR. EDUARD ČECH

S 11 obrazci

Dotisk pro školní rok 1948/49 povolen výnosem ministerstva školství a osvěty ze dne 31. prosince 1947, č. A-263 296/47-III/1.
Výnosem ministerstva školství a osvěty ze dne 23. prosince 1947, č. A-312 563/47-II/3 rozšířeno schválení této učebnice také pro měšťanské školy.

Jč
m+f

CENA Kčs 16,40

PRAHA 1948

NÁKLADEM JEDNOTY ČESKOSLOVENSKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

TISKEM KNIHTISKÁRNY PROMETHEUS, PRAHA VIII - 94

§ 1. Základní početní cviky.

1. Tabulka pro početní cviky. Čtvercová tabulka, kterou vidíte před sebou a která je ve větším měřítku otištěna na str. 129, dobře vám poslouží při výcviku v počítání zpaměti. Cvičení, při kterých se užívá této tabulky, jsou označena hvězdičkou (na př. cvič. 3*).

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
I	7	2	4	0	9	7	9	0	2	9
II	8	6	5	0	9	1	7	2	3	2
III	0	4	9	8	2	3	0	6	7	1
IV	8	1	6	3	4	1	6	8	4	2
V	2	2	9	0	8	8	6	7	7	0
VI	3	9	4	9	7	2	2	9	8	6
VII	0	7	3	8	4	3	6	7	4	2
VIII	6	4	5	6	9	7	0	5	5	3
IX	1	5	1	6	4	8	7	2	4	7
X	1	2	3	8	1	7	3	0	6	8

Tabulka obsahuje velkou řadu číslic. Ty jsou rozděleny v tabulce jednak na vodorovné skupiny, kterým říkáme stručně řádky, jednak na svislé skupiny, kterým říkáme stručně sloupce.

Kolik řádků má tabulka? Kolik má sloupců? Kolik je číslic v každém řádku? Kolik v každém sloupci? Kolik je celkem číslic v tabulce?

Tabulka je vyplněna obyčejnými, t. zv. **arabskými číslicemi.** K označení jednotlivých řádků a sloupců bylo užito **římských číslic.**

2. Římské číslice. Římské číslice bývají na hodinách, označují se jimi někdy měsíce, čísla odstavců a kapitol a podobně. Při takových příležitostech se vyskytují jen malá čísla. Proto si hned procvičíme čtení a psaní malých čísel římskými číslicemi. Později (viz odst. 8, str. 12) se k římským číslicím vrátíme a pak si procvičíme také větší čísla, abyste dovedli přečíst letopočty na starých nápisech.

1. Čtěte čísla:

a) VIII, XXXII, XXIII, IV, XIII;
b) XIV, XXX, XVI, XX, XIV;
c) IX, XXV, XXXI, XV, XXIX;
d) XII, XXVI, VII, XXIV, XVII;
e) XVIII, VI, XXXVI, XXXIII, XXXIV;
f) XXVII, V, XXXVII, XXII, XXXIX.

2. Napište římskými číslicemi:

a) 37, 27, 17, 7, 20;
b) 4, 16, 24, 14, 36;
c) 38, 6, 34, 29, 8;
d) 13, 39, 21, 19, 15;
e) 9, 32, 12, 26, 35;
f) 11, 33, 28, 23, 18.

3. Cviky ve sčítání. Ve cvič. 3 až 26 máte sestavenu velkou řadu docela jednoduchých početních cviků. Při jejich provádění se nesnažte o přílišnou rychlost. Ta je úplně bezcenná, je-li na úkor spolehlivosti. Vaše provedení nebude bezvadné tehdy, když budete čísla odříkávati tak rychle, že bude těžké vás sledovat, nýbrž tehdy, když je budete odříkávat rytmicky, t. j. v pravidelných intervalech, a ovšem hezky zřetelně.

Pečlivě dbejte toho, abyste při každém cviku vyslovovali nahlas pouze to, co je předepsáno.

Ve cvič. 3 až 7 si zopakujeme nejjednodušší početní výkon, t. zv. **sčítání.** Při sčítání jsou dána dvě čísla nebo i více čísel. Daná čísla se jmenují **sčítanci.** Číslo, které se počítá, se jmenuje **součet.** Se slovy sčítanci, součet, sčítání musíte býti dokonale seznámeni.

3.*Všímejte si v tabulce pouze řádků I a II. Říkejte součty pod sebou natištěných čísel, tedy 15, 8 atd. Neříkejte sčítance, říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli s řádky I a II, opakujte

a) s řádky II a III,
b) s řádky III a IV,
c) s řádky IV a V,
d) s řádky V a VI,
e) s řádky VI a VII,
f) s řádky VII a VIII,
g) s řádky VIII a IX,
h) s řádky IX a X.

4.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Říkejte součty vedle sebe natištěných čísel, tedy 9, 14 atd. Říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III,
b) se sloupci III a IV,
c) se sloupci IV a V,
d) se sloupci V a VI,
e) se sloupci VI a VII,
f) se sloupci VII a VIII,
g) se sloupci VIII a IX,
h) se sloupci IX a X.

5.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Některá z nich (třetí a sedmé) začínají nulou; ta si myslete zvětšena o 100. Ke každému z těch deseti čísel přičtěte 6. Říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III (ale přičítejte 8),
b) se sloupci III a IV (přičítejte 7),
c) se sloupci IV a V (přičítejte 5),
d) se sloupci V a VI (přičítejte 2),
e) se sloupci VI a VII (přičítejte 4),
f) se sloupci VII a VIII (přičítejte 9),
g) se sloupci VIII a IX (přičítejte 7),
h) se sloupci IX a X (přičítejte 3).

6.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Která začínají nulou, ta si myslete zvětšena o 100. Ke každému z těch deseti čísel přičtěte číslo, které vidíte vedle něho ve sloupci III. Říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, opakujte

a) se sloupci II, III a IV, b) se sloupci III, IV a V,
c) se sloupci IV, V a VI, d) se sloupci V, VI a VII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, f) se sloupci VII, VIII a IX,
g) se sloupci VIII, IX a X.

7.*Všímejte si v tabulce nejprve třeba sloupců IV a V. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Která začínají nulou, ta si myslete zvětšena o 100. Ke každému z těch deseti čísel přičtěte číslo, které vidíte vedle něho ve sloupci III. Říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci IV, V a III, opakujte

a) se sloupci II, III a I, b) se sloupci III, IV a II,
c) se sloupci V, VI a IV, d) se sloupci VI, VII a V,
e) se sloupci VII, VIII a VI, f) se sloupci VIII, IX a VII,
g) se sloupci IX, X a VIII.

4. Cviky v odčítání. Ve cvičeních 8 až 12 si zopakujeme druhý základní početní výkon, tedy **odčítání.** Při odčítání jsou dána dvě čísla. Větší z daných čísel se jmenuje **menšenec,** menší se jmenuje **menšitel.** Číslo, které počítáme, se jmenuje **rozdíl.** Se slovy menšenec, menšitel, rozdíl, odčítání musíte být dokonale seznámeni.

8.*Všímejte si v tabulce pouze řádků I a II. Od čísla, které čtete v řádku I, budete odčítati číslo, které vidíte pod ním v řádku II. Kde by to nešlo, tedy třeba hned v prvním sloupci, tam si napřed číslo z řádku I zvětšete o 10. Neříkejte ani menšence ani menšitele, říkejte jen rozdíly.

Tentýž cvik, který jste provedli s řádky I a II, opakujte

a) s řádky II a III, b) s řádky III a IV,
c) s řádky IV a V, d) s řádky V a VI,
e) s řádky VI a VII, f) s řádky VII a VIII,
g) s řádky VIII a IX, h) s řádky IX a X.

9.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Od čísla, které vidíte ve sloupci I, odečtěte číslo, které vidíte vedle ve sloupci II. Kde by to nešlo, tam si napřed číslo ze sloupce I zvětšete o 10. Říkejte jen rozdíly.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III, b) se sloupci III a IV,
c) se sloupci IV a V, d) se sloupci V a VI,
e) se sloupci VI a VII, f) se sloupci VII a VIII,
g) se sloupci VIII a IX, h) se sloupci IX a X.

10.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Vidíte vedle sebe deset dvojciferných čísel; která začínají nulou, ta zvětšete o 100. Od každého z těch deseti čísel odečtěte 6. Říkejte jen rozdíly.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III (odčítejte 8),
b) se sloupci III a IV (odčítejte 7),
c) se sloupci IV a V (odčítejte 5),
d) se sloupci V a VI (odčítejte 2),
e) se sloupci VI a VII (odčítejte 4),
f) se sloupci VII a VIII (odčítejte 9),
g) se sloupci VIII a IX (odčítejte 7),
h) se sloupci IX a X (odčítejte 3).

11.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel; která začínají nulou, ta zvětšete o 100. Od každého z těch deseti čísel odečtěte číslo, které vidíte vedle ve sloupci III. Říkejte pouze rozdíly.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, opakujte:

a) se sloupci II, III a IV, b) se sloupci III, IV a V,
c) se sloupci IV, V a VI, d) se sloupci V, VI a VII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, f) se sloupci VII, VIII a IX,
g) se sloupci VIII, IX a X.

12.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců IV a V. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Která začínají nulou, ta zvětšete o 100. Od každého z těch deseti čísel odečtěte číslo, které vidíte vedle ve sloupci III. Říkejte pouze rozdíly.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci IV, V a III, opakujte

a) se sloupci II, III a I, b) se sloupci III, IV a II,
c) se sloupci V, VI a IV, d) se sloupci VI, VII a V,
e) se sloupci VII, VIII a VI, f) se sloupci VIII, IX a VII,
g) se sloupci IX, X a VIII.

5. Násobilka. Víte, že $6 \times 7 = 42$. Čísla 6 a 7 jsou **činitelé**, číslo 42 je jejich **součin.** Početní výkon, kterým z daných činitelů najdeme jejich součin, se jmenuje **násobení.** Se slovy činitelé, součin a násobení musíte býti dokonale seznámeni.

Jakmile některý činitel se rovná nule, je také součin roven nule. Tedy $6 \times 0 = 0$, $0 \times 7 = 0$, $0 \times 0 = 0$. Neříkejte šestkrát nic, říkejte šestkrát nula!

Poznámka. Znak „=“ se jmenuje znamení rovnosti nebo krátce rovnítko. U malých čísel jej čteme obyčejně slovem „je“; ve složitějších případech však čteme rovnítko obyčejně slovy „rovná se“.

13.* Říkejte 7 × řádek I, t. j. sedmkrát každé číslo z řádku I. Neříkejte nic než součiny.

Stejně říkejte ještě

a) 5 × řádek II, b) 8 × řádek III, c) 6 × řádek IV,
d) 9 × řádek V, e) 3 × řádek VI, f) 2 × řádek VII,
g) 8 × řádek VIII, h) 4 × řádek IX, i) 7 × řádek X.

14.*Říkejte 7 × sloupec I, t. j. sedmkrát každé číslo ze sloupce I. Neříkejte nic než součiny.

Stejně říkejte ještě:

a) 5 × sloupec II, b) 8 × sloupec III, c) 6 × sloupec IV,
d) 9 × sloupec V, e) 3 × sloupec VI, f) 2 × sloupec VII,
g) 6 × sloupec VIII, h) 4 × sloupec IX, i) 7 × sloupec X.

15.*Všímejte si v tabulce jen sloupců I a II. Znásobte čísla, která vidíte vedle sebe. Říkejte jen součiny.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III, b) se sloupci III a IV,
c) se sloupci IV a V, d) se sloupci V a VI,
e) se sloupci VI a VII, f) se sloupci VII a VIII,
g) se sloupci VIII a IX, h) se sloupci IX a X.

16.*Všímejte si v tabulce jen řádků I a II. Znásobte čísla, která vidíte pod sebou. Říkejte jen součiny.

Tentýž cvik, který jste provedli s řádky I a II, opakujte

a) s řádky II a III, b) s řádky III a IV, c) s řádky IV a V,
d) s řádky V a VI, e) s řádky VI a VII, f) s řádky VII a VIII,
g) s řádky VIII a IX, h) s řádky IX a X.

17.*Opakujte cvičení 13, ale říkejte čísla desetkrát větší.

18.*Opakujte cvičení 14, ale říkejte čísla desetkrát větší.

19.*Opakujte cvičení 15, ale říkejte čísla desetkrát větší.

20.*Opakujte cvičení 16, ale říkejte čísla desetkrát větší.

21.*Opakujte některé ze cvičení 13 až 16, ale říkejte čísla stokrát větší.

6. Další cviky s násobilkou. Ve cvič. 22 až 26 máte říkati čísla, která dostanete dvojím početním výkonem. Na př. ve cvič. 22 první z čísel, která máte říci, je 20. Dojdete k němu tím, že napřed vypočtete součin $7 \times 2 = 14$ a potom součet $14 + 6 = 20$. Vyslovujte nahlas pouze čísla získaná obojím početním výkonem. Přestávky mezi jednotlivými čísly budou sice z počátku trochu delší, ale to nevadí.

22.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Projděte je nejprve shora dolů, znásobte pokaždé čísla, která v nich vidíte vedle sebe, a k součinu přičtěte 6. Potom projděte ty dva sloupce zdola nahoru, zase pokaždé znásobte čísla, která v nich vidíte vedle sebe, ale teď od součinu odečtěte 6. Kde to nejde (na př. hned v řádku X), řekněte místo rozdílu slovo „nemožné".

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III (přičítejte a odčítejte 8),
b) se sloupci III a IV (přičítejte a odčítejte 4),
c) se sloupci IV a V (přičítejte a odčítejte 3),
d) se sloupci V a VI (přičítejte a odčítejte 9),
e) se sloupci VI a VII (přičítejte a odčítejte 7),
f) se sloupci VII a VIII (přičítejte a odčítejte 1),
g) se sloupci VIII a IX (přičítejte a odčítejte 2),
h) se sloupci IX a X (přičítejte a odčítejte 5).

23.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců I a II. Projděte je shora dolů, pokaždé znásobte čísla, která v nich vidíte vedle sebe, a k součinu přičtěte číslo, které čtete vedle ve sloupci III. Potom projděte sloupce I a II zdola nahoru, zase pokaždé znásobte čísla, která v nich vidíte vedle sebe, ale od součinu teď odečtěte číslo, které čtete vedle ve sloupci III. Kde to nejde, řekněte místo rozdílu slovo „nemožné".

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, opakujte

a) se sloupci II, III a IV, b) se sloupci III, IV a V,
c) se sloupci IV, V a VI, d) se sloupci V, VI a VII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, f) se sloupci VII, VIII a IX,
g) se sloupci VIII, IX a X.

24.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců II a III. Projděte je shora dolů, pokaždé znásobte čísla, která v nich vidíte vedle sebe, a k součinu přičtěte číslo, které čtete vedle ve sloupci I. Potom projděte sloupce II a III zdola nahoru, zase pokaždé znásobte čísla, která v nich vidíte vedle sebe, ale od součinu teď odečtěte číslo, které vidíte vedle ve sloupci I. Kde to nejde, řekněte místo rozdílu slovo „nemožné".

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci II, III a I, opakujte

a) se sloupci III, IV a II, b) se sloupci IV, V a III,
c) se sloupci V, VI a IV, d) se sloupci VI, VII a V,
e) se sloupci VII, VIII a VI, f) se sloupci VIII, IX a VII,
g) se sloupci IX, X a VIII.

25. *Všímejte si v tabulce nejprve řádku II. Každé číslo, které v něm vidíte, znásobte číslem, které je nad ním v řádku I, a k součinu přičtěte číslo, které je pod ním v řádku III.

Tentýž cvik, který jste provedli s řádky II, I a III, opakujte

a) s řádky III, II a IV, b) s řádky IV, III a V,
c) s řádky V, IV a VI, d) s řádky VI, V a VII,
e) s řádky VII, VI a VIII, f) s řádky VIII, VII a IX,
g) s řádky IX, VIII a X.

26. *Všímejte si v tabulce nejprve řádku II. Každé číslo, které v něm vidíte, znásobte číslem, které je pod ním v řádku III, a od součinu odečtěte číslo, které je nad ním v řádku I. Kde to nejde, řekněte místo rozdílu slovo „nemožné".

Tentýž cvik, který jste provedli s řádky II, III a I, opakujte

a) s řádky III, IV a II, b) s řádky IV, V a III,
c) s řádky V, VI a IV, d) s řádky VI, VII a V,
e) s řádky VII, VIII a VI, f) s řádky VIII, IX a VII,
g) s řádky IX, X a VIII.

§ 2. Desítková soustava. Římské číslice. Míry, váhy a peníze.

7. Desítková soustava. Promluvme si trochu o známém způsobu psaní čísel. Pro nejnižších deset čísel máme zvláštní znaky

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

kterým říkáme **číslice** nebo **cifry.**

Větší čísla zapisujeme tak, že napíšeme několik číslic vedle sebe, na př. k napsání čísla 7368 potřebujeme čtyř číslic. Při tom má každá číslice určité místo. Místo, na kterém je poslední číslice, nazveme **základní místo.** U čísla 7368 je na základním místě číslice 8.

Hodnota, kterou má číslice, stojí-li psána sama o sobě, nazývá se **vlastní hodnota** číslice. Hodnota, kterou číslice znamená v určitém čísle, nazývá se **místní hodnota** číslice. Tedy u čísla 7368 jsou vlastní hodnoty číslic sedm, tři, šest, osm; místní hodnoty týchž číslic jsou sedm tisíc, tři sta, šedesát, osm. Místní hodnota číslice na základním místě je její hodnota vlastní. U ostatních číslic, které jsou od základního místa nalevo, je místní hodnota vyšší než hodnota vlastní. Místní hodnota číslice, která je o jedno místo vlevo od základního místa, je desetkrát větší než hodnota vlastní, místní hodnota číslice, která je o dvě místa vlevo od základního místa, je stokrát větší než hodnota vlastní, tedy desetkrát větší než by byla, kdyby ta číslice stála o jediné místo vlevo od základního místa atd. Místní hodnotu číslice dostaneme, když vlastní hodnotu násobíme deseti tolikrát za sebou, o kolik míst je ta číslice vlevo od základního místa. Na př. v čísle 7368 místní hodnota trojky je $3 \times 10 \times 10 =$ $= 300$ a místní hodnota sedmičky je $7 \times 10 \times 10 \times 10 = 7000$. Hodnota čísla je součet místních hodnot všech číslic.

Je jedna číslice, která má vždy místní hodnotu stejnou s hodnotou vlastní. Je to číslice nula. Když od čísla 7368 přejdeme k číslu 73068, vsunuli jsme jedinou číslici 0, jejíž místní hodnota je zase 0. Přes to je číslo 73068 mnohem větší než číslo 7368, ne ovšem o tu vsunutou nulu, nýbrž proto, že se vsunutím nuly číslice 7 a 3 posunuly o jedno místo vlevo a tím se jejich místní hodnoty desetkrát zvětšily. Naproti tomu znamená 07368 totéž číslo co 7368.

Způsob psaní čísel, o kterém jsme si pohovořili, se jmenuje **desítková soustava.** Tento název nám připomíná důležitou zásadu, na které je tato soustava vybudována a kterou si vyslovme znovu: **Místní hodnota číslice se desetkrát zvětší, posuneme-li ji o jedno místo vlevo, a desetkrát se zmenší, posunujeme-li ji o jedno místo vpravo.**

Aby stavba čísla z jeho cifer lépe vynikla, sestavíme si tabulku, do které si umístíme třeba čísla 63854, 70809, 3040, 5600, 8007.

desetitisíce	tisíce	sta	desítky	jednotky
6	3	8	5	4
7		8		9
	3		4	
	5	6		
	8			7

Tabulka je rozdělena na řádky a sloupce. V posledním sloupci je základní místo, tedy místo pro jednotky. Před ním je sloupec pro desítky, před tím zase sloupec pro sta, dále dopředu sloupec pro tisíce a sloupec pro desetitisíce. Kdybychom si chtěli umístiti do tabulky ještě nějaká větší čísla, přidali bychom doleva ještě další sloupce. Každé číslo zaujímá jeden řádek v tabulce. Nulu jsme do tabulky nezapisovali, protože nulu potřebujeme při psaní čísel pouze na to, abychom správně vyznačili místa cifer, a v tabulce je poloha těchto míst i bez nul zřetelná.

Na základním místě máme jednotky, potom dále doleva desítky, sta, tisíce. Další názvy jsou složeniny: desetitisíce, statisíce. Potom přijdou miliony. Tedy miliony jsou o šest míst nalevo od základního místa. Pak přijdou zase složené názvy: desetimiliony, stamiliony, tisíce milionů, desetitisíce milionů, statisíce milionů. Následují biliony; tedy biliony jsou o šest míst nalevo od milionů, t. j. o 12 míst nalevo od základního místa. Pak jsou desetibiliony atd. O šest míst doleva od bilionů jsou triliony.

Máme-li přečísti velké číslo, rozdělíme cifry na skupiny po třech, počínajíce základním místem, tedy od konce. Potom už snadno přečteme, že

14159265358979323

znamená

14 tisíc (bilionů) 159 bilionů, 265 tisíc (milionů) 358 milionů, **979** tisíc 323. Slova v závorce obyčejně neříkáme. Tisíc milionů se někdy nazývá miliarda.

Aby se větší čísla snáze četla, zapisují se mnohdy tak, že se jednotlivé trojmístné skupiny od sebe oddělí malými mezerami, na př.

14 159 265 358 979 323.

27. Číslo 73050 se skládá ze sedmi desetitisíců, tří tisíců a pěti desítek. Podle tohoto vzoru rozložte čísla:

a) 625000, 602500, 60205; b) 80880, 8808, 808080;
c) 100204, 102004, 120004; d) 76005, 50076, 60057.

28.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I až VI. Vidíte v každém řádku šesticiferné číslo. Hledejte v těchto deseti šesticiferných číslech všecky dvojky a čtyřky a čtěte jejich místní hodnoty.

Tentýž cvik, který jste provedli s dvojkami a čtyřkami, opakujte:

a) s osmičkami a devítkami, b) s trojkami a sedmičkami.

29.*U každého řádku tabulky si všímejte pouze číslic, které vidíte ve sloupcích II, III a IV. Pokaždé čtěte tři čtyřciferná čísla, která dostanete, když si ke třem číslicím, které vidíte vedle sebe, připojíte ještě nulu. Tu nulu vsuňte: poprvé mezi první a druhou číslici, podruhé mezi druhou a třetí číslici, potřetí ji dejte na konec.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci II, III a IV, opakujte:

a) se sloupci III, IV a V, b) se sloupci V, VI a VII,
c) se sloupci VI, VII a VIII.

30.*Každou číslici ze sloupce II čtěte v tom významu, který má, je-li prvou číslicí tolikaciferného čísla, kolik čtete vedle ve sloupci III.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci II a III, opakujte:

a) se sloupci III a II, b) se sloupci V a VI,
c) se sloupci VI a V.

31. Pište diktovaná čísla.

32. Čtěte čísla

a) 10600, 10060, 10006, 10601, 601016;
b) 4040404, 404040, 40404, 4044004, 4400044.

33. a) Kolik je všech dvojciferných čísel?
b) Kolik je trojciferných čísel s první cifrou 5?
c) Kolik je všech čtyrciferných čísel?
d) Kolik je pěticiferných čísel s první cifrou 7?

8. Římské číslice. Dnešní způsob psaní čísel je původu staroindického. Od Indů jej převzali Arabové, kteří jej přenesli do Evropy ve dvanáctém století. Ale teprve v šestnáctém století se tento způsob psaní čísel všeobecně rozšířil.

Dříve se psala čísla mnohem těžkopádnějším způsobem staro-římským. Procvičme si teď psaní čísel římskými číslicemi. Musíte si pamatovati číslice:

I (jedna), V (pět), X (deset), L (padesát), C (sto), D (pět set), M (tisíc).

Už víte, jak z číslic I, V a X sestavíte čísla 1, 2, 3 až 9:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX

Vidíte, že se celková hodnota dostane zpravidla sečtením hodnot jednotlivých cifer, ale hodnota znaků IV a IX, ve kterých je menší číslice před větší, se dostane odečtením hodnot jednotlivých cifer.

Stejně se sestaví z číslic X, L a C čísla 10, 20, 30 až 90:

10	20	30	40	50	60	70	80	90
X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC

a z číslic C, D a M čísla 100, 200, 300 až 900:

100	200	300	400	500	600	700	800	900
C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM

Dále je ovšem:

1000	2000	3000
M	MM	MMM

Teď už dovedeme napsat každé číslo až po 3999. Napíšeme vedle sebe od levé strany k pravé napřed tisíce, potom sta, dále desítky, konečně jednotky. Nuly nepíšeme.

34. Čtěte čísla:

a) CCXIX, CDXII, LIX, MDC;
b) MCD, MLX, MCM, DCXIV;
c) CDIV, DXIX, MDLX, DLIX;
d) DCCXLIX, MMLIV, CMX, CDV;
e) DLXX, CCLXV, CLV, DCCIV;
f) MCMXL, CXLIV, MCCCXLIV, DIX.

35. Napište římskými číslicemi:

a) 876, 768, 687, 678;
b) 439, 934, 943, 1439;
c) 999, 1649, 1507, 3079;
d) 49, 649, 469, 1469;
e) 2350, 3248, 2369, 2563;
f) 2044, 1236, 1893, 498.

9. Násobení a dělení deseti, stem atd. Z vlastností desítkové soustavy, které jsme probírali v odst. 7, následuje několik jednoduchých pravidel, která si teď vyslovíme a procvičíme. **Číslo násobíme deseti, když posuneme každou cifru o jedno místo vlevo.** Aby základní místo nezůstalo prázdné, musíme je ovšem vyplniti nulou. Na př.

$$\frac{738 \times 10}{7380} \qquad \frac{210 \times 10}{2100}$$

Číslo dělíme deseti, když posuneme každou cifru o jedno místo vpravo. Na př.

$$\frac{5390 : 10}{539} \qquad \frac{6400 : 10}{640}$$

V obou příkladech byla na základním místě **dělence** (t. j. čísla, které jsme měli dělit) nula a dělení vyšlo **beze zbytku.** Máme-li však 362 ořechy rozděliti spravedlivě mezi 10 dětí, dáme dva ořechy stranou a potom dělíme 360 : 10 beze zbytku. Vyjde 36 ořechů **podíl** na každé dítě a 2 je **zbytek.** Píšeme

$$\frac{363 : 10}{36 \text{ (zb. 2)}} \qquad \text{Podobně} \qquad \frac{5378 : 10}{537 \text{ (zb. 8)}}$$

Číslo násobíme stem, když posuneme každou cifru o dvě místa nalevo. Na vyplnění prázdných míst potřebujeme dvě nuly. (Kdybychom zapisovali do tabulky jako na str. 10, nemusili bychom nuly psát.) Na př.

$$\frac{597 \times 100}{59700} \qquad \frac{6430 \times 100}{643000}$$

Číslo dělíme stem, když posuneme každou cifru o dvě místa napravo. Jsou-li na základním místě i vedle vlevo nuly, jde to beze zbytku:

$$\frac{45600 : 100}{456} \qquad \frac{728000 : 100}{7280}$$

Nejsou-li na konci dělence dvě nuly, dělíme se zbytkem:

$$\frac{62530 : 100}{625 \text{ (zb. 30)}} \qquad \frac{93804 : 100}{938 \text{ (zb. 4)}}$$

Vyslovte sami pravidla: jak násobíme tisícem, jak dělíme tisícem, jak násobíme desetitisíci, jak dělíme desetitisíci!

36. Počítejte zpaměti:

a) 409 × 10,	b) 409 × 100,	c) 409 : 10,
d) 5280 : 10,	e) 732 : 100,	f) 7320 : 100,
g) 4567 × 10,	h) 4567 : 10,	i) 4567 × 100,
j) 4567 : 1000,	k) 3027 : 100.	

37. Počítejte písemně (přečtěte výsledek):

a) 673589 : 100,	b) 81925 × 1000,	c) 93654 × 10000,
d) 820304 : 10,	e) 5863427 : 1000,	f) 6934872 × 10.

38. Sestavte si tabulku jako je na str. 10 a umístěte do ní napřed čísla 436500, 970200, 359670, potom čísla desetkrát větší než první tři, dále čísla stokrát větší než první tři, potom čísla desetkrát menší než první tři, konečně čísla stokrát menší než první dvě.

10. Délkové míry. Počet žáků ve třídě, nebo ořechů na míse, nebo jablek na stromě můžeme přímo vyjádřiti číslem. Poněkud složitější je věc, běží-li o vyjádření výšky kostela, váhy lavice a podobně. Zde dospějeme k číselnému vyjádření porovnáváním velikosti zkoumané věci s velikostí jiné věci, volené tak, abychom její velikost všichni dobře znali. Je-li na př. výška kostelní věže 45 metrů, znamená to, že ta výška je 45krát větší než metr, porovnáváme tedy výšku věže s metrem, jehož velikost je nám přesně známa. Říkáme, že při takovém vyjádření je metr **jednotkou.** Podobně výrok, že žák váží 42 kilogramy, znamená, že váha žáka je 42krát větší než kilogram, jehož váha je nám přesně známa; při tomto vyjádření je tedy kilogram jednotkou. S nejdůležitějšími jednotkami se nyní seznámíme.

Základní jednotka délky je **metr.** Potom jsou jednotky desetkrát, stokrát, tisíckrát větší než metr a jednotky desetkrát, stokrát, tisíckrát menší než metr.

Názvy větších jednotek mají před slovem metr předpony řeckého původu: deka- (deka = 10),*) hekto- (hekaton = 100), kilo- (chilioi = 1000). Názvy menších jednotek mají před slovem metr předpony latinského původu: deci- (decem = 10), centi- (centum = 100), mili- (mille = 1000).

Značka pro metr je m. Značky pro řecké předpony jsou dk, h, k. Značky pro latinské předpony jsou d, c, m. Tedy délkové jednotky a jejich značky jsou:

kilometr = km
hektometr = hm
dekametr = dkm
metr = m
decimetr = dm
centimetr = cm
milimetr = mm

Za každou jednotkou následuje zde jednotka desetkrát menší. Říkáme že **délkové jednotky mají měnitele deset.**

Můžeme si sestaviti podobnou tabulku jakou máme na str. 10.

km	hm	dkm	m	dm	cm	mm	
			3	5	8	7	I
3	2	9	5				II
	4		5		7		III
		6	8	3			IV
		2		4	5		V

Každý sloupec této tabulky odpovídá jedné délkové jednotce.

V každém řádku tabulky máme vyznačenu jednu délku. Na př. v řádku I je vyznačena délka 3 m 5 dm 8 cm 7 mm. Přečtěte délky vyznačené v ostatních řádcích! Protože 1 cm = 10 mm, 1 dm = = 10 cm, 1 m = 10 dm, můžeme délku vyznačenou v řádku I zapsati také ve tvaru 3587 mm. Tedy

*) Od téhož řeckého slova pochází název **dekadická soustava,** který znamená totéž co desítková soustava.

3 m 5 dm 8 cm 7 mm, 3587 mm

je dvojí vyjádření stejné délky. Říkáme, že 3 m 5 dm 8 cm 7 mm je **mnohojmenné vyjádření,** kdežto 3587 mm je **jednojmenné vyjádření.** Jednojmenné vyjádření délky vyznačené v řádku II je 3295 m. Přečtěte jednojmenná vyjádření k řádkům III, IV a V.

Přechod od jednojmenného vyjádření 3587 mm ke mnohojmennému se jmenuje **rozvádění.** Obrácený přechod je **převedení** na mm.

Ježto měnitel délkových jednotek je deset, dostaneme ke každé délce v tabulce délku desetkrát větší, když posuneme každou číslici o jedno místo doleva. Podobně dostaneme délky stokrát větší a délky desetkrát, stokrát menší. Ovšem na př. délku z řádku I nemůžeme už rozděliti beze zbytku na deset stejných dílů, nechceme-li zavádět jednotky menší než 1 mm.

V řádku V je délka 2045 cm; můžeme ji ovšem zapsati také v mm. Dostaneme 20450 mm, neboť milimetr je desetkrát menší než centimetr, takže při volbě milimetru za jednotku máme číslo 20450 desetkrát větší než číslo 2045, které jsme měli při volbě centimetru za jednotku.

Dekametru a hektometru se u nás v praxi neužívá. Mluvili jsme o nich jenom proto, aby stavba t. zv. **metrické soustavy** délek byla co nejprůzračnější. Když neužíváme hm a dkm, je mnohojmenné vyjádření třeba délky z řádku III: 405 m 7 cm.

39. Říkejte, co měříme v praxi

a) na metry, b) na kilometry, c) na decimetry,
d) na centimetry, e) na milimetry.

40. Rozveďte (neužívejte dkm ani hm)

a) 53006 mm, b) 703033 cm, c) 20065 m,
d) 63087 dm.

41. Převeďte na cm:

a) 25 m 3 dm, b) 37 km, c) 6 m 8 cm,
d) 12 m 3 dm 5 cm.

42. Převeďte na mm:

a) 7 m, b) 1 dkm, c) 1 hm,
d) 1 km, e) 100 km, f) 8 m 6 dm 3 cm,
g) 8 m 6 dm 3 mm, h) 8 dm 6 cm 3 mm.

43. Napište mnohojmenná vyjádření (neužívejte dkm ani hm) délek
a) desetkrát větších než 3 m 5 dm 7 cm, 47 m 8 cm, 5 dm 6 cm,
b) stokrát větších,
c) desetkrát menších.

11. Váhy. Základní jednotka váhy je **gram.** Značka gramu je g. Řeckými předponami dostaneme větší jednotky dekagram (dkg), hektogram (hg), kilogram (kg).

Latinskými předponami dostaneme menší jednotky

decigram (dg), centigram (cg), miligram (mg).

Měnitel jednotek váhy je deset.

Kilometr je už dosti velká délka. Ale kilogram je váha nepříliš velká a proto se užívá v praxi ještě dvou větších jednotek. Je to metrický cent se značkou q podle názvu quintal (slovo původu arabského) a tuna se značkou t. Jest

$$1\ q = 100\ kg,\ 1\ t = 10\ q = 1000\ kg.$$

Abychom měli dokonale dekadickou soustavu vah, potřebovali bychom ještě jednu jednotku, totiž 10 kg, ale ta nemá zvláštního jména. Proto by u vah tabulka odpovídající tabulce ze str. 15 měla tvar

t	q		kg	hg	dkg	g	dg	cg	mg

s dvojitým sloupcem pro kg.

Hektogramu se u nás v praxi neužívá. Také dg, cg, mg mají jen nepatrný praktický význam.

44. Říkejte, co se v praxi váží

a) na kilogramy, b) na metrické centy, c) na tuny,
d) na dekagramy, e) na gramy.

45. Rozveďte (neužívejte hg)

a) 4923 g, b) 4923 mg, c) 4923 kg,
d) 4923 dkg, e) 273 q.

46. Převeďte na g:

a) 5 kg 7 dkg, b) 2 kg 3 hg, c) 25 kg 5 dkg 8 g,
d) 1 q.

47. Převeďte na kg:

a) 7 t 8 q, b) 3790 q, c) 5 t 2 q 7 kg,
d) 9 t 87 kg, e) 100 q.

48. Sestavte si tabulku podobnou tabulce na str. 15 a zapište do ní

8 kg 5 dkg 3 g; 6 t 7 q 8 kg 3 dkg; 6 q 7 dkg.

Čtěte z tabulky:

a) jednojmenná vyjádření zapsaných vah,
b) mnohojmenná vyjádření vah desetkrát menších,
c) mnohojmenná vyjádření vah stokrát větších.

12. Duté míry. Základní jednotka míry duté je litr (značka l). Vedle toho se užívá ještě stokrát většího hektolitru (značka hl) a desekrát menšího decilitru (značka dl). Tabulka by měla tvar

hl			dl

s dvojitým sloupcem pro l.

49. Sestavte si takovou tabulku a zapište do ní

a) 35 hl 79 l a dutou míru desetkrát menší,
b) 27 l 9 dl a dutou míru desetkrát větší.

50. Co měříme v praxi

a) na litry, b) na hektolitry, c) na decilitry?

51. Rozveďte:

a) 5312 l, b) 3007 l, c) 3007 dl.

52. Převeďte na l:

a) 100 hl, b) 1000 hl, c) 3 hl 4 l.

13. Plošné míry. Základní jednotka plošné míry je **čtvereční metr** (značka m²). Stokrát více je ar (značka a). Stokrát více než ar je hektar (značka ha). Stokrát více než hektar je čtvereční kilometr (značka km²). **Měnitel plošných měr je sto,** takže tabulka má tvar

km^2		ha		a		m^2

s dvojitými sloupci. Plošné míry budeme podrobněji probírati v geometrii.

53. Co měříme

a) na čtvereční metry, b) na ary, c) na hektary,
d) na km²?

54. Rozveďte:

a) 526 a, b) 526 ha, c) 5260 a,
d) 5269 m², e) 53894 m², f) 538940 a,
g) 2007 ha, h) 2708 m².

55. Převeďte na m²:
a) 1 ha, b) 3 a 5 m², c) 3 ha 52 a, d) 1 km².

14. **Peníze.** Základní peněžní jednotka v Československé republice je koruna, značka Kčs; koruna má sto haléřů (značka h). V jiných státech jsou ovšem jiné jednotky; tak na př. v Sovětském svazu je základní jednotkou rubl, ve Spojených Státech dolar, ve Velké Britannii libra.

Rozeznáváme **kovové peníze** neboli **mince** a **papírové peníze** neboli **bankovky.**

56. Které kovové peníze jsou v oběhu?
57. Které papírové peníze jsou v oběhu?
58. Řekněte aspoň trojí způsob, jak lze vyplatiti
a) 12 Kčs, b) 17 Kčs, c) 23 Kčs,
d) 25 Kčs, e) 50 Kčs, f) 100 Kčs.

§ 3. Sčítání a odčítání.

15. **Zásady písemného počítání.** Při písemném počítání není správnost výsledku jedinou věcí, na které záleží. Váš počet musí nejen býti správný, nýbrž také úpravný, čitelný a přehledný, aby bylo lehké jej sledovat a tak se o jeho správnosti přesvědčit. Nedbalá úprava je také hlavní pramen početních chyb. Proto můžete v počtech prospívat jen tehdy, když budete věnovati také vnější úpravě řádnou péči.

Jsou tři hlavní zásady, na jejichž přesném plnění musí škola trvat:

(1) **číslice musí býti velmi zřetelné,**

(2) **jednotlivé číslice, ze kterých se skládá číslo, nesmějí býti na sebe namačkány,**

(3) **číslice, které mají býti pod sebou, musí býti pod sebou opravdu přesně.**

Počítejte pozorně a raději pomalu než s chybami. Stane-li se vám přes všecku opatrnost, že jste napsali chybnou číslici, nikdy ji nepřepisujte. Přetrhněte ji jedinou čarou a napište pod ni nebo nad ni malou, ale zřetelnou, číslici správnou. Při větší chybě škrtněte celý početní výkon a počítejte znovu.

Při písemném počítání musí býti každý žák stále připraven převzíti počítání nahlas.

Je důležité, aby tato spolupráce třídy opravdu „klapala". Proto si musíte u každého početního výkonu všichni stejně navyknout, co budete hlasitě vyslovovat.

