Čech, Eduard: Textbooks

Jan Bílek; Eduard Čech; Karel Hruša; Vítězslav Jozífek; Karel Prášil; Karel Rakušan

Aritmetika pro druhou třídu středních škol

Státní nakladatelství učebnic, Praha, 2. vyd., 1951, 130 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501330

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

ARITMETIKA

PRO DRUHOU TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

STÁTNÍ NAKLADATELSTVÍ UČEBNIC

Matematický ústav AV ČR, v.v.i.
knihovna
3267049246

ARITMETIKA

PRO DRUHOU TŘÍDU STŘEDNÍCH ŠKOL

1951

Státní nakladatelství učebnic
Praha

Upozornění.

1. V tomto vydání byly provedeny úpravy v textu na str. 15, 16, 17, 43, 45, 83, 89 a upraveny příklady: 54, 72, 154, 187, 277, 278, 279, 368, 415, 444, 278, 279, 585, 586. Upraveny výsledky příkladů: 2d; 6c; 7b; 8c; 24; 41d, e; 43b; 56; 57c,e; 58d; 71; 78; 80; 81; 86b; 116; 120a; 123; 125; 127c; 141f; 148; 151; 153c,d,e; 157f,g,j; 158g; 162h,k; 166l; 167m; 170e; 180; 194; 209e; 219b; 247h,l,m,o; 249a,c; 251; 253d,m; 274; 281f; 288; 293a; 294; 295a; 298; 352; 362e; 420e; 423a; 425; 475f; 485; 492i,j; 520; 541; 543; 566a,b; 569b,g; 570d,e; 571j,k; 581b; 583; 584; 586; 598; 600; 601; 608a.

2. U úloh, kde jsou uvažovány vztahy mezi počtem výrobků a časem, t. j. kde se jedná o práci dělníků, je třeba upozornit na údernické hnutí, zlepšovací návrhy. Jejich zásluhou jsou výrobní časy zkracovány.

3. Na stránce 128 je umístěna tabulka dat ze srovnání úspěchu dnešního způsobu obdělávání půdy se způsobem dřívějším a ze srovnání dnešního hospodářského života s životem před válkou. Tato data jsou podkladem pro příklady, které ukazují zvýšení úrovně dnešního života.

Při práci podle učebnice je třeba sestavovat další slovní úlohy, ukazující úspěchy budování socialismu, především úspěšný rozvoj našich JZD.

MATEMATICKÝ ÚSTAV Akademie věd České republiky, v.v.i.
KNIHOVNA

KK 3249

Úvodní poznámky.

V druhé třídě ukončujeme základní výcvik v dělení dělením desetinnými zlomky a zabýváme se studiem vztahu čísel.

Dělitelnosti věnujeme více pozornosti než dosud. Abychom upoutali pozornost žáků na vztahy čísel, soustředíme se na čísla malá. Vyjdeme od pojmu násobků. Po výkladu dělitele a určení všech dělitelů daného čísla přejdeme k pojmům největší společný dělitel a nejmenší společný násobek daných čísel. Tyto dva pojmy jsou důležité pro nauku o zlomcích.

V praxi se zlomky vyskytují v jednoduchých tvarech. Značný čas a pozornost jim věnujeme proto, abychom žákům ukázali, že teprve po zavedení zlomků můžeme podíl dvou čísel přesně vyjádřit jediným číslem, že násobení a dělení dostává po zavedení zlomků nový, širší význam, že v počtu trojčlenném počítáme na základě srovnávání velikostí hodnot užitím poměru a že počítání se zlomky je důležitou přípravou na počítání v algebře.

Počítání se zlomky na rozdíl od výkonů s čísly celými není v učebních osnovách národní školy. Proto je nutno postupovat pomalu, obezřetně a rozvážně budovat na představě zlomku. Jako přípravu ke zlomkům opakujeme v každé hodině po několik minut jednoduché cviky z nauky o dělitelnosti. Abychom upoutali pozornost žáků k vlastnímu výkonu se zlomky, nezatěžujeme výklad a procvičování obtížnými tvary zlomků, ale užíváme zlomků s jednoduchými a malými jmenovateli. Velmi důležité je, aby žáci dobře pochopili co je součin zlomků, neboť jejich násobení nemůžeme chápat jako sečtení několika sobě rovných sčítanců. Přehled nauky o zlomcích se neprobírá jen v jedné hodině, ale často se k němu vracíme.

Nauka o poměru je nejen pro život, ale i pro další práci v matematice nejdůležitější partií. V ní nesmíme nic slevit. Námaha a domnělá ztráta času se vyplatí a bude později vyrovnána. Na poměr se díváme jako na zlomek. Zároveň tu znovu opakujeme vlastnosti zlomků a tak navazujeme na probrané učivo. Pozorně sledujeme změny poměru.

Úměrnost, zvláště přímá, je velmi důležitá, neboť je základním funkčním vztahem. V životě neplatí vždy přesně, ale obecnější vztah při malých změnách lze přímou úměrností nahradit (aproximovat). Úlohy o úměrnosti řešíme změnou jedné veličiny v poměru daných veličin. Je-li dobře procvičen poměr, nečiní řešení úloh o úměrnosti obtíží.

Celý počet procentový je možno redukovat na pojem poměru. Tímto pojetím se vyhneme často užívaným mechanickým výpočtům pomocí vzorců.

Pojem procenta je pravděpodobně nejdůležitější pojem elementární aritmetiky. Proto jsou v učebnici voleny příklady z rozmanitých oborů. Na počet úrokový je nutné se dívat s hlediska výstavby socialismu v naší zemi. Matematicky nepřináší žádnou novou ideu.

Diagramy doplňují praktické užití.

Povaha matematické látky ve 2. třídě je taková, že lze jako praktické aplikace velmi vydatně užívat dat z budování lidově demokratického státu. Proto je v učebnici hodně příkladů ze všech oborů našeho hospodářského života a na učiteli je, aby je za přímé spolupráce se žáky doplňoval aktuálními příklady regionálními. Žáci tak budou moc sledovat život svého okolí a naučí se rozumět potřebám svého kraje.

Rozvrh učiva.

Září:	Opakování učiva
Říjen:	Dělení desetinnými zlomky Pojem násobku a dělitele
Listopad:	Znaky dělitelnosti Prvočísla Rozklad na prvočinitele Určení všech dělitelů čísla Společný dělitel
Prosinec:	Společný násobek Opakování zlomků z první třídy Rozšiřování a krácení zlomků Sčítání a odčítání zlomků
Leden:	Násobení a dělení zlomků číslem celým Násobení zlomků Dělení zlomků
Únor:	Desetinné zlomky a zlomky obyčejné Přehled nauky o zlomcích; opakovací úlohy Srovnávání čísel pomocí poměru
Březen:	Vzrůst a pokles v daném poměru Veličiny přímo a nepřímo úměrné Měrná váha Jednoduchá trojčlenka
Duben:	Postupné poměry. Dělení v daném poměru Složená trojčlenka Procento
Květen:	Obrácené úlohy na procento Procvičování počtu procentového Úrok
Červen:	Diagram Opakování učiva

Čemu se budete učit.

V první třídě jste probrali čtyři základní výkony s čísly celými i s desetinnými zlomky kromě dělení desetinnými zlomky, s kterým se seznámíte letos.

Poznali jste také pravidla zaokrouhlování čísel a naučili jste se odhadovat výsledky.

Také s desítkovou soustavou jste se loni poněkud blíže seznámili. V kapitole o dělitelnosti si tyto poznatky nejen prohloubíte, ale poznáte nesmírnou důmyslnost této soustavy. Dělitelnost vám také dá nový pohled na vztahy mezi čísly; poznáte, jak násobením určitého čísla vznikají nová čísla, která jsou jeho násobky; naučíte se čísla rozkládat na činitele a seznámíte se s čísly, která rozložit nelze. Všecky tyto znalosti vám dají nový pohled na početní výkony a usnadní vám počítání, zejména počítání se zlomky.

Se zlomky se seznámíte podrobněji. Poznáte, že pomocí zlomků lze řešit i takové případy, které dosud byly pro vás neřešitelné (na př. 15 : 4). Rozšíříte tak své znalosti o číslech na okruh, kterého se v denním životě běžně užívá, a tak se připravíte na své budoucí povolání.

Velmi důležitou statí pro všecku další práci jsou poměry. Již dříve jste se učili srovnávat velikost dvou veličin: zjišťovali jste, o kolik je jedna veličina větší nebo menší než druhá. Letos se naučíte srovnávat čísla pomocí poměru: budete zjišťovat, kolikrát je dané číslo větší (nebo menší) než druhé číslo. Uvidíte, jak poznatků o poměru čísel užíváme nejen v matematice, nýbrž i v praxi, při kreslení plánů a náčrtů, při výpočtech v továrnách, na stavbě i v zemědělství. V příkladech vzatých ze života poznáte, jak jsou některé veličiny na sobě závislé (na př. množství potravin spotřebovaných v závodní kuchyni závisí na počtu strávníků).

Seznámíte se také s procentem a s úroky. Slyšeli jste o nich jistě již mnoho. S procenty se dnes setkáváme denně, takřka na každém kroku. V novinách čteme, o kolik procent zvýšil úderník svůj výkon, o kolik procent byl překročen plán, na kolik procent byla splněna pětiletka. Poznáte, že i procento je poměr dvou čísel, naučíte se dobře procentům rozumět a správně jich užívat. To vám mimo jiné umožní sledovat a chápat vývoj naší hospodářské výstavby, vzestup výroby a životní úrovně pracujícího lidu.

Úrokový počet je v podstatě počet procentový. Poznáte jeho základy i opodstatnění: úrok platíme z vypůjčených peněz. Vypůjčené částce říkáme úvěr. Úvěr poskytují peněžní ústavy, které jsou u nás státní. Ústavy půjčují družstvům, národním podnikům i jednotlivcům, kteří pomocí půjčených peněz vytvářejí nové hodnoty. Jako odměnu za to, že peněžní ústav pomohl svými penězi tyto nové hodnoty získat, žádá úrok ze zápůjček, z něhož se část ve formě úroku z vkladů platí těm, kteří mu peníze svěřili (vkladatelům), a část se užije ke splnění úkolů všeobecně prospěšných.

Zvykejte pomalu studiu podle knihy. Po výkladu ve škole si doma pečlivě přečtěte příslušný úsek v knize. Zamýšlejte se nad každou větou. Poznamenejte si výrazy a věty, kterým nerozumíte, a požádejte o jejich vysvětlení. Opakujte jednotlivé odstavce svými slovy.

Naučte se shrnovat oddíl učiva svými slovy. Na počátku roku si prohlédněte celou knihu, pročtěte její obsah na konci a prostudujte rozvrh učiva. Všimněte si, čemu se v jednotlivých měsících budete učit. Rozdělte si měsíční práci na jednotlivé týdny a dny. Srovnávejte svůj pracovní plán s plány svých spolužáků. Ale nejen to: kontrolujte také, jak plán plníte. Nespokojujte se jen příklady z knihy. Budete-li se zajímat o věci kolem sebe, najdete velmi mnoho zajímavých příkladů, které nejen mohou obohatit vaše matematické vědomosti, ale které vám také umožní chápat život a dění v naší společnosti, vyvíjející se ve společnost socialistickou.

I. Opakování.

1. Sečtěte:

a) $29{,}45 + 32{,}9 + 0{,}065$; b) $15{,}25 + 4{,}987 + 0{,}009\,87$;
c) $243{,}5 + 24{,}35 + 2{,}435$; d) $6{,}325 + 25{,}004 + 32{,}718$.

2. Převeďte na naznačené jednotky a sečtěte:

a) 3,8 km + 24 m + 2,05 km (m); b) 6,8 t + 2,49 q + 354 kg (q);
c) 3,25 ha +45,6 a + 2 829 m^2 (a); d) 29,4 hl + 389,8 l + 25 hl (hl; m^3).

3. Jak se změní součet dvou čísel, jestliže

a) první sčítanec se zvětší o 10 a druhý zůstane beze změny;
b) první sčítanec se nezmění, druhý se zmenší o 5;
c) první sčítanec se zvětší o 5, druhý se zmenší o 3;
d) první sčítanec se zmenší o 3, druhý o 5;
e) první sčítanec se zmenší o 8, druhý se zvětší o 4?

4. Jak se změní první sčítanec, jestliže

a) součet se nezmění a druhý sčítanec se zvětší o 3;
b) součet se zvětší o 12 a druhý sčítanec o 5;
c) součet se zmenší o 7 a druhý sčítanec se zvětší o 4?

5. Vypočítejte:

a) $257{,}305 - 57{,}976 - 127{,}08$; b) $189{,}026 - 39{,}867 - 46{,}496$;
c) $379{,}052 - 158{,}97 + 87{,}984$; d) $935{,}47 - 64{,}87 + 3{,}89$.

6. Jak se změní rozdíl dvou čísel, jestliže

a) menšenec se zvětší o 5 a menšitel zůstane beze změny;
b) menšenec zůstane beze změny a menšitel se zmenší o 3;
c) menšenec se zmenší o 2 a menšitel se zvětší o 7;
d) menšenec i menšitel se zvětší o 5?

7. a) Od součtu čísel 38,47 a 29,76 odečtěte rozdíl čísel 9,75 a 5,94.
b) Od rozdílu čísel 67,3 a 2,84 odečtěte součet čísel 3,84 a 2,97.
c) K rozdílu čísel 38,4 a 2,95 přičtěte součet čísel 6,8 a 12,4.

8. Vypočítejte:

a) $34 - 6{,}7 + 2{,}4 - 3{,}5$; b) $34 - (6{,}7 - 3{,}5) + 2{,}4$;
c) $34 - 6{,}7 - (3{,}5 + 2{,}4)$.

9. Které číslo je

a) o 43,27 menší než 58,71;
b) o 8,32 větší než 33,79;
c) o 98,7 větší než součet čísel 354,7 a 89,4;
d) o 34,7 menší než rozdíl čísel 537,6 a 29,4?

10. Povoz ujel z Prahy 37,8 km; do cíle mu zbývá ještě dráha o 1250 m delší, než dosud ujel. Jak daleko je jeho cíl od Prahy?

11. Instalatér měl dvě duté tyče dlouhé 1,3 m a 0,8 m.

a) Zasunul 2 dm druhé tyče do první; jak dlouhé byly obě části dohromady?

b) Celková délka zasunutých tyčí byla 1,5 m; kolik dm druhé bylo zasunuto?

12. Jak velký je obvod čtyrúhelníka, je-li strana a dlouhá 16,4 dm, strana b o 2,1 dm kratší než strana a, strana c o 1,7 dm delší než strana b a strana d o 2,5 dm větší než strana c?

13. Ve třech prodejnách prodali za jeden den celkem 15,7 q zboží. V první a v druhé prodejně prodali dohromady 754 kg; v první a třetí dohromady 12,31 q. Kolik v každé prodejně?

14. V jedné bedně je o 35 kg jablek víc než ve druhé.

a) O kolik bude v jedné více než ve druhé, jestliže se z bedny těžší přendá 8 kg do bedny lehčí?

b) Kolik se musí přendat, aby v těžší bylo o 29 kg víc než ve druhé?

c) Kolik se musí přendat aby v bedně, která byla těžší, bylo nyní o 5 kg méně než ve druhé?

15. Otci je 45 let; syn je o 38 let mladší. O kolik let bude otec starší než syn za 7 let? Kolik bude synovi, až bude otci 80 let?

16. Vynásobte:

a) 5,2 . 1,24;	b) 3,8 . 9,76;	c) 0,097 . 3,14;
d) 6,09 . 2,07;	e) 7,89 . 57,4;	f) 3,09 . 10,05;
g) 3,7 . 37;	h) 8,109 . 6,247;	i) 8,09 . 3,97.

17. Vynásobte:

a) 0,75 . 700;	b) 6,45 . 3 500;	c) 2 500 . 0,87;
d) 3,98 . 4 600;	e) 8,07 . 9 650;	f) 6,95 . 1 280.

18. Znásobte výhodně:

a) 2 . 7,9 . 5;	b) 4 . 3,7 . 25;
c) 8 . 1,25 . 6;	d) 20 . 8,7 . 50.

19. Vyslovte smysl úlohy a vypočítejte:

a) (0,05 . 100) . 0,4 + 0,25 . 12,4;	b) (3,87 + 6,94) . (12,3 — 3,8);
c) (64,5 — 17,8) . (24,3 + 15,7);	d) (64,5 — 32,7) . (24,8 — 5,6).

20. Vypočtěte zpaměti a napište jen výsledek!

a) 3 648 — 24 . 7;	b) 8 972 — 35 . 9;
c) 1 234 — 17 . 9;	d) 5 496 — 72 . 4.

21. Vypočítejte:

a) $26 - 3 \cdot 4 + 8$; b) $(26 - 3) \cdot (4 + 8)$;

c) $26 - (3 \cdot 4 + 8)$; d) $(26 - 3) \cdot 4 + 8$.

22. Jak se změní součin dvou čísel, jestliže

a) první činitel se zvětší pětkrát a druhý činitel zůstane beze změny;

b) první činitel se zmenší dvakrát a druhý činitel se zmenší třikrát;

c) první činitel se zvětší čtyřikrát, druhý činitel se zmenší dvakrát?

Zvolte si za činitele vhodná čísla a přesvědčte se o správnosti výsledku!

23. Jak se změní jeden činitel, jestliže

a) součin zůstane beze změny a druhý činitel se dvakrát zvětší;

b) součin zůstane beze změny a druhý činitel se pětkrát zmenší;

c) součin se šestkrát zvětší a druhý činitel se dvakrát zvětší;

d) součin se osmkrát zmenší a druhý činitel se dvakrát zvětší.

Přesvědčte se o správnosti odpovědi na vhodně zvoleném příkladu!

24. Jak se změní hodnota součinu $8 \cdot 9$, jestliže

a) zvětšíme prvního činitele o 2 jednotky,

b) zmenšíme prvního činitele o 3 jednotky?

25. Které číslo je 508krát větší než číslo 3 005?

26. Zvětšete číslo 3 421 pětasedmdesátkrát!

27. Neznámé číslo dělené číslem 34 dá podíl 78,9 beze zbytku; určete je!

28. Dělitel je 34; podíl je 756; zbytek 8; určete dělence!

29. K jakému číslu musíme přičíst 27,42, abychom dostali číslo 3,5krát větší než číslo 18,4?

30. Na dvoukolejné trati vyjely ze dvou stanic současně proti sobě dva vlaky. Setkaly se za 5 hodin. První vlak ujel za 1 hodinu 27,4 km, druhý 35,6 km. Jak byly stanice od sebe vzdáleny?

31. Čtverec má stranu dlouhou 29,2 dm. Druhý čtverec má stranu 3,5krát delší, strana třetího čtverce je 0,7 strany prvního čtverce. Srovnejte obsahy všech tří čtverců.

32. Jak velkým číslem musíme násobit číslo, aby se nezměnilo?

33. Národní důchod roku 1948 byl 210 miliard Kčs; na konci pětiletky se má zvětšit 1,48krát. Průmyslová výroba z úrovně 288 miliard Kčs roku 1948 se má na konci pětiletky zvětšit 1,57krát. Zemědělská výroba z úrovně 90 miliard Kčs se má zvětšit 1,05krát.

Vypočítejte výši důchodu a výroby na konci pětiletky!

34. Město Lodž (Polsko) vystaví v šestiletce 10 000 rodinných domků. Výlohy na stavbu 1 domku budou činit 1 250 000 złotých. Vypočtěte náklad na všecky domky v Kčs, víte-li, že 1 złoty = 0,125 Kčs (před měn. reformou).

35. Roku 1948 činila celková osevní plocha (v tisících ha)

		Na konci pětiletky se zvětší
pšenice	818,6	0,97krát
žita	698	0,80krát
ječmene . . .	616,3	1,11krát
ovsa . . .	587,9	1,05krát
brambor . . .	604	1,06krát
pícnin	3 300	1,06krát

Vypočítejte velikost osevních ploch jednotlivých druhů na konci pětiletky.

36. Množství sklizňové je plánováno

roku 1948	v tisících tun	Plánované množství zvětší se roku 1953
pšenice	1 440,8	1,08krát
žita	1 172,7	0,85krát
ječmene	1 084,8	1,17krát
ovsa	1 117,1	1,12krát
brambor	8 001,8	1,22krát
pícnin	5 954	2,15krát

Vypočítejte plánované množství sklizně jednotlivých druhů roku 1953.

37. Na osetí 1 ha je potřebí 2,12 q pšenice. Sklizeň je pravděpodobně dvanáctkrát větší. Kolik bude činiti sklizeň pšenice z 1 ha pole?