16. Písemné sčítání a odčítání. Při písemném sčítání, jak je vedle provedeno, vyslovujte: nula**šest**; devět**patnáct**; čtyři**třináct**; sedm**devět**; osm**patnáct**; jedna**čtyři**; **šest**. Potom jeden žák přečte součet a ostatní sledují, mají-li správný zápis. (Slova nulašest, devětpatnáct atd. byla vytištěna dohromady, aby se naznačilo, že je vyslovíte jedním dechem. Co je vytištěno tučně, vyslovíte hlasitěji. Kde jsou středníky, jsou přestávky. Ty musí býti dosti dlouhé, aby si každý zapsal zřetelně svou cifru.)

$$\begin{array}{r} 6\,3\,7\,2\,9\,6\,6 \\ 8\,6\,3\,9\,0 \\ \hline 6\,4\,5\,9\,3\,5\,6 \end{array}$$

Poznámka. Mnozí z vás jsou zvyklí říkati při písemném sčítání a také při ostatních početních výkonech nahlas více než je zde předepsáno. Proto budete asi při několika prvých příkladech počítati pomaleji, než byste počítali, kdybyste se při vyslovování nemusili podrobiti kázni. Ale jakmile si na to zvyknete, docílíte brzo rychlosti větší než dříve. Mimoto shledáte, že právě proto, že žák počítající nahlas vyslovuje jen málo a při tom přesně to, co byste nahlas vyslovovali sami, můžete snáze jeho počet sledovat.

U každého písemného výpočtu provádíme obyčejně **zkoušku,** zda jsme počítali správně. Není dobře při zkoušce celý výkon prostě beze změny opakovat. Při sčítání si počínejte takto: Máme-li dvě čísla sečíst, sčítáme zdola nahoru, jak to bylo právě na příkladě provedeno. Při zkoušce sčítáme shora dolů, takže u hořejšího příkladu vyslovujeme: šest**šest**; šest**patnáct**; deset**třináct**, atd. Přestávky mohou teď býti kratší, protože už nic nezapisujeme.

Ve cvič. 59 máte sčítance psány vedle sebe; vy si je však napište pod sebe a to přesně pod sebe. Znak sčítání „+" se při psaní pod sebe obyčejně vynechává. Čteme jej latinským slovem plus (nebo jeho českým překladem více). Odvykejte si jej čísti slovem a.

59. Sečtěte písemně (proveďte také zkoušku):

a) 9876 + 65459, b) 9654 + 6954, c) 86912 + 34587,
d) 27546 + 8927, e) 787878 + 666666, f) 345678 + 876543,
g) 99987 + 7609, h) 9753 + 939393, i) 50607 + 58687.

60. Sčítejte písemně diktovaná čísla. Pište správně pod sebe.

Při písemném odčítání, jak je vedle provedeno, vyslovujte: devěta**nula**; čtyřia**pět**; šesta**šest**; devěta**osm**; jednaa**dvě**; **šest**. Potom žák, který je u tabule, přečte rozdíl. Proč je devětanula vytištěno dohromady? Proč je něco vytištěno tučně? Co značí středníky?

$$\begin{array}{r} 6\,3\,7\,2\,9\,9 \\ -\quad 8\,6\,4\,9 \\ \hline 6\,2\,8\,6\,5\,0 \end{array}$$

Znak odčítání „—" nevynechávejte, ani když píšete menšitele pod menšenec. Čteme jej latinským slovem minus (nebo jeho českým překladem méně). Odvykejte si jej čísti slovem bez.

Zkoušku při odčítání provedeme tak, že sečteme menšitele a rozdíl. Musí ovšem vyjíti menšenec. Sčítáme zdola nahoru, takže u hořejšího příkladu při zkoušce vyslovujeme: nula**devět**; pět**devět**; atd.

61. Odečtěte písemně (napište menšitele pod menšence, provádějte zkoušku):

a) 8182 — 7217,	b) 787878 — 65099,	c) 27456 — 8927,
d) 87654 — 45678;	e) 90909 — 8234,	f) 34065 — 998,
g) 763842 — 99876,	h) 93939 — 73462,	i) 111111 — 23456.

62. Odčítejte písemně diktovaná čísla. Pište správně pod sebe.

Při sčítání více než dvou čísel, jak je vedle provedeno, vyslovujte: devětšestnáct**dvacetjedna**; desetšestnáct**dvacet**; devětčtrnáct**sedmnáct**; sedmjedenáct**třináct**; šestdevět**deset**. Tedy zase sčítáme zdola nahoru. Při zkoušce sčítáme shora dolů a vyslovujeme: pětdvanáct**dvacetjedna**; šestdvanáct**dvacet**; atd.

$$\begin{array}{r} 12345 \\ 34567 \\ 56789 \\ \hline 103701 \end{array}$$

63. Sečtěte písemně (pište sčítance pod sebe, provádějte zkoušku):

a) 8979 + 385 + 10026 + 45897,
b) 1234 + 56789 + 12345 + 6789 + 123,
c) 987654 + 98765 + 9876 + 90909 + 3333,
d) 13579 + 35791 + 57913 + 79135 + 91357,
e) 97531 + 19753 + 31975 + 53197 + 75319,
f) 36450 + 65098 + 274635 + 426 + 1039.

17. Sčítání a odčítání zpaměti. Malá čísla sčítáme a odčítáme obyčejně zpaměti. Při tom lze postupovati různými způsoby a je těžko říci, který je nejlepší. Ale bude dobře, když se teď pro jeden způsob rozhodneme a hned jej procvičíme. Teprve potom, až aspoň při jednom způsobu dosáhneme naprosté spolehlivosti, bude vhodné zkoušeti také jiné způsoby počtu.

Při sčítání zpaměti postupujeme takto: Máme-li na př. sečíst 54 + 28, přičteme k číslu 54 nejprve 20 a potom k součtu 74 přičteme 8. Při tom říkáme pouze 54, 74, **82.** Tučně vytištěné číslo je konečný výsledek a vysloví se hlasitěji. Jiný příklad 623 + 94; říkáme 623, 713, **717.** Nebo 623 + 326; říkáme 623, 923, 943, **949.** Až si to dobře procvičíte, budete říkat nahlas pouze konečný výsledek.

Při odčítání zpaměti postupujeme podobně. Máme-li na př.

odečíst 54 — 28, odečteme od čísla 54 nejprve 20 a potom od rozdílu odečteme 8. Při tom říkáme pouze 54, 34, **26**. Jiný příklad 623 — 94; říkáme 623, 533, **529**. Nebo 623 — 326; říkáme 623, 323, 303, **297**. Po výcviku budete zase říkat nahlas jen konečné výsledky.

Při cvič. 64 a 65 někdo zapisuje částečné výsledky na tabuli. Počítá se zpaměti.

64. a) Začněte číslem 25 a stále přičítejte 37. Přestaňte u čísla 284.
b) Začněte číslem 36 a stále přičítejte 54. Přestaňte u 414.
c) Začněte číslem 359 a stále přičítejte 28. Přestaňte u 555.
d) Začněte číslem 121 a stále přičítejte 46. Přestaňte u 443.

65. a) Začněte číslem 349 a stále odčítejte 48, pokud to jde.
b) Začněte číslem 453 a stále odčítejte 64.
c) Začněte číslem 442 a stále odčítejte 57.
d) Začněte číslem 252 a stále odčítejte 36.

66.*Všimnete-li si v tabulce zatím jen sloupců I a II, vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Ke každému z nich přičtěte zpaměti dvojciferné číslo, které čtete vedle ze sloupců III a IV.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, IV, opakujte:
a) se sloupci II, III a IV, V, b) se sloupci III, IV a V, VI,
c) se sloupci IV, V a VI, VII, d) se sloupci V, VI a VII, VIII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, IX, f) se sloupci VII, VIII a IX, X.

67.*Každé dvojciferné číslo, které čtete ze sloupců I a II, zvětšete o 100 a potom odečtěte zpaměti dvojciferné číslo, které čtete vedle ze sloupců III a IV.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, IV, opakujte:
a) se sloupci II, III a IV, V, b) se sloupci III, IV a V, VI,
c) se sloupci IV, V a VI, VII, d) se sloupci V, VI a VII, VIII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, IX, f) se sloupci VII, VIII a IX, X.

68.*Ke každému trojcifernému číslu, které čtete ze sloupců I, II a III, přičtěte zpaměti trojciferné číslo, které čtete vedle ze sloupců IV, V a VI.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II, III a IV, V, VI, opakujte:
a) se sloupci II, III, IV a V, VI, VII,
b) se sloupci III, IV, V a VI, VII, VIII,
c) se sloupci IV, V, VI a VII, VIII, IX,
d) se sloupci V, VI, VII a VIII, IX, X.

69.*Každé trojciferné číslo, které čtete ze sloupců I, II a III, zvětšete o 1000 a potom odečtěte zpaměti trojciferné číslo, které čtete vedle ze sloupců IV, V a VI.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II, III a IV, V, VI, opakujte:
a) se sloupci II, III, IV a V, VI, VII,
b) se sloupci III, IV, V a VI, VII, VIII,
c) se sloupci IV, V, VI a VII, VIII, IX,
d) se sloupci V, VI, VII a VIII, IX, X.

70. K trojcifernému číslu napsanému zřetelně na tabuli přičítejte zpaměti diktovaná (nenapsaná) dvojciferná čísla.

71. Od trojciferného čísla napsaného zřetelně na tabuli odčítejte zpaměti diktovaná (nenapsaná) dvojciferná čísla.

18. Písemné sčítání a odčítání bez psaní pod sebe. Psaní pod sebe čísel, které máme sčítat nebo odčítat, dobře odpovídá stavbě čísel z jejich cifer a proto zvyšuje rychlost a spolehlivost počtu. Proto si na př. diktovaná čísla, která máme písemně sečíst, vždycky napíšeme pod sebe a ne třeba vedle sebe. Ale máme-li sčítat nebo odčítat čísla, která jsou už zapsána nebo vytištěna, ale ne pod sebou, nýbrž buďto vedle sebe nebo v nějaké jiné vzájemné poloze, můžeme si počínati takto. Daná čísla neopíšeme, nýbrž hned je sčítáme a odčítáme tak, jak jsou, tedy zapisujeme pouze cifry výsledku (od pravé strany k levé). Při tom vyslovujeme stejně jako při psaní pod sebe.

Tento postup vyžaduje dobré pozornosti, neboť musíme míti stále dobře na paměti, zdali na př. právě sčítáme stovky či tisíce.

72. Počítejte tímto způsobem (nezapomínejte na zkoušku)

a) 9753 + 3268,
b) 9753 — 3268,
c) 325 + 632 + 74 + 89 + 36 + 1024,
d) 632 + 6320 + 63 + 2875 + 87 + 28.

19. Jednoduché slovní úlohy. Ve cvič. 73 až 78 počítejte zpaměti.

73. Sedmiletá válka skončila r. 1764, třicetiletá r. 1648. Kdy začaly?

74. Jan Amos Komenský zemřel r. 1670 ve stáří 78 let.

a) Kdy se narodil?
b) Před kolika lety zemřel?
c) Před kolika lety se narodil?

75. President Osvoboditel Tomáš Garrigue Masaryk se narodil r. 1850 a zemřel r. 1937.

a) Kolik mu bylo let, když zemřel?
b) Před kolika lety se narodil?
c) Před kolika lety zemřel?

76. Slavný český hudební skladatel Bedřich Smetana se narodil r. 1824 a zemřel r. 1884. Napsal tyto opery: Prodaná nevěsta (1866), Dalibor (1868), Dvě vdovy (1874), Hubička (1876), Tajemství (1878), Libuše (1881), Čertova stěna (1882). Pro každou z těchto oper vypočtěte, kolik let uplynulo

a) od skladatelova narození k prvnímu provedení,
b) od prvního provedení do skladatelovy smrti,
c) od prvního provedení do letošního roku.

77. Bedřich Smetana žil 1824 až 1884, Antonín Dvořák 1841 až 1904, Zdeněk Fibich 1850 až 1900.

a) Kolik let jim bylo, když zemřeli?
b) Před kolika lety zemřeli?
c) Před kolika lety se narodili?
d) Kolik let bylo Dvořákovi a Fibichovi, když Smetana zemřel?
e) Kolik let bylo Smetanovi, když se narodil Dvořák?

78. Chlapci je 12 let, jeho sestře 15, jejich otci 43, jejich matce 37.
a) Kolik let bude dětem a matce, až bude otci šedesát?
b) Kolik let bylo rodičům, když se narodila dcera?
c) Kolik bylo rodičům a dceři, když bylo chlapci pět let?
d) Až bude chlapci 20 let, kolik bude rodičům a sestře?

Ve cvič. 79 až 85 počítejte písemně.

79. V domácnosti se vydalo (v korunách čs.):

leden	únor	březen	duben	květen	červen
1937	1526	1584	1862	1573	1602

červenec	srpen	září	říjen	listopad	prosinec
2357	1426	1389	2000	1648	1712

Napřed počítejte přímo z tabulky,
a) kolik se vydalo za jednotlivá pololetí,
b) kolik se vydalo za jednotlivá čtvrtletí.

Potom
c) se přesvědčte, že výsledky, ke kterým jste došli při a) a b), mezi sebou souhlasí,
d) pomocí těchto výsledků určete, kolik se vydalo za celý rok.

80. V obchodě se utržilo v korunách čs.:

pondělí	úterý	středa	čtvrtek	pátek	sobota
1263	1158	1327	1415	1056	3784

Napřed počítejte přímo z tabulky,
a) kolik se utržilo za celý týden,
b) kolik se utržilo za prvých pět dní.

Potom
c) se přesvědčte, že výsledky, ke kterým jste došli při a) a b), mezi sebou souhlasí.

81. Počítejte z téže tabulky jako u cvič. 80,

a) kolik se utržilo za prvé tři dni,
b) kolik se utržilo za poslední tři dni.

Potom

c) se přesvědčte, že tyto výsledky souhlasí s výsledkem ze cvič. 83a,
d) najděte, oč byla ve druhé polovině týdne tržba větší nežli v prvé.

82. Množství vytěženého kamenného uhlí v ČSR v letech 1927 až 1932 je dáno tabulkou:

	množství v tisících tun za rok					
	1927	1928	1929	1930	1931	1932
pánev kladensko-rakovnická	1 971	1 847	2 052	1 864	1 752	1 594
pánev plzeňsko-radnická	956	1 000	1 011	951	947	898
pánev žacléřsko-svatoňovická	396	448	481	464	428	420
pánev ostravsko-karvínská.......	10 280	10 843	12 486	10 666	9 561	7 729
pánev rosicko-oslavanská	409	417	487	486	411	317
ostatní kamenouhelné doly	4	4	4	4	4	3

Množství vytěženého hnědého uhlí v ČSR v týchž letech je dáno tabulkou:

	množství v tisících tun za rok					
	1927	1928	1929	1930	1931	1932
severočeská hnědouhelná pánev ..	15 190	15 563	17 410	14 783	13 887	12 052
pánev falknovsko-loketská.......	3 719	4 106	4 260	3 526	3 154	2 968
pánev jihomoravská	209	219	225	200	220	200
ostatní hnědouhelné doly v zemích českých	64	68	88	86	68	75
hnědouhelné doly na Slovensku ..	439	495	586	598	603	563

Celková hodnota vytěženého uhlí je dána tabulkou:

rok	hodnota v tisících korun čs. pro uhlí	
	kamenné	hnědé
1927	1 703 559	1 202 441
1928	1 734 734	1 229 790
1929	2 005 800	1 370 174
1930	1 557 186	1 009 559
1931	1 523 484	1 056 700
1932	1 253 810	894 304

a) Kolik tisíc tun kamenného uhlí a kolik hnědého bylo celkem vytěženo v ČSR za každý z roků 1927 až 1932?

b) Kolik tisíc tun uhlí bylo v každé z uvedených pánví celkem vytěženo v letech 1927 až 1932?

c) Jaká je peněžní hodnota všeho vytěženého uhlí v ČSR za každý z uvedených roků zvlášť a jaká za všech šest let dohromady?

83. Počet obyvatel zjištěný sčítáním lidu r. 1921 v jednotlivých částech Velké Prahy byl tento:

a) vnitřní Praha: Staré Město 35 503, Josefov 4 070, Nové Město 87 329, Malá Strana 22 780, Hradčany 10 732;

b) prvé pásmo: Karlín 25 051, Žižkov 71 766, Král. Vinohrady 83 367, Vyšehrad 5 470, Smíchov 56 249, Holešovice-Bubny 46 335;

c) druhé pásmo: Libeň 29 679, Vršovice 33 008, Nusle 34 160, Podolí 4 800, Košíře 11 630, Dejvice 10 398, Bubeneč 15 830;

d) třetí pásmo: Troja 2 081, Kobylisy 3 384, Střížkov 351, Prosek 1 977, Vysočany 8 554, Staré Strašnice 4 773, Michle 9 172, Braník 3 581, Radlice 3 405, Břevnov 12 752, Střešovice 3 663;

e) čtvrté pásmo: Bohnice 3 150, Hloubětín 3 219, Hrdlořezy 1 806, Malešice 1 371, Záběhlice 2 736, Hostivař 3 138, Krč 3 723, Hodkovičky 1 156, Malá Chuchle 602, Hlubočepy 4 067, Jinonice 2 260, Motol 722, Dolní Liboc 1 828, Veleslavín 1 779, Vokovice 2 021, Sedlec 1 229.

Vypočtěte nejprve počet obyvatel v r. 1921 ve vnitřní Praze i v každém z ostatních čtyř pásem a z toho určete celkový počet obyvatel celé Velké Prahy v r. 1921.

84. Pro každý z roků 1930 až 1934 určete, kolik za ten rok přibylo (nebo snad ubylo) v Brně domů, kolik bytů a kolik obyvatel.

Na počátku roku	bylo v Brně		
	domů	bytů	obyvatel
1930	18 579	63 396	264 150
1931	20 031	67 962	264 264
1932	20 610	71 058	270 550
1933	21 270	74 669	284 822
1934	21 731	75 538	284 643
1935	22 129	76 870	289 670

85. Při sčítání lidu r. 1930 bylo zjištěno v Čechách 7 109 376 obyvatel, v zemi Moravskoslezské 3 565 010, na Slovensku 3 329 793 a na Podkarpatsku 725 357. Kolik obyvatel měla naše republika r. 1930?

20. Sčítání a odčítání pojmenovaných čísel. Máme-li sečísti na př. 3 m a 12 dm, nežádá se výpočet $3 + 12 = 15$, nýbrž něco docela jiného. V takovém případě si napřed převedeme obě délky na stejnou jednotku a to obyčejně na menší z daných jednotek. V našem případě je 3 m = 30 dm, 30 + 12 = 42, tedy 3 m + 12 dm = = 42 dm.

Co jsme si řekli o sčítání, platí stejně také o odčítání. Máme-li na př. odečísti 52 g od 7 dkg, řekneme 7 dkg = 70 g, 70 — 52 = 18, tedy 7 dkg — 52 g = 18 g.

Takové jednoduché výpočty provádíme ovšem zpaměti. Není nic těžkého, říci nahlas pouze konečný výsledek.

86. Počítejte zpaměti:

a) 3 m + 26 dm,	b) 4 m — 24 dm,	c) 6 m — 47 cm,
d) 7 cm + 23 mm,	e) 1 kg — 25 dkg,	f) 2 q — 70 kg,
g) 165 l + 2 hl,	h) 1 l — 3 dl,	i) 1 ha — 35 a,
j) 2 ha + 360 a,	k) 3 t + 25 q,	l) 5 t — 37 q,
m) 2 a + 175 m^2,	n) 1 m + 125 cm,	o) 3 dkg + 12 g,
p) 1 m — 645 mm.		

V těchto příkladech jsme měli každou danou délku (nebo váhu a pod.) vyjádřenu v určité jednotce. Stává se však také, že jsou dané délky vyjádřeny mnohojmenným způsobem. Ač by to u těch jednoduchých příkladů, které teď budeme počítati, nebylo nutné, budeme se řiditi zásadou: s mnohojmennými čísly v metrické soustavě nepočítáme. Před provedením počtu se rozhodneme pro určitou jednotku,*) převedeme dané délky na tu jednotku, provedeme počet s pouhými, t. j. s nepojmenovanými čísly a teprv konečný výsledek, je-li to žádáno, rozvedeme na mnohojmenný tvar.

Máme-li tedy třeba sečísti

5 m 8 dm 3 cm + 6 m 2 cm + 8 dm 4 cm,

řekneme: počítáme v centimetrech a poznamenáme si stranou značku cm. (Můžeme ji uzavřít do kroužku.) Potom počítáme

$$\begin{array}{r} 583 \\ 602 \\ 84 \\ \hline 1269 \end{array}$$

*) Je dobře, když si hned teď navyknete poznamenati si stranou zvolenou jednotku. Zatím to arci bude vždy nejmenší z daných jednotek.

a na konec, je-li to žádáno, uvedeme součet na mnohojmenný tvar 12 m 6 dm 9 cm. Takto si počínejte ve cvič. 87 a 88.

87. a) 3 ha 57 a 49 m^2 + 5 ha 83 a 52 m^2 + 7 ha 3 a 5 m^2,
b) 3 t 8 q 7 kg + 2 t 7 q 3 kg + 1 t 8 q 76 kg,
c) 37 hl 5 l + 29 hl 8 l + 17 hl 9 l,
d) 8 m 5 dm 3 cm 6 mm + 7 m 9 dm 6 cm 8 mm + 8 m 3 dm 5 cm.

88. a) 3 km^2 5 ha 79 a — 2 km^2 43 ha 8 a,
b) 9 t 8 q 3 kg — 8 t 9 q 7 kg,
c) 85 hl 15 l — 37 hl 83 l.

21. Závorky. Často se vyskytují úlohy, které se nedají řešit jediným početním výkonem, nýbrž vyžadují několika výkonů. U takových úloh bývá dobře, když si napřed *naznačíme* všecky výkony, které máme provádět, a teprve potom je provedeme. *Naznačení početního výkonu se děje* **závorkou.** Nejlépe si to objasníme příkladem. Máme počítati třeba

$$53 - (20 + 17).$$

Smysl úlohy je tento. Nejdříve máme sečíst 20 + 17, potom máme součet, tedy 37, odečíst od čísla 53. *Výkon, kterým se má* **začít** (tedy sčítání 20 + 17), *je naznačen závorkou.* Tedy

$$53 - (20 + 17) = 53 - 37 = 16.$$

Počítejme ještě třeba

$$(53 - 20) + 17.$$

Tato úloha se liší od předešlé pouze postavením závorky, ale její smysl je úplně jiný. Teď máme napřed odečíst 53 — 20 a potom máme k rozdílu, tedy k číslu 33, přičísti 17, takže

$$(53 - 20) + 17 = 33 + 17 = 50.$$

To je docela jiné číslo než vyšlo dříve.

Také úlohy

$$(53 + 20) + 17 \quad \text{a} \quad 53 + (20 + 17)$$

se jedna od druhé liší. Arci vyjde tentokrát u obou úloh stejné číslo:

$$(53 + 20) + 17 = 73 + 17 = 90,$$
$$53 + (20 + 17) = 53 + 37 = 90,$$

ale předepsaný *postup počtu* je pokaždé jiný.

U cvič. 89 nejprve u každé úlohy vyložte slovy její smysl a teprve potom proveďte počet. Jednotlivé početní výkony provádějte *zpaměti.* Zapisujte jako u právě provedených úloh.

89. a) (69 — 50) + 34, b) (279 — 96) — 127,
c) 286 — (316 — 97), d) (20 + 13) — (17 + 9),
e) (120 — 39) + (63 — 24).

Složitější úlohy tohoto druhu provádíme písemně. Máme-li na př. počítati (3507 + 2796 + 6813) — (10724 + 1017), napíšeme nejprve

$$(3507 + 2796 + 6813) - (10724 + 1017) =$$

kde za rovnítkem je zatím prázdné místo. Potom vyložíme slovy smysl úlohy, takže zde třeba řekneme: máme sečíst 3507, 2796 a 6813; potom máme sečíst 10724 a 1017; konečně máme od prvého součtu odečísti druhý. Nyní provedeme jednotlivé početní výkony, umísťujíce je jeden vedle druhého pod řádek už napsaný. Tedy píšeme a počítáme:

$$\begin{array}{r} 3507 \\ 2796 \\ 6813 \\ \hline 13116 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \\ 10724 \\ 1017 \\ \hline 11741 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \\ 13116 \\ -\,11741 \\ \hline 1375 \end{array}$$

Potom do prvého řádku za rovnítko doplníme číslo 1375. Podle tohoto vzoru počítejte cvič. 90.

Zkoušku u příkladu právě propočítaného provádíme až po skončení celého počtu. Zkouška se skládá ze dvou částí. Napřed se podíváme, zdali jsme někde neudělali chybu při přepisování čísel a zdali jsme někde neprovedli jiný početní výkon nežli jsme měli. Potom přepočítáme jeden po druhém jednotlivé početní výkony způsobem dříve udaným.

90. a) 89354 — (3257 + 36546),
b) 197979 — (63636 + 34567),
c) (998877 — 654321) + (887766 — 452301),
d) (235678 + 324252 + 60606) — (123494 + 94949),
e) (987654 — 876534) — (298064 — 212983).

U cvič. 91 až 95 si napřed naznačte žádaný počet pomocí závorek a teprve potom počítejte. Příklady a) se počítají zpaměti, ostatní písemně.

91. a) Které číslo je o 32 menší než je součet čísel 62 a 25?
b) Které číslo je o 3758 větší než rozdíl čísel 96873 a 72384?
c) Které číslo je o 9728 menší než rozdíl čísel 23964 a 12797?

92. a) K číslu 27 přičtěte číslo o 9 menší než 100.
b) Od čísla 27342 odečtěte číslo o 13768 větší než 12573.
c) Od čísla 97368 odečtěte číslo o 23456 větší než 36782.

93. a) Od součtu čísel 24 a 32 odečtěte rozdíl čísel 92 a 63.
b) Od rozdílu čísel 10009 a 7628 odečtěte součet čísel 1024 a 986.
c) K rozdílu čísel 12386 a 9328 přičtěte součet čísel 923, 837 a 569.

94. a) Sečtěte tři čísla: prvé se rovná pěti, druhé je o tři větší a třetí o dvě větší než prvé.
b) Sečtěte tři čísla: prvé je 73872, druhé je o 12929 menší než prvé a třetí je o 834 menší než prvé.
c) Sečtěte tři čísla: prvé je 832726, druhé je o 153689 větší a třetí je o 236587 menší než prvé.

95. a) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je o 2 menší než 11 a jehož menšitel je o 3 menší než 8.
b) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je o 17894 menší než 324865 a jehož menšitel je o 18964 větší než 121723.
c) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je součet čísel 32871 a 19384 a jehož menšitel je rozdíl týchž čísel.

Dosud jsme užívali všude závorek tvaru ( ), které se jmenují **okrouhlé závorky.** Užívá se také závorek tvaru [ ], které se jmenují **lomené závorky.** Těch se užívá zejména u úloh, u kterých je jedna závorka uvnitř druhé. Mějme na př. úlohu

$$100 - [64 - (35 - 12)].$$

Zde máme dvě závorky. Ta, pro kterou jsme volili lomený tvar, je **vnější závorka;** ta, pro kterou jsme volili okrouhlý tvar, je **vnitřní závorka.** Tedy vnější závorka je taková, uvnitř které je jiná závorka a vnitřní závorka je taková, která je uvnitř jiné závorky. Obvykle se užívá lomeného tvaru pro vnější závorku a okrouhlého pro vnitřní. Smysl výše uvedené úlohy ovšem je, že máme od sta odečísti číslo naznačené ve vnější závorce. Hodnotu tohoto čísla však umíme určit. Je to číslo

$$\begin{aligned} 64 - (35 - 12) &= 64 - 23 = \\ &= 41. \end{aligned}$$

Tedy hledané číslo je $100 - 41 = 59$. Celý průběh počtu je

$$\begin{aligned} 100 - [64 - (35 - 12)] &= 100 - [64 - 23] = \\ &= 100 - 41 = \\ &= 59. \end{aligned}$$

Začneme tím, že provedeme výkon naznačený vnitřní závorkou. Jakmile je tento krok proveden, jde další počet stejně jako v úlohách, které jste už počítali.

Po provedení výkonu naznačeného ve vnitřní závorce zbude už jediná závorka. Této závorce ponecháváme tvar, jaký měla původně, tedy tvar lomený.

Ve cvič. 96 provádějte jednotlivé početní výkony zpaměti. Zapisujte jako u úlohy právě provedené.

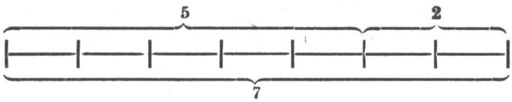
96. a) $[35 + (15 - 5)] - (27 - 10)$,
b) $(23 - 9) + [42 - (37 - 21)]$,
c) $200 - [32 + (64 - 53) + (83 - 26)]$.

Cvič. 97 proveďte písemně podobně jako cvič. 90.

97. a) $27368 - [13452 - (10000 - 3567)]$,
b) $[83542 - (8532 + 47563)] - [12583 + (3654 - 2788)]$.

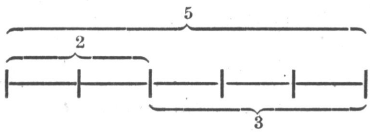
22. Znázornění čísel úsečkami. Zvolme si určitou jednotku délky, třeba 1 cm. Pak si můžeme každé číslo znázorniti neboli zobraziti úsečkou. Na př. číslo 5 si znázorníme úsečkou dlouhou 5 cm, číslo 2 úsečkou dlouhou 2 cm.

Když si ty dvě úsečky vhodně umístíme, dostaneme znázornění součtu $5 + 2 = 7$.



Obr. 1.

Když si je umístíme jinak, dostaneme znázornění rozdílu $5 - 2 = 3$.



Obr. 2.

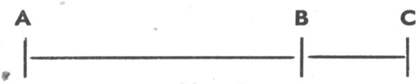
Ve cvič. 98 volte za jednotku délky 1 mm.

98. Znázorněte úsečkami:

a) $23 + 36$, b) $32 + 24$, c) $57 - 29$,
d) $64 - 38$, e) $23 + 18 + 27$, f) $15 + 18 + 21$,
g) $13 + 16 + 12 + 18$.

Jakmile běží o trochu větší čísla, je přesné znázornění úsečkami velmi pracné. Ale to nevadí, neboť hlavní význam tohoto znázornění tkví v tom, že dává jasnou představu o postupu počtu. Sledujíce tento účel, vystačíme zpravidla se **schematickým obrazcem**, t. j. takovým, ve kterém nedbáme na velikost úseček, nýbrž pouze na jejich umístění, které musí odpovídati prováděnému počtu.

Obrazec



Obr. 3.

znázorňuje schematicky libovolné sčítání. Při tom

obrazy sčítanců jsou AB, BC,
obraz součtu je AC.

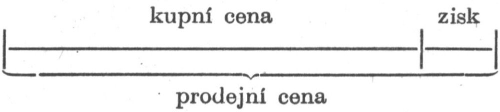
Docela stejný obrazec znázorňuje odčítání, když

obraz menšence je AC,
obraz menšitele je AB,
obraz rozdílu je BC.

Můžeme si však odčítání znázorniti také tak, že

obraz menšence je AC,
obraz menšitele je BC,
obraz rozdílu je AB.

99. Nakreslete si obrazec

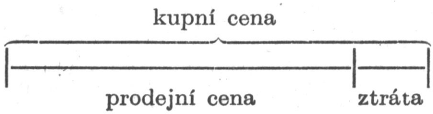


Obr. 4.

a řekněte, jak se počítá

a) kupní cena, známe-li zisk a prodejní cenu,
b) zisk, známe-li kupní i prodejní cenu,
c) prodejní cena, známe-li kupní cenu i zisk.

100. Nakreslete si obrazec



Obr. 5.

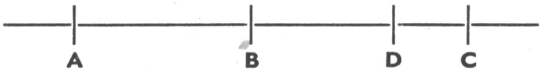
a pokračujte jako ve cvič. 99.

101. Váha zboží i s obalem se v kupecké řeči jmenuje hrubá váha neboli brutto; váha pouhého zboží bez obalu se jmenuje čistá váha neboli netto; váze obalu se říká tára. Pokračujte podle vzoru cvič. 99.

23. Složitější slovní úlohy. Při úlohách, které se řeší pomocí sčítání a odčítání, koná takový schematický obrazec dobré služby.

Příklad. V jednom podniku se docílilo za leden zisku 2758 Kčs, za únor zisku ještě o 231 Kčs většího, ale v březnu se pracovalo se ztrátou 429 Kčs. Jaký byl celkový zisk za prvé čtvrtletí?

Veďme vodorovnou přímku a zvolme si na ní body A, B (A nalevo od B). Úsečka AB nám znázorňuje zisk za leden. Zisk za únor si znázorníme trochu větší úsečkou BC dále doprava, takže celkový zisk za prvé dva měsíce je znázorněn úsečkou AC. Od tohoto zisku musíme ubrati ztrátu za březen. Proto si tuto ztrátu znázorníme krátkou úsečkou CD od bodu C doleva. Celkový zisk za prvé čtvrtletí je znázorněn úsečkou AD.



Obr. 6.

Je důležité, abyste při podobných úlohách zapisovali úpravně a přehledně postup počtu. U této úlohy může zápis vypadati na př. takto. Počítáme v korunách, ale znak Kčs si pouze poznamenáme stranou a uzavřeme do kroužku. Pod schematický obrazec zapíšeme postupně:

zisk za leden . . . . $\overline{AB} = 2758$
zisk za únor . . . . $\overline{BC} = 2758 + 231$
zisk za leden i únor . . . . $\overline{AC} = 2758 + (2758 + 231)$
ztráta za březen . . . . $\overline{CD} = 429$
celkový zisk . . . . $\overline{AD} = [2758 + (2758 + 231)] - 429$

Nyní počítáme

$$\begin{array}{r} 2758 \\ 231 \\ \hline 2989 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2758 \\ 2989 \\ \hline 5747 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5747 \\ -\,429 \\ \hline 5318 \end{array}$$

a zapíšeme odpověď:

Celkový zisk za prvé čtvrtletí byl 5318 Kčs.

Jiný příklad: V jednom podniku se docílilo za leden zisku 34584 Kčs, za únor zisku ještě o 7682 Kčs většího. Ale v březnu utrpěl podnik takovou ztrátu, že celkový zisk za prvé čtvrtletí byl pouze 58326 Kčs. Kolik ztratil podnik v březnu?

Tato úloha je trochu těžší než předešlá, ale my si ji rozřešíme snadno, protože nás povede úplně týž schematický obrazec, u něhož mají jednotlivé úsečky stejný význam jako dříve. Celý rozdíl je pouze v tom, že jsme v předešlém příkladě znali $\overline{CD}$ a počítali $\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{CD}$, kdežto teď známe $\overline{AD}$ a počítáme $\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD}$. Stranou do kroužku si poznamenáme znak Kčs. Pod schematický obrazec zapisujeme postupně:

zisk za leden . . . . $\overline{AB} = 34584$
zisk za únor . . . . $\overline{BC} = 34584 + 7682$

zisk za leden i únor .... $\overline{AC} = 34584 + (34584 + 7682)$
zisk za celé čtvrtletí ... $\overline{AD} = 58326$
ztráta za březen .... $\overline{CD} = [34584 + (34584 + 7682)] - 58326$

Potom počítáme

$$\begin{array}{r} 34584 \\ 7682 \\ \hline 42266 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34584 \\ 42266 \\ \hline 76850 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 76850 \\ -58326 \\ \hline 18524 \end{array}$$

a zapíšeme odpověď:

Podnik ztratil v březnu 18524 Kčs.

Ve cvič. 102 až 105 je vždycky úloha a) lehčí než úlohy b), c); všecky tři úlohy a), b), c) mají stejný schematický obrazec.

102. a) Tyč je pomalována červeně, modře a bíle. Červená část má délku 27 cm, modrá 34 cm, bílá 23 cm. Jak dlouhá je celá tyč?

b) Tyč dlouhá 1 m je pomalována červeně, modře a bíle. Červená část je 3 dm dlouhá, modrá část je ještě o 7 cm delší. Jak dlouhá je část bílá?

c) Tyč dlouhá 3 m 75 cm je pomalována červeně, modře a bíle. Červená část je o 123 mm kratší než 1 m, bílá část je o 237 mm delší než 96 cm. Jak dlouhá je část modrá?

103. a) Kůl je vražen do dna řeky délkou 1 m, část ponořená ve vodě je dlouhá 3 m a ještě 2 m vyčnívají nad vodu. Jak dlouhý je celý kůl?

b) Kůl dlouhý 7 m 45 cm je vražen do dna řeky délkou 1 m 4 dm a nad vodu vyčnívá 3 m 57 cm. Jak dlouhá je část ponořená ve vodě?

c) Kůl dlouhý 8 m 325 mm je vražen do dna délkou 1 m 738 mm a část ponořená ve vodě je o 1 m 426 mm delší než část vražená do dna. Jak dlouhá je část vyčnívající nad vodu?

104. a) Jmění zdědili tři dědicové. První dostal 10000 Kčs, druhý o 2000 Kčs více, třetí 15000 Kčs. Jak velké bylo celé dědictví?

b) Tři dědicové zdědili celkem 114760 Kčs. První dostal 45450 Kčs, druhý o 12735 Kčs méně. Kolik dostal řetí dědic?

c) Tři dědicové zdědili celkem 523825 Kčs. První dostal o 47575 Kčs méně než 200000 Kčs, druhý o 37563 Kčs více než 142437 Kčs. Kolik dostal třetí dědic?

105. a) Rolník má 100 ha polí a luk, 25 ha lesů. Ostatní pozemky (zahrada, dvůr atd.) mají výměru 3 ha. Kolik má celkem pozemků?

b) Rolník má 156 ha 14 a pozemků. Z toho je 119 ha 57 a polí a luk, 24 ha 49 a lesů. Jakou výměru mají ostatní pozemky?

c) Rolník má 83 ha 27 a pozemků. Z toho je 37 ha 52 a polí; ostatní pozemky mimo lesy mají výměru o 5 ha 94 a menší než pole. Jakou výměru mají lesy?

Ve cvič. 106 až 108 je pokaždé úloha a) lehčí než úlohy b), c), ale početní postup je docela stejný při b) a c) jako při a).

106. a) Do duté tyče dlouhé 8 dm je zastrčen 2 dm dlouhý kus tyče dlouhé 5 dm. Jakou celkovou délku mají obě spojené tyče?

b) Na trati leží za sebou stanice A, B, C, D. Od A k C je 127 km, od B k D je 156 km, od B k C je 48 km. Jak daleko je od A k D?

c) Někdo jel část cesty na kole, část autobusem a část vlakem. Autobusem ujel 73 km. Autobusem a na kole ujel celkem 95 km; autobusem a vlakem ujel celkem 187 km. Kolik km procestoval dohromady?

107. a) Do duté tyče dlouhé 6 dm je zastrčen takový kus tyče dlouhé 5 dm, že spojené tyče mají celkovou délku 9 dm. Jak dlouhý je zastrčený kus?

b) V obchodě se utržilo za prvé čtyři dni v týdnu 10987 Kčs, za poslední tři dni v týdnu 11832 Kčs. Celková tržba za týden byla 20635 Kčs. Kolik se utržilo ve čtvrtek? (V neděli se neprodávalo.)

c) Evropa s Afrikou zaujímají dohromady 39822900 km², Evropa s Asií 53767900 km², Evropa s Asií i s Afrikou 83583600 km². Kolik km² zaujímá Evropa?

108. a) Pokladník přijal 800 Kčs a potom ještě 500 Kčs. Pak vydal nejprve 600 Kčs a potom ještě 400 Kčs. Oč měl na konec více v pokladně?

b) Ve městě se narodilo jednoho roku 2783 dětí a zemřelo 2524 lidí. Průběhem téhož roku se 3157 lidí přistěhovalo a 1738 lidí odstěhovalo. O kolik obyvatel bylo v městě na konci roku více než na začátku?

c) Vodní nádržka má dva přítoky a dva odtoky. Jeden přítok přivádí za hodinu 5827 l, druhý 4736 l vody. Jeden odtok odvádí za hodinu 4217 l, druhý 3697 l vody. Všecky čtyři otvory byly hodinu otevřeny. Kolik vody přibylo do nádržky?