38. Kolik váží 64 hl žita, váží-li 1 hl 72,75 kg, a 25 hl pšenice, váží-li 1 hl 77 kg?

39. Dělte a proveďte zkoušku správnosti:

a) 1 225 : 49; b) 3 154 : 38; c) 4 628 : 52;
d) 3 484 : 67; e) 2 772 : 84; f) 1 073 : 29.

40. Dělte (až k nulovému zbytku):

a) 742,59 : 37; b) 1 591,06 : 53; c) 506,25 : 25;
d) 3 267,78 : 107; e) 16 317,54 : 807; f) 45 458,84 : 907.

41. Dělte na dvě číslice v podílu, které nejsou nulami:

a) 127,2 : 21; b) 632 : 207; c) 1,645 : 35;
d) 0,72 : 204; e) 0,97 : 105; f) 1,559 : 31.

42. Dělte výhodně:

a) 6 800 : 40; b) 406 400 : 400; c) 342 : 900;
d) 24,8 : 800; e) 48,3 : 30.

43. Určete:

a) tři sedminy čísla 749;
b) čtyři pětiny čísla 895.

44. a) Jedna sedmina čísla je 396; určete to číslo.
b) Čtyři pětiny čísla jsou 488; které je to číslo?

45. Podíl dvou čísel je 63; dělitel 11. Určete dělence.

46. Které číslo
a) děleno číslem 27 dá podíl 15 beze zbytku?
b) děleno číslem 123 dá podíl 9 se zbytkem 4?

47. Ve třídě se sebralo 54 kg kostí. Každý kg kostí dá $\frac{1}{12}$ kg kostního tuku, $\frac{1}{4}$ kg želatiny a $\frac{3}{8}$ kg kostní moučky. Škola sebere měsíčně 162 kg kostí. Kolik kg jednotlivých výrobků se získá ze sběru a) třídy, b) školy?

48. Určete, kolikrát se změní podíl (při zbytku 0)
a) zvětší-li se dělenec pětkrát a dělitel zůstane beze změny;
b) zmenší-li se dělenec třikrát a dělitel zůstane beze změny;
c) zvětší-li se dělitel dvakrát a dělenec zůstane beze změny;
d) zmenší-li se dělitel desetkrát a dělenec zůstane beze změny;
e) zvětší-li se dělenec i dělitel desetkrát, stokrát atd.

49. a) Turista ušel denně 27 km cesty. Kolik ušel za týden?
b) Turista ušel za 9 dní 261 km. Kolik ušel denně?
c) Turista ušel za den 25 km; celkem 200 km. Kolik dní šel?

50. Sestavte podobné příklady jako v cvičení 49 na čísla: 49; 17; 833 = 49 . 17.

51. Číslo 135 rozdělte ve 3 části tak, aby druhá část byla dvakrát větší než první a třetí stejně velká jako druhá část.

52. Součin dvou čísel je 22; zmenší-li se menší činitel o 3, zmenší se součin o 15. Určete oba činitele!

53. Z 1 kg mouky se upeče 1 250 g pečiva. 1 kg mouky je za 6 Kčs. 1 kg pečiva stojí 25 Kčs. O kolik méně stojí 15,5 kg mouky než z něho upečené pečivo?

54. Aby práce byla skončena, musí pracovat 85 dělníků, každý 35 dní. Zatím pracovalo 25 dělníků, každý 10 dní. Práci dokončilo ve stanovený čas 90 dělníků, kteří zvýšili pracovní výkon. Kolik ušetřili závodu pracovních sil?

55. V Bulharsku bylo koncem listopadu 1949 vysazeno 53 km ochranných lesních pásů v rozloze 1 850 ha. Vypočtěte průměrnou šířku těchto pásů.

56. V továrně měli stroje dvojího druhu. Lepších je třikrát méně než horších. Lepší stroj vyrobí za jednu hodinu 30 výrobků, horší 16 výrobků. Za jeden den při 8 hodinách vyrobily 10 608 výrobků. Kolik bylo kterých strojů?

II. Dělení desetinných zlomků.

V první třídě jsme řešili pouze takové příklady na dělení desetinných zlomků, ve kterých dělitel byl číslo celé. Desetinnou čárku v podílu jsme umisťovali podle pravidla: Jakmile překročíme desetinnou čárku v dělenci, musíme napsati desetinnou čárku také v podílu. Nyní budeme počítati příklady, ve kterých dělitel bude zlomek desetinný. Tu užijeme pravidla, které známe již z první třídy: **Podíl se nezmění, jestliže dělence i dělitele znásobíme týmž číslem.** Máme-li na př. děliti 0,9828 : 0,27, znásobíme dělence i dělitele stem a provedeme dělení 98,28 : 27, ve kterém je dělitel číslo celé.

$$\begin{array}{l} \underline{0{,}9828 : 0{,}27} \\ 98{,}28 : 27 = 3{,}64 \\ 172 \\ \;\;108 \\ \;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Podíl 3,64, který dostaneme při dělení 98,28 : 27, je zároveň podílem při původním dělení 0,9828 : 0,27. Jestliže máme dělit na př. 32,76 : 0,9, provádíme stručnější zápis, jak je vedle naznačeno.

$$\begin{array}{l} \underline{32{,}76 : 0{,}9} \\ \underline{327{,}6 : 9} \\ \;\;36{,}4 \end{array}$$

V příkladech dosud naznačených vyšlo dělení beze zbytku. Ale již v příkladech s celým dělitelem, které jsme řešili v první třídě, měli jsme také případy, ve kterých dělení beze zbytku je nemožné. V těchto případech jsme prováděli dělení s podílem zaokrouhleným na takový počet desetinných míst, který je předepsán nebo který odpovídá praktickému smyslu úlohy. Docela stejně tomu je, když dělitel je desetinný zlomek. Dělme na př. 3,4 : 0,82 na tři desetinná místa:

$$\begin{array}{l} \underline{3{,}4 : 0{,}82} \\ 340 : 82 = 4{,}146 \\ \;\;120 \\ \;\;\;\;380 \\ \;\;\;\;\;\;520 \\ \;\;\;\;\;\;\;\;28 \text{ (zb.)} \end{array}$$

Při zkoušce správnosti vypočteme napřed

$$4146 \,.\, 82 + 28 = 34\,000.$$

Zbývá se přesvědčit, zdali jsme ve výsledku 3,4 : 0,82 = 4,146 správně umístili desetinnou čárku. Znásobíme proto zpaměti 0,8 . 4 (0,8 je přibližná hodnota dělitele, 4 je přibližná hodnota podílu). Dostaneme 3,2 a porovnáme s dělencem 3,4. Vidíme, že desetinná čárka byla umístěna správně.

Cvičení.

57. Dělte

a) 0,092 : 0,05; b) 8,64 : 0,36 c) 34 : 0,085;
d) 16 : 0,016; e) 63,84 : 0,0608; f) 26,25 : 6,25;
g) 61,44 : 2,56 h) 21,12 : 0,064; i) 50 : 1,25;
j) 8 : 0,005; k) 1,32 : 0,33; l) 3,5088 : 0,408.

58. Dělte na 2 desetinná místa

a) 14,84 : 0,48; b) 0,1519 : 0,893; c) 0,1139 : 0,37;
d) 1,175 : 0,78; e) 3,67 : 0,72; f) 7,43 : 7,98;
g) 144,7 : 47,9; h) 0,26 : 0,79.

59. Součin dvou čísel se rovná 12,5; jeden činitel je 0,8; určete druhého činitele.

60. Čím budete dělit číslo 5, má-li podíl být 0,025?

61. Kolikrát je

a) 0,7 větší než 0,28; b) 0,14 menší než 0,7?

62. Kterým číslem musíme násobit 0,03, máme-li dostat 0,04713?

63. Kolikrát je 6,8 obsaženo ve 25,16?

64. Součet čísel 0,49 a 0,52 zmenšete 2,5krát.

65. Jak se změní podíl (se zbytkem 0)

a) zvětší-li se dělenec pětkrát a dělitel 2,5krát;
b) zmenší-li se dělenec 1,5krát a dělitel 6krát;
c) zvětší-li se dělenec 6krát a zmenší-li se dělitel 1,02krát;
d) zmenší-li se dělenec 0,16krát a dělitel se zvětší 0,5krát?

66. Na dávky v národním pojištění v letech 1948 a 1953 bude zhruba vydáno:

	v miliardách Kčs 1948	1953
Dávky v mateřství	0,5	1,2
Výbavné	0,2	0,6
Nemocenské	2,6	3,6
Věcné dávky nemocenského pojištění . . .	4,3	9,5
Důchody	9,6	18,6

Vypočítejte, kolikrát více bude vydáno na dávky v národním pojištění roku 1953 než roku 1948? (Na dvě desetinná místa.)

67. Čtverec má stranu 4,5 dm; a) je zvětšena o 2,5 dm; b) je zmenšena 2,5krát. Jaký bude potom obsah každého čtverce?

68. Místnost tvaru kvádru má délku 6,1 m a šířku 5,25 m. Objem místnosti je 103,985 m^3. Jak je místnost vysoká?

69. Plát železa dlouhý 1,42 m a široký 0,71 m váží 157,28 kg. Jak je silný, váží-li 1 dm^3 železa 7,8 kg?

70. Průměrná mzda dělníka za 1 hodinu byla v březnu 1939 3,45 Kčs; roku 1946 16,9 Kčs; roku 1948 20,93 Kčs.

Mzda kvalifikovaného dělníka za 1 hodinu byla roku 1939 4,09 Kčs, roku 1948 21,91 Kčs. Kolikrát byla větší roku 1946 a 1948 proti roku 1939?

71. Měsíční průměr nezaměstnanosti v kapitalistických státech (znásobte tisícem).

Státy:	1947	1948	1950
Rakousko	52,8	54,6	138,7
Belgie	48,0	82,0	175,2
Dánsko	28,8	27,6	48,4
Francie	45,7	77,8	127,3
Italie	2 025,1	1 913,8	2 182,1
Švýcarsko	3,5	3,0	7,3
Velká Britannie . . .	342,3	325,0	365,4

Určete, kolikrát stoupl v jednotlivých poválečných letech počet nezaměstnaných v poměru k roku 1947.

72. Obvod ozubeného kola je 161 cm; šířka zubu je 2,3 cm; kolik zubů je na kole? (Mezery mezi zuby jsou rovněž 2,3 cm široké.)