24. Několik poznámek o počítání zpaměti. V odst. 17 jsme se rozhodli pro určitý postup při sčítání a odčítání zpaměti a ten jsme procvičovali. Nyní si řekneme několik slov o jiných možnostech.

Při sčítání dvojciferných čísel můžeme sečísti zvlášť desítky a zvlášť jednotky. Na př. $54 + 28$; desítky dají 70, jednotky 12, součet je 82. Podobně i u větších čísel, na př. $239 + 26$; 239 je 23 desítky a 9 jednotek; 26 je dvě desítky a 6 jednotek; tedy desítky dají 250, jednotky 15 a součet je 265. Při odčítání by takový postup byl málo vhodný.

Takto postupujte ve cvič. 109.

109. a) $63 + 39$, b) $74 + 109$, c) $86 + 87$,
d) $94 + 88$, e) $123 + 126$, f) $238 + 86$,
g) $427 + 69$, h) $338 + 83$.

Při úkolech $54 + 28$ a $54 - 28$ jsme si v odst. 17 rozvedli 28 na tvar $20 + 8$. Můžeme si však rozvésti 28 také na tvar $30 - 2$. Tedy $54 + 30 = 84$, ale 28 je o dvě méně než 30, takže $54 + 28 = 82$. Podobně $54 - 30 = 24$, ale my jsme měli ubrat o dvě méně, takže

$54 - 28 = 26$. Tento postup je výhodný pouze, když druhé z daných čísel (zde 28) má velkou jednotkovou cifru. Při úkolech $54 + 22$ nebo $54 - 22$ je tvar $22 = 20 + 2$ mnohem výhodnější než $22 = 30 - 8$.

Postupujte takto ve cvič. 110.

110. a) $85 + 68$, b) $85 - 68$, c) $93 + 29$,
d) $93 - 29$, e) $174 + 67$, f) $174 - 67$,
g) $234 + 66$, h) $234 - 66$.

Při sčítání $54 + 28$ si můžeme 28 rozvésti také na tvar $6 + 22$. $54 + 6$ dá okrouhlé číslo 60, k němuž lehko přičteme 22. Podobně $39 + 26$; 26 rozvedeme na tvar $1 + 25$.

111. Proberte znovu cvič. 109, ale postupujte způsobem právě vyloženým.

Při odčítání $54 - 28$ si můžeme 28 rozvésti na tvar $24 + 4$. $54 - 24$ dá okrouhlé číslo 30, od kterého musíme ubrat ještě 4. Podobně si při odčítání $58 - 24$ můžeme 24 rozvésti na tvar $28 - 4$. $58 - 28$ dá okrouhlé číslo 30, ke kterému musíme přidat 4.

Postupujte takto ve cvič. 112.

112. a) $74 - 47$, b) $166 - 89$, c) $213 - 46$,
d) $132 - 55$.

Snadno se sčítají dvě čísla jako $54 + 26$, kde obě jednotkové cifry dají dohromady 10. Zde postupujeme jako ve cvič. 109.

Toho můžeme někdy užít při sčítání více než dvou čísel. Na př. při úkolu $54 + 38 + 26$ nemusíme sčítati daná čísla v tom pořádku, jak jsou natištěna. Můžeme si všimnout, že $54 + 26$ dá okrouhlé číslo 80, ke kterému snadno přičteme 38.

Takto postupujte ve cvič. 113.

113. a) $47 + 59 + 3$, b) $12 + 79 + 88 + 21$,
c) $489 + 499 + 11 + 1$, d) $11 + 12 + 29 + 148$,
e) $13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27$.

Rychlost, se kterou se daly spočíst úkoly ze cvič. 113, ztrácí značně na ceně, když si uvědomíme, že sčítanci v těchto úkolech nebyli nikterak voleni náhodně.

Proberte si nyní znovu některá cvičení z odst. 17 a rozvažte si každý sám, je-li pro vás výhodnější držeti se postupu tam vyloženého či počítati jinak. To je nyní už věc každého jednotlivce. Hlavní je, abyste počítali bez chyby.

25. Doplňování. Zvolme si libovolné číslo, třeba 74563. To je pěticiferné číslo. Jeho **doplňkem** nazveme to číslo, které musíme přičíst k 74563, aby vyšlo 100000, t. j. nejmenší šesticiferné číslo. Podobně doplněk čtyrciferného čísla 3984 je 10000 — 3984, doplněk trojciferného čísla 563 je 1000 — 563 atd. Doplněk čísla 74563 je 25437, neboť

$$\begin{array}{r} 74563 \\ 25437 \\ \hline 100000 \end{array}$$

Můžeme jej snadno napsati od levé strany k pravé podle tohoto pravidla: Každou cifru čísla 74563 doplníme na devět, jenom poslední cifru doplníme na deset.*) Protože dovedeme doplněk napsat od levé strany k pravé, t. j. v tom pořádku, v jakém se cifry čísla čtou, je snadné také doplněk napsaného nebo natištěného čísla hned přečíst bez psaní.

114. Musí doplněk čtyrciferného čísla býti čtyrciferný? Udejte nějaká čtyrciferná čísla s doplňkem trojciferným, dvojciferným, jednociferným.

115. Napište doplněk čísla
a) 364520, b) 842974, c) 969327, d) 9932465.

116. Řekněte (bez psaní) doplněk čísla
a) 7260, b) 9378, c) 4508, d) 9600.

§ 4. Násobení.

26. Písemné násobení. Při písemném násobení, jak je vedle provedeno, vyslovujte pouze: **čtyřicetdvě; dvacetpět; šedesátpět; čtyřicetjedna; šedesát.** Nevadí, když pausy na místech označených středníky budou z počátku dosti dlouhé.**)

$$\begin{array}{r} 85936 \times 7 \\ \hline 601552 \end{array}$$

Abychom se přesvědčili, že jsme počítali správně, násobme ještě 85936 × 3 a oba součiny sečtěme. Vyjde

$$\begin{array}{r} 85936 \times 3 \\ \hline 257808 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 601552 \\ 257808 \\ \hline 859360 \end{array}$$

t. j. vyjde 85936 × 10. Rozumíte, proč to je?

Takovou zkoušku správnosti provádějte u cvič. 117.

*) Je-li však poslední cifra nula, musíme udělat malou změnu. Doplněk čísla 74560 je 25440, doplněk čísla 74500 je 25500. Vyslovte sami pravidlo.

**) Komu toto stručné vyslovování působí potíže, smí prozatím říkati více, ale snažte se, abyste si ponenáhlu zvykli vyslovovati jen to, co je nahoře uvedeno.

117. a) 96327 × 8, b) 84537 × 6, c) 39756 × 9,
d) 42087 × 7, e) 39678 × 5, f) 67948 × 7.

Naučíme se však ještě jiné zkoušce, která se pak osvědčí i při násobení víceciferným číslem. U našeho příkladu 85936 × 7 vypadá ta zkouška takto. Najdeme si doplněk čísla 85936, ten znásobíme sedmi a oba součiny sečteme.

85936 × 7	14064 × 7	601552
601552	98448	98448
		700000

Rozumíte, proč musí vyjít součet 700000?

Takovou zkoušku provádějte u cvič. 118.

118. a) 92987 × 7, b) 52468 × 4, c) 87623 × 3,
d) 265394 × 8, e) 99326 × 7, f) 24086 × 9.

Násobení dvou mnohociferných čísel. Máme-li najíti třeba součin čísel 43956 a 8723, zvolíme jeden z daných činitelů za **násobitele.** Druhý je pak **násobencem.** Obojí volba je možná, ale často je počet při jedné volbě kratší než při druhé. V daném případě je lepší zvoliti za násobitele toho činitele, který má méně cifer, tedy 8723. Při provádění počtu je zvykem psáti násobence nalevo od násobitele. Tedy výpočet vypadá

buďto		nebo	
	43956 × 8723		43956 × 8723
	351648		131868
	307692		87912
	87912		307692
	131868		351648
	383428188		383428188

Dáváme přednost prvému způsobu. Vejde se do menšího obdélníčka a je u něho menší nebezpečí, že se dostaneme mimo hranici sešitu.

Než začnete počítat příklady, přečtěte si znovu pozorně, co bylo řečeno o vnější úpravě v odst. 15 (str. 19).

Co budete při násobení mnohociferných čísel vyslovovat, nemusí se vám už říkat, neboť víte, co máte vyslovovat při násobení jednou cifrou i co máte vyslovovat při sčítání.

U úloh ve cvič. 119 nezáleží mnoho na volbě násobitele. Proto u nich proveďte zkoušku záměnou činitelů.

119. a) 754 × 389, b) 832 × 276, c) 394 × 726,
d) 8236 × 497, e) 456 × 9238, f) 8647 × 8975.

U násobení 43956 × 8723 proveďme zkoušku užitím doplňku násobence. Zkouška vypadá takto:

```
  56044 × 8723        383428188
448352                488871812
 392308               ---------
  112088              872300000
   168132
---------
488871812
```

Takovou zkoušku provádějte ve cvič. 120.

120. a) 5386 × 38, b) 9726 × 94, c) 4387 × 67,
d) 89236 × 47, e) 92936 × 586, f) 56384 × 769.

Když se některá cifra v násobiteli opakuje, nemusíme příslušný řádek počítat znovu, ale musíme dávat pozor, abychom opsali správný řádek. (Opisujeme jej od prava doleva.) Když je v násobiteli jednička, opíšeme násobence. Když je v násobiteli nula, je příslušný součin nula a je na něj škoda řádku. Připíšeme prostě nulu k předešlému řádku. Na př.

```
 5623 × 70040 .
3936100
   224920
---------
393834920
```

Všimněte si, že je výhodné voliti 70040 za násobitele, ač má více cifer než 5823.

Ve cvič. 121 si rozmyslete, jak zvolit násobitele. U každého úkolu proveďte zkoušku pomocí doplňku násobence.

121. a) 3587 × 9519, b) 60006 × 345, c) 8936 × 41841,
d) 52236 × 27643, e) 8796 × 12707, f) 30183 × 39645.

Když máme násobiti třeba 83900 × 27, provedeme nejprve násobení 839 × 27 s násobencem stokrát menším, a co vyjde, znásobíme stem:

```
  83900 × 27
1678
  5873
-------
2265300
```

Podtrhli jsme pouze 839, ne 83900. To nám připomíná, že po sečtení máme ještě násobiti stem.

122. a) 8760 × 45, b) 39500 × 270, c) 45930 × 2130.

Ačkoli při násobení probíráme cifry násobitele zpravidla od levé strany k pravé, nebude na škodu, když se na několika příkladech podíváme, jak vypadá násobení při jiném pořádku cifer násobitele. Abychom to dělali všichni stejně, probírejme cifry násobitele třeba od nejmenší k největší. Na př. násobení 17863 × 9364 bude potom vypadati takto:

```
   17863 × 9364
   53589..
   ..71452
   107178.
  160767..
  167269132
```

Správné psaní pod sebe jsme si ulehčili tečkami. Na správné psaní pod sebe musíme při tomto způsobu násobení dávati dobrý pozor. Řídíme se jednoduchým pravidlem: O kolik míst doprava jdeme v násobiteli, o tolik míst doprava přijde nový řádek; stejně když jdeme v násobiteli doleva.

Ve cvič. 123 probírejte cifry násobitele od nejmenší k největší. Když jsou v násobiteli dvě stejné cifry, začněte tou, která je více vlevo. Co s nulami v násobiteli? Provádějte zkoušky.

123. a) 98362 × 3573, b) 34527 × 4846,
c) 27036 × 97270, d) 874230 × 42760,
e) 73629 × 90689, f) 532840 × 873708.

124. Násobte písemně diktovaná čísla. Probírejte cifry násobitele v diktovaném pořádku.

Přehození řádků, které jsme cvičili, je výhodné, je-li v násobiteli jednička. Tou jedničkou začneme, takže bychom měli opsat násobence. Kratší je, když jej neopíšeme, ale pak na něj nesmíme zapomenout při sčítání. Abychom si to připomněli, nepodtrhujeme násobence. Na př.

```
   2936 × 614
  17616..
    11744
  1802704
```

Je-li v násobiteli cifra 1 třeba dvakrát, musíme jednou násobence opsat. Neopsaného násobence přiřadíme té jedničce, která je víc vlevo.

Také ve cvič. 125 dělejte zkoušky.

125. a) 2936×513, b) 3765×6104, c) 39540×2115, d) 4586×70140, e) 23640×5111, f) 3876×70100.

27. Násobení zpaměti. Dvojciferné číslo násobíme jednociferným vždycky zpaměti. Máme-li násobiti třeba 46×7, rozvedeme $46 = 40 + 6$, najdeme zpaměti součin 40×7 a k němu přičteme zpaměti 6×7. Vyslovujeme 280 (tišeji); 322 (hlasitěji). Nevadí, že pausa naznačená středníkem bude ze začátku dosti dlouhá.

126.*Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Násobte je zpaměti sedmi.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte:

a) se sloupci II a III (násobte osmi),
b) se sloupci III a IV (násobte šesti),
c) se sloupci IV a V (násobte devíti),
d) se sloupci V a VI (násobte pěti),
e) se sloupci VI a VII (násobte třemi),
f) se sloupci VII a VIII (násobte dvěma),
g) se sloupci VIII a IX (násobte čtyřmi),
h) se sloupci IX a X (násobte sedmi).

127.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Každé z nich násobte zpaměti tím číslem, které čtete vedle ve sloupci III.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I, II a III, opakujte:

a) se sloupci II, III a IV, b) se sloupci III, IV a V,
c) se sloupci IV, V a VI, d) se sloupci V, VI a VII,
e) se sloupci VI, VII a VIII, f) se sloupci VII, VIII a IX,
g) se sloupci VIII, IX a X.

128.*Všímejte si v tabulce nejprve sloupců II a III. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. Každé z nich znásobte zpaměti tím číslem, které vidíte vedle ve sloupci I.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci II, III a I, opakujte:

a) se sloupci III, IV a II, b) se sloupci IV, V a III,
c) se sloupci V, VI a IV, d) se sloupci VI, VII a V,
e) se sloupci VII, VIII a VI, f) se sloupci VIII, IX a VII,
g) se sloupci IX, X a VIII.

Máme-li násobiti zpaměti třeba 43×90, vypočteme nejprve zpaměti $43 \times 9 = 387$; konečný výsledek je číslo desetkrát větší, tedy 3870.

129.* Opakujte úlohu 126, ale násobte sedmdesáti místo sedmi, osmdesáti místo osmi atd.

130.* Opakujte úlohu 127 s tou změnou, že pokaždé násobíte číslem desetkrát větším.

Důležitá poznámka. V násobení dvojciferného čísla jednociferným se cvičte horlivě a vytrvale, neboť takovým výcvikem si značně ulehčíte dělení čísly dvojcifernými i většími.

28. Závorky. Vyložte smysl úloh

$$8 + (2 \times 3) \quad \text{a} \quad (8 + 2) \times 3$$

a potom je obě zpaměti proveďte. Opakujte s úlohami

$$8 - (2 \times 3) \quad \text{a} \quad (8 - 2) \times 3.$$

Aby se u složitějších úloh závorky příliš nehromadily, zvykli si matematikové řídíti se tímto pravidlem. Není-li závorkami jinak naznačeno, provádíme **nejdříve násobení** a teprve potom sčítání a odčítání. Nebude na škodu, když si už teď budete na to pravidlo zvykat. Podle něho se u úloh

$$8 + (2 \times 3) \quad \text{a} \quad 8 - (2 \times 3)$$

obyčejně závorky vynechávají a píše se prostě

$$8 + 2 \times 3 \quad \text{a} \quad 8 - 2 \times 3.$$

Ale ovšem to není chyba, když se závorka napíše. Naproti tomu se u úloh

$$(8 + 2) \times 3 \quad \text{a} \quad (8 - 2) \times 3$$

závorka psáti **musí.**

Poznámka. Úlohy

$$(8 + 2) + 3 \quad \text{a} \quad 8 + (2 + 3)$$

předpisují každá jiný početní postup, ale obě vedou ke stejnému výsledku 13. Proto můžeme závorku vynechat a psáti prostě

$$8 + 2 + 3.$$

Je-li psána závorka, znamená to, že postup počtu je předepsán. Není-li psána závorka, znamená to, že se můžete sami rozhodnout o způsobu počtu.

Docela stejně úlohy

$$(8 \times 2) \times 3 \quad \text{a} \quad 8 \times (2 \times 3)$$

vedou každá jiným postupem ke stejnému výsledku 48. Je-li psáno

$$8 \times 2 \times 3$$

bez závorky, znamená to, že máte volnost rozhodnouti se pro jeden nebo druhý postup.

U jednoduchých takových úloh provádíme jednotlivé početní výkony zpaměti. Zapisujeme podobně jako na str. 28 a 29, na př.

$$(8 - 2) \times 3 = 6 \times 3 = 18, \qquad 8 - 2 \times 3 = 8 - 6 = 2.$$

Tak si počínejte u cvič. 131. Před výpočtem vyložte pokaždé slovy smysl úlohy; na př. při úloze $(8 - 2) \times 3$ byste před výpočtem řekli: od čísla 8 máme odečísti číslo 2 a rozdíl máme násobiti třemi.

131. a) $(37 - 12) \times 4$, b) $(23 + 44) \times (10 - 7)$,
c) $120 - 14 \times 4$, d) $37 \times 4 - 29 \times 5$,
e) $21 + 6 \times 7 + 14$, f) $(45 - 8) \times 5 + 30$,
g) $3 \times 4 + 5 \times 6 + 7 \times 8$, h) $3 \times 7 \times 8$,
i) $7 \times 4 \times 6$.

U složitějších příkladů počítáme písemně. Na př. při úloze $3935 \times (823 + 316)$ napíšeme napřed

$$3935 \times (823 + 316) =$$

s prázdným místem napravo od rovnítka. Pod to napíšeme

$$\begin{array}{r} 823 \\ \underline{316} \\ 1139 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3935 \times 1139 \\ 3935 \\ 11805 \\ 35415 \\ \hline 4481965 \end{array}$$

Teď zapíšeme za rovnítko výsledek 4481965. Zkouška se dělá podle stejných zásad jako u cvič. 90.

132. a) $(4236 + 927) \times 386$,
b) $584 \times (923 - 654)$,
c) $(9306 - 7254) \times 623$,
d) $5813 \times (7056 - 5932)$,
e) $(5834 - 2196) \times (3219 + 8073)$,
f) $63 \times 57 \times 94 \times 14$,
g) $(513 + 276 + 384 + 492) \times (523 - 365)$.

Úloha $83564 - 10524 \times 7$ vyžaduje dvou početních výkonů: násobení a odčítání. Dá se provésti takto:

$$\frac{10524 \times 7}{73668} \qquad \begin{array}{r} 83564 \\ -\ 73668 \\ \hline 9896 \end{array}$$

My si však v tomto případě procvičíme provedení obou početních výkonů najednou. Budeme to potřebovat při dělení.

Píšeme

$$\frac{83564 - 10524 \times 7}{9896}$$

a čteme: dvacetosm a **šest**; sedmnáct a **devět**; třicetsedm a **osm**; čtyři a **devět**; osm a **nula**. (Není to chyba, když nulu napíšeme; je pak zbytečné ji škrtat.)

133. a) $4762 - 543 \times 8$, b) $3124 - 326 \times 9$,
c) $4312 - 564 \times 7$, d) $3315 - 763 \times 4$,
e) $2416 - 736 \times 3$, f) $4385 - 694 \times 6$.

134. a) $473189 - 56324 \times 8$, b) $578326 - 82346 \times 7$,
c) $335876 - 34587 \times 9$, d) $358923 - 54683 \times 6$.

U cvič. 135 až 139 si napřed naznačte žádaný výpočet pomocí závorek a teprve potom počítejte. Příklady a) se počítají zpaměti, ostatní písemně.

135. a) Které číslo je třikrát větší než součet čísel 27 a 23?

b) Které číslo je 217krát větší než rozdíl čísel 83256 a 82145?

136. a) Součet čísel 53 a 17 znásobte rozdílem týchž čísel.

b) Od součinu čísel 832 a 3264 odečtěte součet týchž čísel.

c) K součinu čísel 208 a 1903 přičtěte rozdíl týchž čísel.

137. a) Vypočtěte součin tří čísel: prvé se rovná deseti, druhé je o tři menší a třetí o dvě větší než prvé.

b) Vypočtěte součin tří čísel: prvé je o 1987 menší než 10000, druhé je o 13825 větší než 21000, třetí je 28krát větší než 326.

c) Vypočtěte součin tří čísel: prvé je 12807, druhé je o 9899 menší než prvé, třetí je pětkrát větší než prvé.

138. a) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je třikrát větší a menšitel o tři větší než 17.

b) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je 27krát větší než 37846 a menšitel je součet čísla 217923 a čísla o 1296 většího než 217923.

c) Vypočtěte součin, jehož jeden činitel je rozdíl s menšencem 21817 a menšitelem 19926 a druhý činitel je o 2713 menší než 10000.

139. a) K součinu čísel 5 a 7 přičtěte součin čísel o 1 menších než předešlá.

b) Součin čísel 32567 a 23604 odečtěte od součinu s činiteli o 127 většími než u prvého součinu.

29. Násobení měr a vah. Mějme třeba úlohu 7 dm × 24. Napíšeme

7 dm × 24 = ,

ponechávajíce místo za rovnítkem zatím prázdné. Pak řekneme: **počítáme v decimetrech** a vypočítáme zpaměti 24 × 7 = 168. Mohli bychom zapsati za rovnítko 168 dm a byli bychom hotovi. Ale zpravidla se žádá dvojjmenný tvar výsledku. Proto si ještě zpaměti převedeme 168 dm na tvar 16 m 8 dm a za rovnítko zapíšeme 16 m 8 dm.

Mějme ještě úlohu 3 m 7 dm × 4. Napíšeme

3 m 7 dm × 4 =

s prázdným místem za rovnítkem. Potom řekneme: **počítáme v decimetrech** a zpaměti převedeme 3 m 7 dm na tvar 37 dm. Dále provedeme zpaměti násobení 37 × 4 = 148 a převedeme zpaměti 148 dm na tvar 14 m 8 dm, který zapíšeme za rovnítko.

Takto si počínejte ve cvič. 140.

140. a) 3 dkg 7 g × 8, b) 7 cm 5 mm × 9, c) 3 l 8 dl × 7,
d) 2 kg 30 dkg × 6, e) 4 hl 20 l × 7, f) 7 ha 30 a × 5.

V příkladech trochu méně jednoduchých provedeme násobení písemně, ale jinak si počínáme jako dříve.

141. a) 8 kg 24 dkg × 32, b) 4 t 39 kg × 17,
c) 5 km 24 m × 43, d) 7 ha 28 a × 49,
e) 8 hl 12 l × 83, f) 4 m 32 cm × 76,
g) 7 km^2 83 ha 25 a 70 m^2 × 63, h) 5 q 87 kg 35 dkg 4 g × 128.

30. Jednoduché slovní úlohy. Ve cvič. 142 až 145 počítejte zpaměti.

142. Doplňte tabulky:

a)

počet týdnů....	5	8	13	18	26	39	43	52
počet dní.......								

b)

počet hodin	8	14	19	22	24	32	38	42
počet minut								

c)

počet minut	17	23	36	44	48	54	67	74
počet vteřin								

143. Na střeše jsou 23 řady po 80 taškách. Kolik tašek je na střeše?

144. Mé hodinky se zpožďují o 26 vteřin denně. Oč by se zpozdily za týden?

145. 1 mm na mapě znamená 5 km ve skutečnosti. Jaká je skutečná vzdálenost, když na mapě naměříme: a) 2 cm, b) 34 mm, c) 4 cm 7 mm, d) 8 cm 6 mm, e) 1 dm?

Ve cvič. 146 až 148 počítejte písemně.

146. Z bytu se platí nájemného se všemi poplatky měsíčně 428 Kčs. Kolik se platí ročně?

147. Zaměstnavatel vyplácí dělníkům týdně 18326 Kčs. Kolik vyplatí za půl roku?

148. Vlak jede 23 minuty a ujede každou minutu 864 m. Jakou vzdálenost ujede celkem?

Ve cvič. 149 a 150 zapište početní postup a potom poč tejte zpaměti.

149. Žáci cvičili sčítání zpaměti. Vyšli od čísla 63 a přičtli osmkrát za sebou po 45. Kterým číslem skončili?

150. Žáci cvičili odčítání zpaměti. Vyšli od čísla 243 a odečtli šestkrát za sebou po 35. Kterým číslem skončili?

Ve cvič. 151 až 155 zapište početní postup a potom počítejte písemně.

151. Žebřík má 18 příček. Sousední příčky mají vzdálenost 19 cm. Na každém konci je od první příčky ke kraji žebříku vzdálenost 34 cm. Jak dlouhý je žebřík?

152. Úředník měl 2364 Kčs měsíčního platu a ušetřil 1080 Kčs čtvrtletně. Kolik vydal za celý rok?

153. Vlak se skládal z lokomotivy těžké 98 t a ze 24 vozů, z nichž každý vážil prázdný 11850 kg. Osm vozů mělo náklad po 93 q, devět vozů mělo náklad po 87 q, ostatní vozy byly prázdné. Kolik vážil celý vlak?

154. a) Průměr zeměkoule je asi 12 700 km; průměr slunce je asi 109krát větší. Jak veliký je tedy asi průměr slunce?

b) Povrch zeměkoule je asi 510 milionů km^2; povrch slunce je as 12 000krát větší. Jak veliký je tedy asi povrch slunce?

c) Váha zeměkoule je asi 6 000 trilionů tun; váha slunce je asi 330 000krát větší. Jak veliká je tedy asi váha slunce?

155. Roku 1931 bylo v ČSR oseto pšenicí asi 828 400 ha, žitem asi 999 600 ha, ječmenem asi 718 300 ha, ovsem asi 822 000 ha půdy. Výnos z 1 ha byl u pšenice průměrně asi 1 355 kg, u žita asi 1 388 kg, u ječmene asi 1 496 kg, u ovsa asi 1 490 kg. Kolik q činil asi toho roku celkový výnos pšenice, žita, ječmene a ovsa?

31. Některé výhody při násobení. Při násobení zpaměti 38×6 si můžeme jako v odst. 27 rozvésti 38 na tvar $30 + 8$. Ale když, jak tomu v daném případě je, jednotková cifra je veliká, je výhodné rozvésti 38 na tvar $40 - 2$. ($40 \times 6 = 240$, $2 \times 6 = 12$, tedy $38 \times 6 = 228$.) Výhodný je takový postup zejména tehdy, když jednotková cifra je devítka, na př. 49×8 ($50 \times 8 = 400$, $49 \times 8 = 400 - 8$) nebo když máme násobit jednou cifrou číslo o málo menší než sto, na př. 97×5 ($100 \times 5 = 500$, $97 \times 5 = 500 - 15$).

Postupujte způsobem právě vyloženým ve cvič. 156.

156. Počítejte zpaměti

a) 78×6, b) 98×4, c) 69×9, d) 67×8, e) 99×9.

Máme-li násobiti dvojciferné číslo zpaměti devíti, můžeme si rozvésti 9 na tvar $10 - 1$. Na př. $74 \times 9 = 740 - 74$ t. j. 666.

Takto postupujte ve cvič. 157.

157. Počítejte zpaměti

a) 64×9, b) 78×9, c) 83×9, d) 99×9.

V budoucnosti může žák při násobení zpaměti voliti cestu, kterou jsme šli ve cvič. 156 nebo 157, ale může také, je-li mu to milejší, užívati zásadně pouze způsobu zavedeného v odst. 27. Mnohem důležitější jest, abyste měli na paměti poznámku, kterou je odst. 27 zakončen.

Také při písemném násobení je někdy výhodné, rozvésti násobitele na tvar rozdílu. Na př. při násobení číslem 298 můžeme rozvésti 298 na tvar $300 - 2$. Aby byl počet jasný, je dobře si stranou poznamenati, jakého tvaru jsme užili. Na př.

$$\begin{array}{r} 3746 \times 298 \\ \hline 11238.. \\ -\ 7492 \\ \hline 1116308 \end{array} \qquad 298 = 300 - 2$$

Takto postupujte ve cvič. 158. Přesvědčte se pak u každé úlohy o správnosti svého výsledku obyčejným násobením.

158. a) 87465×199, b) 76046×896, c) 83849×997.

Jiného obratu se dá užít, když máme násobiti dvojciferným číslem, které známe z násobilky. Na př. $63 = 9 \times 7$ a proto číslem 63 můžeme násobiti tak, že napřed násobíme devíti a co vyjde sedmi, nebo také tak, že napřed násobíme sedmi a co vyjde devíti. Také zde si pro jasnost počtu stranou napíšeme $63 = 9 \times 7$ a podtrhneme si toho činitele, kterým chceme násobiti dřív. Na př.

$$\begin{array}{r} \underline{46089} \times 63 \\ \underline{414801} \\ 2903607 \end{array} \qquad 63 = \underline{9} \times 7 \qquad \text{nebo} \qquad \begin{array}{r} \underline{46089} \times 63 \\ \underline{322623} \\ 2903607 \end{array} \qquad 63 = 9 \times \underline{7}$$

Takto postupujte ve cvič. 159. U každé úlohy proveďte zkoušku buďto obyčejným násobením nebo (kde to jde) tak, že si zvolíte jiný rozklad násobitele.

159. a) 83549×42, b) 48762×36, c) 37609×72, d) 63375×49, e) 83948×64, f) 46953×54.

Poznámka. Tímto způsobem násobíme zejména součinem, jehož jeden činitel je deset nebo sto nebo tisíc. Na př. osmdesáti násobíme tak, že násobíme napřed osmi a potom deseti, sedmi sty násobíme tak, že násobíme napřed sedmi a potom stem atd.

$$\begin{array}{r} \underline{726} \times 80 \\ 58080 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{394} \times 700 \\ 275800 \end{array}$$

160. a) 39654×70, b) 87964×9000, c) 45064×400.

§ 5. Dělení.

32. Dělení jednociferným číslem. Při písemném dělení, které je vedle provedeno, vyslovujte nahlas pouze toto: v šedesátipěti **devětkrát**; ve dvacetitřech **třikrát**; ve dvacetipěti **třikrát**; ve čtyřicetidvou **šestkrát.** (Tučné se vysloví hlasitěji; středníky naznačují přestávky.)

$$\begin{array}{r} \underline{65352 : 7} \\ 9336 \end{array}$$

V tomto příkladě byl **dělenec** 65352, **dělitel** byl 7 a **podíl** byl 9336. Dělení vyšlo **beze zbytku.**

Zkouška se provede tak, že se podíl znásobí dělitelem. Musí vyjít dělenec. Proveďte zkoušku.

161. Dělte (provádějte zkoušku):

a) $3752 : 8$, b) $4383 : 9$, c) $8247 : 3$, d) $5274 : 6$,
e) $5192 : 4$, f) $3675 : 5$, g) $2492 : 7$, h) $63576 : 8$,

i) 26541 : 9, j) 83694 : 3, k) 37494 : 6, l) 69536 : 4,
m) 428365 : 5, n) 333333 : 7.

Obyčejně vyjde při dělení **zbytek,** jako u dělení vedle provedeného. Tu vyslovujeme: v padesátisedmi **sedmkrát;** ve třinácti **jednou;** v padesátidvou **šestkrát;** ve čtyřicetidevíti **šestkrát;** zbude **jedna.**

$$\begin{array}{l} 57329 : 8 \\ \hline 7166 \text{ (zb. 1)} \end{array}$$

V tomto případě je 57329 **dělenec,** 8 je **dělitel;** 7166 je **podíl** a 1 je **zbytek.**

Zkoušku provedeme tím, že podíl znásobíme dělitelem a k součinu přičteme zbytek. Oba tyto početní výkony provádíme najednou a vyslovujeme: **čtyřicetdevět; padesátdvě; třináct; padesátsedm.**

$$\begin{array}{l} 7166 \times 8 + 1 \\ \hline 57329 \end{array}$$

U cvičení 162 a 163 se na vás nežádá, abyste si cifry podílu, které nezapisujete, pamatovali.

162. *Všímejte si v tabulce pouze řádku I. Vidíte deseticiferné číslo. Dělte je šesti. Vyslovujte, jak je předepsáno, ale nic nezapisujte.

Tentýž cvik, který jste provedli s řádkem I, opakujte

a) s řádkem II (dělte devíti), b) s řádkem III (dělte třemi),
c) s řádkem IV (dělte sedmi), d) s řádkem V (dělte osmi),
e) s řádkem VI (dělte pěti), f) s řádkem VII (dělte čtyřmi),
g) s řádkem VIII (dělte sedmi), h) s řádkem IX (dělte šesti),
i) s řádkem X (dělte osmi).

163. Na tabuli se napíše velmi zřetelně číslo

6 5 8 3 2 4 7 9 .

Toto číslo máte děliti různými čísly. Budete vyslovovat, jak je předepsáno, ale nic se nebude zapisovat. Dělte:

a) sedmi, b) devíti, c) osmi, d) čtyřmi.

164. Dělte (provádějte zkoušku):

a) 53846 : 7, b) 38465 : 9, c) 84653 : 8,
d) 46538 : 6, e) 709045 : 3, f) 593085 : 4,
g) 123468 : 5, h) 1000000 : 7, i) 1111111 : 8,
j) 1234567 : 9, k) 5050505 : 6.

V učebnici bylo provedeno dvoje dělení, nejprve 65352 : 7, potom 57329 : 8. Prvé vyšlo beze zbytku a výsledek můžeme zapsati ve tvaru

$$65352 : 7 = 9336$$

a přečísti slovy

65352 děleno sedmi rovná se 9336.

Při druhém dělení vyšel zbytek a není pravda, že by 57329 : 8 se rovnalo 7166. Proto zde raději neužíváme rovnítka a čteme

57329 děleno osmi dává podíl 7166 a zbytek 1.

Také při dělení beze zbytku můžeme takto čísti, tedy

65352 děleno sedmi dává podíl 9336 **a zbytek 0.**

Takové čtení, o kterém jsme právě mluvili, tvoří první způsob čtení při dělení. Užívá se také ještě druhého a třetího způsobu.

Druhý způsob čtení při dělení je

sedm v 65352 je obsaženo 9336 krát (beze zbytku)

nebo

osm v 57329 je obsaženo 7166 krát a zbude 1.

Třetí způsob čtení při dělení je

sedmina z 65352 je 9336 (beze zbytku)

nebo

osmina z 57329 je 7166 se zbytkem 1.

Slova beze zbytku — psaná v závorce — se mohou vynechati, ale z počátku to raději nedělejme.

Druhý a třetí způsob čtení při dělení jsou při větším dělenci nepohodlné, protože je v nich před dělencem předložka v nebo z, po které je těžko čísti číslo v prvním pádě. Ale užíváme těchto způsobů často při malých číslech a ve slovních úlohách.

Všimněte si, že při prvním způsobu čtení se čte napřed dělenec a potom dělitel, kdežto při druhém i třetím způsobu se čte napřed dělitel a potom dělenec. Protože při písemném dělení píšeme vždycky dělence napřed, je první způsob pohodlnější. To ovšem neplatí pro dělení zpaměti, kde naopak druhý a třetí způsob jsou více v oblibě než prvý.

33. Dělení zpaměti. Při malém dělenci počítáme zpaměti. Počínáme si při tom jako při písemném dělení. Celý rozdíl je v tom, že cifry nezapisujeme, nýbrž si je pamatujeme. Na př. při dělení 321 : 7 si řekneme (z počátku tiše, později vůbec jen v mysli) „ve třicetidvou čtyřikrát, ve čtyřicetijedné pětkrát, zbude šest“ a nahlas vyslovíme třeba třetím způsobem: sedmina ze 321 je 45 se zbytkem 6.

Ve cvič. 165 až 167 počítejte zpaměti. Výsledek čtěte prvním způsobem ve cvič. 165, druhým ve cvič. 166, třetím ve cvič. 167.

165. a) Dělte dvěma čísla 31, 47, 110, 315.
b) Dělte třemi čísla 47, 110, 215, 416.
c) Dělte čtyřmi čísla 56, 94, 130, 610.
d) Dělte pěti čísla 74, 121, 211, 306.
e) Dělte šesti čísla 94, 121, 211, 356.
f) Dělte sedmi čísla 94, 121, 211, 400.
g) Dělte osmi čísla 94, 121, 211, 500.
h) Dělte devíti čísla 100, 200, 333, 444.

166. Kolikrát je obsaženo

a) dvě v 99, ve 333, v 572, v 819?
b) tři v 87, ve 226, ve 499, v 642?
c) čtyři ve 136, ve 250, ve 377, v 888?
d) pět ve 136, ve 377, v 888, v 975?
e) šest ve 377, v 888, v 975, v 1000?
f) sedm ve 377, v 888, v 975, v 1000?
g) osm ve 136, v 975, v 1000, ve 3000?
h) devět v 1000, ve 2000, v 824, v 555?

167. Počítejte

a) polovinu ze 100, ze 236, z 509, z 843,
b) třetinu ze 100, ze 236, z 509, z 843,
c) čtvrtinu ze 100, ze 236, z 509, z 843,
d) pětinu ze 200, ze 426, z 817, ze 1200,
e) šestinu ze 200, z 817, ze 1222, ze 2000,
f) sedminu z 590, ze 600, z 800, z 900,
g) osminu ze 600, z 900, z 923, ze 777,
h) devítinu ze 600, z 800, ze 777, z 888.

34. Zkouška při násobení. Není člověka, který by se někdy nezmýlil. Proto se u každé práce musí stále dávati pozor na možné omyly. Kde se na to nedbá, dělá se často práce zbytečná a bezvýsledná.

Dělají-li chyby i dospělí lidé, dělá je také žák. Napíšete-li na př. slohový úkol, jistě si jej nakonec znovu přečtete a opravíte chyby, kterých jste si všimli. Tato kontrola vlastní práce je v počtech ještě mnohem důležitější než u jiných žákovských úkolů. Neboť uděláte-li třeba jednu mluvnickou chybu ve slohovém úkolu, bude váš úkol v celku přece jen správný. Ale napíšete-li průběhem počtu někde nesprávnou číslici, je obyčejně celý výsledek vaší práce úplně bezcenný. Proto jste byli v této učebnici stále vedeni k tomu, abyste po každém početním výkonu dělali zkoušku.

Není dobře při zkoušce prostě celý početní výkon opakovati *týmž způsobem*, protože se potom lehce udělá stejná chyba znovu. Jak provádíme zkoušku při sčítání a při odčítání?

Při násobení jsme ve cvič. 119 prováděli zkoušku *záměnou činitelů*. Ale taková zkouška je namnoze nevhodná. Na př. při úkolu

$$\begin{array}{l} 2796 \times 13 \\ \underline{8388} \\ 36348 \end{array}$$

by zkouška vedle vpravo provedená

$$\begin{array}{r} \underline{13} \times 2796 \\ 26 \\ 91 \\ 117 \\ \underline{78} \\ 36348 \end{array}$$

byla velice nevhodná. Kdyby nastal nesouhlas, bylo by to jistě spíše vinou chyby při zkoušce než chyby při původním počtu. Proto jsme ve cvič. 120 a jinde prováděli jinou zkoušku při násobení, totiž pomocí doplňku násobence. Ale i tato zkouška měla velkou nevýhodu, že se totiž při ní musilo znovu psát. Dokud běželo o výcvik spolehlivosti a hbitosti při násobení, nebyla tato nevýhoda důležitá. Když jsme si provedli čtyři početní příklady s takovou zkouškou, byl to cvik, který trval zrovna tak dlouho a měl zrovna takovou hodnotu výcvikovou, jako kdybychom provedli osm podobných příkladů beze zkoušky, a ziskem bylo vědomí, že jsme počítali správně. Ale teď bude na čase, abychom se naučili takové zkoušce při násobení, při které bychom nemusili znova psát.