73. Na dráze 264,5 m se otočilo kolo 115krát. Jaký je obvod kola? (Na 2 desetinná místa.)

74. V jakém čase se projede dráha 693,12 km, jede-li se za 1 hodinu 15,2 km?

75. Turista ušel pěšky za 3 hodiny 19,2 km; na kole za 5 hodin 64 km. Kolikrát jel na kole rychleji? (Na 1 desetinné místo.)

76. Otočí-li se závit 5krát, vykoná dráhu 3,5 cm. Kolikrát se otočí na dráze 22,4 cm?

77. V jakém čase ujede auto dráhu 883,75 km, ujede-li za 5,4 hodiny dráhu 272,7 km?

78. 0,05 délky řeky Moskvy je 22,47 km; jak je řeka dlouhá?

79. Co nám dá pětiletka, ukazují tato čísla:

roční spotřeba na 1 osobu	1948	1953
mléko	107 l	203,1 l
máslo	2,50 kg	3,8 kg
vejce	82 kusy	147 kusů
maso	25,10 kg	37,8 kg
sádlo	2,6 kg	5,8 kg
cukr	16,8 kg	21,8 kg

Vypočtěte, kolikrát více připadne na osobu jednotlivých potravin roku 1953 než 1948 (na 1 des. místo).

80. Z $16\frac{1}{4}$ ha polí sklízeli rolníci obyčejně 315 q ječmene, JZD sklidilo z $19\frac{1}{2}$ ha 453 q ječmene. Vypočtěte, který hektarový výnos byl vyšší a o kolik.

81. JZD ve Stěžerech odevzdalo z 18,2 ha polí 640 q pšenice, jednotliví rolníci v této obci odevzdali z 58,2 ha 1 080 q pšenice. Srovnejte množství odevzdané pšenice připadající na 1 ha půdy.

III. Dělitelnost.

V této části aritmetiky budeme mluvit jen o **celých číslech.**

1. Pojem násobku a dělitele.

Číslo $21 = 7 \,.\, 3$ je trojnásobek sedmi, číslo $56 = 7 \,.\, 8$ je osminásobek sedmi, číslo $140 = 7 \,.\, 20$ je dvacetinásobek sedmi a pod. Obecně pravíme, že čísla 21, 56, 140 a jiná jsou násobky sedmi; také číslo $7 = 7 \,.\, 1$ je násobek sedmi. Tedy **násobek čísla je součin tohoto čísla s některým** (jiným nebo týmž) **číslem.**

Napište si do řady vedle sebe čísla

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, \ldots$$

(tečky naznačují, že bychom mohli pokračovat dál). Zvolte si určité číslo třeba 8, znásobte všecka čísla z prvního řádku osmi a součiny pište do druhého řádku. Zvolte si ještě jiné číslo, třeba 60, znásobte všecka čísla z prvního řádku a součiny pište do třetího řádku. Část toho, co máte napsáno, vypadá takto:

$$\begin{array}{ccccccccc} 9, & 10, & 11, & 12, & 13, & 14, & 15, & 16, & 17, \ldots \\ 72, & 80, & 88, & 96, & 104, & 112, & 120, & 128, & 136, \ldots \\ 540, & 600, & 660, & 720, & 780, & 840, & 900, & 960, & 1020, \ldots \end{array}$$

Čísla druhého řádku jsou násobky osmi, čísla ve třetím řádku jsou násobky šedesáti.

Násobků daného čísla si můžeme napsat libovolné množství. Máme-li už napsán nějaký násobek osmi, třeba 80 nebo 104, dostaneme **následující** násobek osmi, tedy 88 nebo 112, jestliže přičteme 8. **Předcházející** násobek osmi, tedy 72 nebo 96, dostaneme, odečteme-li 8.

Číslo $260 = 26 \,.\, 10$ je násobek dvaceti šesti; který je následující násobek dvaceti šesti? Číslo $1\,800 = 18 \,.\, 100$ je násobek osmnácti; který je předcházející násobek osmnácti?

Abychom se přesvědčili, zdali nějaké číslo je třeba násobek osmi, *dělíme to číslo osmi*. Vyjde-li dělení *beze zbytku*, je dané číslo násobek osmi. Na př. 512 je násobek osmi, neboť dělením najdeme $512 : 8 = 64$, tedy $512 = 8 \,.\, 64$.

Násobky čísla jsou ta čísla, která se jím dají dělit beze zbytku. Proto místo abychom řekli, že třeba číslo 512 je násobek osmi, říkáme, že číslo 512 je **dělitelné** osmi, nebo také, že číslo 8 je **dělitelem** čísla 512. Tedy na př. všecky tři výroky:

číslo 720 je násobek patnácti,

číslo 720 je dělitelné patnácti,

číslo 15 je dělitel čísla 720

znamenají jedno a totéž.

Číslo 268 není násobek sedmi, neboť při dělení 268 : 7 vyjde podíl 38 a zbytek 2. Součin 7 . 38 není roven 268, nýbrž je o 2 menší, je tedy roven 266 K číslu 268 **nejblíže menší násobek** sedmi dostaneme, jestliže od 268 odečteme zbytek při dělení sedmi. Číslo 346 není násobek devíti, neboť při dělení 346 : 9 vyjde podíl 38 a zbytek 4. Jak najdeme k číslu 346 **nejblíže vyšší násobek** devíti? Kdybychom od 346 odečtli 4, dostali bychom násobek devíti, ale my hledáme následující násobek devíti, tedy o 9 větší. Ten dostaneme, když ke 346 přičteme 5. Nejblíže vyšší násobek devíti k číslu 346 dostaneme, jestliže k číslu 346 přičteme tolik, oč je zbytek dělení 346 : 9 menší než 9; dostaneme 351.

Chceme-li najít všecky násobky čtyř mezi čísly 303 a 321, najdeme si nejprve k číslu 303 nejblíže větší násobek čtyř. To je číslo 304. Další hledané násobky čtyř dostaneme potom postupným přičítáním čtyř. Tedy hledané násobky čtyř jsou

304, 308, 312, 316, 320.

Následující násobek čtyř je číslo 324, ale to je už příliš veliké. Mohli jsme také začít od nejblíže menšího násobku čtyř k číslu 321, t. j. od čísla 320, a ostatní násobky určit postupným odčítáním čtyř.

Z první třídy znáte pravidla o roznásobení součtu a rozdílu, ze kterých plynou zajímavé vlastnosti soustavy násobků téhož čísla. V tabulce násobků osmi, kterou jste si sestavili, máte na př. čísla $72 = 8 . 9$, $56 = 8 . 7$. Jejich součet $72 + 56 = 128$ je roven $8 . 16$; jejich rozdíl $72 - 56 = 16$ je roven $8 . 2$; proto ten součet a rozdíl jsou zase násobky osmi. Podobně na př. $780 = 60 . 13$ a $240 = 60 . 4$ jsou násobky šedesáti; jejich součet $780 + 240 = 1\,020$ a jejich rozdíl $780 - 240 = 540$ jsou zase násobky šedesáti; podle pravidel o roznásobení součtu a rozdílu je $1\,020 = 60 . 17$, $540 = 60 . 9$. Výsledek:

Součet a rozdíl násobků čísla jsou násobky téhož čísla.

Jiné znění téhož výsledku:

Jsou-li dvě čísla dělitelna číslem třetím, je také součet a rozdíl prvních dvou čísel dělitelný týmž číslem třetím.

Také součet tří nebo více násobků čísla je násobek téhož čísla. Na příklad $72 = 9 . 8$, $45 = 9 . 5$, $63 = 9 . 7$ jsou násobky devíti, a jejich součet $180 = 9 . 20$ je zase násobek devíti. Nejdůležitější je ten případ, kdy v součtu všichni sčítanci jsou si rovni. Na př. 72 je násobek devíti, a proto všecka čísla

$$72 + 72 = 72 . 2, \; 72 + 72 + 72 = 72 . 3, \; 72 + 72 + 72 + 72 = 72 . 4$$

a tak dále, t. j. všecky násobky čísla 72, jsou násobky devíti. Výsledek:

Násobek násobku čísla je násobek téhož čísla.

Jiné znění téhož výsledku:

Jakmile třeba jen jediný činitel součinu je dělitelný nějakým číslem, je také součin dělitelný týmž číslem.

Cvičení.

82. Najděte nejblíže menší násobky: a) sedmi k číslům 1 000, 2 000, 3 483; b) devíti k číslům 238, 527, 3 000.

83. Najděte nejblíže větší násobky: a) šesti k číslům 1 300, 1 705, 3 129; b) osmi k číslům 754, 1 213, 2 790.

84. Najděte nejblíže menší násobky čísla 43 k číslům 10 000, 30 000, 100 000.

85. Najděte nejblíže větší násobky čísla 76 k číslům 162 534, 625 341, 253 416.

86. Napište všecky násobky: a) tří mezi čísly 4 000 a 4 040; b) sedmi mezi čísly 8 000 a 8 100.

87. Napište všecky násobky čísla 748 mezi čísly 15 000 a 20 000.

88. Sklářský dělník vytvořil za hodinu 4 skleněné figurky. V pondělí pracoval 6 hodin a v úterý 7 hodin. Kolik figurek vyrobil za oba dny? Vysvětlete, proč výsledek musí být číslo dělitelné čtyřmi! (Práce skláře je velmi namáhavá; dělník nepracuje každý den stejný počet hodin.)

89. Znásobte 2325 . 7; 6 486 . 7, sečtěte oba součiny a přesvědčte se, že součet je dělitelný sedmi.

90. Znásobte 3 845 . 38; 2 694 . 38 a pokračujte podobně jako ve cvičení **89.**

91. Znásobte 7 563 . 9; 5 428 . 9, odečtěte oba součiny a přesvědčte se dělením, že rozdíl je dělitelný devíti.

92. Znásobte 8 463 . 64; 2 395 . 64 a pokračujte podobně jako ve cvičení **91.**

93. Proveďte násobení 3 495 . 7, součin znásobte číslem 43 a přesvědčte se dělením že také nový součin je násobek sedmi!

94. Součin 3 963 . 57 znásobte číslem 814. Proč je součin dělitelný číslem 57? Přesvědčte se dělením!

95. Jestliže víte, že 56 dětí i 96 dětí můžete rozestavět do osmistupů, jak můžete odůvodnit bez dělení, že také 152 dětí můžete rozestavět do osmistupů?

2. Znaky dělitelnosti.

1. Dělitelnost deseti, dvěma a pěti. Násobky deseti jsou: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, ...

Číslo je dělitelné deseti, má-li na základním místě nulu.

Protože 10 = 2 . 5, je číslo deset násobek dvou i násobek pěti. Proto každý násobek deseti je násobkem dvou i násobkem pěti. Znamená-li hvězdička neznámou cifru, kdy je číslo 263* násobek dvou? Víme, že 2 630 je násobek dvou; další násobky dvou dostaneme postupným přičítáním dvou, jsou to čísla 2 632, 2 634, 2 636, 2 638. Výsledek:

Číslo je dělitelné dvěma, má-li na základním místě 0, 2, 4, 6 nebo 8.

Táž úvaha vede také k výsledku: **Číslo je dělitelné pěti, má-li na základním místě 0 nebo 5.**

Čísla dělitelná dvěma se jmenují **sudá čísla.** Ostatní celá čísla se jmenují **lichá čísla.** Jakou cifru mají na základním místě lichá čísla? Nulu počítáme mezi čísla sudá.

2. Dělitelnost čtyřmi. Násobky sta jsou 100, 200, 300, 400 atd., tedy čísla, která končí aspoň dvěma nulami. Protože sto je násobek čtyř, je každý násobek sta zároveň násobkem čtyř. Na př. číslo 7 300 je násobek čtyř. Následující násobky čtyř jsou 7 304, 7 308, 7 312, 7 316 atd. Číslo tvaru 73** je násobek čtyř, jestliže cifry naznačené hvězdičkami dávají násobek čtyř. Na příklad 7 328 je násobek čtyř, protože 28 je násobek čtyř; 7 386 není násobek čtyř, protože 86 není násobek čtyř. Číslo 28 je poslední dvojčíslí čísla 7 328; číslo 86 je poslední dvojčíslí čísla 7 386.

Číslo je dělitelné čtyřmi, je-li jeho poslední dvojčíslí dělitelné čtyřmi.

3. Dělitelnost devíti a třemi. Dělme: 10 : 9, 100 : 9, 1 000 : 9, 10 000 : 9 atd. Vyjde po každé zbytek 1. Tedy každé z čísel 10, 100, 1 000, 10 000 atd. je o jedničku větší než násobek devíti.

Úloha.

Je možné 247 sešitů rozdělit rovnoměrně mezi 9 žáků? Máme 2 hromádky po stu sešitech, 4 hromádky po deseti sešitech a ještě 7 jednotlivých sešitů. Dejme z každé hromádky zatím jeden sešit stranou a také 7 jednotlivých sešitů dejme stranou. Celkem jsme dali stranou $2 + 4 + 7$ sešitů neboli 13 sešitů. Číslo $2 + 4 + 7 = 13$ se jmenuje **ciferný součet** čísla 247. Z každé hromádky jsme dali jeden sešit stranou; v každé hromádce nám zbyl násobek devíti a můžeme zbylé sešity rozdělit rovnoměrně mezi 9 žáků. Ale zbylých 13 sešitů rovnoměrně mezi 9 žáků rozdělit nelze. Proto číslo 247 není dělitelné devíti.

Co kdyby bylo 2 574 sešitů? Měli bychom 2 hromady po tisíci sešitech, 5 hromad po stu sešitech, 7 hromádek po deseti sešitech a 4 jednotlivé sešity. Stranou bychom dali $2 + 5 + 7 + 4 = 18$ sešitů; číslo 18 je ciferný součet čísla 2 574. Zbylé hromádky můžeme každou rovnoměrně rozdělit na devět dílů. Ale v tomto případě také 18 sešitů, které jsme dali stranou, lze rovnoměrně rozdělit na 9 dílů.

Výsledek: **Číslo je dělitelné devíti, jestliže jeho ciferný součet je dělitelný devíti.**

Dělme 10 : 3, 100 : 3, 1 000 : 3, 10 000 : 3 atd. Zase nám vyjde po každé zbytek 1. Proto postupujeme při vyšetřování dělitelnosti třemi docela stejně jako při vyšetřování dělitelnosti devíti.

Číslo je dělitelné třemi, jestliže jeho ciferný součet je dělitelný třemi.

Na př. číslo 474 má ciferný součet 15; tedy 474 není dělitelné devíti, ale je dělitelné třemi.

Cvičení.

96. Vypište všechna čísla dělitelná dvěma od 51 do 63! Která z nich jsou dělitelná pěti? Kterých bude víc? Proč?

97. Z daných čísel: 29, 66, 176, 203, 490, 836, 600, 7 344, 9 099 určete ta, která jsou dělitelná a) dvěma, b) pěti, c) dvěma i pěti. Jak je ihned poznáte?

98. Bez sčítání a odčítání určete, které součty nebo rozdíly jsou dělitelné a) dvěma, b) pěti, c) deseti: $340 + 6$; $250 + 5$; $180 + 40$; $230 - 20$; $325 + 40$; $65 - 2$.

99. Doplňte vynechané číslice v daných číslech tak, aby doplněná čísla byla dělitelná:
a) dvěma: 486*, 20*4, 1*52, 3*35
b) pěti: 34*, 65*0, 3*45, 6*37
c) deseti: 64*, 3*0, *70.

100. Z číslic 3, 4, 0, 2 sestavte všecka čtyrciferná čísla dělitelná a) dvěma, b) pěti, c) deseti. (Na př.: 3 402, 3 420 atd.) Kolik je každých?

101. a) Jsou čísla 2.17.13, 6.15.10, 7.3.21 dělitelná dvěma?
b) Jsou čísla 5.8.9, 10.9.2, 3.7.8 dělitelná pěti?
Vyslovte větu, podle které usuzujete na dělitelnosti!

102. Doplňte správně věty níže uvedené. Ke každé větě si napište dva příklady s dvojcifernými čísly tak, aby se v druhém příkladě neopakovaly číslice z příkladu prvního:
Součet dvou čísel sudých je číslo ...... Příklady: 46 + 18,
Součet dvou lichých čísel je číslo ......
Součet sudého čísla s lichým ......
Rozdíl dvou sudých čísel je číslo ......
Rozdíl dvou lichých čísel je číslo ......
Je-li menšenec sudý a menšitel lichý, je rozdíl ......
Je-li menšenec lichý a menšitel sudý, je rozdíl ......

103. Je součet 37 + 18 + 56 + 71 + 23 + 17 + 8 sudý či lichý?
Rozhodněte bez počítání!

104. Vypište násobky čtyř od 431 do 455!

105. Je každé číslo dělitelné dvěma dělitelné také čtyřmi? Proč ne?

106. Z daných čísel: 36, 42, 65, 124, 256, 308, 500, 648, 742 vypište ta, která jsou dělitelná čtyřmi!

107. Bez sčítání a odčítání ihned určete, který součet nebo rozdíl je dělitelný čtyřmi: 848 + 156, 46 — 32, 148 + 38, 672 — 60.

108. Doplňte chybějící číslice tak, aby doplněná čísla byla dělitelná čtyřmi: 265*, 34*6, 2*4, 5*36, 7*34.

109. Sestavte z dvojčíslí 36, 24 čtyrciferná čísla dělitelná čtyřmi.

110. Sestavte čtyrciferná čísla, která mají stejné číslice jako číslo 2 437, aby byla dělitelná čtyřmi.

111. Které součiny jsou dělitelné čtyřmi: 36.26.7, 20.9.11, 34.55.6, 24.32.68?

112. Vypište, která z daných čísel jsou dělitelná
a) devíti, b) třemi: 24, 39, 43, 57, 62, 78, 84, 92, 105, 216, 307, 423, 542.

113. Určete ihned bez sčítání a odčítání, které součty nebo rozdíly jsou dělitelné třemi a které devíti:
25 + 36, 63 — 27, 81 + 51, 153 — 45, 825 + 924.

114. Doplňte chybějící číslice tak, aby doplněné číslo bylo dělitelné
a) devíti: 86*, 10*8, 24*5, 4*58.
b) třemi: 34*, 28*7, *45, *381.

115. Které součiny jsou dělitelné a) třemi, b) devíti:
15.7.19; 11.13.21; 12.18.4; 27.6.7; 18.21.27.

3. Prvočísla.

Rozložme číslo na součin dvou činitelů. Učili jsme se tomu již v první třídě. Příklad: 18 = 1 . 18 = 2 . 9 = 3 . 6; 17 = 1 . 17. Některé číslo můžeme rozložit několika způsoby, některé jen jedním, t. j. na součin jedničky a daného čísla.

Takové číslo, které můžeme rozložit jen na součin daného čísla a jedničky, nazýváme **prvočíslo.** Číslo jedna mezi prvočísla nepočítáme.

Ukažme si, která čísla od 1 do 20 jsou prvočísla.

Vypišme si tato čísla, nakresleme za ně svislou čáru a za ni napišme za každé číslo všecky jeho dělitele podle velikosti. Umíme to zpaměti:

1	1	6	1, 2, 3, 6,	11	1, 11	16	1, 2, 4, 8, 16
2	1, 2	7	1, 7	12	1, 2, 3, 4, 6, 12	17	1, 17
3	1, 3	8	1, 2, 4, 8	13	1, 13	18	1, 2, 3, 6, 9, 18
4	1, 2, 4	9	1, 3, 9	14	1, 2, 7, 14,	19	1, 19
5	1, 5	10	1, 2, 5, 10	15	1, 3, 5, 15	20	1, 2, 4, 5, 10, 20

Nyní sledujme dělitele našich čísel:

a) Každé číslo má dělitele 1,

b) každé číslo má za dělitele číslo samo (dané),

c) číslo jedna má jen jednoho dělitele, jedničku.

Těmto dvěma dělitelům říkáme samozřejmí dělitelé.

Vypišme si prvočísla, t. j. čísla, která mají jen dva samozřejmé dělitele: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Jsou to prvočísla. Jsou tedy dělitelná jen jedničkou a sama sebou. Čísla, která mají více než oba samozřejmé dělitele, jsou **čísla složená.** Dají se napsat jako násobky prvočísel.

Na př.: 4 = **2** . **2**; 9 = **3** . **3**; 10 = **2** . **5**; 20 = **5** . 4; 18 = **3** . 6 = **2** . 9

Prvočísla v součinech jsou vytištěna tučně.

Jak poznáme, která dvojciferná čísla jsou prvočísla?

a) Známe-li takové číslo z násobilky jako součin, je to číslo složené.

b) Neznáme-li je z násobilky jako součin, pak sledujeme, má-li nějakého dělitele (jiného než samozřejmého).

To poznáme snadno:

1. Je-li poslední číslice sudá nebo pětka, je to číslo složené.
2. Je-li ciferný součet násobek tří, je to číslo složené.
3. Je-li toto číslo 77 nebo 91, je to také číslo složené. (Čeho je to násobek?)