Násobme třeba

$$\begin{array}{l} \underline{367849} \times 32684 \\ 1103547 \\ 735698 \\ 2207094 \\ 2942792 \\ \underline{1471396} \\ 12022776716 \end{array}$$

Při výpočtu jsme číslo 367849 násobili postupně čísly 3, 2, 6, 8, 4, a pak jsme všecky součiny sečtli. Při zkoušce se napřed podíváme, zdali jsme správně psali číslice pod sebe, potom překontrolujeme jednotlivé součiny a nakonec sčítání. Jak se kontroluje sčítání, víte. Je to kontrola spolehlivá, řídíte-li se zásadami vyslovenými v odst. 15. Součiny kontrolujeme *dělením*. Při všech děleních

1103547 : 3
735698 : 2
2207094 : 6
2942792 : 8
1471396 : 4

musí vyjíti beze zbytku podíl 367849 (t. j. napsaný násobenec). Protože dělení jednociferným číslem jsme už cvičili a budeme je cvičit i dále, je tato zkouška rychlá a spolehlivá.

168. Násobte písemně diktovaná čísla. Provádějte zkoušku.

35. Násobilka jedenácti a dvanácti. Násobilka jedenácti

11 × 1 = 11, 11 × 2 = 22, 11 × 3 = 33, 11 × 4 = 44,
11 × 5 = 55, 11 × 6 = 66, 11 × 7 = 77, 11 × 8 = 88,
11 × 9 = 99, 11 × 10 = 110

je tak jednoduchá, že ji každý umí bez učení.

Protože známe násobilku jedenácti, můžeme jedenácti násobit a dělit stejně jako jednociferným číslem.

Na př. při násobení vedle provedeném vyslovujte nahlas pouze: **šedesátšest; šedesátjedna; devadesátčtyři; padesáttři; osmdesátdvě.**

$$\begin{array}{r} 74856 \times 11 \\ \hline 823416 \end{array}$$

Při dělení vedle provedeném vyslovujte nahlas pouze: ve třicetisedmi **třikrát;** ve čtyřicetičtyřech **čtyřikrát;** v osmi **nulkrát;** v osmdesátipěti **sedmkrát;** v osmdesátišesti **sedmkrát;** zbude **devět.**

$$\begin{array}{l} 374856 : 11 \\ \hline 34077 \text{ (zb. 9)} \end{array}$$

Zkouškou při násobení 74856 × 11 je dělení 823416 : 11. (Musí vyjíti 74856 beze zbytku.) Zkouškou při dělení 374856 : 11 je násobení (přesněji řečeno násobení se sčítáním) 34077 × 11 + 9. (Musí vyjíti 374856.) Při zkoušce se nic nepíše.

169. Násobte (prodávějte zkoušku dělením)

a) 36549 × 11, b) 82076 × 11, c) 54837 × 11,
d) 27948 × 11, e) 83564 × 11, f) 90286 × 11.

170. Dělte (provádějte zkoušku násobením)

a) 27058 : 11, b) 36859 : 11, c) 46537 : 11,
d) 72333 : 11, e) 86543 : 11, f) 90286 : 11.

Za starých časů se děti učily velké násobilce, t. j. násobilce jedenácti, dvanácti, třinácti atd. až po dvacet. To se dnes už nedělá. Ale přesto se naučte aspoň násobilce dvanácti.

$12 \times 1 = 12$, $12 \times 2 = 24$, $12 \times 3 = 36$, $12 \times 4 = 48$, $12 \times 5 = 60$,

$12 \times 6 = 72$, $12 \times 7 = 84$, $12 \times 8 = 96$, $12 \times 9 = 108$, $12 \times 10 = 120$.

(Každý dolní součin je o 60 větší než horní.)

171. *Všímejte si v tabulce pouze řádku I. Čísla, která v něm vidíte, násobte dvanácti. Říkejte pouze součiny.

Opakujte stejný cvik

a) s řádkem II, b) s řádkem III, c) s řádkem IV,
d) s řádkem V, e) s řádkem VI, f) s řádkem VII,
g) s řádkem VIII, h) s řádkem IX, i) s řádkem X.

172. *Všimněte si v tabulce nejprve sloupce I. Čísla, která v něm vidíte, násobte v mysli dvanácti a hned ke každému součinu přičtěte číslo, které vidíte vedle ve sloupci II. Nahlas říkejte pouze součty.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III, b) se sloupci III a IV,
c) se sloupci IV a V, d) se sloupci V a VI,
e) se sloupci VI a VII, f) se sloupci VII a VIII,
g) se sloupci VIII a IX, h) se sloupci IX a X.

173. *Všímejte si v tabulce pouze sloupců I a II. Vidíte pod sebou deset dvojciferných čísel. (Která začínají nulou, ta zvětšete o 100.) Dělte je v mysli dvanácti. Nahlas říkejte pouze zbytky.

Tentýž cvik, který jste provedli se sloupci I a II, opakujte

a) se sloupci II a III, b) se sloupci III a IV,
c) se sloupci IV a V, d) se sloupci V a VI,
e) se sloupci VI a VII, f) se sloupci VII a VIII,
g) se sloupci VIII a IX, h) se sloupci IX a X.

174. Násobte (provádějte zkoušku dělením)

a) 76875×12, b) 39486×12, c) 90427×12,
d) 86423×12, e) 97534×12, f) 708095×12.

175. Dělte (provádějte zkoušku násobením)

a) $71983 : 12$, b) $58684 : 12$, c) $81256 : 12$,
d) $93944 : 12$, e) $68203 : 12$, f) $42983 : 12$.

Násobení 7386×512 jsme původně prováděli tak, jak to vidíte vlevo, a později jsme užívali zkráceného postupu, který vidíte vpravo.

```
 7386 × 512          7386 × 512
36930               36930..
  7386                14772
  14772             3781632
3781632
```

Počet byl založen na rozvedení čísla 512 ve tři sčítance

(pět set) + (jedna desítka) + (dvě jednotky).

Když umíme násobilku dvanácti, můžeme původní postup zkrátiti také jinak. Rozveďme 512 takto:

(pět set) + (žádná desítka) + (12 jednotek)

a násobíme nejdříve pěti, potom (o dvě místa vpravo) dvanácti. Počet vypadá takto:

```
 7386 × 512
36930..
  88632
3781632
```

Podobně lze užíti násobilky jedenácti. Na př.

```
 52963 × 5116
264815..
  582593
   317778
270958708
```

Postupujte takto ve cvič. 176. Nezapomínejte na zkoušku.

176. a) 73256 × 6118, b) 84074 × 11073, c) 15964 × 49011, d) 38495 × 6128, e) 54763 × 12073, f) 60789 × 41209, g) 72694 × 1211, h) 53862 × 11012, i) 49673 × 1201103.

36. Dělení součinem. Ve cvič. 159 jsme na př. násobili číslem $42 = 7 \times 6$ tak, že jsme násobili nejdříve sedmi a co vyšlo šesti (nebo nejdříve šesti a co vyšlo sedmi). Docela stejně můžeme děliti číslem 42 tak, že nejdříve dělíme sedmi a co vyjde, to dělíme šesti (nebo nejdříve dělíme šesti a co vyjde, to dělíme sedmi). Na př.

```
158130 : 42
 22590              42 = 7 × 6
  3765
```

Při tom jsme si stranou poznamenali rozklad $42 = 7 \times 6$ a p o d t r h l i 7, t. j. t o h o č i n i t e l e, k t e r ý m j s m e s e r o z h o d l i d ě l i t d ř í v.

Takto si počínejte ve cvič. 177. Všecka dělení vyjdou beze zbytku. Zkoušku proveďte buďto násobením (podíl × dělitel = dělenec) nebo tak, že dělení opakujete, ale s jiným rozkladem dělitele.

177. a) 170568 : 36, b) 251328 : 42, c) 193608 : 72,
d) 214962 : 66, e) 323064 : 84, f) 258624 : 144.

Takto dělíme zejména součinem, jehož jeden činitel je deset nebo sto nebo tisíc. Na př. osmdesáti dělíme tak, že dělíme napřed deseti a co vyjde, dělíme osmi; sedmi sty dělíme tak, že dělíme napřed stem a co vyjde, dělíme sedmi. Na př.

$$\begin{array}{l} \underline{47440} : 80 \\ \;593 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \underline{453600} : 700 \\ \;648 \end{array}$$

V prvé úloze jsme napřed dělili 47440 : 10 a výsledek 4744 jsme si prostě naznačili p o d t r ž e n í m; potom jsme dělili 4744 : 8. Podobně ve druhé úloze.

178. a) 78000 : 3000, b) 76800 : 1200, c) 38940 : 110.

Ve cvič. 177 a 178 byly úlohy voleny tak, aby dělení vyšlo beze zbytku. Teď se naučíme stejně dělit i se zbytkem. Zavedeme si určitý postup, který se dá snadno zapamatovati a procvičíme si jej na řadě příkladů. Potom si vyložíme, proč je náš postup správný.

Mějme třeba úlohu 140 : 24. Provedení vypadá takto:

$$\begin{array}{l} \underline{140} : 24 \\ \underline{\;\,17} \text{ (zb. 4)} \\ \quad 5 \text{ (zb. 20)} \end{array} \qquad\qquad 24 = \underline{8} \times 3$$

P o p i s. Opíšeme úlohu 140 : 24. Stranou si napíšeme rozklad 24 = 8 × 3 a podtrhneme 8 na znamení, že dělení začneme osmičkou. Potom dělíme 140 : 8 a poznamenáme si podíl 17 i zbytek 4. Dále dělíme 17 : 3 a poznamenáme si podíl 5. Při tomto dělení vyšel zbytek 2. Ten však ještě nezapíšeme, nýbrž znásobíme jej podtrženým číslem (zde tedy osmi) a k součinu (tedy k 16) přičteme zbytek z dřívějšího dělení (tedy 4). Teprv tento součet (tedy 20) zapíšeme; to je zbytek při dělení 140 : 24. Zkouška: 5 × 24 + 20 = 140.

Mohli jsme užíti jiných rozkladů, na př.

$$\begin{array}{l} \underline{140} : 24 \\ \underline{\;\,46} \text{ (zb. 2)} \\ \quad 5 \text{ (zb. 20)} \end{array} \quad 24 = 8 \times \underline{3} \qquad\qquad \begin{array}{l} \underline{140} : 24 \\ \underline{\;\,23} \text{ (zb. 2)} \\ \quad 5 \text{ (zb. 20)} \end{array} \quad 24 = \underline{6} \times 4$$

Nyní si to procvičte. Provádějte zkoušku násobením.

179. a) 39725 : 64, b) 83256 : 63, c) 93874 : 56,
d) 53264 : 28, e) 66278 : 54, f) 77077 : 88,
g) 49406 : 121, h) 63548 : 144, i) 26085 : 132.

Nyní se vraťme k úloze 140 : 24 provedené pomocí rozkladu $24 = \underline{8} \times 3$ a vysvětleme si na ní správnost našeho postupu. Aby byla věc hodně jasná, dejme úloze 140 : 24 zajímavější roucho.

Osmitřídnímu ústavu věnoval někdo 140 knih. Měly býti rovnoměrně rozděleny mezi 24 žáky, a to třem nejlepším v každé třídě. Knihy, které by po takovém rozdělení ještě zbyly, měly přijíti do žákovské knihovny.

Počet knih, které na každého ze 24 obdarovaných žáků připadly, je podíl při dělení 140 : 24 a počet knih, které měly přijíti do žákovské knihovny, je zbytek při tomto dělení.

Ale tato slovní úloha se docela přirozeně řeší způsobem, který přesně odpovídá výše provedenému počtu

140 : 24
17 (zb. 4) $24 = \underline{8} \times 3$
5 (zb. 20)

ve kterém zbytek 20 se dostal počtem $2 \times 8 + 4$. Neboť rozdílení se mohlo provésti takto. Ředitel rozdělil 140 knih v 8 skupin po 17, načež u něho 4 knihy zbyly. Každý z osmi třídních profesorů dostal jednu skupinu 17 knih, rozdělil z nich po pěti svým třem nejlepším žákům, načež 2 knihy vrátil řediteli. Ke čtyřem knihám, které už u ředitele byly, přibylo tak ještě 2×8, t. j. 16 knih. To bylo celkem 20 knih a ty přišly do žákovské knihovny.

Takového rozkladu dělitele se užívá nejčastěji, když máme dělit součinem, jehož jeden činitel je deset nebo sto nebo tisíc. Na př. osmdesáti dělíme pomocí rozkladu $80 = 8 \times \underline{10}$, sedmi sty pomocí rozkladu $700 = 7 \times \underline{100}$ atd. Počet provádíme takto:

37694 : 80 942653 : 700
471 (zb. 14) 1346 (zb. 453)

V prvém příkladě dělíme napřed 37694 : 10, což si naznačíme prostým podtržením dělence. (Podíl 3769 je podtržená část a zbytek 4 je nepodtržená část čísla 37694.) Potom dělíme 3769 : 8. Při tom vyjde podíl 471, který zapíšeme a zbytek 1. Zbytek při původním dělení je $1 \times 10 + 4 = 14$, t. j. dostane se prostě, když se k číslici 1, t. j. ke zbytku při dělení 3769 : 8, připíše nepodtržená číslice 4 z čísla 37694. Podobně je to ve druhém příkladě.

180. a) 54623 : 70, b) 63289 : 400, c) 57106 : 80,
d) 92387 : 6000, e) 38476 : 90, f) 523576 : 500.

37. Jednoduché slovní úlohy. Ke každé úloze, která se řeší násobením, jsou **dvě** obrácené úlohy, které se řeší dělením. Abyste si to dobře uvědomili, máte ve cvič. 181 až 183 sestaveno po třech úlohách a), b) a c). Úloha a) se řeší násobením, úlohy b) a c) dělením. [V úlohách b) a c) jsou jiná čísla než v úloze a).] Byla v nich volena velmi jednoduchá čísla, takže ovšem počítáte zpaměti.

181. a) Tři chlapci měli po pěti jablkách. Kolik jablek měli celkem?
b) Tři chlapci měli každý stejně jablek. Dohromady jich měli 12. Kolik jablek měl každý?
c) Chlapci měli každý po čtyřech jablkách. Dohromady měli 28 jablek. Kolik chlapců to bylo?

182. a) Dítě spí 10 hodin denně. Kolik hodin prospí za 18 dní?
b) Chlapec si vypočetl, že za týden prospí 63 hodiny. Kolik hodin spí denně?
c) Muž spí denně 8 hodin. Za kolik dní prospí 96 hodin?

183. a) 1 kg zboží stojí 12 Kčs. Kolik stojí 6 kg?
b) 7 kg zboží stojí 63 Kčs. Kolik stojí 1 kg?
c) 1 kg zboží stojí 9 Kčs. Kolik kg se dostane za 54 Kčs?
Ve cvič. 184 až 187 počítejte zpaměti.

184. Za 12 minut jsem udělal 1044 kroky. Kolik kroků jsem udělal za minutu?

185. Každý žák ve třídě si koupil knihu, která stála 12 Kčs. Zaplatili celkem 444 Kčs. Kolik žáků bylo ve třídě?

186. Doplňte tabulku

počet dní	91	105	161	203	252	301	364	413
počet týdnů								

187. 176 žáků šlo v trojstupu. V kolika trojstupech šli?
Ve cvič. 188 až 194 počítejte písemně.

188. Kolo kočáru má obvod 3 m. Kolikrát se otočí na trati dlouhé 37 km 350 m?

189. 18 m látky stálo 1368 Kčs. Kolik stál metr?

190. Divadelní hra se dávala 72krát při vyprodaném domě. Vidělo ji celkem 19296 diváků. Kolik je míst v divadle?

191. Někdo zaplatil 2772 Kčs ve 14 stejných měsíčních splátkách. Kolik pokaždé platil?

192. Světlo urazí za vteřinu 300000 km. Země je vzdálena od slunce 149400000 km. Za jak dlouho dospěje sluneční paprsek k zemi?

193. Ze zásoby 1000 kg zboží se plnily bedničky po 48 kg. Kolik bedniček se naplnilo a kolik kg zboží zbylo?

194. Autobus pojme 27 cestujících. Kolik autobusů je potřeba pro 400 cestujících? Jsou-li všecky autobusy plně obsazeny až na poslední, kolik cestujících jede v posledním autobuse?

38. Dělení na nestejné díly. 16 jablek máme rozdělit mezi tři chlapce tak, aby jeden dostal o jedno víc než ostatní. Kolik dostane každý? Můžeme počítati takto: Jedno jablko **dáme stranou.** Zbude k rozdělení 15 jablek. Jest $15 : 3 = 5$, tedy dáme každému chlapci po 5 jablkách. Na konec přidáme jablko, které máme stranou, tomu chlapci, který má mít o jedno jablko více. Ten bude mít 6 jablek, ostatní dva po pěti.

Docela stejně postupujeme i v jiných úlohách, ve kterých má býti jeden díl o něco větší než ostatní.

195. Někdo koupil dva domy a zaplatil celkem 679 830 Kčs. Jeden dům byl o 75 000 Kčs dražší než druhý. Kolik stály ty domy?

196. Ve městě je 32 576 obyvatel. Žen je o 1878 více než mužů. Kolik mužů a kolik žen žije ve městě?

197. Obchodník odhaduje svou týdenní tržbu na 52 000 Kčs. Při tom odhaduje sobotní tržbu o 5 200 Kčs výše než pro jiné dny. V neděli neprodává. Nač odhaduje sobotní tržbu a nač tržbu jiného všedního dne?

Máme-li rozdělit 14 jablek mezi tři chlapce tak, aby jeden dostal o jedno méně než ostatní, **vypůjčíme** si jablko, dělíme $15 : 3 = 5$ a pak zase vypůjčené vrátíme.

198. Někdo cestoval pět dní. Poslední den byl už unaven a ušel o 7 km méně. Celkem ušel 173 km. Kolik km ušel poslední den a po kolika km denně ušel před tím?

199. a) Počítejte znovu cvič. 195, ale užijte „vypůjčení" místo „dávání stranou".

b) Počítejte znovu cvič. 196, ale užijte „vypůjčení".

Když máme dělit na nestejné díly, ale není řečeno, **oč** je jeden díl větší než druhý, nýbrž **kolikrát** je jeden díl větší než druhý, postupujeme jinak.

Příklad: Úsečka dlouhá 28 cm se má rozdělit na tři díly tak, aby prostřední díl byl dvakrát tak dlouhý jako každý krajní díl. Zde můžeme jeden větší díl nahraditi dvěma malými. Jest $28 : 4 = 7$, $7 \times 2 = 14$. Krajní díly měří po 7 cm, prostřední 14 cm.

200. Dva dospělí a tři děti jeli vlakem. Zaplatili celkem 238 Kčs jízdného. Děti měly poloviční jízdenky. Kolik stála celá jízdenka a kolik poloviční?

201. Někdo cestoval 6 dní a ušel celkem 209 km. Poslední den byl už unaven a ušel jen polovinu toho, co jiné dny. Kolik ušel denně (prvých pět dní) a kolik posledního dne?

202. Hodinář prodal 30 hodinek levnějšího druhu a 4 hodinky druhu třikrát dražšího. Celkem utržil 13230 Kčs. Kolik stály jedny levné hodinky a kolik drahé?

39. Dělení většími čísly. Dělení jednociferným číslem je proto tak jednoduché, že umíme násobilku. Můžeme děliti docela stejně také větším číslem, když si sestavíme jeho násobilku. Sestavme si třeba násobilku třicetisedmi. Napíšeme si pod sebe čísla 1, 2 až 10, před ně uděláme svislou čáru a před čáru píšeme násobky. Nepočítáme je násobením, nýbrž stálým přičítáním čísla 37. Poslední součin 37 × 10 počítáme pro kontrolu, že jsme násobilku sestavili správně. Jakmile máme násobilku, můžeme dělit číslem 37 stejně jako jednociferným číslem. Na př.

37	1
74	2
111	3
148	4
185	5
222	6
259	7
296	8
333	9
370	10

92586 : 37
2502 (zb. 12)

Ale při tomto způsobu počtu si musíme mnoho pamatovat, takže (zejména při větším děliteli) pouze velmi dobrý počtář ho může spolehlivě užívat. Proto se zavádí podrobnější zápis. Obvyklá úprava počtu na př. při dělení 2948573 : 37 je tato:

2948573 : 37 ≐ 79691
 358
  255
   337
    43
     6 zb.

Popis. Opíšeme úlohu 2948573 : 37 a za dělitele napíšeme rovnítko. Podle násobilky je 37 ve 294 obsaženo sedmkrát. Za rovnítko zapíšeme cifru 7 podílu. Provedeme písemné odčítání 294 — 259, ve kterém menšenec i menšitel jsou napsaná čísla (ale ne pod sebou). Rozdíl 35 zapíšeme pod menšence a k němu připíšeme další cifru dělence 8, takže máme napsáno 358. 37 ve 358 je obsaženo devětkrát. Zapíšeme další cifru podílu 9. Odečteme 358 — 333 a k rozdílu 25 připíšeme 5. 37 ve 255 je obsaženo šestkrát. Zapíšeme 6. Odečteme 255 — 222 a k rozdílu 33 připíšeme 7. 37 ve 337 je obsaženo devětkrát. Zapíšeme 9. Odečteme 337 — 333 a k rozdílu 4 připíšeme 3. 37 ve 43 je obsaženo jednou. Zapíšeme 1. Odečteme 43 — 37. Rozdíl 6 je zbytek našeho dělení. K číslu 6 připíšeme slovo zbytek. Podíl 79691 máme už zapsán. **Abychom naznačili, že dělení nevyšlo beze zbytku, zapíšeme nad rovnítko tečku.** (Je-li zbytek nula, necháme rovnítko bez tečky.)

Ve cvič. 203 si ke každé úloze sestavte násobilku.

203. a) 297864 : 73, b) 755839 : 57, c) 6000000 : 3849.

Máme-li dělit řadu čísel týmž dělitelem, je docela účelné si sestaviti násobilku dělitele. Ale na př. při dělení 300 : 34 má podíl jedinou cifru 8 a bylo by věru zdlouhavé za účelem nalezení té jediné cifry si sestavovat celou násobilku dělitele.

Proto dělíme zpravidla bez násobilky dělitele. Při tom je hlavní, umět správně určovat postupné cifry podílu, t. j. umět stanovit, kolikrát je dělitel obsažen v takovém čísle, které je menší než desetinásobný dělitel. Zručnosti v takovém určování se nabude pouze počítáním mnoha příkladů. Ale několik poznámek, které si nyní učiníme, může vám býti při příkladech dobrým vodítkem. Cvičte napřed příklady s dvojciferným dělitelem, protože dvojciferní dělitelé se vyskytují nejčastěji a mimo to po dobrém výcviku v dělení dvojciferným dělitelem se u víceciferných dělitelů už nesetkáte s žádnou novou potíží.

Cifru podílu napřed **odhadneme**, potom provedeme **kontrolu odhadu** a pak teprve **zapíšeme.**

Odhad cifry se děje podle zásady: Daného dělitele nahradíme dělitelem jemu blízkým, kterým se snáze dělí. Na př. dělitele 42 nahradíme menším dělitelem 40, dělitele 63 menším dělitelem 60, ale dělitele 48 nahradíme raději větším dělitelem 50 (50 je ke 48 blíže než 40), dělitele 67 větším dělitelem 70.

Nahradíme-li daného dělitele **menším** dělitelem, je buďto odhadnutá cifra správná nebo je třeba ji **snížit.** Na př. 40 ve 300 je obsaženo sedmkrát, tedy číslo 42, větší než 40, je ve 300 jistě obsaženo nanejvýš sedmkrát (7 je zde správný odhad); 40 ve 208 je obsaženo pětkrát, tedy číslo 42, větší než 40, je ve 208 jistě obsaženo nanejvýš pětkrát (správná cifra je zde 4).

Nahradíme-li daného dělitele **větším** dělitelem, je buďto odhadnutá cifra správná nebo je třeba ji **zvýšit.** Na př. 70 je v 580 obsaženo osmkrát, tedy číslo 67, menší než 70, je v 580 jistě obsaženo alespoň osmkrát (8 je zde správný odhad); 70 je ve 410 obsaženo pětkrát, tedy číslo 67, menší než 70, je ve 410 jistě obsaženo alespoň pěkrát (správná cifra je zde 6).

Příklad odhadu; 219 : 42. Dělitel je přibližně 40, t. j. 4 desítky, a dělenec je přibližně 21 desítek. Proto provedeme odhad slovy

42 ve 219 jako 4 ve 21, pětkrát.

Jiný příklad; 542 : 67. Dělitel je přibližně 70, t. j. 7 desítek, a dělenec je přibližně 54 desítek. Proto provedeme odhad slovy

67 v 542 jako 7 v 54, sedmkrát.

(V prvním příkladě je odhad správný, ve druhém správná cifra je 8.)

Kontrolu odhadu provádíme tím, že znásobíme zpaměti dělitele odhadnutou cifrou. I v nejnepříznivějších případech stačí k určení správné cifry provésti toto jediné násobení. Na př.

13 v 99 jako 1 v 9, devětkrát

je nesprávný odhad. Vypočteme zpaměti $13 \times 9 = 117$, což je příliš mnoho. Najdeme $13 \times 8 = 104$ bez násobení (odečtením 117 — 13); i to je příliš mnoho. $13 \times 7 = 91$ (t. j. 104 — 13) už jde. Správná cifra je 7.

Zkoumáním všech možných případů by se dalo dokázati, že je-li první (tedy desítková) cifra dělitele 4 nebo větší než 4, je cifra odhadnutá výše naznačeným způsobem buďto správná nebo se liší od správné cifry pouze o jedničku.

204. Zkoumejte, kolikrát je obsaženo

a) 32 ve 217,	b) 43 ve 360,	c) 53 ve 429,	d) 64 v 597,
e) 38 ve 217,	f) 47 ve 380,	g) 56 ve 429,	h) 65 v 597,
i) 74 v 642,	j) 82 v 793,	k) 84 v 756,	l) 93 v 820,
m) 75 v 684,	n) 86 v 793,	o) 96 v 500,	p) 37 ve 320,
q) 34 ve 302,	r) 23 ve 182,	s) 13 ve 100,	t) 17 ve 138,
u) 35 ve 317,	v) 26 ve 209,	w) 17 ve 138,	x) 25 ve 203.

Zápis při dělení bez násobilky dělitele provádíme stejně jako při dělení s násobilkou dělitele. Na př.

$$
\begin{array}{l}
28296 : 43 \doteq 658 \\
\quad 249 \\
\qquad 346 \\
\qquad\quad 2 \text{ zb.}
\end{array}
$$

Když (po odhadu a jeho kontrole) zapíšeme na př. první cifru podílu 6, potom nejbližší část výpočtu je násobení spojené s odčítáním 282 — — 43 × 6. Oba tyto výkony provádíme najednou, jak jsme to už cvičili (viz cvič. 133 a 134).

Po každém dělení provádějte zkoušku. U dělení právě provedeného je zkouška

$$\begin{array}{r} \underline{658} \times 43 + 2 \\ 2632 \\ 1974 \\ \underline{2} \\ 28296 \end{array}$$

Při sčítání, odčítání, násobení a při dělení jednociferným dělitelem jsme prováděli zkoušku bez psaní. Naproti tomu zkouška při dělení několikaciferným číslem se provádí písemně.

205. Dělte (provádějte zkoušku):

a) 578 : 32,	b) 647 : 53,	c) 1024 : 73,	d) 2000 : 84,
e) 496 : 38,	f) 923 : 27,	g) 1893 : 68,	h) 3120 : 67,
i) 2365 : 43,	j) 3724 : 93,	k) 5555 : 63,	l) 5555 : 64,
m) 3126 : 58,	n) 6725 : 98,	o) 3333 : 46,	p) 2345 : 76,

206. Dělte (provádějte zkoušku):

a) 359648 : 83,	b) 465837 : 64,	c) 3236437 : 32,
d) 590364 : 85,	e) 706429 : 68,	f) 639287 : 27,
g) 872865 : 22,	h) 384756 : 54,	i) 567809 : 91,
j) 254388 : 19,	k) 676768 : 46,	l) 897969 : 99.

Je-li dělitel více než dvojciferný, nahradíme jej při určování cifry podílu dvojciferným dělitelem. Příklad: 49753 : 6318. Provedeme odhad slovy

63 sta ve 497 stech jako 6 ve 49, osmkrát,

znásobíme zpaměti 63 × 8 = 504, opravíme odhad na 7 a zapíšeme do podílu cifru 7.

Případy, kdy tento postup dá nesprávnou cifru podílu, jsou tak řídké, že někdy i velmi dobrý počtář musí nesprávný zápis škrtnutím opraviti. Správná číslice je v těchto výjimečných případech vždy o jedničku menší než původní. Příklad:

$$\begin{array}{l} \phantom{344162 : 4927 \doteq{}} 6 \\ 344162 : 4927 \doteq \cancel{7}9 \\ \cancel{927} \\ 48542 \\ 4199 \text{ zb.} \end{array}$$

Že byla první číslice podílu nesprávná, poznali jsme z toho, že se výkon 34416 — 4927 × 7 nedal provésti. Přeškrtli jsme 7 jediným šikmým tahem, 927 jediným vodorovným tahem, a nad přeškrtnutou sedmičku jsme napsali malou, ale zřetelnou šestku.

207. Dělte (provádějte zkoušku):

a) 57068 : 429,	b) 636774 : 7321,	c) 620729 : 646,
d) 86543 : 283,	e) 590687 : 573,	f) 390587 : 2874,
g) 66666 : 137,	h) 542876 : 242,	i) 396542 : 346,
j) 906325 : 1781,	k) 369425 : 2503,	l) 876442 : 351.

Máme-li děliti na př. 70856 : 670, užijeme rozkladu 670 = 67 × 10 podobně jako ve cvič. 180. Dělení desíti si zase naznačíme prostě podtržením dělence. (Podíl je 7085, zbytek 6.) Potom dělíme 7085 : 67, ale ke zbytku 50 připíšeme 6. Podobně postupujeme na př. při dělení 394852 : 3800. Provedení:

$$\begin{array}{l} \underline{7085}6 : 670 \doteq 105 \\ \;385 \\ \quad 506 \text{ zb.} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \underline{3948}52 : 3800 \doteq 103 \\ \quad 148 \\ \qquad 3452 \text{ zb.} \end{array}$$

208. Dělte (provádějte zkoušku):

a) 894654 : 760,	b) 423756 : 8200,	c) 2345678 : 47000,
d) 896245 : 2700,	e) 548673 : 790,	f) 8260307 : 63000.

§ 6. Vlastnosti základních početních výkonů. Smíšené příklady.

40. Sčítání. Dosud jsme se cvičili ve hbitém a spolehlivém provádění čtyř základních početních výkonů a užívali jsme jich k řešení slovních příkladů. Nyní si krátce promluvíme o několika důležitých vlastnostech těchto výkonů. Počneme sčítáním. Víte, že sčítáním se stanoví, kolik je věcí **dohromady** v několika souborech, víme-li, kolik věcí je v každém souboru **zvlášť**. Sčítání má dvě důležité vlastnosti.

Mají-li dva chlapci v levé kapse po sedmi kuličkách a v pravé po pěti, a přendá-li prvý chlapec 5 kuliček z kapsy pravé k 7 kuličkám z kapsy levé, kdežto druhý chlapec přendá 7 kuliček z kapsy levé k 5 kuličkám z kapsy pravé, budou míti oba chlapci v jedné kapse po dvanácti kuličkách. Je tedy

$$7 + 5 = 5 + 7$$

a stejně 134 + 67 = 67 + 134, 2389 + 8932 = 8932 + 2389 atd. Tato vlastnost sčítání se jmenuje **zákon komutativní** (latinsky mutare měniti, od toho na př. mutace hlasu, commutare vyměniti dvě věci jednu za druhou). Komutativního zákona se užívá na př. při zkoušce písemného sčítání.

Leží-li na stole vedle sebe tři hromádky kostek, jedna s devíti černými kostkami, druhá se sedmi červenými, třetí s pěti modrými, můžeme napřed spojit červené a modré v jedinou větší hromádku a tuto potom přistrčit ke hromádce černých kostek; ale také můžeme napřed spojit černé a červené v jedinou větší hromádku a k ní potom přistrčit hromádku modrých. Výsledek je při obojím postupu jediná hromádka s 21 kostkami. Je tedy

$$9 + (7 + 5) = (9 + 7) + 5$$

a stejně $123 + (85 + 213) = (123 + 85) + 213$, $7624 + (3896 + 6000) = (7624 + 3896) + 6000$ atd. Tato vlastnost sčítání se jmenuje **zákon asociativní** (latinsky associare sdružovati). Asociativního zákona užíváme vlastně už, když se učíme počítat $24 + 3 = 27$; neboť úkol vlastně zní $(20 + 4) + 3$ a místo toho počítáme $20 + (4 + 3)$. Při příkladu $24 + 9$, trochu těžším než $24 + 3$, užíváme ještě jiným způsobem asociativního zákona; neboť písemný výpočet úkolu $24 + 9$ vlastně pozůstává v tom, že najdeme, že $4 + 9 = 10 + 3$, takže $24 + 9 = 20 + (10 + 3)$, což podle asociativního zákona je $(20 + 10) + 3$ neboli 33.

Asociativní zákon můžeme chápati jinak než jako rovnost dvojího sdružování sčítanců. Dejme tomu, že jsme napřed vypočetli součet $9 + 7 = 16$ a že teď máme počítati součet $9 + 12$ neboli $9 + (7 + 5)$. Nový součet má prvního sčítance právě takového jako původní součet, ale druhý sčítanec je u nového součtu o pět větší než u původního součtu. Asociativní zákon říká, že potom také nový součet $9 + 12$ je o pět větší než původní součet. Neboli:

Oč se zvětší jeden sčítanec, o to se zvětší součet.

Považujeme-li $9 + 7$ za původní součet a $9 + 12$ za nový součet, dostáváme pravidlo právě vyslovené. Můžeme však také obráceně považovat $9 + 12$ za původní součet a $9 + 7$ za nový součet. Tedy můžeme říci:

Oč se zmenší jeden sčítanec, o to se zmenší součet.

41. Odčítání. Víte, že otázka „Sedm a kolik je dvanáct?“ je stejná jako „Kolik je dvanáct bez sedmi?“. **Odčítati znamená ze známého součtu a jednoho sčítance určiti sčítance druhého**; známý součet při tom dostane jméno menšenec, známý sčítanec jméno menšitel a hledaný sčítanec jméno rozdíl.

Protože $9 + 7 = 16$, jest $16 - 7 = 9$. Podle asociativního zákona pro sčítání zůstane vztah $9 + 7 = 16$ správný, když v něm číslo 9 ponecháme beze změny, ale čísla 7 a 16 zvětšíme každé o pět; tedy je $(16 + 5) - (7 + 5) = 16 - 7$. Tedy:

Rozdíl se nezmění, zvětšíme-li menšence i menšitele oba o stejné číslo.

Považujeme-li $(16 + 5) - (7 + 5)$ za původní výkon a $16 - 7$ za nový výkon, můžeme říci:

Rozdíl se nezmění, zmenšíme-li menšence i menšitele oba o stejné číslo.

42. Násobení. Víte, že třikrát 7 je totéž jako 7 a 7 a 7. **Násobiti dvě čísla znamená počítati součet, u kterého je počet sčítanců roven jednomu číslu a každý**

sčítanec je roven druhému číslu. Oběma daným číslům můžeme dáti stejný název „činitel", protože také pro násobení platí **zákon komutativní.** Máme-li na stole 7 hromádek, z nichž každá se skládá ze tří barevných kuliček, jedné červené, jedné modré a jedné žluté, můžeme počet všech kuliček určiti dvojím způsobem. Protože máme 7 hromádek po 3 kuličkách, je všech kuliček $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$; protože je 7 kuliček červených, 7 modrých a 7 žlutých, je všech kuliček $7 + 7 + 7$. Proto je $3 \times 7 = 7 \times 3$ a stejně $284 \times 79 = 79 \times 284$, $1368 \times 3274 = 3274 \times 1368$ atd.

Také **asociativní zákon** platí pro násobení. Mějme na př. 3×5 hromádek ořechů, v každé po sedmi ořeších. Celkový počet ořechů je $7 \times (3 \times 5)$. Počet hromádek je $3 + 3 + 3 + 3 + 3$; můžeme vždycky tři malé hromádky shrnouti v jednu větší hromadu. V každé hromadě bude 7×3 ořechů a počet hromad je 5, takže celkový počet ořechů je $(7 \times 3) \times 5$. Proto je $7 \times (3 \times 5) = (7 \times 3) \times 5$ a stejně $84 \times (83 \times 82) = (84 \times 83) \times 82$, $1441 \times (2013 \times 786) = (1441 \times 2013) \times 786$ atd.

Jako u sčítání můžeme také u násobení chápati asociativní zákon jinak než jako rovnost dvojího sdružování činitelů. Součin $7 \times (3 \times 5)$ má jednoho činitele stejného jako součin 7×3 a druhého pětkrát většího; číslo $(7 \times 3) \times 5$ je pětkrát větší než číslo 7×3. Tedy:

Kolikrát se zvětší jeden činitel, tolikrát se zvětší součin.

A zase také obráceně:

Kolikrát se zmenší jeden činitel, tolikrát se zmenší součin.

43. Dělení. Budeme se zabývati v tomto odstavci pouze dělením beze zbytku. Víte, že otázka „Kolikrát osm je 24?" je stejná jako „Kolik je 24 děleno osmi?" **Děliti znamená ze známého součinu a jednoho činitele určiti činitele druhého;** známý součin při tom dostane jméno dělenec, známý činitel jméno dělitel a hledaný činitel jméno podíl.

Protože $7 \times 3 = 21$, jest $21 : 3 = 7$. Podle asociativního zákona pro násobení zůstane vztah $7 \times 3 = 21$ správný, když v něm číslo 7 ponecháme beze změny, ale čísla 3 a 21 zvětšíme každé pětkrát; tedy je $(21 \times 5) : (3 \times 5) = 7$. Tedy:

Podíl se nezmění, znásobíme-li dělence i dělitele oba stejným číslem.

A zase také obráceně:

Podíl se nezmění, dělíme-li dělence i dělitele oba stejným číslem.

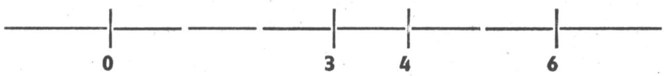
44. Distributivní zákon. U sčítání jsme si všimli dvou vlastností, kterým jsme dali jméno komutativní a asociativní zákon; u násobení jsme si všimli obdobných vlastností, kterým jsme dali stejná jména. Nyní si všimneme ještě jednoho důležitého zákona, ve kterém se vyskytuje i sčítání i násobení.

Dejme tomu, že každý z 23 chlapců a každá z 19 dívek má dostati po třech korunách; kolik dostanou všichni dohromady? Můžeme uvážiti, že chlapci dostanou (23×3) Kčs a dívky (19×3) Kčs, takže všichni dohromady dostanou $(23 \times 3 + 19 \times 3)$ Kčs. Můžeme však také uvážiti, že všech dětí je $23 + 19$, takže dohromady dostanou $[(23 + 19) \times 3]$ Kčs. Proto je

$$(23 + 19) \times 3 = 23 \times 3 + 19 \times 3$$

a stejně $(127 + 721) \times 35 = 127 \times 35 + 721 \times 35$, $(8888 + 7654) \times 3214 = 8888 \times 3214 + 7654 \times 3214$ atd. To je **distributivní zákon** (latinsky distribuere rozdíleti). Distributivního zákona užíváme na př. při výpočtu 83×7; zde právě počítáme 80×7 a 3×7 a oba součiny sečteme. Distributivního zákona také užíváme, když na př. provádíme písemné násobení 6834×23; zde počítáme postupně 6834×20 a 6834×3 a oba součiny sečteme. Na distributivním zákoně jsou také založeny zkoušky při násobení, kterých jsme užívali v odst. 26.