Lze dokázat, že všecka ostatní čísla menší než 100 jsou prvočísla.

Prvočísla hledáme také takto: Napište všechna celá čísla jdoucí po sobě od 1 (na př. do 50).

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 atd.

Škrtáme násobky čísla 2, t. j. čísla sudá, potom násobky čísla tři (pokud ještě zůstaly), potom násobky pěti, sedmi atd. (je to na př. každé páté číslo po pětce každé sedmé číslo po sedmičce atd.). Čísla, která zůstanou neškrtnuta, jsou prvočísla. Tento způsob vyhledávání prvočísel se jmenuje síto *Eratosthenovo*. (Eratosthenes žil v letech 275—195 před n. l.)

Cvičení.

116. Kolik je prvočísel od 51 do 100? Které jediné prvočíslo je sudé?

117. Rozhodněte, zda čísla 109, 119, 139 jsou prvočísla (postupujte jako u čísel dvojciferných a dělením čísly 7, 13, 17).

4. Rozklad na prvočinitele.

Každé číslo složené můžeme vyjádřit jako součin prvočísel.

Na př.: $4 = 2 . 2$; $6 = 2 . 3$; $12 = 2 . 2 . 3$

Rozklad čísla na součin prvočísel se nazývá **rozklad na prvočinitele.** Prvočíslo jako činitel jmenujeme **prvočinitelem.**

Jsou-li daná čísla složená, rozkládáme je.

Na př.: $15 = 3 . 5$; $24 = 2 . 12$; 12 rozkládáme dál: $12 = 2 . 2 . 3$; tedy $24 = 2 . 2 . 2 . 3$.

Číslo 24 jsme rozložili v součin čtyř prvočinitelů.

U čísel větších používáme trochu jiného zápisu rozkladu čísla na prvočinitele.

Na př.: 72; podle poslední číslice určíme snadno, že číslo 72 je dělitelné číslem 2. Dělíme číslem 2 a podíl 36 rozkládáme dál. $72 = 2 . 36$; číslo 36 je dělitelné opět dvěma: $36 = 2 . 18$; tedy $72 = 2 . 2 . 18$; číslo 18 je dělitelné opět dvěma: $18 = 2 . 9$; tedy $72 = 2 . 2 . 2 . 9$; $9 = 3 . 3$, a proto $72 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3$.

Podobně rozložíme číslo 96 a 210: $96 = 4 . 24$. Dělitele 4 určíme snadno podle znaků dělitelnosti a dělíme jím dané číslo 96. Podíl 24 je druhý činitel. Rozkládáme oba činitele: $4 = 2 . 2$; $24 = 4 . 6 = 2 . 2 . 2 . 3$; $96 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3$. Podobně $210 = 10 . 21 = 2 . 5 . 3 . 7$.

$$96 = 4 \;.\; 24$$
$$2 . 2 \qquad 4 . 6$$
$$96 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 3 .$$

Cvičení.

118. Rozložte v prvočinitele všechna čísla a) od 30 do 50; b) od 50 do 59; c) od 60 do 69; d) od 70 do 79; e) od 80 do 89; f) od 90 do 99!

119. Rozložte v prvočinitele čísla 120; 140; 240; 360; 300; 420!

5. Určení všech dělitelů čísla.

Rozložme číslo 24 všemi možnými způsoby na součiny vždy po dvou činitelích: $24 = 1 . 24 = 2 . 12 = 3 . 8 = 4 . 6$. Prvního činitele volíme nejprve jedna, potom postupně většího a zkoumáme, zda následující celé číslo po 1 atd. je dělitelem daného čísla.

Víme-li, že jsme zapsali všechny možné součiny po dvou činitelích, máme tak určeny všechny dělitele daného čísla. Jsou to: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24. Uspořádali jsme je podle velikosti. V každém součinu čteme ještě další vlastnosti:

Tak součin 2 . 12 značí: $24 = 2 . 12$; $24 : 2 = 12$; $24 : 12 = 2$. Dělíme-li jedním činitelem bude podílem druhý činitel a obráceně. Dělitelům 2, 12 říkáme sdružení dělitelé.

Podobně: $64 = 1 . 64 = 2 . 32 = 4 . 16 = 8 . 8$. Končíme číslem 8, neboť další dělitel, 16, je již zapsán jako činitel. Dělitelé čísla 64 jsou: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64.

U větších čísel neužíváme rozkladů v součiny dvou činitelů, neboť nemáme zaručeno, že vyčerpáme všechny možné součiny. Rozložíme na prvočinitele: $24 = 2 . 2 . 2 . 3$. Je číslo 24 dělitelné prvočiniteli, i jejich součiny, na př. čísly 2, 3, 2 . 2, 2 . 3, 2 . 2 . 2, 2 . 2 . 3, 2 . 2 . 2 . 3 a ovšem číslem 1. $105 = 3 . 5 . 7$. Dělitelé čísla 105: 3, 5, 7, 3 . 5, 3 . 7, 5 . 7, 3 . 5 . 7, a číslo 1.

Cvičení.

120. Určete všechny dělitele čísel: a) 70, 86, 90, 120; b) 18, 28, 30, 36; c) 40, 42, 46, 64, 81, 360!

121. Ukažte, že každé z čísel 6, 28 se rovná součtu všech svých dělitelů (dané číslo nepočítáme mezi dělitele).

122. Kolikerým způsobem můžeme rozdělit 96 cvičenců do řad tak, aby v každé řadě byl stejný počet cvičenců?

123. Hromádku 80 ořechů máme rozdělit na různé hromádky tak, aby ve všech hromádkách byl vždy stejný počet ořechů. Kolika různými způsoby je možno ořechy rozdělit a kolik ořechů bude v různých případech v hromádce?

124. Oddíl 84 mužů se rozděluje na hlídky. Každá hlídka má stejný počet vojínů. Kolikačlenné hlídky to mohou být?

125. Osazenstvo závodu v počtu 144 zaměstnanců má se na brigádě dělit ve skupiny se stejným počtem členů. Kolikačlenné skupiny to mohou být?

6. Společný dělitel dvou a více čísel.

Rozložme čísla 12 a 16 na prvočinitele.

$12 = 3 . 4 = 2 . 2 . 3;$ $\qquad 16 = 2 . 2 . 2 . 2$

Určeme dělitele čísla 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Určeme dělitele čísla 16: 1, 2, 4, 8, 16

Dělitelé, které jsme psali pod sebe, jsou společní oběma daným číslům; jsou to čísla 1, 2, 4. Jmenují se **společní dělitelé** čísel 12 a 16. Je-li jich víc, je jeden z nich největší. V našem případě je to číslo **4**. Říkáme mu **největší společný dělitel** daných čísel; **je to největší ze společných dělitelů, t. j. největší číslo, kterým jsou daná čísla dělitelná.**

Mějme jiná dvě čísla: 3 a 7

$$3 = 1 . 3; \; 7 = 1 . 7$$

Tato dvě čísla mají také společného dělitele, a to číslo 1. Číslo jedna je nejmenší společný dělitel každých dvou čísel. Nazýváme je **samozřejmý společný** dělitel.

Taková dvě čísla, která mají jen číslo 1 jako společného dělitele, nazýváme **čísla navzájem nesoudělná.** Jsou to na př. čísla 3 a 7. Každá dvě prvočísla jsou čísla navzájem nesoudělná. Proč?

Čísla 12 a 16 měla vedle čísla 1 ještě další společné dělitele. Taková dvě čísla nazýváme **čísla navzájem soudělná.** Mohou být dvě sudá čísla nesoudělná? Musí být dvě lichá čísla nesoudělná? Řekněte sami příklady dvou lichých čísel soudělných a nesoudělných.

U některých čísel určíme největšího společného dělitele ihned zpaměti. Na př. u čísel 20 a 30; 90 a 120; 24 a 60.

U čísel větších společné dělitele musíme hledat. Tak jako jsme našli společné dělitele čísel 12 a 16, můžeme najít společné dělitele kterýchkoliv dvou čísel. Zpravidla se neptáme po všech společných dělitelích, ale jen po největším. Známe-li největšího společného dělitele, umíme určit všechny společné dělitele.

$$12 = 2 . 2 . 3; \; 16 = 2 . 2 . 2 . 2$$

Společní dělitelé jsou 2, 4. Největší společný dělitel je **4**.

Společní dělitelé jsou vždy násobky prvočinitelů, kteří jsou také společnými děliteli. Je tedy největší společný dělitel číslo, v kterém jsou ostatní společní dělitelé obsaženi beze zbytku. **V dělitelích největšího společného dělitele máme již všechny společné dělitele daných čísel.**

Největšího společného dělitele čísel 12 a 16 značíme $D\ (12;\ 16) = 4$; čteme, největší společný dělitel čísel 12 a 16 je číslo 4; mezi čísly 12 a 16 píšeme středník.

Je tedy zbytečné určovat všechny společné dělitele daných dvou čísel. Největšího společného dělitele, pokud ho nedovedeme určit zpaměti, určujeme nejraději rozkladem daných čísel v prvočinitele. Na př.: $12 = \mathbf{2} . \mathbf{2} . 3$; $16 = \mathbf{2} . \mathbf{2} . 2 . 2$. Silně vytištěná prvočísla jsou společná v obou rozkladech, jsou tedy společní dělitelé čísla: 2, $2 . 2$.

Největší společný dělitel je součin všech společných prvočinitelů. Číslo jedna zpravidla vynecháváme. $D\ (12;\ 16) = 2 . 2 = 4$. Společný další dělitel je číslo 2.

Jiný příklad: $D(36; 48)$.

$$36 = \mathbf{2} . \mathbf{2} . \mathbf{3} . 3; \qquad 48 = \mathbf{2} . \mathbf{2} . 2 . 2 . \mathbf{3}$$

Společní prvočinitelé jsou 2, 2, 3. Společní dělitelé jsou 2, 3, $2 . 2$, $2 . 3$, $2 . 2 . 3$; jsou to součiny (některých) společných prvočinitelů. Největší společný dělitel je součin všech společných prvočinitelů. $D(36; 48) = 2 . 2 . 3 = 12$.

Je dělitelný ostatními společnými děliteli daných dvou čísel, t. j. čísly 1, 2, 3, 4, 6. Více dělitelů číslo 12 nemá; více společných dělitelů čísla 36 a 48 nemají.

Stejně určujeme největšího společného dělitele více než dvou čísel.

Nejdříve zpaměti u malých čísel: $D(12; 18; 60) = 6$.