45. Číselná osa. V odst. 22 jsme poznali užitečnost znázornění čísel úsečkami. K tomu si nyní řekneme drobný, ale důležitý doplněk. Chceme-li současně znázorniti řadu čísel, zvolíme si vodorovnou přímku p a na ní si zvolíme bod O. Mimo to si zvolíme určitou jednotku délky, třeba 1 cm. Pak si můžeme jednotlivá čísla znázorňovat úsečkami, které mají jeden krajní bod v poloze O a leží od bodu O napravo. Jednodušeji si můžeme znázornit každé číslo prostě bodem, který je druhým krajním bodem té úsečky. V obrazci jsou znázorněna čísla 3, 4, 6 a u každého bodu je zaznamenáno číslo jím znázorněné. Je patrné, že čím větší je číslo, tím dále napravo je bod je znázorňující. Bod O sám znázorňuje číslo 0. Protože číslo 4 je větší než číslo 3 a menší než číslo 6, což píšeme $4 > 3$ a $4 < 6$, je bod znázorňující číslo 4 mezi body znázorňujícími čísla 3 a 6.



Obr. 7.

Přímka p, jejímiž body znázorňujeme čísla, jmenuje se **číselná osa.** Bodu O se říká **počátek.**

Zvolte 1 mm za délkovou jednotku a znázorněte na číselné ose čísla

15; 23; 37; 46; 58!

46. Smíšené příklady. **209.** Vodovod vydal za 24 hodin 1 468 800 l vody. Kolik vody vydal

a) za hodinu, b) za minutu, c) za vteřinu?

210. a) Která dvě po sobě jdoucí čísla mají součet 39089?
b) Která tři po sobě jdoucí čísla mají součet 8862?
c) Která čtyři po sobě jdoucí čísla mají součet 40002?

211. Slovník má 997 stran, na každé straně 2 sloupce, v každém sloupci 74 řádky a v řádku po 32 písmenech. Kolik písmen je v celé knize?

212. Rozdělte 240 na tři části tak, aby jedna byla
a) o 3 větší, b) třikrát větší, c) o 9 menší,
d) poloviční než ostatní.

213. Obchodník odhaduje sobotní tržbu o 1100 Kčs výše než dvojnásobek tržby v jiný všední den; celkovou tržbu za všech šest všedních dní v týdnu odhaduje na 18 250 Kčs. Nač odhaduje svou tržbu pro jednotlivé dny?

214. Někdo koupil 4 lístky do divadla; jeden z nich byl o 6 Kčs dražší než ostatní. Na 100 Kčs dostal 22 Kčs zpět. Kolik stály jednotlivé lístky?

215. V obchodě se utržilo za druhé čtvrtletí v roce o 8240 Kčs více než trojnásobek tržby za duben. Květnová tržba byla o 2350 Kčs vyšší než dubnová. Za červen se utržilo 37 260 Kčs. Kolik se utržilo za duben, kolik za květen a kolik za celé čtvrtletí?

216. Víme-li, že $3774 \times 826 = 3117324$, jak můžeme rychle vypočísti:

a) 6226×826;   b) 3774×174;   c) 7548×826?

217. Statkář má na 38 ha lesa 13300 m³ dřeva. Kolik dřeva připadá na 1 ha lesa?

218. Stavební pozemek byl rozdělen na dvě parcely velikosti 7a a 5a. Větší parcela byla prodána za 2730 Kčs. Určete cenu menší parcely.

219. Provozní délka brněnských elektrických drah činila v r. 1925: 24 836 m, v r. 1930: 32 371 m, v r. 1935: 36 822 m. Ujeto bylo celkem v r. 1925 asi 4 650 000 km, v r. 1930 asi 8 122 000 km, v r. 1935 asi 8 279 000 km. Kolikrát asi byla celá provozní délka projeta za rok? Kolikrát za den?

220. Nahraďte * správnými číslicemi:

a)
```
 833
 479
 596
 ***
────
2437
```

b)
```
 624
 *85
 4*7
 64*
────
1978
```

c)
```
 125
 68*
 439
 *87
────
15*4
```

d)
```
  3*45
— *2*5
──────
   93*
```

e)
```
  8*45
— 59*7
──────
  *70*
```

f)
```
  *3*5*
— 98*3
──────
 1*003
```

g)
```
*** × 37
***
1743
────
****
```

h)
```
 **9 × **4
**23
 17*4
   ****
───────
******
```

i)
```
  *** × 29
 ****
  ***6
 ─────
 **83*
```

j)
```
****** : 58 ≐ 49*6
 ***
  3**
   45 zb.
```

k)
```
4**3** : *1* = 5*4
 598*
  2*5*
     0
```

§ 7. Dělitelnost.

47. Násobky. Napište si do řady za sebou (ne příliš hustě!) čísla

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, ...,

kde tečky naznačují, že bychom mohli pokračovat dál a dál. Teď si zvolme určité číslo, třeba osm. Násobte všecka čísla z prvního řádku osmi a součiny pište do druhého řádku. Pište dobře pod sebe! Zvolme si ještě jedno číslo, třeba šedesát. Násobte všecka čísla z prvního řádku šedesáti a součiny pište do třetího řádku. Část toho, co máte napsáno, vypadá takto:

9,	10,	11,	12,	13,	14,	15,	16,	17,	...
72,	80,	88,	96,	104,	112,	120,	128,	136,	...
540,	600,	660,	720,	780,	840,	900,	960,	1020,	...

Čísla ve druhém řádku jsou **násobky** osmi. Čísla ve třetím řádku jsou násobky šedesáti. Jmenujte několik násobků jedenácti! Jmenujte několik násobků dvou set!

Násobků daného čísla si můžeme napsati libovolné množství. Máme-li už napsán nějaký násobek osmi, třeba 80 nebo 104, dostaneme následující násobek osmi, tedy 88 nebo 112, přičteme-li osm. Předcházející násobek osmi, tedy 72 nebo 96, dostaneme, odečteme-li osm. 260 je násobek dvacetišesti; který je následující násobek dvacetišesti? 1800 je násobek osmnácti; který je předcházející násobek osmnácti?

Abychom se přesvědčili, zdali nějaké číslo je třeba násobek osmi, dělíme to číslo osmi. Vyjde-li dělení beze zbytku, je dané číslo násobek osmi. Na př. 512 je násobek osmi, neboť dělením se najde $512 : 8 = 64$, tedy $512 = 64 \times 8$. Násobky osmi jsou ta čísla, která se dají beze zbytku děliti osmi. Proto se jim také říká čísla **dělitelná** osmi. Podobně třeba výrok, že nějaké číslo je dělitelné šedesáti, znamená totéž, jako výrok, že to číslo je násobek šedesáti.

Číslo 268 není násobek sedmi, neboť při dělení $268 : 7$ vyjde podíl 38 a zbytek 2. 38×7 není 268, nýbrž o 2 méně, tedy 266. Nejblíže menší násobek sedmi k číslu 268 dostaneme, když od 268 odečteme zbytek při dělení sedmi. 346 není násobek devíti, neboť při dělení $346 : 9$ vyjde podíl 38 a zbytek 4. Jak najdeme nejblíže větší násobek devíti? Kdybychom od 346 odečtli 4, dostali bychom násobek devíti, ale my hledáme následující, tedy o devět větší, násobek devíti. Ten dostaneme, když ke 346 přičteme 5. Nejblíže větší násobek devíti k číslu 346 dostaneme, když ke 346 přičteme tolik, oč je zbytek menší než 9; dostaneme 351.

Chceme-li najít všecky násobky čtyř mezi 301 a 321, najdeme si nejdříve nejblíže větší násobek čtyř k číslu 301. To je 304. Další násobky dostaneme, když postupně přičítáme 4. Tedy hledané násobky jsou 304, 308, 312, 316, 320 a dost. 324 už je číslo příliš velké.

221. Najděte nejblíže menší násobky
a) sedmi k číslům 1000, 2000, 3483,
b) devíti k číslům 238, 527, 3000.

222. Najděte nejblíže větší násobky
a) šesti k číslům 1300, 1705, 3129,
b) osmi k číslům 754, 1213, 2790.

223. Napište za sebou všecky násobky
a) tří mezi čísly 4000 a 4040,
b) sedmi mezi čísly 8000 a 8100.

Čísla 72 (devětkrát 8) a 56 (sedmkrát 8) jsou násobky osmi. Když je sečteme, dostaneme 128 (šestnáctkrát 8); když je odečteme, dostaneme 16 (dvakrát 8). To jsou zase násobky osmi. Čísla 780 (třináctkrát 60) a 240 (čtyřikrát 60) jsou násobky šedesáti. Když je sečteme, dostaneme 1020 (sedmnáctkrát 60), když je odečteme, dostaneme 540 (devětkrát 60). To jsou zase násobky šedesáti.

Jsou-li **oba sčítanci** dělitelní nějakým číslem, je také součet dělitelný tím číslem.

Jsou-li **menšenec i menšitel** dělitelní nějakým číslem, je také rozdíl dělitelný tím číslem.

Také součet tří nebo více násobků nějakého čísla je násobek téhož čísla. Na př. 72 (osmkrát 9), 45 (pětkrát 9), 63 (sedmkrát 9) jsou násobky devíti. Jejich součet 180 (dvacetkrát 9) je zase násobek devíti. 72 (osmkrát 9) je násobek devíti. Proto také $72 + 72 = 72 \times 2$, $72 + 72 + 72 = 72 \times 3$, $72 + 72 + 72 + 72 = 72 \times 4$ jsou násobky devíti.

Jakmile **třeba jen jediný činitel** je dělitelný nějakým číslem, je také součin dělitelný tím číslem.

Totéž pravidlo můžeme vysloviti stručně takto: Násobek násobku nějakého čísla je zase násobek téhož čísla. Na př. 432 =

$= 72 \times 6$ je násobek 72, 72 je násobek devíti, tedy 432 je násobek devíti.

224. a) Proveďte násobení 2325×7, 6483×7, sečtěte oba součiny a přesvědčte se dělením, že součet je násobek sedmi.

b) Násobte 3845×38, 2694×38 a pokračujte jako při a).

225. a) Proveďte násobení 7563×9, 5428×9, odečtěte druhý součin od prvního a přesvědčte se dělením, že rozdíl je násobek devíti.

b) Násobte 8463×64, 2395×64 a pokračujte jako při a).

226. a) Proveďte násobení 3495×7, součin násobte číslem 43 a přesvědčte se dělením, že také nový součin je násobek sedmi.

b) Násobte $(3963 \times 57) \times 814$ a přesvědčte se dělením, že jste dostali násobek čísla 57.

Poznámka o zkoušce při násobení. Všimněme si třeba násobení 367849×32684 provedeného na str. 52. Pod násobencem máme napsány jeho násobky, a to v daném případě jeho trojnásobek, dvojnásobek, šestinásobek, osminásobek, čtyrnásobek. Mezi těmito násobky jsou rozmanité vztahy, kterých můžeme užíti ke kontrole. Na př. součet napsaného násobence a jeho napsaného dvojnásobku musí dáti jeho napsaný trojnásobek, z napsaného čtyrnásobku dostaneme násobením dvěma napsaný osminásobek atd.

48. Dělitelnost desíti, dvěma a pěti. Čísla dělitelná desíti mají na základním místě nulu. Proč?

Protože $10 = 2 \times 5$, 10 je násobek dvou i násobek pěti. Tedy také každý násobek deseti je násobek dvou i násobek pěti. Je-li nyní dáno třeba číslo 2364, můžeme je psáti jako součet $2360 + 4$. První sčítanec je násobek dvou i násobek pěti; druhý sčítanec je násobek dvou, ale není násobek pěti; proto 2364 je násobek dvou, ale není to násobek pěti. Podobně $1735 = 1730 + 5$ není násobek dvou, ale je to násobek pěti. Z toho soudíme:

Čísla dělitelná dvěma mají na základním místě 0, 2, 4, 6 nebo 8.

Čísla dělitelná pěti mají na základním místě 0 nebo 5.

Čísla dělitelná dvěma se jmenují **sudá.** Ostatní čísla se jmenují **lichá.** Nula je číslo sudé.

227. Napište si do tří řádků všecka čtyrciferná čísla, která mají stejné číslice (třeba v jiném pořádku) jako číslo 7453. Do prvního řádku napište násobky dvou (je jich šest). Do druhého řádku napište násobky pěti (je jich zase šest). Ostatní čísla pište do třetího řádku (i s číslem 7453 je jich dvanáct). V každém řádku pište čísla od nejmenšího k největšímu.

Tentýž cvik opakujte s číslem

a) 5823, b) 6549, c) 7045, d) 8645.

228. Součet dvou čísel sudých je číslo .... Doplňte správně slovem liché nebo sudé. Napište příklad s dvojcifernými sčítanci. Napište ještě jeden příklad, ale ať se ve druhém příkladě neopakuje žádná cifra, kterou jste měli v prvním příkladě!

Tentýž cvik proveďte s větou

a) součet dvou lichých čísel je číslo ...,
b) součet sudého čísla s lichým je číslo ...,
c) rozdíl dvou sudých čísel je číslo ...,
d) rozdíl dvou lichých čísel je číslo ...,
e) je-li menšenec sudý a menšitel lichý, je rozdíl číslo ...,
f) je-li menšenec lichý a menšitel sudý, je rozdíl číslo ...,

229. a) Vyhledejte si cvič. 59 a říkejte u každé úlohy (bez počítání), zdali vyjde číslo sudé či liché.

b) Opakujte s cvič. 61.

230. Doplňte správně slovy lichý a sudý:

Součet několika sčítanců je sudý, když počet ... sčítanců je ...

Součet několika sčítanců je lichý, když počet ... sčítanců je ...

Potom si vyhledejte cvič. 63 a říkejte u každé úlohy (bez počítání), zdali vyjde číslo liché či sudé.

49. Dělitelnost stem, čtyřmi, dvaceti, padesáti a dvacetipěti. Čísla dělitelná stem mají poslední dvojčíslí 00. Proč?

Protože $100 = 4 \times 25$, je 100 násobek čtyř. Tedy také každý násobek sta je násobek čtyř. Je-li nyní dáno třeba číslo 2364, můžeme je psáti jako součet $2300 + 64$. První sčítanec je násobek čtyř; protože také $64 = 16 \times 4$ je násobek čtyř, je 2364 násobek čtyř. Ale $1738 = 1700 + 38$ není násobek čtyř, protože 38 není násobek čtyř. Z toho soudíme:

Číslo je dělitelné čtyřmi, je-li jeho poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi.

Sto není jen násobek čtyř; je to také násobek dvaceti, padesáti a dvacetipěti. Proto:

Číslo dělitelné dvaceti má poslední dvojčíslí 00, 20, 40, 60 nebo 80.

Číslo dělitelné padesáti má poslední dvojčíslí 00 nebo 50.

Číslo dělitelné dvacetipěti má poslední dvojčíslí 00, 25, 50 nebo 75.

231. Udejte nejblíže nižší násobky

a) padesáti k číslům 2347; 1296; 1084; 376;
b) dvaceti k číslům 666; 888; 1236; 1352;
c) dvacetipěti k číslům 333; 444; 1083; 1297.

232. Udejte nejblíže vyšší násobky

a) padesáti k číslům 713; 268; 523; 555:

b) dvaceti k číslům 729; 283; 1265; 1533;

c) dvacetipěti k číslům 697; 312; 1064; 1236.

233.*Všímejte si v tabulce pouze řádku IV. Ke každé číslici, kterou v něm čtete, řekněte dvojciferné násobky čtyř, které začínají čtenou číslicí.

Tentýž cvik opakujte

a) s řádkem VI, b) s řádkem IX.

50. Dělitelnost devíti a třemi. Proveďte dělení 10 : 9, 100 : 9, 1000 : 9, 10000 : 9; pokaždé vyjde zbytek 1. Tedy každé z čísel 10, 100, 1000, 10000 atd. je o jedničku větší než jakýsi násobek devíti. Nyní si zvolme libovolné číslo, třeba 7368, a pátrejme, jaký zbytek vyjde při dělení 7368 : 9. Mysleme si, že máme 7 pytlů po 1000 ořechů, 3 velké hromady po 100 ořechů, dále 6 hromádek po 10 ořeších a konečně ještě 8 ořechů zvlášť. Můžeme všecky ty ořechy rovnoměrně rozdělit mezi 9 lidí? Dáme-li z každého pytle jeden ořech stranou a stejně z každé hromady po stu i z každé hromádky po desíti, zůstane v každém pytli, v každé hromadě i v každé hromádce takový počet ořechů, jaký lze rovnoměrně rozdělit mezi 9 lidí. K rozdílení zbude ještě

$$7 + 3 + 6 + 8 = 24$$

ořechů; číslo 24 se jmenuje **ciferný součet** čísla 7368. Protože při dělení 24 : 9 vyjde zbytek 6, vyjde týž zbytek také při dělení 7368 : 9. Číslo 2871 má ciferný součet 2 + 8 + 7 + 1 = 18, tedy 2871 je násobek devíti.

Každé číslo dá při dělení devíti týž zbytek, jaký dá jeho ciferný součet. Zejména:

Číslo je dělitelné devíti, je-li jeho ciferný součet dělitelný devíti.

Proveďte dělení 10 : 3, 100 : 3, 1000 : 3, 10000 : 3; zase vyjde pokaždé zbytek 1. Proto úsudek podobný dřívějšímu vede k výsledku:

Číslo je dělitelné třemi, je-li jeho ciferný součet dělitelný třemi.

234. Řekněte zbytek při dělení 83756 : 9 a potom dělení proveďte.

Opakujte s dělením

a) 254685 : 9, b) 1234567 : 9, c) 7777777 : 9.

235. Všecka čísla 253867, 538672, 586327, 723685 dají stejný zbytek při dělení devíti. Proč? Přesvědčte se dělením.

236. Nahraďte * takovou cifrou, aby 4*735 byl násobek devíti.

Stejně zkoumejte: a) 23*507, b) 487*64.

237. Nahraďte * takovou lichou cifrou, aby 535*74 byl násobek tří.

Stejně zkoumejte: a) 74*85, b) 565*273.

238. Nahraďte obě * stejnou cifrou tak, aby 2*2*2 byl násobek devíti.

51. Dělitelnost osmi, šesti a sedmi. Jest $1000 = 8 \times 125$, takže 1000 je násobek osmi. Proto každý násobek tisíce je násobek osmi. Jest $73232 = 73000 + 232$ a první sčítanec je násobek osmi; protože také $232 = 29 \times 8$ je násobek osmi, je 73232 násobek osmi.

Číslo je dělitelné osmi, je-li jeho poslední trojčíslí dělitelné osmi.

239. Že tří čísel 73372, 35452, 53584 jediné je dělitelné osmi. Najděte je a jako zkoušku dělte všecka tři čísla osmi.

a) Opakujte s čísly 54628, 56428, 25648.

Šest je násobek tří, takže každý násobek šesti je násobkem tří. Napište si za sebou asi patnáct prvých násobků tří a podtrhněte ty, které jsou násobky šesti:

$$3,\ \underline{6},\ 9,\ \underline{12},\ 15,\ \underline{18},\ 21,\ \underline{24},\ 27,\ \underline{30},\ 33,\ \underline{36},\ 39,\ \underline{42},\ 45.$$

Číslo je dělitelné šesti, je-li sudé a je-li mimoto dělitelné třemi.

240. Nahraďte * takovou cifrou, aby 32582* byl násobek šesti.

241. Můžete u některého z čísel 4827, 9271 přemístit cifry tak, abyste dostali číslo dělitelné šesti? Kolik je takových násobků šesti?

a) Opakujte s čísly 5348, 4575.

O dělitelnosti sedmi rozhodneme nejsnáze přímo dělením. Protože se zajímáme pouze o to, vyjde-li dělení beze zbytku, je zbytečné zapisovati cifry podílu a je také zbytečné je vyslovovati. Máme-li rozhodnouti na př. o čísle 3336, je-li to násobek sedmi, nepíšeme nic a vyslovujeme: ve třicetitřech, v padesátitřech, ve čtyřicetišesti, zbudou čtyři. Číslo 3336 není dělitelné sedmi.

242. Nahraďte * takovou cifrou, aby 3258* byl násobek sedmi.
Opakujte s čísly: a) 12345*, b) 88765*.

52. Dělitelnost jedenácti. Proveďte dělení 100 : 11, 1000 : 11. 10000 : 11, 100000 : 11, 1000000 : 11; vycházejí zbytky 1, 10, 1, 10, 1, Z čísel 10, 1000, 100000 atd. dostaneme násobky jedenácti, přičteme-li jedničku; z čísel 100, 10000, 1000000 atd. dostaneme násobky jedenácti, odečteme-li jedničku. Zvolme si nyní libovolné číslo, třeba 71632, a pátrejme, je-li toto číslo násobek jedenácti. Mysleme si, že máme 7 velkých balíků po 10000 pohlednic, jeden menší balík s 1000 pohlednicemi, 6 svazků po 100 pohlednic, 3 svazečky po 10 a ještě 2 pohlednice zvlášť. Můžeme všecky ty pohlednice rovnoměrně rozdělit mezi 11 známých? Představme si, že máme v kapse ještě další pohlednice. Přidejme z kapsy po jedné pohlednici do každého svazečku po 10, jakož i do balíčku s 1000 pohlednicemi. Naproti tomu odložme na stůl po jedné pohlednici z každého svazku po 100, jakož i z každého balíku s 10000 pohlednicemi; také dvě pohlednice, které byly zvlášť, odložme na stůl. Nyní máme v každém balíku, balíčku, svazku a svazečku takový počet pohlednic, jaký lze rovnoměrně rozdělit mezi našich 11 známých. Z kapsy jsme vyndali $3 + 1 = 4$ pohlednice. Na stole leží $2 + 6 + 7 = 15$ pohlednic; z těch dáme 4 do kapsy zpět a ostatních 11 rovnoměrně rozdělíme. 71632 je násobek jedenácti.

Kdyby počet pohlednic byl 8492, vzali bychom z kapsy $9 + 8 = 17$ pohlednic, na stole by zbylo $2 + 4 = 6$ pohlednic. Každý známý by jednu pohlednici vrátil, to by se 6 pohlednicemi na stole bylo 17 pohlednic, které bychom dali do kapsy zpět. Také 8492 je násobek jedenácti.

O dělitelnosti jedenácti rozhodneme takto: Předně sečteme cifru na základním místě se všemi ciframi, které jsou od ní o sudý počet míst vlevo. Za druhé sečteme ty cifry, které jsou od základního místa o lichý počet míst vlevo. Jsou-li oba ty součty stejné nebo je-li mezi nimi rozdíl 11, 22 atd., je dané číslo dělitelné jedenácti.

243. Je některé z čísel 83545, 92346 násobek jedenácti? Rozhodněte zpaměti a potom se přesvědčte dělením.

a) Opakujte s čísly 76329, 36942.

244. Nahraďte * takovou cifrou, aby 53*72 byl násobek jedenácti.

Opakujte s číslem: a) 758*6, b) 2*391.

245. Je právě osm čísel dělitelných jedenácti, která se liší jen pořádkem cifer od čísla 1234. Určete je!

53. Prvočísla. Je-li jedno číslo násobkem čísla druhého, říkáme, že druhé číslo je **dělitelem** prvního. Tedy dělitelé daného čísla jsou ta čísla, kterými lze dané číslo děliti beze zbytku, neboli ta čísla, kterými je dané číslo dělitelné.

Napište si do čtyř svislých sloupců všecka čísla od jedné do dvaceti. (Pět do každého sloupce.) Začněte vlevo a dělejte větší mezery mezi sloupci. Za každý sloupec udělejte svislou čáru a za ni napište vedle každého čísla všecky jeho dělitele. Výsledek:

1	1	6	1, 2, 3, 6	11	1, 11	16	1, 2, 4, 8, 16
2	1, 2	7	1, 7	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	17	1, 17
3	1, 3	8	1, 2, 4, 8	13	1, 13	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
4	1, 2, 4	9	1, 3, 9	14	1, 2, 7, 14	19	1, 19
5	1, 5	10	1, 2, 5, 10	15	1, 3, 5, 15	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

Jednička má jen jednoho dělitele. Každé větší číslo má aspoň dva dělitele. **Samozřejmými děliteli** čísla rozumíme jedničku a to číslo samo.

Číslo, které má právě dva dělitele, jmenuje se **prvočíslo.** Tedy prvočíslo má jen samozřejmé dělitele, ale jedničku nepočítáme mezi prvočísla. Prvočísla od jedné do dvaceti jsou

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19.

Čísla, která mají mimo samozřejmé dělitele ještě aspoň jednoho dělitele, jmenují se **čísla složená.** Složené číslo je součin dvou menších čísel, na př. $18 = 6 \times 3$, $25 = 5 \times 5$. Slovo menších je důležité: také prvočíslo je součin dvou čísel, na př. $13 = 1 \times 13$.

Cvičte se v tom, abyste uměli rychle říci všecky dělitele daného malého čísla. Která čísla od 1 do 20 mají nejvíce dělitelů? Které má o jednoho méně?

246.*Všímejte si v tabulce jen čísel ze sloupce I, ale 0 a 1 vynechte. U každého čísla buďto řekněte, že je to prvočíslo, nebo jmenujte jeho dělitele. Samozřejmé dělitele neříkejte.

Tentýž cvik opakujte

a) se sloupcem II, b) se sloupcem VIII, c) se sloupcem IX.

247.*Proberte za sebou deset dvojciferných čísel, která mají prvou číslici 1 a druhou tu, kterou čtete v řádku I. U každého čísla buďto řekněte, že je to prvočíslo, nebo jmenujte jeho dělitele. Samozřejmé dělitele neříkejte.

Tentýž cvik opakujte

a) s řádkem II, b) s řádkem III, c) s řádkem IV,
d) s řádkem V, e) s řádkem VI, f) s řádkem VII,
g) s řádkem VIII, h) s řádkem IX, i) s řádkem X.

248. Číslo 12 je v násobilce dvěma podstatně různými způsoby: jednak $12 = 2 \times 6 = 6 \times 2$, jednak $12 = 3 \times 4 = 4 \times 3$. Najděte všecka čísla, která jsou v násobilce dvěma podstatně různými způsoby.

Chceme-li u dvojciferného čísla poznat, zda je to prvočíslo či číslo složené, můžeme se řídit těmito pravidly:

(1) Známe-li je z násobilky, je složené.
(2) Je-li druhá cifra sudá nebo 5, je složené.
(3) Je-li ciferný součet násobek tří, je složené.
(4) $77 = 7 . 11$ a $91 = 7 . 13$ jsou čísla složená.*)

*) Vedle $\times$ se užívá jako znaku pro násobení také tečky dole. Při písemném násobení několikaciferných čísel dáváme přednost výraznějšímu znaku $\times$. V následujících odstavcích budeme užívati tečky.

Každé dvojciferné složené číslo se pozná podle našich čtyř pravidel. Neboť složené číslo je součin dvou menších čísel. Součin dvou jednociferných čísel poznáme podle pravidla (1). Součin dvou dvojciferných čísel není dvojciferný. Proč? Zbývá poznati součin jednociferného čísla s dvojciferným. Je-li jednociferný činitel sudý nebo roven pěti, poznáme součin podle pravidla (2). Je-li jednociferný činitel 3 nebo 9, poznáme součin podle pravidla (3). Zbývají součiny

$$7 . 10; \; 7 . 11; \; 7 . 12; \; 7 . 13; \; 7 . 14$$

a dost, neboť $7 . 15 = 105$ je už trojciferné číslo. Z těchto pěti součinů poznáme prvý, třetí a pátý podle pravidla (2), druhý a čtvrtý podle pravidla (4).

249. Najděte všecka prvočísla

a) od 20 do 30, b) od 30 do 40, c) od 40 do 50,
d) od 50 do 60, e) od 60 do 70, f) od 70 do 80,
g) od 80 do 90, h) od 90 do 100.

54. Rozklad na prvočinitele. Rozložit číslo na činitele znamená udat jemu rovný součin dvou nebo i více menších čísel. Je-li některý činitel číslo složené, můžeme jej zase rozložit a tím jej nahradit několika menšími činiteli. Takovým postupem dospějeme k rozkladu, ve kterém je každý činitel prvočíslo; říkáme mu **rozklad na prvočinitele.** Na př. jest $42 = 6 . 7$; zde činitel $6 = 2 . 3$ je číslo složené; rozložíme-li jej, dostaneme rozklad na prvočinitele $42 = 2 . 3 . 7$. Jiný příklad; jest $96 = 6 . 16$; oba činitelé se dají rozložit, $6 = 2 . 3$, $16 = 4 . 4$, což dá rozklad $96 = 2 . 3 . 4 . 4$ na čtyři činitele. Rozložíme-li ještě $4 = 2 . 2$, dostaneme rozklad na prvočinitele $96 = 2 . 3 . 2 . 2 . 2 . 2$. Obyčejně píšeme prvočinitele podle velikosti od nejmenšího, tedy

$$96 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3.$$

250. Kdo umí zpaměti rozložit na prvočinitele všecka složená čísla od jedné do dvaceti?

Abychom složené číslo uměli rozložit na prvočinitele, potřebujeme jen umět pokaždé uhodnout jednoho dělitele (ovšem ne samozřejmého). Jakmile známe takového dělitele, umíme dané číslo rozložit na dva menší činitele, které stejnou cestou rozkládáme dál. Při tom jsou užitečná pravidla o dělitelnosti, která jsme poznali v předcházejících odstavcích. Obyčejně začneme tak, že zkoumáme poslední cifry, z čehož usoudíme na dělitele 2 nebo 5, po případě 4, 8, 10, 20, 25, 50 nebo 100. Takto dospějeme k číslu, které není dělitelné ani dvěma ani pěti. Potom pomocí ciferného součtu poznáme dělitele 3 (nebo 9) a dospějeme k číslu, které není dělitelné ani dvěma ani třemi ani pěti. U takového čísla zkoumáme dále dělitelnost sedmi a jedenácti. Ve složitějších případech je nutné zkoumat dělitelnost vyššími prvočísly (13, 17, 19, 23, 29 atd.); ale takové složitější případy v primě zkoumat nebudeme. Můžeme si práci ulehčit postupem, který si naznačíme na dvou příkladech:

$$\begin{array}{r|l} 594 & 2 \\ 297 & 3 \, . \, 3 \\ 33 & 3 \, . \, 11 \end{array} \qquad \qquad \begin{array}{r|l} 53361 & 3 \, . \, 3 \\ 5929 & 11 \\ 539 & 11 \\ 49 & 7 \, . \, 7 \end{array}$$

$$594 = 2 \, . \, 3 \, . \, 3 \, . \, 3 \, . \, 11 \qquad \qquad 53361 = 3 \, . \, 3 \, . \, 7 \, . \, 7 \, . \, 11 \, . \, 11.$$

Popis. Za číslo, které chceme rozložit, si uděláme svislou čáru. Za ni napíšeme dělitele, kterého najdeme podle známých pravidel. Tímto dělitelem dělíme a podíl zapíšeme do druhého řádku nalevo od svislé čáry. Potom pokračujeme stejně dál. Napravo od svislé čáry máme posléze všecky prvočinitele.

251. Rozložte na prvočinitele všecka složená čísla

a) od 50 po 59, b) od 60 po 69, c) od 70 po 79,
d) od 80 po 89, e) od 90 po 99.

252. Rozložte na prvočinitele

a) 360, b) 450, c) 300, d) 540,
e) 198, f) 648, g) 528, h) 438,
i) 3003, j) 3432, k) 1496, l) 3773.

55. Určení všech dělitelů čísla. Známe všecky dělitele čísla 20. Jsou to samozřejmí dělitelé 1 a 20, dále 2, 4, 5, 10. Z nich 2 a 5 jsou prvočísla. Jsou to právě ta prvočísla, která se vyskytnou v rozkladu na prvočinitele $20 = 2 \, . \, 2 \, . \, 5$. Také ostatní dva dělitele 4 a 10 vyčteme snadno z tohoto rozkladu. Dostaneme je, vynecháme-li jednoho činitele v součinu $2 \, . \, 2 \, . \, 5$. Jiný příklad; jest $36 = 2 \, . \, 2 \, . \, 3 \, . \, 3$. Vedle samozřejmých dělitelů 1 a 36 má číslo 36 tyto dělitele. Předně prvočísla

$$2, \; 3,$$

za druhé součiny dvou prvočísel

$$2 \, . \, 2 = 4, \quad 2 \, . \, 3 = 6, \quad 3 \, . \, 3 = 9,$$

za třetí součiny tří prvočísel

$$2 \,.\, 2 \,.\, 3 = 12, \quad 2 \,.\, 3 \,.\, 3 = 18.$$

Všech dělitelů čísla 36 i s oběma samozřejmými je devět. Jsou podle velikosti

$$1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 9;\ 12;\ 18;\ 36.$$

253. Najděte všecky dělitele čísla

a) 56, b) 375, c) 100, d) 135, e) 64.

Určení všech dělitelů čísla si můžeme zkrátit, uvážíme-li, že ke každému děliteli patří ještě jeden dělitel tak, že původní číslo je součin obou dělitelů. Jeden takový **pár dělitelů** tvoří samozřejmí dělitelé. Oba dělitelé v témž páru se obyčejně od sebe liší, na př. dělitelé 12 a 15 čísla 180, mohou však oba dělitelé téhož páru splynout, na př. s dělitelem 12 čísla 144 tvoří pár týž dělitel 12.

Jako příklad mějme číslo 180. Jest

$$180 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5.$$

Jeden pár dělitelů tvoří samozřejmí dělitelé 1 a 180. Ostatní dělitele dostaneme, když vezmeme ze součinu 2 . 2 . 3 . 3 . 5 buďto jediného činitele nebo dva nebo tři nebo čtyři. Při tom s každým dělitelem tvoří pár dělitel, který je součinem prvočinitelů při tvoření prvého dělitele vynechaných. To nám ulehčí počet. Když vezmeme jediného prvočinitele, máme dělitele

$$2;\ 3;\ 5.$$

Pod každého z nich napíšeme dělitele, který s ním tvoří pár, tedy

$$90;\ 60;\ 36.$$

(Můžeme je hledat bez užití rozkladu dělením 180 : 2; 180 : 3; 180 : 5.)

Dále napíšeme součiny dvou prvočinitelů

4 (t. j. 2 . 2); 6 (t. j. 2 . 3); 9 (t. j. 3 . 3); 10 (t. j. 2 . 5); 15 (t. j. 3 . 5);

doplněním párů dostaneme další dělitele

$$45;\ 30;\ 20;\ 18;\ 12.$$

(Posledního dostaneme z rozkladu na prvočinitele, ostatní pohodlněji dělením.)

Teď jsme už hotovi, neboť součiny tří a čtyř prvočinitelů máme už všecky napsány. Proč? Celkem má číslo 180 osmnáct dělitelů, kteří podle velikosti jsou

1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 30; 36; 45; 60; 90; 180.

Číslo 180 lze psáti osmerým způsobem jako součin dvou menších čísel:

2 . 90; 3 . 60; 4 . 45; 5 . 36; 6 . 30; 9 . 20; 10 . 18; 12 . 15.

254. Najděte všecky dělitele čísla 200 a napište 200 všemi možnými způsoby jako součin dvou menších čísel.

Opakujte s číslem

a) 120, b) 700, c) 360, d) 400, e) 240.

56. Největší společný dělitel. Číslo 3 je dělitelem čísla 12. Totéž číslo 3 je také dělitelem čísla 30. Říkáme, že 3 je **společným dělitelem** čísel 12 a 30. Číslo 12 má šest dělitelů, totiž 1, 2, 3, 4, 6, 12. Dva z nich, totiž 4 a 12, nejsou děliteli čísla 30. Tedy čísla 12 a 30 mají čtyři společné dělitele. Jsou to čísla 1, 2, 3, 6.

255. Jmenujte všecky společné dělitele čísel

a) 10; 15;	b) 21; 49;	c) 9; 54;	d) 20; 27;
e) 12; 30; 40;	f) 6; 10; 16;	g) 40; 60; 70;	h) 6; 14; 21.

Jednička je samozřejmý společný dělitel libovolných čísel. Říkáme, že dvě čísla jsou **nesoudělná,** je-li jednička jejich jediný společný dělitel. Říkáme, že dvě čísla jsou **soudělná,** mají-li nějakého společného dělitele většího než jedna.

256. a) Dvě čísla, která se liší o jedničku, na př. 70 a 71, jsou jistě nesoudělná. Proč?

b) Dvě lichá čísla, která se liší o 2 nebo o 4 nebo o 8, na př. 67 a 69 nebo 53 a 57 nebo 99 a 107, jsou jistě nesoudělná. Proč?

c) Ze dvou nesoudělných čísel je aspoň jedno liché. Proč?

Rozkladem na prvočinitele poznáme snadno, jsou-li dvě daná čísla soudělná či nesoudělná. Rozložíme-li dvě nesoudělná čísla na prvočinitele, jsou prvočinitelé jednoho rozkladu vesměs různí od prvočinitelů druhého rozkladu. Na př. 21 = = 3 . 7 a 50 = 2 . 5 . 5 jsou dvě nesoudělná čísla.

Nyní zkoumejme dvě soudělná čísla, na př.

$$72 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3, \quad 60 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5.$$

Společní dělitelé obou čísel jsou

$$1,\ 2,\ 3,\ 2 \,.\, 2,\ 2 \,.\, 3,\ 2 \,.\, 2 \,.\, 3$$

neboli

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12.$$

Největší z nich je 12. Ostatní společní dělitelé jsou dělitelé dvanácti. Jiný příklad

$$80 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5, \quad 150 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 5.$$

Společní dělitelé jsou 1, 2, 5, 10 = 2 . 5. Jsou to právě všichni dělitelé největšího společného dělitele 10.

Stejně je tomu vždy. **Stačí, umíme-li najít největšího společného dělitele. V jeho dělitelích máme už všecky společné dělitele.**

Největší společný dělitel se často značí D; jednotlivá čísla při tom oddělujeme středníkem, na př.

$$D\,(21;\, 25) = 1, \quad D\,(72;\, 60) = 12, \quad D\,(8;\, 10;\, 12) = 2.$$

Rozkladem na prvočinitele se najde největší společný dělitel dvou čísel takto: Rozložíme obě čísla na prvočinitele. Není-li společného prvočinitele, jsou ta čísla nesoudělná. Je-li nějaký prvočinitel oběma rozkladům společný, podtrhneme jej v obou rozkladech. Potom hledáme společného prvočinitele v nepodtržených částech rozkladů, zase jej podtrhneme atd. Součin všech podtržených prvočinitelů jednoho rozkladu dává největšího společného dělitele (a to rozloženého na prvočinitele). Na př. pro čísla

$$72 = \underline{2} \,.\, \underline{2} \,.\, 2 \,.\, \underline{3} \,.\, \underline{3}, \quad 108 = \underline{2} \,.\, \underline{2} \,.\, \underline{3} \,.\, \underline{3} \,.\, 3$$

jest

$$D\,(72;\, 108) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 = 36.$$

257. Najděte rozkladem na prvočinitele

a) $D\,(54;\, 126)$, b) $D\,(147;\, 168)$, c) $D\,(392;\, 504)$, d) $D\,(273;\, 455)$.

Stejně postupujeme, je-li dáno více čísel. Zase jsou společní dělitelé děliteli největšího společného dělitele. Rozkladem na prvočinitele najdeme největšího společného dělitele jako v případě dvou čísel. Není-li žádný prvočinitel společný všem rozkladům, je jednička největším (dokonce jediným) společným dělitelem. Jinak zase podtrhneme ve všech rozkladech společného prvočinitele atd. Na př.

$$42 = 2 \,.\, 3 \,.\, 7, \quad 132 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 11, \quad 180 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5,$$

tedy $D\,(42;\, 132;\, 180) = 2 \,.\, 3 = 6.$

258. Najděte rozkladem na prvočinitele

a) $D\,(28;\, 42;\, 91)$, b) $D\,(36;\, 48;\, 78)$, c) $D\,(45;\, 75;\, 105;\, 65)$.

Není vždycky nutné hledat úplné rozklady na prvočinitele. Hledejme na př. D (715; 900; 845). Číslo 900 rozložíme snadno:

$$900 = 2 . 2 . 3 . 3 . 5 . 5.$$

Dále je zřejmě $715 = 5 . 143$, $845 = 5 . 169$ a je zbytečné dále rozkládat, neboť žádný z prvočinitelů 2, 3, 5 čísla 900 není dělitelem ani čísla 143 ani čísla 169. Jest

$$D (715; 900; 845) = 5.$$

Jakmile se aspoň jedno z daných čísel dá pohodlně rozložit na prvočinitele, hledá se největší společný dělitel naší cestou snadno. Pro případ, že se všecka daná čísla nesnadno rozkládají, jsou početní obraty, jimiž se dá hledání největšího společného dělitele značně ulehčit. Ale v primě se těmto obratům učit nebudeme.

259. Najděte

a) D (420; 959; 819), b) D (1100; 3729; 2849),
c) D (8100; 4449; 3258).

57. Nejmenší společný násobek. Jsou-li dána dvě čísla nebo i více čísel, mají tato čísla vždycky nějaký **společný násobek,** t. j. vždy lze nalézti číslo, které je násobkem každého z daných čísel. Neboť na př. součin všech daných čísel je jistě takový společný násobek. Na př. $2 . 3 . 6 = 36$ je společný násobek čísel 2, 3 a 6.

Společných násobků je vždy nesčíslně mnoho, neboť násobíme-li nějaký společný násobek libovolným číslem, dostaneme zase společný násobek původních čísel. Na př. $5 . 4 = 20$ je společný násobek čísel 5 a 4, tedy také 40, 60, 80, 100 jsou společné násobky těchto čísel.

Často se vyskytuje v matematice úloha, najíti **nejmenší společný násobek** dvou nebo více čísel. Jsou-li daná čísla malá, můžeme jej hledati zkusmo; vyjdeme od největšího z daných čísel a tvoříme zpaměti postupně jeho dvojnásobek, trojnásobek atd., až dojdeme k číslu, které je násobkem také všech ostatních daných čísel. Jsou-li na př. dána čísla 40 a 50, zkoumáme postupně čísla 50, 100, 150, 200; teprve 200 je násobek čtyřiceti, tedy n (40; 50) = 200; písmenem n se totiž značí nejmenší společný násobek. Jsou-li dána čísla 12, 18, 30, zkoumáme postupně čísla 30, 60, 90, 120, 150, 180; teprve 180 je násobkem obou čísel 12 a 18; tedy n (12; 18; 30) = 180.

260. Určete zkusmo

a) $n\,(4;\,10)$, b) $n\,(8;\,10)$, c) $n\,(20;\,8)$,
d) $n\,(9;\,6)$, e) $n\,(7;\,14)$, f) $n\,(12;\,9)$,
g) $n\,(12;\,10)$, h) $n\,(8;\,12)$, i) $n\,(12;\,15)$,
j) $n\,(15;\,10)$, k) $n\,(10;\,25)$, l) $n\,(40;\,30)$,
m) $n\,(2;\,3;\,4)$, n) $n\,(5;\,3;\,4)$, o) $n\,(6;\,9;\,4)$,
p) $n\,(30;\,60;\,40)$, q) $n\,(20;\,12;\,10)$, r) $n\,(8;\,7;\,14)$,
s) $n\,(5;\,15;\,6;\,12)$, t) $n\,(20;\,30;\,24;\,15)$.

Nejmenší společný násobek se snadno určí pomocí rozkladu na prvočinitele. Proberme si to nejprve pro dvě čísla. Mějme na př. čísla

$$80 = 2\,.\,2\,.\,2\,.\,2\,.\,5, \quad 150 = 2\,.\,3\,.\,5\,.\,5.$$

Rozklad na prvočinitele násobku osmdesáti musí míti tvar

$$2\,.\,2\,.\,2\,.\,2\,.\,5\,\ldots,$$

kde tečky znamenají další činitele. Podobně musí rozklad na prvočinitele násobku stopadesáti míti tvar

$$2\,.\,3\,.\,5\,.\,5\,\ldots$$

Tedy rozklad na prvočinitele společného násobku obou čísel má tvar

$$2\,.\,2\,.\,2\,.\,2\,.\,3\,.\,5\,.\,5\,\ldots$$

Z toho vychází, že nejmenší společný násobek je

$$2\,.\,2\,.\,2\,.\,2\,.\,3\,.\,5\,.\,5 = 1200$$

a každý jiný společný násobek vznikne připojením dalších činitelů. Tedy všecky společné násobky čísel 80 a 150 jsou 1200, 2400, 3600, 4800, 6000 atd. Jsou to prostě všecky násobky čísla $1200 = n\,(80;\,150)$.

Jakmile známe nejmenší společný násobek dvou nebo více čísel, známe všecky společné násobky: jsou to násobky nejmenšího společného násobku.

Při hledání nejmenšího společného násobku dvou čísel pomocí rozkladu na prvočinitele si můžeme podtrhnout společné činitele obou rozkladů jako při hledání největšího společného dělitele. Na př.

$$80 = \underline{2}\,.\,2\,.\,2\,.\,2\,.\,\underline{5}, \quad 150 = \underline{2}\,.\,3\,.\,\underline{5}\,.\,5,$$

kde v každém rozkladě je podtržena jedna dvojka a jedna pětka. Nejmenší společný násobek dostaneme ve tvaru rozloženém na prvočinitele, opíšeme-li všecky činitele, i podtržené i nepodtržené. Podtržení činitelé se vyskytují v obou rozkladech a opíší se jen z jednoho rozkladu. Nepodtržené činitele musíme opisovat z obou rozkladů.

Pořádek, ve kterém prvočinitele opisujeme, můžeme si libovolně zvolit. Můžeme na př. psát nejdříve podtrženou (tedy společnou) část, potom nepodtrženou část prvního rozkladu a na konec nepodtrženou část druhého rozkladu. V našem případě by to bylo

$$(2 \,.\, 5) \,.\, (2 \,.\, 2 \,.\, 2) \,.\, (3 \,.\, 5),$$

kde závorky naznačují tři skupiny činitelů.

Výpočet nejmenšího společného násobku v nerozloženém tvaru se může provésti tak, že znásobíme nejdříve mezi sebou prvočinitele z prvních dvou skupin, potom zase mezi sebou prvočinitele třetí skupiny, a na konec znásobíme oba součiny. Ale když se na to podíváme, vidíme, že prvý součin známe předem: je to první z daných čísel. Pomocí rozkladu na prvočinitele se dostane nejmenší společný násobek dvou čísel jako součin jednoho z nich s nepodtrženou částí druhého. Na př. pro $1200 = n\ (80;\ 150)$ platí $1200 = 80 \,.\, 15$, kde $15 = 3 \,.\, 5$ je nepodtržená část rozkladu čísla 150 a ovšem také $1200 = 150 \,.\, 8$, kde $8 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2$ je nepodtržená část rozkladu čísla 80. To je důležité, neboť při úlohách, při kterých je potřeba určit nejmenší společný násobek, je zpravidla také potřeba najít, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

Jsou-li daná dvě čísla nesoudělná, na př. $30 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5$, $49 = 7 \,.\, 7$, odpadne podtrhovaná část. **Nejmenší společný násobek dvou nesoudělných čísel je jejich součin.** Na př. $n\ (30;\ 49) = 30 \,.\, 49 = 1470$.

Stejně jako při hledání největšího společného dělitele není ani při hledání nejmenšího společného násobku vždycky nutné, rozkládati úplně na prvočinitele. Hledejme na př. $n\ (720;\ 1105)$. Jest

$$720 = 2 \,.\, 5 \,.\, 72, \quad 1105 = 5 \,.\, 221.$$

72 bychom snadno rozložili; jest $72 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$. Ale rozložit 221 je obtížnější a pro náš účel zbytečné, neboť je na první pohled patrné, že se v rozkladu nevyskytne ani 2 ani 3. Tedy „podtržená část“ rozkladů je 5 a

$$n\ (720;\ 1105) = 720 \,.\, 221 = 159120,$$
$$n\ (720;\ 1105) = 1105 \,.\, 144 = 159120.$$

Ve cvič. 261 máte také napsati, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

261. Najděte

a) n (64; 112), b) n (135; 144), c) n (243; 252),
d) n (49; 315), e) n (560; 343), f) n (781; 1870),
g) n (882; 1071).

Při hledání nejmenšího společného násobku více než dvou čísel se omezíme na případy, kdy se všecka daná čísla snadno rozkládají na prvočinitele. Podtrhování zde není účelné. Hledejme na př. n (12; 18; 30). Jest

$$12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3, \quad 18 = 2 \,.\, 3 \,.\, 3, \quad 30 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5.$$

V těchto rozkladech dohromady se vyskytují prvočinitelé 2, 3, 5. To jsou také prvočinitelé v rozkladu nejmenšího společného násobku a každý z nich přijde do tohoto rozkladu tolikrát, kolikrát se nanejvýš vyskytuje v některém z rozkladů daných čísel. Vyložte sami proč! V našem případě jest

$$n\,(12;\, 18;\, 30) = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 5 = 180.$$

Porovnáním s rozklady daných čísel se najde bez dělení

$$180 = 12 \,.\, 15 = 18 \,.\, 10 = 30 \,.\, 6.$$

V tom je také kontrola správnosti.

Hledání nejmenšího společného násobku si můžeme ulehčit, je-li některé z daných čísel dělitelem jiného z daných čísel. Takového dělitele můžeme totiž při hledání nejmenšího společného násobku prostě vynechat. Hledejme na př. n (21; 33; 63; 66; 121). Zde 21 je dělitel čísla 63 a 33 je dělitel čísla 66. Proto hledáme n (63; 66; 121). Jest $63 = 3 \,.\, 3 \,.\, 7$, $66 = 2 \,.\, 3 \,.\, 11$, $121 = 11 \,.\, 11$, tedy $n\,(63;\, 66;\, 121) = 2 \,.\, 3 \,.\, 3 \,.\, 7 \,.\, 11 \,.\, 11 = 15246$. Protože 15246 je násobek čísla 63, které je násobkem čísla 21, je 15246 jistě také násobkem čísla 21 a podobně i násobkem čísla 33. Tedy $n\,(21;\, 33;\, 63;\, 66;\, 121) = 15246$. Porovnáním rozkladů vyjde

$$15246 = 63 \,.\, 242 = 66 \,.\, 231 = 121 \,.\, 126.$$

Protože $15246 = 63 \,.\, 242$ a protože $63 = 21 \,.\, 3$, je $15246 = 21 \,.\, 726$ a podobně se najde $15246 = 33 \,.\, 462$.

Ve cvič. 262 zase máte napsati, čím se musí daná čísla znásobit, aby vyšel jejich nejmenší společný násobek.

262. Najděte

a) n (39; 65; 91), b) n (132; 165; 220),
c) n (39; 117; 169), d) n (36; 64; 96; 100),
e) n (21; 45; 63; 81), f) n (22; 24; 28; 32; 44; 48).

58. Další cvičení na dělitelnost. **263.** Určete, která z daných čísel jsou dělitelna číslem udaným v závorce:

a) 712, 822, 14780, 59376, 716834, 26308 (čtyřmi),
b) 67344, 89020, 95752, 4567128 (osmi),
c) 852, 1435, 687930, 4182806, 2793485 (pěti),
d) 261, 705, 1433, 2655, 101001 (třemi),
e) 432, 873, 606, 7857, 8427, 30708, 54669 (devíti),
f) 744, 543, 7134, 9258, 8060, 51234 (šesti),
g) 3267, 814, 6425, 7282, 1001, 33333, 909183 (jedenácti),
h) 71850, 34685, 107075, 418255 (dvacetipěti).

264. Nahraďte * takovou cifrou, aby vzniklo číslo dělitelné číslem udaným v závorce:

a) 7*3, 1*43, 60*18 (třemi),
b) 83*, 95*2, 70*4 (čtyřmi),
c) 8*7, 4*75, 7123*5 (devíti),
d) 6*2, 7*81, 919*8 (jedenácti),
e) 396*5, 4875*, 2948** (dvacetipěti).

265. Ze všech trojciferných čísel mají nejvíce dělitelů čísla 840 (32 dělitelů), 720 (30 dělitelů), 960 (28 dělitelů) a 900 (27 dělitelů). Najděte všecky ty dělitele.

266. Najděte

a) D (96; 144), b) D (108; 450),
c) D (102; 138), d) D (256; 300),
e) D (729; 189), f) D (720; 3000),
g) D (2475; 5445), h) D (216; 625),
i) D (65; 78; 104), j) D (108; 162; 270),
k) D (546; 882; 924), l) D (84; 144; 264; 360; 420),
m) D (105; 147; 231; 252; 294).

267. Najděte

a) n (576; 432), b) n (960; 1344),
c) n (840; 1155), d) n (324; 720),
e) n (26; 40; 104), f) n (36; 63; 77),
g) n (720; 1260; 1350), h) n (12; 18; 24; 30; 36; 42),
i) n (14; 22; 24; 28; 32; 34).

268. Určete dvě čísla, obě větší než 100 a obě menší než 150 tak, aby jejich největší společný dělitel byl 14. (Dvoje řešení!)

269. Určete co největší číslo tak, aby, dělíte-li jím čísla 90, 146 a 230, pokaždé vyšel zbytek 6.

270. Nahraďte * takovým číslem, aby bylo

$D\,(3240;\ 3600;\ *) = 36, \qquad n\,(3240;\ 3600;\ *) = 16\,.\,243\,.\,25\,.\,49.$

271. Obdélník 20 cm dlouhý a 12 cm široký se má rozdělit na čtverce. Jak velké budou nejvýš ty čtverce a kolik jich pak bude?

272. Najděte nejmenší částku peněz, kterou je možno rozděliti na rovné díly i po 6 Kčs i po 8 Kčs i po 15 Kčs i po 20 Kčs.

273. Kruhovou dráhu stadia objede jeden cyklista za 8 minut, druhý za 10 minut, třetí za 12 minut. Od startu vyjedou zároveň. Za kolik minut projedou zase všichni zároveň startem? Kolikrát zatím každý z nich objede stadion?

§ 8. Úvod do nauky o zlomcích.

59. Příklady zlomků. Když rozkrojíme jablko na čtyři stejné části, pak každá z těchto částí je $\frac{1}{4}$ jablka (čtvrtina jablka). Tři takové části jsou $\frac{3}{4}$ jablka (tři čtvrtiny jablka).

$\frac{3}{4}$ je tak zvaný **zlomek.** Číslo 4 je jeho **jmenovatel** (udává jméno částí, o které běží); číslo 3 je jeho **čitatel** (vyjadřuje počet těch částí). Mezi čitatelem a jmenovatelem se píše **zlomková čára.** Píšeme ji asi v té výši jako rovnítko nebo jako znaky plus a minus. Jmenovatel se píše pod zlomkovou čáru, čitatel nad zlomkovou čáru. Čitatele a jmenovatele píšeme malými, ale zřetelnými číslicemi.

$\frac{3}{8}$ čteme: tři osminy. $\frac{7}{20}$ čteme: sedm dvacetin. U větších jmenovatelů je tento způsob čtení nepohodlný a proto zavádíme ještě jeden způsob čtení, kterého se však u malých jmenovatelů zřídka užívá. $\frac{37}{169}$ čteme obyčejně slovy: třicet sedm **lomeno stem šedesáti devíti;** ale $\frac{3}{8}$ čteme častěji slovy tři osminy nežli slovy tři lomeno osmi.

Na rozdíl od zlomků se čísla, která se nám dosud jedině vyskytovala, jmenují **čísla celá.**

274. Čtěte

a) $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{20}$, b) $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{13}$, $\frac{6}{11}$, c) $\frac{5}{14}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{17}{24}$.

275. Pište diktované zlomky.

276. Kolik kusů je

a) $\frac{1}{2}$ tuctu, b) $\frac{1}{4}$ tuctu, c) $\frac{3}{4}$ tuctu, d) $\frac{1}{3}$ tuctu,
e) $\frac{2}{3}$ tuctu, f) $\frac{1}{6}$ tuctu, g) $\frac{5}{6}$ tuctu, h) $\frac{7}{12}$ tuctu?

277. Kolik dní je

a) $\frac{2}{7}$ týdne, b) $\frac{5}{7}$ týdne, c) $\frac{7}{7}$ týdne?

278. Kolik hodin je

a) $\frac{1}{2}$ dne, b) $\frac{1}{4}$ dne, c) $\frac{3}{4}$ dne, d) $\frac{1}{3}$ dne,
e) $\frac{2}{3}$ dne, f) $\frac{1}{6}$ dne, g) $\frac{5}{6}$ dne, h) $\frac{3}{8}$ dne?

279. Kolik minut je

a) $\frac{1}{2}$ hodiny, b) $\frac{1}{4}$ hodiny, c) $\frac{3}{4}$ hodiny, d) $\frac{1}{6}$ hodiny,
e) $\frac{5}{6}$ hodiny, f) $\frac{1}{12}$ hodiny, g) $\frac{5}{12}$ hodiny, h) $\frac{7}{12}$ hodiny?

280. Jaký zlomek tuctu je

a) 4 kusy, b) 3 kusy, c) 9 kusů, d) 10 kusů?

281. Jaký zlomek hodiny je

a) 30 minut, b) 15 minut, c) 45 minut, d) 20 minut,
e) 40 minut, f) 10 minut, g) 5 minut, h) 25 minut?

282. Jaký zlomek dne je

a) 12 hodin, b) 6 hodin, c) 8 hodin, d) 4 hodiny,
e) 16 hodin, f) 20 hodin?

60. Nejjednodušší tvary malých zlomků. Narýsujte si svislou úsečku AB a najděte od oka její střed C. Najděte od oka střed D úsečky AC a střed E úsečky CB. Máme za sebou body A, D, C, E, B. Úsečka AB je rozdělena na čtyři stejné úsečky AD, DC, CE, EB; každá z těchto úseček je čtvrtina úsečky AB. (Viz obr. 8 na str. 89.)

Bod C rozdělí úsečku AB na dvě stejné úsečky AC, CB; každá z těchto úseček je polovina úsečky AB.

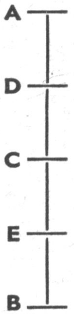
Polovina AC úsečky AB se skládá ze dvou čtvrtin AD, DC úsečky AB. Polovina CB úsečky AB se skládá ze dvou čtvrtin CE, EB úsečky AB. Zlomek $\frac{2}{4}$ se dá psáti v jednodušším tvaru $\frac{1}{2}$.

Narýsujte si kružnici o středu S a poloměru 2 cm. Veďte silnějším tahem vodorovný průměr AB (A nalevo, B napravo). Najděte kružítkem na kružnici oba body C, D vzdálené 2 cm od bodu A (C nahoře, D dole) a oba body E, F vzdálené 2 cm od bodu B (E nahoře, F dole). Spojte si všecky body C, D, E, F se středem S. (Viz obr. 9 na str. 89.)

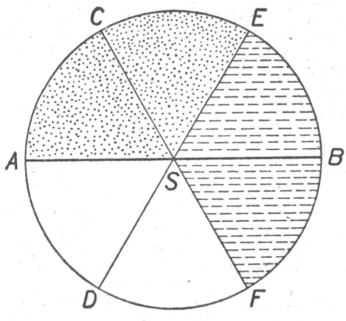
Celá plocha kruhu se vám rozdělí na šest kruhových výsečí a názor ukazuje, že jsou všecky ty výseče stejně veliké. Každá z těch výsečí je šestina kruhu.

Průměr AB rozdělí kruh na dva polokruhy. Každý polokruh je polovina kruhu. Každý polokruh se skládá ze tří výsečí, tedy ze tří šestin kruhu. Zlomek $\frac{3}{6}$ se dá psáti v jednodušším tvaru $\frac{1}{2}$.

Máte barevné tužky? Omalujte si zeleně obě výseče, které se stýkají podél poloměru SC (v obr. jsou tečkované). Omalujte si červeně obě výseče, které se stýkají podél poloměru SB (v obr. jsou čárkované). Celý kruh se vám rozdělí na tři stejné části: zelenou (tečkovanou), červenou (čárkovanou) a bílou. Každá z nich je třetina kruhu. Ale zelená (tečkovaná) část se skládá ze dvou výsečí; stejně červená (čárkovaná); stejně bílá. Zlomek $\frac{2}{6}$ se dá psáti v jednodušším tvaru $\frac{1}{3}$. Obě omalované části kruhu dohromady jsou dvě třetiny kruhu. Kolik je to výsečí? Zlomek $\frac{4}{6}$ se dá psáti v jednodušším tvaru $\frac{2}{3}$.



Obr. 8.



Obr. 9.

Všimněte si horního polokruhu; to je polovina kruhu. Skládá se z celé zelené (tečkované) plochy a z červené (čárkované) výseče. Jaká část kruhu je červená (čárkovaná) výseč? Pamatujte: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$. Když z horního polokruhu odejmeme červenou (čárkovanou) výseč, zbude celá zelená (tečkovaná) plocha; když z horního polokruhu odejmeme celou zelenou (tečkovanou) plochu, zbude červená (čárkovaná) výseč. Tedy

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

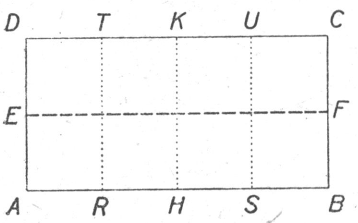
Narýsujte si obdélník $ABCD$ s rozměry $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{BC} = 2$ cm. Najděte střed E úsečky AD, střed F úsečky BC, střed H úsečky AB, střed K úsečky CD, střed R úsečky AH, střed S úsečky HB, střed T úsečky DK, střed U úsečky KC. (Viz obr. 10 na str. 90.)

Veďte červenou tužkou úsečku EF (v obr. čárkovaná). Obdélník $ABCD$ se rozdělí na dva stejné obdélníky $ABFE$, $EFCD$. Každý z nich je polovina obdélníka $ABCD$.

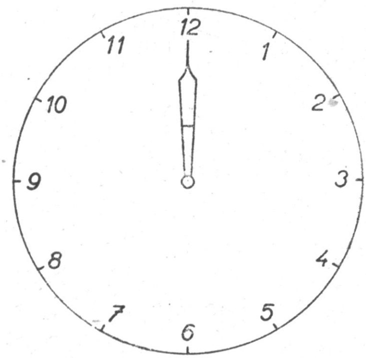
Veďte zelenou tužkou úsečky TR, KH, US (v obr. tečkované). Obdélník $ABCD$ je jimi rozdělen na čtyři stejné obdélníky $ARTD$, $RHKT$, $HSUK$, $SBCU$. Každý z nich je čtvrtina obdélníka $ABCD$.

Červená (čárkovaná) úsečka i se zelenými (tečkovanými) rozdělí obdélník $ABCD$ na osm stejných čtverců. Každý z nich je *osmina* obdélníka $ABCD$.

Obdélník $ABFE$ se skládá ze čtyř čtverců. Obdélník $ARTD$ se skládá ze dvou čtverců. Obdélník $ASUD$ je rozdělen zelenými (tečkovanými) úsečkami na tři obdélníky; které? Týž obdélník je rozdělen všemi barevnými úsečkami na čtverce; na kolik? $\frac{4}{8}$ *je totéž co* $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{8}$ *je totéž co* $\frac{1}{4}$. $\frac{6}{8}$ *je totéž co* $\frac{3}{4}$.



Obr. 10.



Obr. 11.

283. a) Sestrojte si obdélník s rozměry 3 cm a 2 cm, rozdělte jej na čtverce a vyložte podle toho obrázku vztahy

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

b) Sestrojte si od ruky kruh, rozdělte je od oka na osm stejných výsečí a vyložte podle toho obrázku vztahy

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}.$$

Kolik cm je $\frac{1}{2}$ dm? Kolik cm je $\frac{1}{5}$ dm? Kolik cm jsou: $\frac{2}{5}$ dm, $\frac{3}{5}$ dm, $\frac{4}{5}$ dm? Jaký zlomek decimetru je centimetr?

$\frac{5}{10}$ *je totéž co* $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{10}$ *je totéž co* $\frac{1}{5}$. $\frac{4}{10}$ *je totéž co* $\frac{2}{5}$.
$\frac{6}{10}$ *je totéž co* $\frac{3}{5}$. $\frac{8}{10}$ *je totéž co* $\frac{4}{5}$.

Někdo nakreslí na tabuli hodinový ciferník a vyznačí v něm čísla 1, 2 až 12. Všímejte si pouze *pohybu velké ručičky*. Od jedné cifry k následující se tato ručička dostane za pět minut neboli za *dvanáctinu* hodiny.

V obr. 11 je velká ručička, jak ukazuje, když je třeba přesně osm (nebo devět atd.) hodin. Řekněme, že je v té době velká ručička v *základní poloze*.

Ze základní polohy se velká ručička dostane na šestku za *polovinu* hodiny. $\frac{6}{12}$ *je totéž co* $\frac{1}{2}$.

Ze základní polohy se velká ručička dostane: (1) na trojku za čtvrtinu hodiny, (2) na devítku za tři čtvrti hodiny. $\frac{3}{12}$ je totéž co $\frac{1}{4}$. $\frac{9}{12}$ je totéž co $\frac{3}{4}$.

Všimněme si pohybu velké ručičky za dobu od osmi hodin do devíti hodin. Rozdělme si tuto dobu na třetiny: první třetina je od 8 hod. do 8 hod. 20 min., druhá od 8 hod. 20 min. do 8 hod. 40 min., třetí od 8 hod. 40 min. do 9 hod. Kde je velká ručička: (1) v 8 hod. 20 min., (2) v 8 hod. 40 min.? $\frac{4}{12}$ je totéž co $\frac{1}{3}$. $\frac{8}{12}$ je totéž co $\frac{2}{3}$.

Rozdělme si dobu od 8 do 9 hodin na šestiny, t. j. na desetiminutové intervaly. Po prvé šestině je 8 hod. 10 min.; po páté šestině je 8 hod. 50 min. Kde je velká ručička: (1) v 8 hod. 10 min., (2) v 8 hod. 50 min.? Pamatujte: $\frac{9}{12}$ je totéž co $\frac{3}{4}$, $\frac{10}{12}$ je totéž co $\frac{5}{6}$.

Vyložte podle hodin také ještě vztahy:

$$\frac{2}{4}=\frac{1}{2},\quad \frac{3}{6}=\frac{1}{2},\quad \frac{2}{6}=\frac{1}{3},\quad \frac{4}{6}=\frac{2}{3},\quad \frac{4}{12}=\frac{2}{6},\quad \frac{6}{12}=\frac{3}{6},\quad \frac{8}{12}=\frac{4}{6}.$$

Všimněte si tabulky

$$\begin{array}{l}
\frac{1}{2},\ 1\\
\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ 1\\
\frac{1}{4},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ 1\\
\frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ 1\\
\frac{1}{6},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{5}{6},\ 1\\
\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ \frac{6}{7},\ 1\\
\frac{1}{8},\ \frac{1}{4},\ \frac{3}{8},\ \frac{1}{2},\ \frac{5}{8},\ \frac{3}{4},\ \frac{7}{8},\ 1\\
\frac{1}{9},\ \frac{2}{9},\ \frac{1}{3},\ \frac{4}{9},\ \frac{5}{9},\ \frac{2}{3},\ \frac{7}{9},\ \frac{8}{9},\ 1\\
\frac{1}{10},\ \frac{1}{5},\ \frac{3}{10},\ \frac{2}{5},\ \frac{1}{2},\ \frac{3}{5},\ \frac{7}{10},\ \frac{4}{5},\ \frac{9}{10},\ 1\\
\frac{1}{11},\ \frac{2}{11},\ \frac{3}{11},\ \frac{4}{11},\ \frac{5}{11},\ \frac{6}{11},\ \frac{7}{11},\ \frac{8}{11},\ \frac{9}{11},\ \frac{10}{11},\ 1\\
\frac{1}{12},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{3},\ \frac{5}{12},\ \frac{1}{2},\ \frac{7}{12},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{5}{6},\ \frac{11}{12},\ 1
\end{array}$$

Pozorujete, že na př. v pátém řádku jsou napsány v nejjednodušším tvaru zlomky

$$\frac{1}{6},\ \frac{2}{6},\ \frac{3}{6},\ \frac{4}{6},\ \frac{5}{6},\ \frac{6}{6}.$$

284. Naučte se odříkat na požádání zpaměti kterýkoli řádek hořejší tabulky.

61. Rozšiřování a krácení zlomku. Poznali jsme na celé řadě jednoduchých příkladů, že se týž zlomek může psát v různých tvarech. Nyní bude na čase, abychom si vyslovili obecné pravidlo, podle kterého se všecky takové změny tvaru dají provádět. Můžeme si to pravidlo říci ve dvou zněních. V prvním znění se popisuje přechod od jednoduššího tvaru ke složitějšímu, ve druhém znění se popisuje obrácený přechod od složitějšího tvaru k jednoduššímu. První znění je toto:

Hodnota zlomku se nemění, když násobíme čitatele i jmenovatele týmž číslem. Podle tohoto pravidla můžeme na př. zlomek $\frac{7}{12}$ napsati v celé řadě složitějších tvarů, na př.

$$\frac{14}{24}, \frac{21}{36}, \frac{35}{60}, \frac{70}{120}, \frac{700}{1200}.$$

Vyložme si, proč na př. $\frac{21}{36}$ je týž zlomek jako $\frac{7}{12}$. Mysleme si, že máme bednu a v ní třeba 180 jablek. Rozdělme si celou tu zásobu na 12 stejných hromad. Jest $180 : 12 = 15$ (beze zbytku), tedy v každé hromadě bude 15 jablek. Každá hromada je dvanáctina celé zásoby, tedy $\frac{7}{12}$ celé zásoby bude 7 hromad (105 jablek). Teď si rozdělme každou hromadu na tři stejné hromádky. V každé hromádce bude 5 jablek. Celá zásoba se skládala ze 12 hromad, každá hromada ze tří hromádek, tedy se celá zásoba skládá ze 36 hromádek. Každá hromádka je šestatřicetina celé zásoby. $\frac{7}{12}$ celé zásoby je 7 hromad po třech hromádkách, tedy je to 21 hromádek, t. j. $\frac{21}{36}$ zásoby. Jest $\frac{7}{12} = \frac{21}{36}$, neboť $\frac{7}{12}$ zásoby je 105 jablek a $\frac{21}{36}$ zásoby je zase 105 jablek.

Docela stejně si můžeme pomocí téže bedny jablek představit, proč $\frac{7}{12} = \frac{35}{60}$. Abychom si představili, proč $\frac{7}{12} = \frac{700}{1200}$, na to je naše zásoba jablek malá. Ale se zásobou větší si to můžeme zase stejně představit; s jakou na příklad?

Druhé znění našeho pravidla musí býti takové, abychom popsali zpětný přechod od složitějšího tvaru $\frac{21}{36}$ k jednoduššímu tvaru $\frac{7}{12}$. Vyslovíme si raději první znění ještě jednou, abychom měli obě znění pohromadě.

Hodnota zlomku se nezmění, když násobíme čitatele i jmenovatele týmž číslem. Úprava zlomku podle tohoto pravidla se nazývá **rozšiřování zlomku.**

Hodnota zlomku se nezmění, když dělíme čitatele i jmenovatele týmž číslem. Úprava zlomku podle tohoto pravidla se nazývá **krácení zlomku.**

Máme-li na př. doplniti čitatele ve vztahu $\frac{5}{8} = \frac{}{16}$ nebo ve vztahu $\frac{14}{16} = \frac{}{8}$, řekneme: (1) jmenovatele jsme násobili dvěma, tedy čitatele násobme dvěma, $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$, (2) jmenovatele jsme dělili dvěma, tedy čitatele dělme dvěma, $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$.

Podobně, když máme doplniti jmenovatele.

Tak to říkejte ve cvič. 285.

285. a) Vyjadřte $\frac{3}{4}$ ve tvarech: $\frac{}{8}$, $\frac{9}{}$, $\frac{}{20}$, $\frac{21}{}$.

b) Vyjadřte ve tvaru $\frac{}{60}$ zlomky: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{11}{12}$.

c) Vyjadřte ve tvaru $\frac{36}{}$ zlomky: $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{18}{25}$.

286. Doplňte

a) $\frac{4}{15} = \frac{12}{}$, b) $\frac{6}{15} = \frac{}{5}$, c) $\frac{8}{30} = \frac{4}{}$, d) $\frac{9}{16} = \frac{}{48}$,

e) $\frac{9}{20} = \frac{18}{}$, f) $\frac{20}{24} = \frac{5}{}$, g) $\frac{17}{25} = \frac{}{75}$, h) $\frac{36}{45} = \frac{}{9}$.

Ve cvič. 287 musíte u každé úlohy napřed zlomek krátit a potom jej zase rozšiřovat.

287. Doplňte

a) $\frac{6}{8} = \frac{}{12}$, b) $\frac{9}{21} = \frac{30}{}$, c) $\frac{18}{27} = \frac{12}{}$, d) $\frac{35}{42} = \frac{}{48}$.

Chceme-li zlomek zkrátit, máme čitatele i jmenovatele dělit stejným číslem. Aby to bylo možné, musí toto číslo býti společným dělitelem čitatele i jmenovatele.

Zlomky, u kterých čitatel a jmenovatel jsou čísla nesoudělná, jsou už psány v nejjednodušším tvaru. Na př. zlomek $\frac{16}{19}$ se už nedá krátit. Naproti tomu $\frac{16}{40}$ se dá krácením uvésti na př. na tvar $\frac{4}{10}$, ale také na tvar $\frac{2}{5}$, který je ještě jednodušší.

Největšího zjednodušení docílíme, dělíme-li čitatele i jmenovatele jejich největším společným dělitelem.

288. Zjednodušte co nejvíce

a) $\frac{63}{99}$, b) $\frac{180}{250}$, c) $\frac{360}{420}$, d) $\frac{4800}{5100}$, e) $\frac{121}{220}$, f) $\frac{84}{144}$.

Když jste poznali, že se v nauce o zlomcích setkáváme se známým pojmem největšího společného dělitele dvou celých čísel, budete jistě čekat, že se v této nauce setkáte také s nejmenším společným násobkem dvou celých čísel. Tomu tak také opravdu jest.

Mějme dva zlomky, na př. $\frac{5}{12}$ a $\frac{7}{18}$. U obou jsou čitatel a jmenovatel čísla nesoudělná, jsou tedy ty zlomky psány už v nejjednodušším tvaru. Můžeme ovšem uvésti každý z nich rozšiřováním také na jiné tvary. Zvláště užitečné je **uvésti oba zlomky na společného jmenovatele.** To znamená, napsati je v takových tvarech, aby oba jmenovatelé byli stejní. Zlomek $\frac{5}{12}$ se dá napsati se jmenovateli 12, 24, 36 atd. Zlomek $\frac{7}{18}$ se dá napsati se jmenovateli 18, 36, 54 atd. Společný jmenovatel musí býti násobkem obou čísel 12 i 18. Každý společný násobek může posloužiti při uvádění na společného jmenovatele, ale nejjednodušší bude ovšem voliti za společného jmenovatele nejmenší společný násobek obou daných jmenovatelů. V našem případě je to číslo 36 a podle pravidla o rozšiřování jest

$$\frac{5}{12} = \frac{15}{36}, \quad \frac{7}{18} = \frac{14}{36}.$$

Píšeme-li oba zlomky $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{18}$ v nových tvarech $\frac{15}{36}$, $\frac{14}{36}$, vidíme, že první zlomek je větší než druhý. Z původních tvarů to nebylo dobře vidět. **Chceme-li porovnat velikost dvou zlomků, uvedeme je na společného jmenovatele.**

289. Rozhodněte, který z obou daných zlomků je větší:

a) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, b) $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$, c) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$, d) $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{12}$,
e) $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{16}$, f) $\frac{5}{21}$, $\frac{7}{30}$, g) $\frac{5}{18}$, $\frac{13}{48}$, h) $\frac{4}{27}$, $\frac{2}{15}$.

Můžeme také více než dva zlomky uvésti na společného jmenovatele. Zase to provedeme podle stejného pravidla, volíce za společného jmenovatele nejmenší společný násobek všech daných jmenovatelů.

290. Seřaďte od nejmenšího k největšímu zlomky:

a) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, b) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, c) $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{18}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{8}{9}$,
d) $\frac{5}{9}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{4}{7}$, e) $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{16}$, f) $\frac{7}{36}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{13}{66}$, $\frac{5}{22}$.

291. Seřaďte od největšího k nejmenšímu zlomky:

a) $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, b) $\frac{1}{20}$, $\frac{2}{35}$, $\frac{3}{70}$, c) $\frac{3}{22}$, $\frac{4}{33}$, $\frac{7}{55}$,
d) $\frac{1}{15}$, $\frac{2}{55}$, $\frac{3}{50}$, $\frac{7}{100}$, e) $\frac{1}{3}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{28}$, f) $\frac{2}{9}$, $\frac{7}{30}$, $\frac{17}{72}$, $\frac{13}{60}$.

62. Nepravé zlomky a smíšená čísla. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$ jsou zlomky, které mají čitatele menšího než jmenovatele. Takové zlomky se jmenují **pravé. Hodnota pravého zlomku je menší než jeden celek.** Také

$$\frac{9}{5},\ \frac{9}{3},\ \frac{13}{5},\ \frac{12}{6},\ \frac{12}{12},\ \frac{15}{4}$$

jsou zlomky. Ale to jsou zlomky **nepravé.** Tři z nich znamenají přesné celky; jsou to

$$\frac{9}{3} = 3,\quad \frac{12}{6} = 2,\quad \frac{12}{12} = 1.$$

(Říká se, že to jsou zlomky **nevlastní.**) Ostatní zlomky neznamenají přesné celky, nýbrž celky zvětšené o pravý zlomek. Jsou to

$$\frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5},\quad \frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5},\quad \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}.$$

Znak plus zde obyčejně vynecháváme a píšeme

$$\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5},\quad \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5},\quad \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}.$$

Říkáme, že $1\frac{4}{5}$, $2\frac{3}{5}$, $3\frac{3}{4}$ jsou **smíšená čísla.**

Nepravý zlomek se převede na smíšené číslo dělením. Na př. 13 : 5 dává podíl 2 a zbytek 3; jest $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$.

Smíšené číslo se převede na nepravý zlomek násobením a sčítáním. Na př. $2 \times 5 = 10$, $10 + 3 = 13$; jest $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$.

292. Převeďte na celá nebo smíšená čísla

a) $\frac{17}{3}$, b) $\frac{28}{2}$, c) $\frac{32}{3}$, d) $\frac{17}{6}$, e) $\frac{30}{7}$,
f) $\frac{50}{11}$, g) $\frac{180}{12}$, h) $\frac{151}{9}$, i) $\frac{200}{11}$, j) $\frac{376}{8}$.

293. Převeďte na nepravé zlomky

a) $2\frac{3}{4}$, b) $5\frac{7}{8}$, c) $4\frac{9}{16}$, d) $10\frac{3}{7}$, e) $12\frac{5}{11}$,
f) $83\frac{5}{9}$, g) $97\frac{1}{6}$, h) $123\frac{5}{8}$, i) $7\frac{5}{12}$, j) $17\frac{1}{12}$.

§ 9. Desetinná čísla.