O správnosti se přesvědčíme, dělíme-li číslem 6 daná čísla: $12 : 6$; $18 : 6$; $60 : 6$. Podíly jsou čísla nesoudělná. Jinak by nebylo číslo 6 největším společným dělitelem. Mohli bychom také hledat největšího společného dělitele prvních dvou daných čísel a potom dál největšího společného dělitele třetího čísla a největšího společného dělitele prvních dvou čísel a dostali bychom totéž. Proveďte.

Rozkladem si práci usnadníme.

$D(18; 60; 72)$

$$18 = \mathbf{2} . \mathbf{3} . 3; \qquad 60 = \mathbf{2} . 2 . \mathbf{3} . 5; \qquad 72 = \mathbf{2} . 2 . 2 . \mathbf{3} . 3$$

Hledáme nejprve společné prvočinitele. Jsou vytištěni tučně. Jejich součin $2 . 3 = 6$ je hledaný největší společný dělitel $D(18; 60; 72) = 2 . 3 = 6$.

$D(3; 10; 17)$

$$3 = 1 . 3; \qquad 10 = 2 . 5; \qquad 17 = 1 . 17$$

Mimo číslo 1 není žádný společný prvočinitel; není tedy žádný společný dělitel.

Jak určíme největšího společného dělitele takové dvojice čísel, kde jedno číslo je dělitelem druhého?

$D(4; 12)$. Číslo 4 je největší číslo z daných čísel obsažené v čísle 4 i ve 12; je tedy jejich největší společný dělitel. $D(4; 12) = 4$

Může být největší společný dělitel číslo větší než nejmenší z daných čísel? Větší než kterékoliv z daných čísel? Může být menší než nejmenší z daných čísel?

Určeme největšího společného dělitele čísel 20; 35.

$$D(20; 35) = 5$$

Znásobme daná čísla čtyřmi. Jak velký bude největší společný dělitel těchto násobků?

$$20 = 2 . 2 . \mathbf{5}; \qquad 20 . 4 = (2 . 2 . \mathbf{5}) . \mathbf{2} . \mathbf{2}$$
$$35 = \mathbf{5} . 7 \qquad 35 . 4 = (\mathbf{5} . 7) . \mathbf{2} . \mathbf{2}$$

Společní prvočinitelé jsou 2, 2, 5; součin jejich je $5 . 4$, t. j. čtyrnásobek čísla 5. Je tedy $D(20 . 4; 35 . 4) = 5 . 4 = 4D(20; 35)$.

Cvičení.

126. Zpaměti určete společného dělitele čísel:
a) 24; 60; b) 14; 21; c) 30; 36; d) 42; 63.

127. Kteří jsou společní dělitelé a) všech sudých čísel; b) všech čísel končících nulou, c) všech čísel končících dvěma nulami?

128. Mohou být čísla celá lišící se o jednotku soudělná? Proč?

129. Dvě lichá čísla lišící se o 2 nebo o 4 jsou jistě nesoudělná. Proč?

130. Ze dvou nesoudělných čísel je jedno jistě liché. Proč?

131. Řekněte tři nejmenší čísla, která mají společné dělitele!
a) 2; 3; 5 b) 2; 5; 7

132. Která z daných čísel jsou soudělná a která nesoudělná?
a) 17; 21 b) 35; 77 c) 28; 27

133. Určete největšího společného dělitele čísel:
a) 16; 68 b) 15; 24 c) 36; 48 d) 42; 48
e) 48; 80 f) 25; 125 g) 68; 80 h) 63; 84
i) 91; 104 j) 54; 126

134. Určete největšího společného dělitele čísel:

a) 6; 9; 15 b) 8; 12; 20 c) 15; 35; 50
d) 14; 63; 98 e) 38; 48; 78 f) 16; 24; 36; 60
g) 9; 15; 24; 30 h) 36; 60; 84; 108

135. Podél pole stojí 3 stromy v jedné řadě, druhý je vzdálen od prvního 16 m, třetí od druhého 24 m. K nim se mají vysázet nové tak, aby jich bylo co nejméně a aby byly všecky stejně od sebe stejně vzdáleny. Kolik jich bude a jaká bude jejich vzdálenost?

136. Zelinářské pozemky 7 ha 35 a a 3 ha 92 a mají být rozděleny na stejné záhony, a to co největší. Jak velký bude jeden záhon a kolik jich bude?

137. Zahrádka ve tvaru obdélníka dlouhého 16 m 8 dm, a širokého 4 m 5 dm má se oplotiti tak, aby v každém rohu obdélníka stál sloup a aby vzdálenost tyče byla co největší. Jak budou vzdáleny a kolik jich bude? (Tyče jsou od sebe stejně vzdáleny).

138. Pole má tvar pětiúhelníka $ABCDE$, který má strany $\overline{AB} = 12$ m, $\overline{BC} = 80$ m, $\overline{CD} = 64$ m, $\overline{DE} = 128$ m, $\overline{EA} = 156$ m. Pole se má po obvodu osázet stromy tak, aby v každém vrcholu byl strom. Který je nejmenší počet stromů, mají-li být od sebe stejně vzdáleny?

7. Společný násobek.

Úloha.

Kolik musíme mít nejméně žáků, abychom je mohli rozestavět do čtyřstupů i do šestistupů?

Počet žáků musí být násobek čtyř i šesti.

Vypišme si násobky:	4	8	12	16		20	24
		6	12		18		24

Počet žáků stejný v obou násobcích je 12, 24 a byl by dál 36, 48 ... Jak je určíme?

Číslu 12 říkáme společný násobek čísel 4 i 6. Je dělitelné oběma čísly.

Společných násobků je libovolný počet. Každý násobek čísla 12 je dělitelný čísly 4 i 6.

Hledáme z nich zpravidla násobek nejmenší. Nazýváme ho **nejmenší společný násobek čísel** 4 a 6 a značíme ho $n(4; 6) = 12$.

Nejmenší společný násobek dvou nebo i více čísel je nejmenší číslo, které je danými čísly dělitelné (v kterém jsou daná čísla beze zbytku obsažena).

Určeme nejmenší společný násobek dvou čísel zpaměti.
Na př.: $n(8; 10)$. Říkejme násobky jednoho z obou čísel a zkoumejme, zda je zbývající číslo obsaženo beze zbytku. Na př. násobky desíti: 10; 20; 30; **40.**

Číslo 40 je dělitelné osmi; $n(8; 10) = 40$. Podobně určujeme zpaměti nejmenší společný násobek i více čísel: $n(4; 6; 8)$. Říkáme násobky čísla 8 a zkoumáme, v kterém jsou ostatní daná čísla obsažena beze zbytku. 8, 16, **24**; $n(4; 6; 8) = 24$. Všechny násobky čísla 24 jsou všemi násobky daných čísel 4, 6, 8.

Určete nejmenší společný násobek dvou čísel nesoudělných. $n(3; 5)$. Násobky čísla 3 : 3, 6, 9, 12, **15**; $n(3; 5) = 15$. Proč?

Je to součin obou čísel. Hledejte násobky jiných čísel nesoudělných. Vždy to bude jejich součin.

Určete nejmenší společný násobek čísel, z nichž jedno je násobek druhého čísla: $n(4; 12)$.

Násobky čísla 4:4, 8, 12 $\qquad$ $n(4; 12) = 12$

Je to druhé číslo, t. j. násobek menšího čísla. Nemůže to být menší číslo, neboť 12 ve dvanácti je obsaženo jednou. $12 = 12 \,.\, 1$; menší násobek čísla 12 není.

Nejmenší společný násobek dvou čísel je součin daných dvou čísel (jsou-li to čísla navzájem nesoudělná), nebo je menší než součin obou čísel, ale větší než větší z obou daných čísel (jsou-li to čísla navzájem soudělná), nebo se rovná většímu číslu (je-li toto číslo násobek menšího čísla).

Nejmenší společný násobek takových dvou čísel, kde určení zpaměti činí velké obtíže, hledáme písemně rozkladem v prvočinitele.

Určeme $n(12; 18)$.

Rozložme na prvočinitele: $12 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3$ $\qquad$ $18 = 2 \,.\, 3 \,.\, 3$

Nejmenší společný násobek $n(12; 18)$ bude obsahovat všecky prvočinitele, které obsahují obě daná čísla. Má-li v něm být obsaženo číslo 12, musí obsahovat prvočinitele 2, 2, 3. Má-li v něm být obsaženo číslo 18, musí obsahovat všecky prvočinitele čísla 18, t. j. 2, 3, 3. Prvočinitelé 2 a 3 jsou již obsaženi v čísle 12; zbývá tedy ještě další prvočinitel 3. Je tedy $n(12; 18) = \underbrace{2 \,.\, 2 \,.\, 3}_{12} \,.\, 3 = 12 \,.\, 3 = 36$

Určete $n(32; 72)$.

$32 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2$; $\qquad$ $72 = 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 3$

$n(32; 72)$ bude obsahovat všechny prvočinitele menšího čísla, tedy 2, 2, 2, 2, 2; má-li v něm být obsaženo i číslo 72 musí obsahovat prvočinitele 2, 2, 2, ty již obsahuje z čísla 32; dále prvočinitele 3, 3; ty ještě neobsahuje.

Tedy $n(32; 72) = \underbrace{2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2}_{32} \,.\, 3 \,.\, 3 = 32 \,.\, 9 = 288$

Podobně $n(36; 45)$

$36 = 2 . 2 . 3 . 3 \qquad 45 = 3 . 3 . 5$

$n(36; 45) = 2 . 2 . 3 . 3 . 5 = 36 . 5 = 180$

Hledáme-li nejmenší společný násobek více čísel, budeme postupovat stejně jako u dvou čísel.

$n(12; 16; 35)$

$12 = 2 . 2 . 3 \qquad 16 = 2 . 2 . 2 . 2 \qquad 35 = 5 . 7$

$$n(12; 16; 35) = \underbrace{2 . 2 . 2 . 2}_{16} . 3 . 5 . 7 = 16 . 3 . 5 . 7 = 1\,680$$

Prvočinitel 2 bude v součinu čtyřikrát, prvočinitelé 3, 5, 7 jednou.

Cvičení.