63. Psaní a čtení desetinných čísel. Opakujte, co víte o délkových měrách. Víte, že délky vyjadřujeme buďto v jediné jednotce nebo v několika jednotkách (jednojmenné a mnohojmenné vyjádření). Když na př. řekneme, že sloup je vysoký 6 m 35 cm, je to dvojjmenné vyjádření. Víte, že se lépe počítá s jednojmenným vyjádřením. Máme-li na př. vypočíst, oč je ten sloup vyšší než pomník vysoký 4 m 7 dm, můžeme si obě délky vyjádřiti v cm. Výška sloupu je 635 cm, výška pomníku je 470 cm, vypočteme 635 — 470 = 165, rozdíl výšek je tedy 165 cm. V odpovědi udáme rozdíl takovým způsobem, jakým byly udány výšky obou předmětů: Sloup je o 1 m 65 cm vyšší než pomník.

Průběhem počtu jsme obě výšky vyjadřovali v cm. Ale není zvykem, délky tak velké vyjadřovati v cm. Je lépe, vyjadřovati je v metrech, protože pak máme lepší představy o skutečných velikostech.

Dokud jsme měli pouze čísla celá, bylo ovšem nemožné vyjádřiti výšku našeho sloupu nebo pomníku jen v metrech. Ale teď už známe také zlomky a můžeme pomocí zlomků nebo smíšených čísel říci, že výška sloupu je $6\frac{35}{100}$ m, výška pomníku je $4\frac{7}{10}$ m.

Jako u délek je to také na př. u vah. Můžeme na př. 3 kg 28 g vyjádřiti jen v kilogramech: je to $3\frac{28}{1000}$ kg, což je přirozenější vyjádření než 3028 g.

Vedou nás tedy míry a váhy ke zlomkům, ale ne ke všem zlomkům, nýbrž pouze k desetinám, setinám, tisícinám (po případě desetitisícinám atd.).

Pro takové zlomky je zaveden jiný způsob psaní než pomocí zlomkové čáry. Nový způsob psaní je takový, že lze početní výkony prováděti zrovna tak lehko jako s celými čísly. To je velká výhoda.

Musíme si znovu připomenouti známý způsob psaní větších čísel pomocí deseti cifer, jak jsme to měli v odst. 7 (str. 9 až 12). Řekli jsme si tam, že místní hodnota cifry (která není nula) se rovná její hodnotě vlastní pouze tehdy, je-li psána na základním místě, kdežto cifra posunutá vlevo má místní hodnotu větší než je hodnota vlastní. Jak víme, platí jednoduché pravidlo: **Posunutím o jedno místo vlevo se místní hodnota číslice desetkrát zvětší.** Tedy posunutím o dvě místa vlevo se místní hodnota zvětší stokrát, posunutím o tři místa vlevo se zvětší tisíckrát atd.

Totéž pravidlo si můžeme ovšem vysloviti ještě druhým způsobem: **Posunutím o jedno místo vpravo se místní hodnota číslice desetkrát zmenší.** Tedy posunutím o dvě místa vpravo se místní hodnota zmenší stokrát, posunutím o tři místa vpravo se zmenší tisíckrát atd.

Jakmile si však to pravidlo takto vyslovíme, přijdeme hned na myšlenku, jak rozšířit desetinný způsob psaní čísel nad obor čísel celých. Píšeme prostě ještě některé číslice také vpravo od základního místa. Na př. číslice 3 napsaná o jedno místo vpravo od základního místa znamená $\frac{3}{10}$, napsaná o dvě místa vpravo od základního místa znamená $\frac{3}{100}$ atd.

Jen jedné maličkosti je třeba, aby se tato jednoduchá myšlenka dala provést. Dokud jsme psali jen celá čísla, bylo základní místo posledním, takže bylo hned patrné. Ale když chceme psát některé číslice také vpravo od základního místa, musíme si zřetelně vyznačit, které místo je základní. To dnes děláme tím, že **za základní místo napíšeme čárku, t. zv. desetinnou čárku.** Dříve se u nás psala místo čárky tečka, a říkalo se jí ovšem **desetinná tečka.**

Tedy na př. v čísle 375 je na základním místě pětka, ale v čísle 37,5 je na základním místě sedmička a v čísle 3,75 je na základním místě trojka. Co znamená 375, víme; 37,5 znamená $37\frac{5}{10}$; 3,75 znamená $3\frac{75}{100}$. Číslo 37,5 je desetkrát menší než 375 a číslo 3,75 je zase desetkrát menší než 37,5 neboli stokrát menší než 375. Chceme-li napsat číslo ještě desetkrát menší než 3,75, přijdou všecky tři významné cifry za desetinnou čárku a pomůžeme si nulou: napíšeme 0,375. (Docela podobně potřebujeme nulu také k zapsání čísla desetkrát většího než 375, tedy čísla 3750.) Číslo ještě desetkrát menší než 0,375 bude 0,0375 atd.

Čísla, která můžeme zapsati desetinným způsobem, se jmenují **desetinná čísla.** Jsou to troje čísla:

Předně čísla celá, na př. 375 nebo 3750. K napsání těchto čísel nepotřebujeme desetinné čárky. Základní místo je na konci vpravo. Poslední cifra různá od nuly je buďto na základním místě nebo nalevo od základního místa.

Za druhé pravé zlomky se jmenovatelem deset nebo sto nebo tisíc atd., na př. $0{,}3 = \frac{3}{10}$; $0{,}37 = \frac{37}{100}$; $0{,}375 = \frac{375}{1000}$; $0{,}03 = \frac{3}{100}$; $0{,}003 = \frac{3}{1000}$; $0{,}037 = \frac{37}{1000}$ atd. Všecky cifry různé od nuly jsou za desetinnou čárkou. Před desetinnou čárkou je jediná cifra 0.

Za třetí smíšená čísla složená z celého čísla a z pravého zlomku se jmenovatelem deset nebo sto nebo tisíc atd., neboli nepravé zlomky se jmenovatelem deset nebo sto nebo tisíc atd. Na př. $3{,}7 = 3\frac{7}{10} = \frac{37}{10}$; $37{,}5 = 37\frac{5}{10} = \frac{375}{10}$; $3{,}75 = 3\frac{75}{100} = \frac{375}{100}$ atd. I před desetinnou čárkou i za desetinnou čárkou jsou cifry různé od nuly.

Poznámky. Kdy se **musí** psát cifra nula? Je to ve třech případech. Předně vždycky mezi jinými ciframi; na př. 305. Za druhé na konci, a to tehdy, když jsou všecky jiné cifry před základním místem; na př. 350. Za třetí na začátku, a to tehdy, když jsou všecky jiné cifry za základním místem; na př. 0,35.

Kam smíme připsat zbytečnou nulu? Vždycky před všecky cifry, na př. 035 je totéž co 35; 03,5 je totéž co 3,5; 00,35 je totéž co 0,35. Ale také za všecky cifry, jen musíme vyznačit desetinnou čárku i když jí původně nebylo třeba. Na př. 35,0 je totéž co 35; 3,50 je totéž co 3,5.

Čtení desetinných čísel. 3,5 čteme 3 celé 5 desetin. 37,5 čteme 37 celých 5 desetin. 3,75 čteme 3 celé 75 setin. 3,05 čteme 3 celé, 5 setin. 1,849 čteme jedna celá 849 tisícin. 0,3 čteme žádná celá tři desetiny. 0,037 čteme žádná celá 37 tisícin.

Přídavné jmeno celý je tu v ženském rodě. Myslíme si je totiž doplněno podstatným jménem jednotka.

Složitější desetinná čísla čteme raději tak, že si místa napravo od desetinné čárky rozdělíme na skupiny po třech. (Poslední skupina nebude ovšem míti vždy tři cifry.) Na př. 3,14159 čteme tři celé 141 tisícina 59 stotisícin. 3,14159265 čteme tři celé 141 tisícina 592 miliontiny 65 stomiliontin.

Aby stavba desetinného čísla z jeho cifer lépe vynikla, sestavíme si podobnou tabulku jako na str. 10. Umístíme do ní čísla 302,507; 8,054; 0,0583; 40,0008; 2503,07.

tisíce	sta	desítky	jednotky	desetiny	setiny	tisíciny	deseti-tisíciny
	3		2	5		7	
			8		5	4	
					5	8	3
		4					8
2	5		3		7		

Nuly, které při psaní čísel vyznačují pouze místa významných cifer, jsme jako na str. 10 ani zde do tabulky nepsali. Při zapisování dalších čísel bychom musili tabulku prodlužovat i doleva i doprava.

294. Zhotovte si podobnou tabulku. Svislou čáru za základním místem vyznačte barevně.

a) Umístěte do tabulky čísla

3,2; 0,8; 1,24; 3,07; 0,08;
0,095; 40,26; 91,003; 0,004; 103,607.

b) Umístěte do ní další diktovaná čísla.

295. Čtěte čísla

a) 0,6; 0,08; 0,004; b) 4,3; 5,07; 3,008;
c) 30,5; 40,06; 80,002; d) 0,0804; 0,10037; 200,0456;
e) 1,010101; 2,3456789; f) 3,141592653589.

296. a) Pište ve tvaru pravých nebo nepravých zlomků čísla ze cvič. 295 a) a b).

b) Pište ve tvaru smíšených čísel čísla ze cvič. 295 c) a d).

297. Pište jako desetinná čísla

a) $30\frac{4}{100}$, $6\frac{8}{1000}$, $\frac{17}{1000}$, b) $\frac{327}{10}$, $\frac{327}{100}$, $\frac{327}{1000}$,

c) diktovaná čísla.

298. Číslo 30,502 se skládá ze tří desítek, pěti desetin a dvou tisícin. Podle tohoto vzoru rozveďte čísla ze cvič. 295 c), d) a e).

64. Násobení a dělení deseti, stem atd. Říkejte znovu pravidla z odst. 9, str. 13. Můžeme jich užíti doslovně i na desetinná čísla. Na př.

$$\begin{array}{l} 0{,}375 \times 100 \\ \hline 37{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3{,}04 \times 1000 \\ \hline 3040 \end{array}$$

Při dělení je teď věc dokonce jednodušší než u čísel celých. Tam jsme musili pracovat se zbytkem, kdežto v oboru desetinných čísel můžeme beze zbytku dělit deseti, stem atd. Na př.

375 : 100	42 : 1000	3,9 : 10
3,75	0,042	0,39

299. Počítejte zpaměti
a) 4,1 × 10, b) 4,16 × 10, c) 0,3 × 100,
d) 0,7 × 1000, e) 0,8 : 10, f) 7 : 10,
g) 7 : 100, h) 60 : 1000.

300. Čísla
4,1; 4,16; 0,3; 0,387; 50,2; 0,0502
násobte zpaměti
a) deseti, b) stem, c) tisícem.

301. Čísla
62; 530; 2800; 3,6; 0,47; 0,003
dělte zpaměti
a) deseti, b) stem, c) tisícem.

302. Počítejte písemně
a) 7,0456 × 100, b) 38,45 : 10, c) 7,63 × 1000,
d) 0,097 × 100, e) 75,21 × 1000, f) 3840 : 100,
g) 0,003 × 100, h) 830 : 1000, i) 560,01 × 10,
j) 0,504 : 1000, k) 39,875 × 100, l) 37 : 10000.

303. Zapište v metrech
a) 7,3 km, b) 0,06 km, c) 369 cm, d) 8 mm, e) 0,506 km.

304. Zapište v kilometrech
a) 327 m, b) 25 dm, c) 374 cm, d) 756 mm, e) 53720 m.

305. Doplňte
a) 6,4 × ... = 640, b) 0,039 × ... = 39,
c) 0,4 × ... = 400, d) 57 : ... = 0,57,
e) 570 : ... = 0,57, f) 4,8 : ... = 0,0048.

65. Přehled metrické soustavy. V metrické soustavě jsou sestaveny jednotky pro: (1) délkové míry, (2) plošné míry, (3) prostorové míry, (4) váhy. S jednotkami délkové míry jsme se v této učebnici seznámili v odst. 10, s jednotkami váhy v odst. 11. Plošnými měrami jsme se zabývali v odst. 13 jen neúplně; důkladněji jste je poznali v geometrii. Také prostorové míry jste probírali v geometrii a poznali jste, že duté míry, o kterých byla řeč v odst. 12 této učebnice, lze zařaditi mezi prostorové míry.

Abyste s těmito jednotkami uměli spolehlivě zacházet, k tomu je nejlépe si dobře vštípit v mysl přehledné tabulky, které zde vidíte.

I. Délkové míry.

km			m	dm	cm	mm

II. Plošné míry.

km²		ha		a		m²		dm²		cm²		mm²

III. Prostorové míry.

km³									m³			dm³			cm³			mm³
	9 sloupců									hl		l	dl					

IV. Váhy.

t	q		kg		dkg	g	dg	cg	mg

Smysl těchto čtyř tabulek je vám snad již jasný i bez dlouhého výkladu. Každou míru délkovou, plošnou nebo prostorovou nebo váhu si můžeme umístit do příslušné tabulky; při tom přijde do každého sloupce jen jediná cifra, až na vyčárkovaný sloupec, do kterého může přijít i několik cifer.

U tabulky prostorových měr je šipkami naznačeno, kam patří jednotky duté. U téže tabulky je pro přehlednost také výslovně uveden počet sloupců mezi km³ a m³.

Když zapisujeme míru nebo váhu do tabulky, nemusíme zapisovat nuly (s výjimkou u vyčárkovaného sloupce).

Jakmile máme míru nebo váhu zapsánu do tabulky, přečteme (nebo napíšeme) snadno její mnohojmenné vyjádření a stejně snadno i jednojmenná vyjádření v předepsané jednotce. Pro jednojmenná vyjádření je třeba si pamatovat, že na základním místě je ta cifra, která je ve sloupci nadepsaném příslušnou jednotkou.

Máme-li na př. v tabulce plošných měr zapsáno

km²		ha		a		m²		dm²		cm²		mm²
				3	7		5					

znamená to plošnou míru, jejíž mnohojmenné vyjádření je 3 a 70 m² 50 dm² a jejíž jednotlivá jednojmenná vyjádření jsou

0,0003705 km²; 0,03705 ha; 3,705 a; 370,5 m²;
37050 dm²; 3705000 cm²; 370500000 mm².

Každé z těchto vyjádření se vyčte z tabulky na první pohled.

Skutečné zapisování do úhledné tabulky by bylo velmi zdlouhavé, ale zpravidla stačí, když si umístění do tabulky pouze představíme.

306. Napište mnohojmenná vyjádření:
a) 3720042 g; b) 0,0056327 km²; c) 379,8364 cm³.

307. Převeďte na jednotky udané v závorce:
a) 7 t 5 kg 3 dkg (na q; na g); b) 7 a 5 m² 3 dm² (na ha; na cm²);
c) 8 hl 5 l 3 dl (na m³; na cm³); d) 8 dm³ 23 cm³ (na m³; na hl).

308. Převeďte na jednotky udané v závorce;
a) 370,84 dkg (na kg; na dg); b) 45,384 m² (na a; na cm²);
c) 39,458 hl (na m³; na cm³); d) 0,0000486 cm³ (na mm³; na l).

66. Zaokrouhlování čísel. Při sčítání lidu r. 1930 bylo napočteno ve Velké Praze 848081 obyvatel. To neznamená, že po celý rok 1930 bylo v Praze 848081 obyvatel, neboť tento počet podléhá stálým menším změnám (narození, úmrtí, přistěhování, odstěhování).*) Proto na otázku: „Kolik obyvatel měla Praha v r. 1930?“ neodpovídáme obyčejně číslem 848081, nýbrž **číslem zaokrouhleným.** Můžeme zaokrouhliti na tisíce a odpověděti: „V r. 1930 měla Praha 848000 obyvatel.“ Přesný počet obyvatel zjištěný sčítáním lidu nebyl rovných 848 tisíc, nýbrž 848081. Toto číslo je blízké k číslu 848 tisíc; je k 848 tisícům blíže než k 849 tisícům nebo než k 847 tisícům; tím spíše blíže než třeba k 927 tisícům nebo než k 763 tisícům.

Zaokrouhliti nějaké číslo na tisíce znamená udati rovný počet tisíc tak, aby byl co nejblíže k danému číslu. K číslu 848081 byla zaokrouhlená hodnota 848000, k číslu 848369 rovněž 848000, ale k číslu 848796 zaokrouhlená hodnota je 849000, neboť rozdíl

$$849000 - 848796 = 204$$

*) Sčítání lidu vyjadřuje stav ke dni 1. prosince 1930.

je menší než rozdíl

$$848796 - 848000 = 796.$$

Zaokrouhlujeme-li nějaké číslo na tisíce, musíme si všimnout nejen jeho tisícové cifry a cifer, které jsou od ní nalevo, nýbrž také stovkové cifry. Je-li stovková cifra 0, 1, 2, 3 nebo 4, dostaneme hodnotu zaokrouhlenou na tisíce, když cifry napravo od tisícové cifry nahradíme nulami. Je-li stovková cifra 5, 6, 7, 8 nebo 9, musíme ještě přidat 1000, abychom dostali správnou zaokrouhlenou hodnotu. Tedy k číslu 499638 hodnota zaokrouhlená na tisíce není 499000, nýbrž o 1000 více, tedy 500000.

Mluvili jsme dosud jen o zaokrouhlování na tisíce, abychom měli před sebou určitý případ; ale podobně můžeme zaokrouhlovat na sta, desítky atd. Na př. u čísla 848081 je 850000 hodnota zaokrouhlená na desetitisíce a 848100 je hodnota téhož čísla 848081 zaokrouhlená na sta.

Zaokrouhlovat můžeme nejen čísla celá, nýbrž i čísla desetinná. Na př. číslo 362,7284 má tyto zaokrouhlené hodnoty

400 (zaokrouhleno na sta),
360 (zaokrouhleno na desítky),
363 (zaokrouhleno na celky),
362,7 (zaokrouhleno na desetiny neboli na 1 desetinné místo),
362,73 (zaokrouhleno na setiny neboli na 2 desetinná místa),
362,728 (zaokrouhleno na tisíciny neboli na 3 desetinná místa).

309. Čísla

72836; 546328; 48269; 34567

zaokrouhlete:

a) na tisíce, b) na sta, c) na desetitisíce,
d) na desítky.

310. Zaokrouhlete na 1 desetinné místo:

a) 3,548; 6,274; 1,906. b) 8,379; 4,847; 0,666.
c) 2,963; 7,498; 9,092. d) 6,798; 3,982; 7,096.

311. Čísla ze cvič. **310** zaokrouhlete na 2 desetinná místa.

312. Zaokrouhlete na celky:

a) 6,80749; 5,48685. b) 18,62971; 24,70963.
c) 9,71255; 37,30968. d) 45,51547; 99,69971.

313. Čísla ze cvič. **312** zaokrouhlete na tisíciny.

Se zaokrouhlenými čísly se v praxi setkáváme velmi často, na př. při každém měření a vážení. Když máte na př. v sešitě úsečku AB a když určujete její délku měřítkem, na kterém máte vyznačeny milimetry, naměříte třeba, že $\overline{AB} = 37$ mm. To však neznamená nebo aspoň nemusí znamenat, že je daná úsečka přesně 37 mm dlouhá, neboť skutečná délka se zpravidla nedá v milimetrech přesně vyjádřit. Znamená to prostě, že $\overline{AB}$ je blíže k 37 mm než k 36 mm nebo než k 38 mm. Krátce 37 mm je délka $\overline{AB}$ zaokrouhlená na milimetry a proto místo $\overline{AB} = 37$ mm píšeme raději

$$\overline{AB} \doteq 37 \text{ mm},$$

což čteme: $\overline{AB}$ rovná se přibližně 37 mm.

314. Zaokrouhlete na cm:

a) 1328 mm; 2736 mm.
b) 3,256 m; 8,321 m.
c) 47,56 dm; 56,47 dm.
d) 17 cm 6 mm; 8 dm 27 mm; 5 m 673 mm.

315. Zaokrouhlete

a) 13,579 a; 2,58476 ha; 37 m^2 7 dm^2 (na m^2).
b) 2139,8 l; 9,543 hl; 3,5689 m^3 (na hl).
c) 3258 g; 4,258 kg; 37 dkg 8 g (na dkg).

316. Vzrůst družstva. Družstvo mělo zapsaných členů:

1925	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932
27 107	49 523	72 590	108 707	176 426	389 000	806 294	1 414 975

Zaokrouhlete v každém roce počet členů

a) na tisíce; b) na desetitisíce.

Je výhodné míti pro zaokrouhlená čísla určitý způsob psaní, ze kterého je hned patrné, že a jak bylo číslo zaokrouhleno. U desetinných čísel užíváme k tomu teček; na př. 3,14... znamená číslo 3,14 zaokrouhlené na setiny, kdežto na př. 3,140... je zase číslo 3,14, ale zaokrouhlené na tisíciny. U celých čísel užíváme malých nul; na př. 38$_{000}$ znamená: číslo 38000 zaokrouhlené na tisíce, kdežto na př. 380$_{00}$ je zase číslo 38000, ale zaokrouhlené na sta.

§ 10. Počítání s desetinnými čísly.

67. Sčítání a odčítání. Máme-li sečísti

2 m 3 dm 5 cm + 8 m 4 dm + 3 dm 6 cm 7 mm + 2 dm 6 cm,

můžeme si vyjádřiti všecky dané délky v milimetrech. Ale můžeme si je také vyjádřiti všecky v metrech. Tedy počítáme

$$\text{buďto}\quad \begin{array}{r} 2350 \\ 8400 \\ 367 \\ 260 \\ \hline 11377 \end{array} \qquad \text{nebo}\quad \begin{array}{r} 2{,}35 \\ 8{,}4 \\ 0{,}367 \\ 0{,}26 \\ \hline 11{,}377. \end{array}$$

Prvý způsob počtu dá 11377 mm neboli 11 m 3 dm 7 cm 7 mm. Při druhém sčítání jsou všichni sčítanci tisíckrát menší nežli při prvém a také druhý součet musí býti tisíckrát menší nežli první. Vyjde 11,377 m neboli zase 11 m 3 dm 7 cm 7 mm.

Také odčítání

3 m 4 dm — 8 dm 7 cm 5 mm

můžeme provésti buďto v milimetrech nebo v metrech. Tedy počítáme

$$\text{buďto}\quad \begin{array}{r} 3400 \\ -\ 875 \\ \hline 2525 \end{array} \qquad \text{nebo}\quad \begin{array}{r} 3{,}4 \\ -\ 0{,}875 \\ \hline 2{,}525. \end{array}$$

Při druhém odčítání je menšenec i menšitel tisíckrát menší nežli při prvém a také druhý rozdíl musí býti tisíckrát menší nežli první. Prvý způsob dá 2525 mm neboli 2 m 5 dm 2 cm 5 mm, druhý způsob dá 2,525 m neboli zase 2 m 5 dm 2 cm 5 mm.

Desetinná čísla sčítáme a odčítáme písemně stejně jako čísla celá. Zase musíme psáti dobře pod sebe. Zejména všecky desetinné čárky u daných čísel i u výsledku počtu musí býti pod sebou.

Zkouška při sčítání nebo odčítání desetinných čísel se dělá stejně jako u čísel celých. Při zkoušce se také podíváme, zdali jsme nezapomněli na desetinnou čárku. U následujících úloh dělejte všude zkoušku. Pište správně pod sebe.

317. a) 39,564 + 273,8;
b) 739,5 + 73,95;
c) 842,3 + 7,654;
d) 0,06472 + 0,0839.

318. a) 523,6 — 48,754;
b) 635,7 — 63,57;
c) 32,987 — 23,64;
d) 0,0839 — 0,06472.

319. a) 0,0732 + 0,5076 + 1,04063 + 0,00075 + 0,1329;
b) 16,325 + 53,27 + 45,8 + 6,394 + 7,007;
c) 0,0605 + 0,00326 + 0,1203 + 0,08037 + 0,2569.

320. Vypočtěte zpaměti

a) 1 + 0,1; b) 1 — 0,1; c) 3,4 + 0,7;
d) 3,4 — 0,7; e) 5,3 + 0,42; f) 1 — 0,42;
g) 1,6 — 0,43; h) 1,4 — 0,65.

321. a) 37,428 — (21,4567 + 12,0379);
b) (0,245 + 0,0245) — (0,1693 + 0,01693);
c) (0,987 — 0,0987) + (0,0346 — 0,007);
d) (423,5 — 0,4235) — (396,8 — 3,968).

322. a) Sečtěte tři čísla: prvé je 8,0083, druhé je o 0,892 menší než prvé a třetí je o 0,08926 menší než prvé.

b) Vypočtěte rozdíl, jehož menšenec je součet čísel 3,287 a 0,9876 a jehož menšitel je rozdíl týchž čísel.

323. Následující tabulka udává spotřebu hovězího a vepřového masa a tuků v ČSR v některých letech. Čísla znamenají miliony kilogramů.

Rok	Celková spotřeba				Z toho domácího původu			
	hovězí maso	lůj	vepřové maso	sádlo	hovězí maso	lůj	vepřové maso	sádlo
1928	189,0	14 5	181,2	82,3	187 5	12,4	126,7	29,5
1930	177.2	13,0	186,9	82,2	159,1	11.4	151,4	39 8
1933	165,9	13,5	169,2	63,1	162,9	10,9	137,6	40,1

Vypočtěte, kolik hovězího masa, loje, vepřového masa a sádla zahraničního původu bylo spotřebováno.

324. Jednotlivé položky při nákupu byly 18,20 Kčs; 19,35 Kčs; 15,15 Kčs; 27,35 Kčs. Kolik dostaneme zpět na 100 Kčs?

325. Základna obdélníka měří 37,2 cm; výška je o 8,45 cm menší než základna. Vypočtěte obvod obdélníka.

326. Z kusu sukna délky 13,5 m bylo ustřiženo na jeden oblek 3,25 m a na druhý 2,9 m. Kolik zbylo v kuse?

68. Násobení. Násobení dvou celých čísel můžeme dvojím způsobem chápati jako sčítání; na př. 7 × 3 je jednak tolik jako 7 + + 7 + 7, jednak tolik jako 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3. Je-li jeden činitel číslo celé a druhý číslo desetinné, můžeme násobení aspoň jedním způsobem chápati jako sčítání; na př. 0,7 × 3 je tolik jako 0,7 + 0,7 + 0,7; 7 × 0,03 je tolik jako 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + + 0,03 + 0,03 + 0,03. Ale jsou-li oba činitelé čísla desetinná, nelze násobení vůbec chápati jako sčítání, na př. 0,7 × 0,03 se nedá vyložit jako sčítání.

Abychom mohli desetinná čísla násobit, připomeňme si jednoduchá pravidla o násobení, která jsme probírali v prvé třídě:

Kolikrát se zvětší jeden činitel, tolikrát se zvětší součin. Kolikrát se zmenší jeden činitel, tolikrát se zmenší součin.

Pomocí druhého z těchto pravidel můžeme provésti násobení dvou desetinných čísel ve všech případech. Vyjděme na př. od součinu 7 × 3 = 21. Můžeme usuzovati takto:

0,7 je desetina ze 7, tedy 0,7 × 3 je desetina z 21, t. j. 2,1.

0,03 je setina ze 3, tedy 7 × 0,03 je setina z 21, t. j. 0,21.

0,7 je desetina ze 7 a 0,03 je setina ze 3, tedy hodnotu součinu 0,7 × 0,03 dostaneme z 21, když napřed zmenšíme desetkrát a potom ještě stokrát, takže 0,7 × 0,03 = 0,021.

Pomocí prvého z hořejších pravidel můžeme usuzovati podobně:

700 je stokrát 7, tedy 700 × 3 je stokrát 21, t. j. 2100.

30 je desetkrát 3, tedy 7 × 30 je desetkrát 21, t. j. 210.

700 je stokrát 7 a 30 je desetkrát 3, tedy hodnotu součinu 700 × 30 dostaneme z 21, když napřed zvětšíme stokrát a potom ještě desetkrát, takže 700 × 30 = 21000.

Pomocí obou hořejších pravidel usuzujeme:

700 je stokrát 7 a 0,3 je desetina ze 3, tedy hodnotu součinu 700 × 0,3 dostaneme z 21, když napřed stokrát zvětšíme a potom desetkrát zmenšíme, takže 700 × 0,3 = 210.

0,7 je desetina ze 7 a 30 je desetkrát 3, tedy hodnotu součinu 0,7 × 30 dostaneme z 21, když napřed desetkrát zmenšíme a potom desetkrát zvětšíme, takže 0,7 × 30 = 21.

327. Počítejte zpaměti

a) 0,2 × 5; 0,3 × 4; 0,03 × 7; 0,008 × 6;
b) 300 × 6; 7000 × 8; 70 × 3; 30000 × 9;
c) 2 × 0,07; 6 × 70000; 8 × 0,008; 9 × 300000;
d) 0,08 × 0,4; 0,7 × 0,7; 0,07 × 0,07; 0,009 × 0,04;
e) 0,2 × 40; 0,03 × 50; 0,7 × 60; 0,8 × 9000;
f) 0,08 × 1,2; 1100 × 80; 120 × 0,09; 0,012 × 700.

Složitější příklady počítáme písemně. Na př.

$$\begin{array}{r} 54{,}29 \times 3750 \\ \hline 16{,}287 \\ 38003 \\ 27145 \\ 203587{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 73{,}284 \times 56{,}09 \\ \hline 366420 \\ 439704\,.. \\ 659556 \\ \hline 4110{,}49956 \end{array}$$

Popis. U prvého příkladu počítáme napřed obvyklým způsobem součin 5429 × 375. Vyjde 2035875. Potom uvážíme, že proti součinu 5429 × 375 má původní součin prvního činitele (stokrát menšího neboli) posunutého o dvě místa doprava a druhého činitele (desetkrát většího neboli) posunutého o jedno místo doleva. Proto musíme na konec cifry čísla 2035875 posunouti napřed o dvě místa napravo a potom o jedno místo nalevo. Místo toho můžeme najednou posunouti o jedno místo napravo. Podobně ve druhém příkladě vypočteme napřed 73284 × 5609 = 411049956 a potom posuneme cifry o 3 + 2 = 5 míst napravo.

Zkouška správnosti výkonu 54,29 × 3750 se skládá ze dvou částí. Předně překontrolujeme násobení 5429 × 375 tak, jak jsme se tomu učili v prvé třídě. Za druhé se přesvědčíme, že jsme v součinu 203587,5 správně vyznačili základní místo. Za tím účelem si nahradíme oba dané činitele 54,29 a 3750 okrouhlými čísly, která čteme z jejich nejvyšších cifer, tedy čísly 50 a 3000. Znásobíme zpaměti 50 × 3000 a součin 150000, t. j. 15 desetitisíců, porovnáme s napsaným součinem 203507,5. Protože ten je přibližně 20 desetitisíců, vidíme, že základní místo bylo správně vyznačeno. Podobně ve druhém příkladě napřed překontrolujeme násobení 73284 × 5609 a potom násobíme zpaměti

70 × 50 = 3500, t. j. 35 set, což je v souhlasu s napsaným součinem, který je přibližně 41 set. U následujících úloh provádějte všude zkoušku.

328. a) 34,85 × 70; b) 489,3 × 800; c) 0,0365 × 9000; d) 3590 × 0,06; e) 62,35 × 0,007; f) 0,326 × 0,004.

329. a) 87,96 × 34,27; b) 0,324 × 0,857; c) 11,875 × 9,4; d) 8764000 × 0,0027; e) 0,0234 × 0,0176.

330. a) (23,542 + 7,89) × 0,309;

b) 0,00723 × (91,32 — 28,34);

c) (49,67 + 38,68) × (7,924 — 3,876);

d) 3,141 × 3,142 × 68700;

e) (0,0025 + 0,00094 + 0,00087) × (32500 — 16000).

331. a) Od součinu čísel 3240 a 2870 odečtěte součin čísel stokrát menších než předešlá.

b) Vypočtěte součin, jehož jeden činitel je rozdíl s menšencem 2700 a menšitelem 2,7 a druhý činitel je o 0,0059 menší než 0,0813.

332. Metr látky stojí 183,50 Kčs. Kolik stojí

a) 3,75 m? b) 2,5 m? c) 38,6 m?

333. Vlak ujede za minutu 0,765 km. Kolik ujede

a) za 3,2 minuty? b) za 12,8 minuty? c) za 16 minut?

334. Čistý výnos z 1 ha zemědělské půdy činil

v roce	1925	. . .	950 Kčs,
,,	1927	. . .	1325 Kčs,
,,	1928	. . .	1081 Kčs,
,,	1929	. . .	658 Kčs,
,,	1930	. . .	379 Kčs.

Kolik K čistého výnosu dalo 63,8 měr (1 míra = 0,1918 ha)?

335. Doplňte:

a) Součin je větší než násobenec, když násobitel je ...

b) Součin je stejný jako násobenec, když násobitel je ...

c) Součin je menší než násobenec, když násobitel je ...

69. Dělení. Proveďme si nějaké dělení v oboru čísel celých a také zkoušku. Na př.

$$
\begin{array}{l}
9828 : 27 = 364 \\
172 \\
\ \ 108 \\
\quad 0
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
364 \times 27 \\
\hline
728 \\
2548 \\
\hline
9828
\end{array}
$$

Dělili jsme správně, neboť nám vyšlo číslo 364, které znásobeno číslem 27 dá 9828.

Máme-li nyní dělit 98,28 : 27, máme stejného dělitele jako dříve, ale dělenec 98,28 je teď stokrát menší než byl dříve. Vyjít nám musí číslo, které znásobeno číslem 27 dá součin stokrát menší než je 364 × 27. Tedy nám musí vyjít číslo stokrát menší než 364, t. j. číslo 3,64.

Prakticky si počínáme takto:

$$
\begin{array}{l}
98{,}28 : 27 = 3{,}64 \\
172 \\
\ \ 108 \\
\quad\ 0
\end{array}
$$

Vypadá to docela stejně jako dělení 9828 : 27 až na jedinou změnu. Když připisujeme cifru 2 z dělence, překročíme v dělenci desetinnou čárku. V tom okamžiku si vyznačíme desetinnou čárku také v podílu.

Desetinné číslo se dělí číslem celým tak jako se dělí čísla celá. Avšak když se v dělenci překročí desetinná čárka, musí se vyznačit desetinná čárka také v podílu.

$$
\begin{array}{l}
0{,}3496 : 46 = 0{,}0076 \\
\quad\ 276 \\
\qquad 0
\end{array}
$$

Proveďme si ještě jeden příklad. Popis. 46 v 0 nulkrát. Zapíšeme 0. V podílu vyznačíme desetinnou čárku. 46 ve 3 nulkrát. Zapíšeme 0. 46 ve 34 nulkrát. Zapíšeme 0. 46 ve 349 sedmkrát. Zapíšeme 7. Vypočteme 349 — 46 × 7 = 27. Připíšeme 6. 46 ve 276 šestkrát. Zapíšeme 6. Vypočteme 276 — 46 × × 6 = 0.

Při jednociferném děliteli zapisujeme méně. Na př.

$$
\begin{array}{r}
38{,}43 : 9 \\
\hline
4{,}27
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
2{,}926 : 7 \\
\hline
0{,}418
\end{array}
$$

Postup je stejný jako při děleních 3843 : 9, 2926 : 7, ale pod desetinnou čárku v dělenci přijde desetinná čárka v podílu.

Zkoušku (dělitel × podíl = dělenec) provádějte ve cvič. **336** bez psaní, ve cvič. **337** písemným násobením.

336. a) 332,661 : 7; b) 15,5244 : 6; c) 3524,85 : 9;
d) 2,46834 : 7; e) 0,23456 : 8; f) 0,018704 : 7.

337. a) 2467,92 : 84; b) 204,819 : 67; c) 20,0836 : 37;
d) 49,83154 : 83; e) 0,59993 : 17; f) 0,0343546 : 53.

Dosud byl dělitel číslo celé. Máme-li děliti desetinným číslem, pomůžeme si podle pravidla, které známe z prvé třídy: Podíl se nezmění, když násobíme dělence i dělitele stejným číslem, na př. deseti, stem nebo tisícem. Podle tohoto pravidla na př. při dělení 0,9828 : 0,27 vyjde týž podíl jako při výše provedeném dělení 98,82 : 27, tedy podíl 3,64. Abychom se přesvědčili, že 0,9828 : 0,27 = = 3,64 je správný výsledek, máme se přesvědčit, že 3,64 × 0,27 = = 0,9882. Ale my víme, že když číslo 3,64 násobíme číslem 27, dostaneme 98,28. Tedy, když totéž číslo 3,64 násobíme číslem 0,27 stokrát menším než 27, musí vyjíti stokrát méně než 98,28 a to je opravdu 0,9828.

Výpočet vypadá na př. při úkolech 32,76 : 0,9; 0,36087 : 0,69 takto:

32,76 : 0,9
327,6 : 9
36,4

0,36087 : 0,69
36,087 : 69 = 0,523
158
207
0

Když je dělitel číslo celé, které má na základním místě nulu, zjednodušíme si počet podle obráceného pravidla. Podíl se nezmění, když dělence i dělitele dělíme stejným číslem na př. deseti, stem nebo tisícem. Na př. při úkolech 0,324 : 600, 19,092 : 740 vypadá počet takto:

0,324 : 600
0,00324 : 6
0,00054

19,092 : 740
1,9092 : 74 = 0,0258
429
592
0

Zkoušku provádějte ve cvič. **338** tak, jako ve cvič. **336**, ve cvič. **339** tak, jako ve cvič. **337**.

338. a) 43,988 : 7000; b) 61,552 : 0,08; c) 0,3942 : 0,009; d) 32,7614 : 0,7; e) 253,496 : 800; f) 0,022488 : 0,0006.

339. a) 182,448 : 0,056; b) 3585,12 : 4800; c) 1027,053 : 27000; d) 0,1565768 : 0,34; e) 364,896 : 0,0072; f) 109,984 : 1,4.

340. Doplňte:

a) Když dělenec je větší než dělitel, podíl je ...

b) Když dělenec je menší než dělitel, podíl je ...

Všecky dosavadní příklady v tomto odstavci byly voleny tak, aby dělení vyšlo beze zbytku. Ale my víme, že dělení vychází obyčejně se zbytkem. Než začneme počítati příklady se zbytkem, bude na místě několik poznámek.

Jsou úlohy, na které dělení se zbytkem dává jedině správnou odpověď. Příklad: 35 žáků má jíti ze školy na výstavu ve čtyrstupech. Kolik čtyrstupů to bude? Dělení 35 : 4 dává podíl 8 a zbytek 3, z čehož dostaneme správné řešení úlohy. Žáci utvoří 8 úplných čtyrstupů a v poslední (deváté) řadě půjdou tři žáci.

Ale jsou jiné úlohy, na které dělení se zbytkem nedává dokonalou odpověď. Příklad. 45 m látky se má rozstřihnout na 8 stejných kusů. Jak dlouhý bude jeden kus? Dělení 45 : 8 dává podíl 5 a zbytek 5. To by nás vedlo k tomuto řešení. Ustřihneme 8 kusů po 5 m látky a 5 m látky nám zbude. Takové řešení by ovšem nebylo dobré; chceme dostat 8 stejných kusů beze zbytku, i když nebude možné vyjádřiti délku jednoho kusu v celých metrech. V daném případě bychom mohli dojíti k přesnému řešení tím, že bychom počítali v milimetrech. Ale jak jsme si už řekli v odst. 62, není zvykem tak velké délky vyjadřovati v milimetrech. Užívajíce desetinných čísel, můžeme celý počet provésti v metrech. Stačí si všimnouti, že číslo 45 lze psáti ve tvaru 45,000 a počítati beze zbytku

$$\frac{45{,}000 : 8}{5{,}625}$$

To nás vede ke správnému řešení dané úlohy. Délka jednoho kusu bude 5,625 m neboli 5 m 625 mm.

Proberme si ještě jeden docela podobný příklad 45 m látky se má rozstřihnouti na 7 stejných kusů. Jak dlouhý bude jeden kus? V oboru čísel celých dá dělení 45 : 7 podíl 6 a zbytek 3. Mohli bychom tedy ustřihnout 7 kusů po 6 m látky a 3 m látky by nám zbyly. To by zase nebylo uspokojivé řešení. Užijeme-li stejného obratu jako dříve a počítáme

$$\frac{45{,}000 : 7}{6{,}428}$$

dostáváme se k tomuto řešení. Délka jednoho kusu bude 6,428 m neboli 6 m 428 mm. Tentokrát však není ani toto řešení naprosto bezvadné, protože dělení nevyšlo beze zbytku. Celková délka 7 kusů látky dlouhých po 6,428 m není totiž úplně přesně 45 m, nýbrž je o 4 mm kratší. Úplně přesná odpověď na danou otázku by byla, že délka jednoho kusu je 6 m $428\frac{4}{7}$ mm. Ale v praksi na těch $\frac{4}{7}$ mm záleží velmi málo, protože už přesně na milimetry odměřit 6 m 428 mm je dosti těžké a větší přesnosti při stříhání docílit, je už vlastně zhola nemožné. Dokud neměříme ani nestříháme, nýbrž pouze počítáme, je ovšem lehké dojít k přesnějšímu řešení. Napíšeme prostě 45 ne ve tvaru 45,000, nýbrž třeba ve tvaru 45,000000 a počítáme

$$\frac{45{,}000000 : 7}{6{,}428571}$$

což nás vede k tomuto řešení. Délka jednoho kusu je 6 m 428 mm a ještě $\frac{571}{1000}$ mm. Celková délka sedmi takových kusů je pak sice stále ještě menší než 45 m, ale pouze o tři tisíciny milimetru, které ani při nejpřesnějším praktickém provedení nemají pražádného významu.

Vyslovme si obecněji poznatek, ke kterému jsme na těchto příkladech došli. Máme-li úlohu, ve které by bylo žádoucí dělení beze zbytku, ale u které nám při dělení vychází zbytek, pokračujeme v dělení tím, že **připisujeme nuly.** Může se stát, že se pak dělení ukončí beze zbytku. Častěji se stane, že stále vychází zbytek. V tom případě ukončíme dělení tehdy, když by další desetinná místa už neměla praktického významu.

Při praktickém provedení je zbytečné připisovat nuly do dělence; stačí si je tam myslit. Na př.

$$\begin{array}{ll} 23 : 16 = 1{,}4375 \qquad\qquad & 212 : 56 \doteq 3{,}7857 \\ \;70 & 440 \\ \;60 & \;480 \\ \;120 & \;\;320 \\ \;\;\;80 & \;\;\;400 \\ \;\;\;\;0 & \;\;\;\;\;\;8 \end{array}$$

V prvním příkladě jsme dělili beze zbytku. Ve druhém příkladě jsme dělili na čtyři desetinná místa; protože dělení nevyšlo beze zbytku, udělali jsme nad rovnítko tečku.

Při každém dělení děláme ovšem zkoušku. V příkladě 212 : 56 vypadá zkouška takto: Napřed počítáme bez ohledu na desetinnou čárku

$$\begin{array}{r} \underline{37857} \times 56 + 8 \\ 189285 \\ 227142 \\ 8 \\ \hline 2120000 \end{array}$$

Porovnáme-li výsledek s daným dělencem, vidíme souhlas až na polohu základního místa. Proto se musíme ještě přesvědčit, zdali jsme v podílu správně vyznačili desetinnou čárku. Za tím účelem znásobíme zpaměti okrouhlá čísla, která dostaneme z první cifry dělitele a z první cifry podílu, tedy $50 \times 3 = 150$. To je 15 desítek a dělenec je přibližně 21 desítek, takže poloha desetinné čárky v podílu je správná.

Podobně se vykoná zkouška, když dělitel je desetinné číslo. Dělme na př. 3,4 : 0,82 na tři desetinná místa:

$$\begin{array}{l} \underline{3{,}4 : 0{,}82} \\ 340 : 82 \doteq 4{,}146 \\ \;\;120 \\ \;\;\;380 \\ \;\;\;\;520 \\ \;\;\;\;\;\;28 \end{array}$$

Při zkoušce počítáme napřed $4146 \times 82 + 28 = 340000$. Zbývá se přesvědčiti, zdali jsme ve výsledku $3{,}4 : 0{,}82 \doteq 4{,}146$ správně umístili desetinnou čárku. Za tím účelem znásobíme zpaměti $0{,}8 \times 4$ (0,8 je přibližná hodnota čísla 0,82; 4 je přibližná hodnota čísla 4,146). Dostaneme 3,2. Porovnáme s daným dělencem 3,4 a vidíme, že desetinná čárka byla umístěna správně.

341. Dělte beze zbytku:

a) 0,37 : 4; b) 12,3 : 8; c) 17,1 : 6.

342. Dělte na čtyři desetinná místa:

a) 3,71 : 6; b) 3,2 : 7; c) 0,8 : 11.

343. Dělte beze zbytku:

a) 2608,9 : 56; b) 11055 : 24; c) 0,9 : 64;
d) 373 : 0,04; e) 291 : 800; f) 0,375 : 0,6;
g) 1205,793 : 7400; h) 1467,561 : 9,2; i) 0,153783 : 0,252.

344. Dělte na tři desetinná místa:

a) 8370 : 39; b) 105 : 47; c) 291 : 800;
d) 7,54 : 0,06; e) 0,1 : 0,007; f) 5 : 120.

345. Dělte na počet desetinných míst udaný v závorce:

a) 325,6 : 823 (2); b) 0,53 : 0,271 (4); c) 0,002 : 0,047 (5).

346. 4,25 m látky stojí 578 Kčs. Kolik stojí 1 m?

347. 3,75 kg jablek stálo 45 Kčs. Kolik stál 1 kg?

348. Celková plocha první republiky byla 104 493 km². Z toho připadalo na Čechy 52 062 km², na zemi Moravskoslezskou 26 808 km², na Slovensko 49 006 km², na Podkarpatsko 12 617 km². Doplňte následující tabulku (přesně na setiny), které vyjadřuje stav z r. 1933.

Země	Délka silnic v km			Na 100 km² připadlo silnic (v km)		
	státních	zemských	ostatních	státních	zemských	ostatních
česká	4 422	23	32 233			
moravsko-slezská......	1 512		14 333			
slovenská	2 154	5 854	6 572			
podkarpatská .	568	741	1 062			

Poznali jste na řadě příkladů, že přesné dělení beze zbytku je v oboru desetinných čísel obyčejně nemožné a že podíl počítáme na tolik míst, kolik je předepsáno nebo kolik pro určitý účel stačí. Tento poznatek si doplníme pravidlem: M á m e - l i p o č í t a t i p o d í l n a u r - č i t ý p o č e t m í s t, p o č í t á m e o j e d n u c i f r u p o d í l u v í c a p o t o m zaokrouhlíme. Důvod vysvitne z příkladů. Počítejme třeba na dvě desetinná místa podíly 94,83 : 37; 72,13 : 43. Počítáme takto:

9 4,8 3 : 3 7 $\doteq$ 2,5 6 2 $\doteq$ 2.5 6	7 2,1 3 : 4 3 $\doteq$ 1,6 7 7 $\doteq$ 1,6 8
2 0 8	2 9 1
2 3 3	3 3 3
1 1 0	3 2 0
3 6	1 9

Kdybychom nebyli počítali na tři desetinná místa, nýbrž hned pouze na dvě, byli bychom dostali v prvém příkladě správnou zaokrouhlenou hodnotu podílu 2,56; ale ve druhém by nám bylo vyšlo 1,67, což je přesné hodnotě podílu méně blízké než 1,68.

349. Vypočtěte přesně na setiny:

a) 3,4 : 7; b) 0,79 : 6; c) 5,05 : 9; d) 1,01 : 11.

350. Vypočtěte přesně na tisíciny:

a) 0,48 : 70; b) 1 : 60; c) 13 : 70 d) 203 : 1100.

351. Vypočtěte na 3 desetinná místa:

a) 4,13 : 7,04; b) 0,091 : 0,728; c) 0,67 : 5,08;
d) 50,07 : 83,5; e) 54,18 : 86,52; f) 824,6 : 73,6.

352. Vypočtěte na 4 desetinná místa:

a) 0,5073 : 0,816; b) 416,5 : 903; c) 0,06264 : 5,37;
d) 7,128 : 10,47; e) 0,4824 : 2,466; f) 5,872 : 291,4.

Zopakujme si také výhodné dělení součinem. Dejme tomu, že máme počítat 0,23789 : 0,063 přesně na setiny. Násobíme dělence i dělitele tisícem, tedy počítáme 237,89 : 63. Jest 63 = 7 × 9. Protože ve výsledku jsou žádána 2 desetinná místa, počítáme na 3 desetinná místa.

237,89 : 63	
33,984	63 = $\underline{7}$ × 9
3,776	

Výsledek je 0,23789 : 0,063 $\doteq$ 3,78.

353. Počítejte na 2 desetinná místa:

a) 0,275 : 0,42; b) 12,35 : 7,7; c) 191 : 360;
d) 0,1 : 0,063; e) 0,064 : 0,35; f) 9,5072 : 1,32.

70. Průměrné hodnoty. Když někdo vydal za rok 30000 Kčs, najdeme počtem 30000 : 12 = 2500, že jeho průměrné měsíční vydání je 2500 Kčs. To neznamená, že opravdu vydal 2500 Kčs každý měsíc, nýbrž, že vydal za celý rok tolik, jako kdyby vydal každý měsíc 2500 Kčs.

Podobně, když automobilista ujel 180 km za 3 hodiny, můžeme říci, že jeho průměrná rychlost byla 60 km za hodinu nebo 1 km za minutu. To neznamená, že ujel opravdu 60 km za každou hodinu nebo dokonce přesně 1 km za každou minutu, nýbrž že ujel celou dráhu 180 km za stejnou dobu, jako kdyby ujel za každou hodinu 60 km nebo za každou minutu 1 km.

Příklad 1. Někdo šel pět hodin a ušel za první hodinu 4,8 km, za druhou 5,2 km, za třetí 5,5 km, za čtvrtou 5,3 km a za pátou 4,7 km. Kolik ušel průměrně za hodinu?

Napřed si vypočteme, kolik ušel celkem. Jest

$$4{,}8 + 5{,}2 + 5{,}5 + 5{,}3 + 4{,}7 = 25{,}5.$$

Tedy ušel celkem 25,5 km. Průměrná rychlost chůze je 5,1 km za hodinu a najde se dělením $25{,}5 : 5 = 5{,}1$. Neboť jest $5{,}1 \times 5 = 25{,}5$, takže by byl ten člověk ušel stejnou celkovou dráhu 25,5 km, kdyby byl ušel 5,1 km za každou hodinu.

Průměrnou hodnotu několika čísel dostaneme, když ta čísla sečteme a součet dělíme jejich počtem.

Průměrnou hodnotu obyčejně zaokrouhlujeme. Když na př. někdo jel autem 7 hodin a když za jednotlivé hodiny ujel

49 km, 58 km, 62 km, 63 km, 42 km, 57 km, 65 km,

řekneme, že jeho průměrná rychlost byla 57 km za hodinu nebo snad 56,6 km za hodinu, ale neřekneme, že průměrná rychlost byla 56571 m za hodinu nebo dokonce 56571 m 429 mm za hodinu.

354. Určete průměrnou hodnotu čísel:

a) 3; 8; 9; 21; 24.
b) 1,2; 4,6; 2,8; 3,7; 2,4.
c) 2 Kčs 60 h; 1 Kčs 10 h; 3 Kčs 50 h.
d) 1 m 8 dm; 2 m 5 dm; 9 dm; 4 dm.
e) 6,3 cm; 6,2 cm; 6,5 cm; 6,7 cm; 6,4 cm.
f) 4,86 kg; 5,09 kg; 5,12 kg; 4,71 kg; 4,94 kg; 5,04 kg.

355. Určete přesně na setiny průměrnou hodnotu čísel:

a) 293; 708; 49; 318; 112; 186; 94.
b) 41,36; 52,09; 117,41; 88,75; 60,09; 72,38.

356. Dělník vydělal 700 Kčs za devět pracovních dní. Určete jeho průměrný denní výdělek přesně na koruny.

357. Hodinky se zpozdily za 2 dni o $1\frac{1}{2}$ minuty. Najděte přesně na desetiny vteřiny, o kolik vteřin se průměrně zpozdily za hodinu.

358. Auto ujelo 48 km za hodinu. Najděte průměrnou rychlost za vteřinu přesně na metry.

359. Někdo vydělal 40000 Kčs za rok. Najděte průměrný denní výdělek přesně na koruny.

Příklad 2. Někdo jel 3 hodiny vlakem rychlostí 60 km za hodinu a potom ještě hodinu autobusem rychlostí 30 km za hodinu. Jaká byla jeho průměrná rychlost pro obojí cestu dohromady?

Vlakem ujel 180 km za 3 hod.
Autobusem ujel 30 km za 1 hod.
Celkem vykonal cestu 210 km za 4 hod.
Průměrná rychlost byla 52,5 km za hodinu.

Vidíte, že průměrná rychlost pro obojí cestu dohromady je větší než průměr rychlosti 60 km pro cestu vlakem a rychlosti 30 km pro cestu autobusem; ten průměr by byl 45 km. Důvod je ovšem ten, že ten člověk cestoval delší dobu rychlostí 60 km než rychlostí 30 km, takže průměrná rychlost 52,5 km je blíže k 60 km než ke 30 km.

360. Z 800 knih je 500 po 30 Kčs, ostatní po 50 Kčs. Jaká je průměrná cena jedné knihy?

361. Cyklista ujel 35 km rychlostí 14 km za hodinu a potom ještě 45 km rychlostí 18 km za hodinu. Jak dlouho jel a jaká byla jeho průměrná rychlost pro celou cestu?

71. Úlohy o obdélníku a kvádru. V geometrických úlohách, ve kterých se vyskytují míry plošné nebo prostorové, vyskytnou se zpravidla také míry délkové. Při řešení takových úloh je dobře, zvoliti si určitou **délkovou jednotku** a vyjadřovati (1) všecky délkové míry ve zvolené délkové jednotce, (2) všecky plošné míry v té plošné jednotce, která udává obsah čtverce, jehož strana se rovná zvolené délkové jednotce, (3) všecky prostorové míry v té prostorové jednotce, která udává objem krychle, jejíž hrana se rovná zvolené délkové jednotce. Tedy, když se na př. rozhodneme pro délkovou jednotku m, je m^2 příslušná jednotka plošná a m^3 je příslušná jednotka prostorová. Jiná možná volba jednotek je třeba dm, dm^2, dm^3.

Zvolenou délkovou jednotku si poznamenáme stranou. Abychom ji lehko našli, uzavřeme si ji do kroužku. Zvolenou jednotku plošnou a prostorovou si už nemusíme poznamenávat, protože jsou ze zapsané délkové jednotky také hned patrné. Při provádění počtu už jednotky nepíšeme, nýbrž počítáme s pouhými (nepojmenovanými) čísly. Ale v odpovědi na rozřešenou otázku se ovšem jednotka udati musí. Někdy se také žádá rozvésti míru v odpovědi na mnohojmenný tvar nebo ji vyjádřiti v jiné jednotce než která odpovídá zvolené jednotce délky.

Kterou délkovou jednotku si zvolíme, na tom teď, když známe početní pravidla pro desetinná čísla, už vůbec nezáleží.

Při řešení následujících úloh musíte znáti některá jednoduchá pravidla (na př. jak se počítá obsah obdélníka), která jste poznali v geometrii.

362. Obdélník dlouhý 31,79 m má stejný obsah jako čtverec o straně 13 m 9 cm. Jaká je šířka obdélníka?

363. Obdélníkové pole dlouhé 123 m má výměru 56,58 a. Kolika kroky dlouhými 65 cm můžeme obejíti kolem celého pole?

364. Krabice dlouhá 5,3 dm, široká 3,7 dm a vysoká 2,7 dm je na délku i na šířku převázána motouzem. Délka celého motouzu i s uzlem je 3 m. Kolik cm motouzu zbylo na uzel?

365. Krychle má hranu 1 m. Oč by se zmenšil povrch a oč by se zmenšil objem, kdyby byla hrana o 1 cm kratší?

366. Z vodní nádržky dlouhé 45 m a široké 35 m se vypustí 315 hl vody. Oč klesne hladina?

367. Květinový záhon má tvar obdélníka s rozměry 32 m a 12,8 m. Kolem záhonu je cestička široká 1,4 m. Cestička je posypána pískem do výšky 3 cm. Stačí na to 40 hl písku?

§ 11. Míry hromadné, úhlové a časové.

72. Míry hromadné. Dva kusy tvoří pár. 12 kusů je tucet, 15 kusů je mandel, 60 kusů je kopa, 144 kusů neboli 12 tuctů je veletucet. To jsou **míry hromadné.** Jejich praktický význam stále klesá.

368. Kolik kusů je

a) 7 tuctů 8 kusů, b) 17 mandelů, c) 8 kop 20 kusů,
d) 6 veletuctů?

369. Rozveďte 200 kusů

a) na tucty a kusy, b) na mandele a kusy,
c) na kopy a kusy.

73. Míry úhlové. V geometrii jste poznali, že **úhlové jednotky** jsou **stupeň, minuta** a **vteřina** neboli **sekunda.** Znáte také jejich značky a víte, že

$$1^\circ = 60', \quad 1' = 60''.$$

Máme-li tedy na př. $37^\circ 25'$ rozvésti na minuty, vypočteme

$$\begin{array}{l} \underline{37} \times 60 + 25 \\ 2245 \end{array}$$

(není obtížné, provésti ty dva početní výkony najednou) a máme výsledek $37^\circ 25' = 2245'$. Týž počet dá, že $37' 25'' = 2245''$.

370. Převeďte na minuty
a) $18^\circ 29'$, b) $62^\circ 47'$, c) $29^\circ 36'$.

371. Převeďte na vteřiny
a) $57' 32''$, b) $17' 18''$, c) $44' 48''$.

Máme-li $37^\circ 25' 49''$ rozvésti na vteřiny, najdeme nejprve jako výše, že $37^\circ 25' = 2245'$, načež máme ještě $2245' 49''$ rozvésti na vteřiny. To provedeme výpočtem:

$$\begin{array}{l} \underline{2245} \times 60 + 49 \\ 134749 \end{array}$$

a máme výsledek $37^\circ 25' 49'' = 134749''$. Početní postup, kterým jsme se řídili, se dá naznačiti takto

$$(37 \times 60 + 25) \times 60 + 49 = 134749.$$

372. Převeďte na vteřiny
a) $52^\circ 38' 42''$, b) $36^\circ 18' 50''$, c) $43^\circ 42' 41''$.

Nyní si procvičíme obrácený výpočet. Že $37^\circ 25' = 2245'$, jsme našli n á s o b e n í m š e d e s á t i. Abychom obráceně od tvaru $2245'$ přešli k rozvedenému tvaru $37^\circ 25'$, musíme provésti d ě l e n í š e d e s á t i, tedy počítati:

$$\begin{array}{l} \underline{2245} : 60 \\ \quad 37 \ (\text{zb. } 25) \end{array}$$

Týž výpočet dá, že $2245'' = 37' 25''$.

Abychom od tvaru $134749''$ přešli ke tvaru $37^\circ 25' 49''$, musíme provésti dvoje dělení:

$$\begin{array}{l} \underline{134749} : 60 \\ \quad 2245 \ (\text{zb. } 49) \end{array} \qquad \begin{array}{l} \underline{2245} : 60 \\ \quad 37 \ (\text{zb. } 25) \end{array}$$

373. Rozveďte
a) $1357'$, b) $987'$, c) $2222''$, d) $3333''$,
e) $123456''$, f) $234567''$.

Protože měnitel úhlových jednotek není ani 10 ani 100 ani 1000, je u úhlů převádění a rozvádění výkon, který se nedá tak okamžitě provésti jako u měr a vah v metrické soustavě. Proto na rozdíl od metrické soustavy je u úhlů zvykem, prováděti jednoduché početní výkony přímo ve mnohojmenném tvaru.

Sčítání úhlů se provádí takto:

$$\begin{array}{r} 27^\circ\,38'\,42'' \\ 32^\circ\,53'\,27'' \\ 11^\circ\,55'\,39'' \\ \hline 72^\circ\,27'\,48'' \end{array}$$

Popis. Začneme od vteřin a najdeme, že $39 + 27 + 42 = 108$. Ale nenapíšeme $108''$, nýbrž si zpaměti rozvedeme $108 = 60 + 48$, napíšeme pouze $48''$, kdežto $60'' = 1'$ přidáme k minutám. Dále počítáme $1 + 55 + 53 + 38 = 147$, ale nenapíšeme $147'$, nýbrž si zpaměti rozvedeme $147 = 120 + 27$, napíšeme pouze $27'$, kdežto $120' = 2^\circ$ přidáme ke stupňům. Konečně počítáme $2 + 11 + 32 + 27 = 72$, zapíšeme 72° a jsme hotovi.

374. a) $32^\circ\,55' + 27^\circ\,43'$, b) $18^\circ\,46' + 23^\circ\,49'$,
c) $35'\,57'' + 25'\,49''$.

375. a) $53^\circ\,35'\,53'' + 64^\circ\,46'\,46''$,
b) $87^\circ\,27'\,59'' + 37^\circ\,37'\,37''$,
c) $44^\circ\,44'\,44'' + 65^\circ\,43'\,21'' + 39^\circ\,39'\,20''$,
d) $35^\circ\,49'\,52'' + 53^\circ\,52'\,49'' + 60^\circ\,55'\,55'' + 15^\circ\,48'\,42''$.

Odčítání úhlů se provádí takto:

$$\begin{array}{r} 27^\circ\,38'\,42'' \\ -\,11^\circ\,55'\,39'' \\ \hline 15^\circ\,43'\;\;3'' \end{array}$$

Popis. Začneme od vteřin, najdeme, že $42 - 39 = 3$ a zapíšeme $3''$. Přejdeme k minutám a vidíme, že $38 - 55$ je nemožné. Pomůžeme si tím, že k menšenci přidáme $60'$. (To ovšem pak musíme zase napravit.) Jest $38 + 60 = 98$, $98 - 55 = 43$, tedy zapíšeme $43'$. Protože jsme však k menšenci přidali $60'$ neboli 1°, musíme, aby výsledek byl správný, o 1° více odečíst. Proto, když přejdeme k stupňům, nepočítáme $27 - 11$, nýbrž $27 - 12 = 15$ a zapíšeme 15°. Proveďte zkoušku správnosti sečtením menšitele a rozdílu.

376. a) $39° 21' - 21° 39'$, b) $57° 11' - 11° 57'$, c) $100° 1' - 27° 34'$, d) $100° 3' - 37° 5' 29''$, e) $98° 42' - 37° 42' 50''$, f) $111° 11' 11'' - 12° 34' 56''$.

Z geometrie víte, co jsou doplňkové úhly a co jsou výplňkové úhly.

377. Najděte doplňkové úhly k úhlům
a) $37° 27' 37''$, b) $26° 35' 44''$, c) $33° 45' 54''$.

378. Najděte výplňkové úhly k úhlům
a) $53° 53' 32''$, b) $123° 23' 27''$, c) $95° 59' 32''$.

V geometrii jste se dověděli, že součet všech tří úhlů trojúhelníka je 180°.

379. Najděte třetí úhel trojúhelníka, víte-li, že dva úhly jsou
a) $59° 48' 24''$, $38° 37' 42''$; b) $43° 37' 46''$, $65° 56' 56''$.

Násobení úhlu malým číslem se provádí takto:

$$\frac{27° 38' 42'' \times 3}{82° 56' \; 6''}$$

Popis. Začneme od vteřin a najdeme, že $42 \times 3 = 126$. Ale nezapíšeme $126''$, nýbrž si zpaměti rozvedeme $126 = 120 + 6$, napíšeme pouze $6''$, kdežto $120'' = 2'$ přidáme k minutám. Dále počítáme $38 \times \times 3 + 2 = 116$, rozvedeme zpaměti $116 = 60 + 56$, napíšeme $56'$ a $60' = 1°$ přidáme k stupňům. Konečně počítáme $27 \times 3 + 1 = 82$ a zapíšeme 82°.

380. Najděte dvojnásobek úhlu
a) $35° 42' 37''$, b) $29° 38' 56''$, c) $38° 56' 29''$, d) $86° 32' 26''$.

381. a) $35° 42' 37'' \times 5$, b) $29° 38\; 56'' \times 7$, c) $38° 56' 29'' \times 3$.

382. Odhadněte zpaměti, jakým číslem (co nejmenším) musíte násobiti $12° 39' 45''$, abyste dostali úhel tupý, a potom ten tupý úhel vypočtěte.

Dělení úhlu malým číslem se provádí takto:

$$\frac{29° 31' 42'' : 3}{9° 50' 34''}$$

Popis. Dělení se vždycky začíná zleva a také zde začneme od stupňů. Vypočteme, že $29 : 3$ dá podíl 9 a zbytek 2. Zapíšeme podíl 9° a zbytek $2° = 120'$ přidáme k minutám. Vypočteme, že $(120 + 31) : 3$, t. j. $151 : 3$, dá podíl 50 a zbytek 1. Zapíšeme podíl $50'$ a zbytek $1' = 60''$

přidáme k vteřinám. Vypočteme, že $(60 + 42) : 3$ neboli $102 : 3$ dá podíl 34 beze zbytku a zapíšeme 34″. Proveďte zkoušku správnosti násobením $9° 50' 34'' \times 3$.

383. Najděte polovinu úhlu

a) 32° 57′ 38″, b) 11° 39′ 40″, c) 37° 57′, d) 125° 43′ 12″.

384. a) 87° 37′ : 5, b) 35° 43′ : 6, c) 53° 32′ 4″ : 7.

74. Míry časové. Všichni víte, že hodina má 60 minut a že minuta má 60 vteřin neboli sekund. Na rozdíl od úhlových minut a vteřin nezavádíme pro časové minuty a vteřiny žádné značky. Budeme užívat zkratek hod., min., vt.

Následující cvič. 385 až 387 se řeší ovšem docela stejně jako cvičení z předešlého odstavce.

385. Převeďte na vteřiny

a) 2 hod. 17 min. 52 vt., b) 17 hod. 52 min. 2 vt.,
c) 52 hod. 12 min. 17 vt.

386. Rozveďte

a) 7000 vt., b) 11111 vt., c) 40000 vt.

387. a) 8 hod. 28 min. 42 vt. + 7 hod. 47 min. 53 vt.,
b) 9 hod. — 2 hod. 27 min. 33 vt.,
c) 11 hod. 53 min. 25 vt. × 3,
d) 11 hod. 53 min. 21 vt. : 3.

Také následující cvič. 388 až 390 se řeší stejným postupem, jenže den nemá 60 hodin, nýbrž 24 hodiny.

388. Převeďte na minuty

a) 5 dní 17 hod. 32 min., b) 1000 dní.

389. Rozveďte 1000000 vteřin.

390. a) 27 dní 18 hod. 53 min. + 36 dní 12 hod. 47 min. + 8 dní 37 hod. 39 min.
b) 7 dní 5 hod. — 5 dní 7 min.
c) 23 hod. 52 min. × 7.
d) 23 dni 5 hod. : 8.

Následující úloha je lehká, ale užitečná.

391. Opatřte si jízdní řád vlaků, které projíždějí vaším městem.

a) Jmenujte několik měst, do kterých se z vašeho města nejčastěji jezdí. Pro tato města počítejte, jak dlouho trvá cesta vlakem od vás tam a jak dlouho trvá cesta zpět.

b) Proč asi nejezdí všecky vlaky stejně rychle? Víte, jaké druhy vlaků rozeznáváme?

c) Čtěte z jízdního řádu doby příjezdu a odjezdu vlaků, ale ne tak, jak jsou natištěny, nýbrž lidovým způsobem (za pět minut půl deváté dopoledne atp.).

d) Proč asi se v jízdním řádě doby udávají přesně na minuty? (Proč ne přesněji a proč ne méně přesně.)

Rok má zpravidla 365 dní a je to pak obyčejný rok. Jsou také přestupné roky, které mají o den více. Přestupný rok má letopočet dělitelný čtyřmi, ale když je letopočet dělitelný stem, je rok přestupný pouze, když je letopočet dělitelný čtyřmi sty. Tedy roky 2000 a 2400 budou přestupné, rok 2100 nebude přestupný. Toto pravidlo platí od r. 1582 (zavedení gregoriánského kalendáře).

392. a) Kolik přestupných roků je ve dvacátém století? Platí totéž pro každé jiné století?

b) Kolik přestupných roků bylo v minulých 50 letech?

c) Kolik přestupných roků bude v následujících 50 letech?

d) Kolik dní má celkem tento rok s následujícími osmi?

Následující úloha je lehká.

393. a) Kolik je v roce měsíců po 30 dnech? Jmenujte je.

b) Kolik je v roce měsíců po 31 dnech? Jmenujte je.

c) Kolik dní má únor (1) v obyčejném roce, (2) v přestupném roce?

Proberme si tento příklad. V r. 1940 byl Boží hod velikonoční dne 24. března. O kolik dní později byl Boží hod vánoční? Boží hod vánoční je 25. prosince (každý rok). Abychom úlohu řešili, odpočítáme všecky dni následující po 24. březnu (tedy 24. březen sám se nepočítá) až po 25. prosinec včetně (t. j. 25. prosinec sám se počítá také). Vezmeme-li napřed každý měsíc zvlášť, máme

$$(31 - 24) + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 25$$

neboli

$$7 + 30 \times 4 + 31 \times 4 + 25 = 7 + 120 + 124 + 25$$

dní. Tedy od velikonoc k vánocům uplynulo 276 dní.

V našem příkladě se první datum nezapočítávalo, druhé se započítávalo. Ale jsou podobné úlohy, u kterých se musí započítat oboje datum. Na to se musí dávat pozor.

394. Vypůjčil jsem si knihu 25. října a vrátil jsem ji 6. listopadu. Kolik dní jsem ji měl vypůjčenu?

395. Víte, co se platí za uložení zavazadla v nádražní šatně? Někdo si tam uložil zavazadlo 27. března a 3. dubna si je vyzvedl. Co platil?

396. Za kolik dní ode dneška půjdete po prázdninách zase do školy?

397. Kolik dní jste byli ve škole od nového roku až po dnešní den? (Počítejte pouze ty dni, ve kterých bylo vyučování. Neděle a svátky odpočítejte podle kalendáře.)

398. Okružní jízdenka platí 60 dní. a) 25. duben byl první den platnosti jedné okružní jízdenky. Určete datum posledního dne platnosti.

b) 17. srpen byl poslední den platnosti jedné okružní jízdenky. Určete datum prvního dne platnosti.

c) 15. leden 1940 byl první den platnosti jedné okružní jízdenky. Určete datum posledního dne platnosti. (Proč je udán také letopočet?)

d) 15. leden 1940 byl poslední den platnosti jedné okružní jízdenky. Určete datum prvního dne platnosti.

Na konec si proberme ještě několik úloh o dnech v týdnu. Výše bylo řečeno, že 24. března 1940 byl Boží hod velikonoční. Tedy 24. března 1940 byla neděle. Vypočteme si, na který den v týdnu připadl v r. 1940 Boží hod vánoční. My jsme si už vypočítali, že od 24. března do 25. prosince uplyne 276 dní. Nyní dělíme 276 : 7. Najdeme podíl 39 a zbytek 3. To znamená, že $276 = 39 \times 7 + 3$. Tedy od 24. března do 25. prosince uplyne 39 celých týdnů a 3 dni. Ale na celých týdnech nám tu nezáleží. 276 dní po 24. březnu je týž den v týdnu jako 3 dni po 24. březnu. Tedy v r. 1940 připadl Boží hod vánoční na středu.

Známe-li den v týdnu pro určité datum a hledáme-li den v týdnu pro jiné datum, můžeme počet dní, které uplynou od jednoho data k druhému, nahraditi jeho zbytkem při dělení sedmi.

Počet dní od 24. března do 25. prosince jsme výše našli jako součet

$$7 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 31 + 30 + 25.$$

Jde-li nám pouze o den v týdnu, je zbytečné tento součet počítat. Můžeme hned nahradit každého sčítance jeho zbytkem při dělení sedmi, tedy počítat menší součet

$$0 + 2 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2 + 3 + 2 + 4 = 2 \times 4 + 3 \times 4 + 4.$$

Najdeme součet 24, který opravdu dá při dělení sedmi stejný zbytek 3 jako původní součet 276.

Při určování dne v týdnu můžeme postupovati také zpět. Na př. od 1. ledna 1940 do 24. března 1940 uplynulo

$$30 + 29 + 24 \text{ dní.}$$

Při dělení sedmi vyjde týž zbytek jako u součtu $2 + 1 + 3$, tedy zbytek 6. Tedy 1. ledna 1940 byl týž den v týdnu jako 6 dní před 24. březnem 1940, t. j. pondělí.

399. Dnešní datum znáte; který je den v týdnu, to také víte. Podle toho vypočítejte

a) který den v týdnu byl 2. února t. r.,
b) který den v týdnu bude 17. prosince t. r.

Ani když od jednoho data ke druhému uplyne několik roků, není určování dne v týdnu obtížné. Stačí vědět, že při dělení sedmi dá 365 zbytek 1 a 366 dá zbytek 2. Proto obyčejný rok změní den v týdnu stejně jako jediný den, a přestupný rok změní den v týdnu stejně jako dva dni.

400. Na základě dnešního data a dnešního dne v týdnu určete

a) na který den v týdnu připadly první vaše jmeniny,
b) který bude den v týdnu, až vám bude 20 let.

§ 12. Opakování.

401. Na střeše je 1122 tašek ve 12 delších řadách a v 15 kratších řadách. V delších řadách je po 46 taškách. Po kolika taškách je v kratších řadách?

402. V pokladně bylo ráno 74385 Kčs. Dopoledne bylo z toho vyplaceno 8937 Kčs a nově bylo vloženo o 1429 Kčs více než třetina toho, co bylo vyplaceno. Kolik peněz bylo v pokladně v poledne?

403. O dědictví 48519 Kčs se má rozdělit 10 dědiců. Tři hlavní dědicové si mají rovnoměrně rozděliti dvě třetiny dědictví. Ostatních sedm se má rozdělit o zbytek tak, aby jeden dostal o 598 Kčs více než ostatní. Po kolika korunách dostanou jednotliví dědici?

404. Za první čtvrtletí r. 1932 se spotřebovalo v Brně 1 706 222 m³ pitné vody. Největší spotřeba (22 225 m³) byla 8. března, nejmenší spotřeba (13 706 m³) byla 27. března. Oč by se spotřebovalo za celé čtvrtletí

a) více, kdyby byla spotřeba stále taková jako 8. března?

b) méně, kdyby byla spotřeba stále taková jako 27. března?

405. Nástěnné hodiny jdou bez natažení 180 hodin.

a) Kolikrát alespoň se musí do roka natáhnout?

b) O kolikrát více se musí do roka natáhnout, chceme-li je natahovat pravidelně (vždy ve stejnou hodinu)?

406. Třída o 43 žácích jela na výlet za zlevněné jízdné: na celý lístek tři žáci, na deset platících žáků jeden žák zdarma, profesor poloviční jízdné. Jeden celý lístek (jen na cestu tam) stál 23,40 Kčs. Kolik stálo celkové jízdné (tam i zpět)?

407. Gramofonové desky byly po 15 Kčs. Přehrání jedné strany trvalo průměrně $2\frac{1}{4}$ minuty. Každá deska se opotřebovala po stonásobném hraní. Nač přišla hodina hry na gramofon?

408. Na vrch kopce vede cesta dlouhá $1\frac{1}{4}$ km. V prvých 630 metrech stoupá o 1 m na každých 18 m, v následujících 300 metrech stoupá o 1 m na každých 12 m, v dalších 180 metrech stoupá o 1 m na každých 9 m a na konec stoupá o 1 m na každých 7 m. Jak vysoký je kopec?

409. Na zahradu dlouhou 120 m a širokou 40 m se mají vysázeti štěpy do čtverců tak, aby každý stromek byl aspoň 5 m od plotu. Štěpy mají býti od sebe vzdáleny aspoň 6 m. Kolik štěpů lze nejvýš vysázeti?

410. Cyklista potkal na silnici známého. Když si pohovořili, odjel rychlostí 18 km za hodinu a známý kráčel opačným směrem rychlostí 6 km za hodinu. Za půl hodiny potkal cyklista auto, které o 20 minut později dohonilo jeho známého. Kolik km ujelo auto za hodinu?

411. Cyklista vyjel v 8 hodin 25 minut z místa A do místa B vzdáleného 60 km. Jel rychlostí 20 km za hodinu. Na poloviční cestě jej dohonilo auto, které vyjelo také z místa A rychlostí 60 km za hodinu. Kdy vyjelo auto?

412. Zloděj ukradl auto v 9 hodin a ujel rychlostí 48 km za hodinu. Za půl hodiny byla krádež objevena a zloděj byl pronásledován v jiném autu rychlostí 63 km za hodinu. Kdy chytili zloděje?

413. Matka s dcerkou zaplatila za jízdné vlakem 53,40 Kčs. Stejnou cestu konali rodiče se třemi dětmi. Všecky čtyři děti měly poloviční jízdenky. Kolik zaplatila druhá rodina za jízdenky?

414. Někdo vyšel v 8 hodin 50 minut a kráčel rychlostí $4\frac{1}{2}$ km za hodinu. Kolik ušel do půl desáté?

415. K hospodářství náleží 47 měřic polí s lukami a 18 měřic lesa. Kolik ha je to celkem? [Měřice je 1918 m^2.]

416. Na dvůr 19 m dlouhý a 7,5 m široký napadalo za noc sněhu do výše 12 cm. Kolik dm^3 sněhu napadalo?

417. Slavný český biolog Jan Evangelista Purkyně se narodil 17. prosince 1787 a zemřel 28. července 1869. Kolik dní žil?

418. Změřte přesně na decimetry rozměry učebny a vypočtěte, kolik dm^3 vzduchu připadá na jednoho žáka!

419. Změřte přesně na centimetry okenní tabule v učebně a vypočtěte, kolik dm^2 skla v nich je!

420. Otec kráčí se synem. Otcův krok měří 75 cm, chlapcův krok 45 cm. Vykročí společně. Po kolika krocích otcových se opět shodnou? Po kolika chlapcových?

421. Je-li nějaké číslo dělitelné číslem 63, je také dělitelné sedmi a devíti. (Proč?) Obráceně, je-li nějaké číslo dělitelné sedmi i devíti, je dělitelné číslem 63; neboť to číslo je společný násobek obou čísel 7 a 9, tedy je násobkem jejich nejmenšího společného násobku n (7, 9); avšak $n(7, 9) = 7 \cdot 9 = 63$, neboť 7 a 9 jsou nesoudělná čísla.

a) Vyslovte pravidlo pro dělitelnost dvanácti! Potom určete, která z čísel

4128, 4242, 9456, 3147, 71562

jsou dělitelná dvanácti.

b) Vyslovte pravidlo pro dělitelnost třicetitřemi! Potom určete, která z čísel

28512, 47058, 52492, 82632, 73282

jsou dělitelná třicetitřemi.

c) Vyslovte pravidlo pro dělitelnost třicetišesti! Potom určete, která z čísel

5238, 7452, 8388, 6192, 12344

jsou dělitelná třicetišesti.

OBSAH.

Tabulka pro početní cviky.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
I	7	2	4	0	9	7	9	0	2	9
II	8	6	5	0	9	1	7	2	3	2
III	0	4	9	8	2	3	0	6	7	1
IV	8	1	6	3	4	1	6	8	4	2
V	2	2	9	0	8	8	6	7	7	0
VI	3	9	4	9	7	2	2	9	8	6
VII	0	7	3	8	4	3	6	7	4	2
VIII	6	4	5	6	9	7	0	5	5	3
IX	1	5	1	6	4	8	7	2	4	7
X	1	2	3	8	1	7	3	0	6	8