139. Jmenujte pět společných násobků (postupně od nejmenšího) čísel:
a) 6; 12 b) 6; 9 c) 6; 7 d) 8; 12
e) 2; 3; 4 f) 5; 6; 12 g) 9; 6; 12

140. Určete, zda je 60 nejmenším společným násobkem čísel:
a) 5; 6 b) 6; 10 c) 12; 10 d) 2; 3; 4

141. Určete nejmenší společný násobek čísel a určete, kolikrát je v něm každé z daných čísel obsaženo:
a) 5; 12 b) 7; 10 c) 9; 11 d) 8; 15 e) 7; 25
f) 6; 18 g) 6; 72 h) 12; 20 i) 18; 72

142. Určete nejmenší společný násobek čísel (zjistěte, kolikrát je každé z nich obsaženo v nejmenším společném násobku):
a) 24; 30 b) 24; 32 c) 18; 42 d) 15; 21
e) 40; 48 f) 60; 72 g) 90; 135

143. Vypočítejte nejmenší společný násobek čísel (určete kolikrát je každé z nich obsaženo v nejmenším společném násobku):
a) 8; 12; 18 b) 12; 15; 40 c) 16; 48; 90
d) 16; 56; 84 e) 12; 18; 27; 36 f) 16; 25; 27; 7

144. Dva hoši vyběhnou současně ze stejného místa po obvodě kruhu. A oběhne celý obvod za 72 vt., B za 81 vt. Kolikrát oběhne každý, než budou oba současně opět v témže místě, odkud vyběhli?

145. Česač chmele A načeše věrtel za 54 min., B za 1 hod. 7 min. 30 vt. Když mají současně celý počet věrtelů načesán, odnášejí je. Kdy to bude a kolik každý načeše?

IV. Zlomky.

1. Opakování.

1. Na otázky, kolik je pionýrů na naší škole, kolik dělníků pracuje v továrně a podobně, odpovídáme vždy číslem celým. Udejte jiné otázky, na které se dá odpovědět pouze číslem celým!
2. Na otázky, kolika metrům se rovná délka naší učebny, kolik vyučovacích hodin připadá v naší třídě průměrně na jeden den a pod., bude odpověď zpravidla vyjádřena zlomkem. Udejte jiné otázky, na něž bude odpověď často dána zlomkem!
3. Přečtěte zlomky: $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{19}{8}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{1000}{129}$, $\frac{413}{314}$, $\frac{314}{413}$!
4. Jak nazýváme zlomky menší než jeden celek? Jak zlomky větší než jeden celek? Které ze zlomků ve cvičení 3 jsou nepravé? Převeďte je na čísla smíšená!
5. Vyjádřete smíšenými čísly přesné podíly:
   a) 10 000 : 379 b) 12 345 : 678 c) 87 654 : 321.
6. Převeďte na nepravé zlomky: $12\frac{7}{9}$, $13\frac{6}{13}$, $4\frac{5}{7}$, $12\frac{5}{8}$, $8\frac{2}{9}$.
7. Jakou část metru tvoří 1 dm, 1 cm, 1 mm, 9 dm, 36 cm?
8. Jakou část celku tvoří $\frac{1}{5}$ dvou celků, $\frac{1}{4}$ tří celků, $\frac{1}{10}$ sedmi celků?
9. 5 tun ovoce má se rozdělit v 8 stejných dílů. Jakou část tuny tvoří každý díl? Kolik *q* váží každý díl?
10. Kolika čtvrtinám a kolika osminám jsou rovna čísla $\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{4}$; $5\frac{1}{2}$?
11. Kolika dvanáctinám jsou rovna čísla $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$?
12. Srovnejte od nejmenšího k největšímu zlomky: $\frac{1}{19}$, $\frac{13}{19}$, $\frac{7}{19}$, $\frac{4}{19}$, $\frac{9}{19}$, $\frac{6}{19}$!
13. Srovnejte od nejmenšího k největšímu zlomky: $\frac{7}{9}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{7}{15}$!
14. Porovnáním s jednotkou rozhodněte, který z obou zlomků je větší:
    a) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$; b) $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$; c) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{7}$; d) $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$!
15. Porovnáním s $\frac{1}{2}$ rozhodněte, který ze zlomků $\frac{5}{12}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{7}{16}$ je nejmenší a který je největší.

2. Rozšiřování a krácení zlomků.

V první třídě jsme poznali pravidla o rozšiřování zlomků:

Hodnota zlomku se nezmění, jestliže čitatele i jmenovatele násobíme týmž číslem (rozšiřování zlomku).

Hodnota zlomku se nezmění, jestliže čitatele i jmenovatele dělíme týmž číslem (krácení zlomku). Rozšiřování a krácení nemění velikost zlomku; je to pouhá změna tvaru zlomku, není to početní výkon se zlomkem.

Příklady na rozšiřování:

1. Zlomek $\frac{5}{7}$ rozšiřte třemi: $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$
2. Zlomek $\frac{4}{9}$ rozšiřte na zlomek se jmenovatelem 36.

   $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$ (čitatele i jmenovatele násobíme čtyřmi).
3. Upravte $\frac{3}{11}$ na tvary: $\frac{9}{\ }$, $\frac{\ }{44}$.

   $\frac{3}{11} = \frac{9}{33}$ (rozšířili jsme třemi)

   $\frac{3}{11} = \frac{12}{44}$ (rozšířili jsme čtyřmi).
4. Zlomky $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, upravte, pokud je to možné, na tvar $\frac{\ }{24}$.

   $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$, $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$; $\frac{2}{5}$ nemůžeme upravit na tvar $\frac{\ }{24}$.

Každý zlomek můžeme rozšířit dvěma, třemi, čtyřmi atd. Ale krátit dvěma můžeme pouze zlomky, u kterých čitatel i jmenovatel je číslo sudé; krátit třemi můžeme pouze zlomky, u kterých čitatel i jmenovatel je násobek tří atd.

Krátit můžeme pouze společným dělitelem čitatele i jmenovatele.

Příklad: $\frac{42}{54}$. Čitatel i jmenovatel je dělitelný dvěma. Proto $\frac{42}{54} = \frac{21}{27}$. Nový čitatel i jmenovatel je dělitelný třemi. Proto $\frac{21}{27} = \frac{7}{9}$. Dále krátit už nelze. Mohli jsme však zlomek $\frac{42}{54}$ ihned krátit šesti: $\frac{42}{54} = \frac{7}{9}$. Číslo 6 je **největší** společný dělitel čitatele i jmenovatele: $D(42;\, 54) = 6$. Zlomek $\frac{42}{54}$ jsme při prvním způsobu krátili **postupně** dvěma a třemi, při druhém způsobu jsme krátili najednou největším společným dělitelem čitatele i jmenovatele, t. j. šesti.

Jiný příklad: $\frac{72}{108}$. První způsob: Krátíme nejprve čtyřmi: $\frac{72}{108} = \frac{18}{27}$. Potom krátíme devíti: $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$. Druhý způsob: Krátíme největším společným dělitelem čitatele i jmenovatele: $D(72;\, 108) = 36$; $\frac{72}{108} = \frac{2}{3}$

Při prvním způsobu jsme krátili postupně, při druhém způsobu jsme krátili najednou největším společným dělitelem čitatele i jmenovatele. Obojím způsobem dojdeme na konec ke zlomku, který se krátit nedá, protože čitatel i jmenovatel jsou **čísla nesoudělná.** O takovém zlomku pravíme, že je napsán v **základním tvaru.** Základní tvar je nejjednodušší možný tvar zlomku, a proto při početních výkonech se zlomky vždycky uvádíme výsledek na základní tvar. Je na př. sice správné, že $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$, ale není to uspokojivé, protože $\frac{4}{8}$ se dá zjednodušit na tvar $\frac{1}{2}$.

Rozšiřování je důležité zejména tehdy, máme-li dány dva zlomky nebo i více zlomků. Mějme na př. zlomky $\frac{3}{4}$ a $\frac{5}{7}$. Který z nich je větší? Na tuto otázku není lehké odpovědět přímo z daných tvarů zlomků. Pomůžeme si tím, že je rozšiřováním uvedeme oba na **společného jmenovatele.** Takový nový jmenovatel bude násobkem jmenovatele 4 zlomku $\frac{3}{4}$ a zároveň násobkem jmenovatele 7 zlomku $\frac{5}{7}$. Nejlépe je volit **nejmenší** společný násobek jmenovatelů, v našem případě $n(4; 7) = 28$. Rozšiřováním najdeme, že $\frac{3}{4} = \frac{21}{28}$, $\frac{5}{7} = \frac{20}{28}$, a vidíme, že první zlomek je větší: $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$. Při srovnávání velikosti zlomků můžeme je také uvésti na společného čitatele, což je méně obvyklé. V našem případě je $n(3; 5) = 15$ a tedy $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$ a z toho je zase patrné, že $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$.

Srovnejme velikosti tří zlomků: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$.

$n\,(3; 4; 8) = 24$; $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$, $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$, $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ a proto $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{7}{8}$.

Cvičení.

146. Rozšiřte zlomky:

a) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$ na zlomky o jmenovatelích: 24; 36; 48; 72.

b) $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$ na zlomky o jmenovatelích: 24; 72; 120; 168.

c) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$ na zlomky o jmenovatelích: 60; 180; 240; 300.

147. Upravte zlomek $\frac{3}{5}$ na tvar: $\frac{}{15}$; $\frac{21}{}$; $\frac{}{45}$; $\frac{36}{}$

$\frac{7}{9}$ na tvar: $\frac{42}{}$; $\frac{}{36}$; $\frac{91}{}$; $\frac{}{108}$

148. Ze zlomků $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{5}{18}$ rozšiřte ty, u kterých je to možné, na zlomky o jmenovatelích: a) 16; b) 27; c) 36.

149. Ze zlomků $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{10}$ upravte ty, u kterých je to možné, na zlomky o jmenovatelích a) 12; b) 16; c) 18; d) 30.

150. Zkraťte na základní tvar zlomky (co možná najednou):

a) $\frac{16}{18}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{10}{18}$, $\frac{14}{18}$, $\frac{30}{18}$, $\frac{33}{18}$, $\frac{36}{18}$, $\frac{27}{36}$, $\frac{14}{35}$, $\frac{12}{60}$;

b) $\frac{9}{15}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{10}{16}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{20}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{25}{30}$, $\frac{16}{24}$, $\frac{18}{30}$;

c) $\frac{12}{30}$, $\frac{28}{30}$, $\frac{18}{32}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{24}{36}$, $\frac{30}{40}$, $\frac{24}{40}$, $\frac{32}{40}$, $\frac{12}{45}$, $\frac{15}{45}$;

d) $\frac{36}{45}$, $\frac{21}{45}$, $\frac{33}{45}$, $\frac{16}{48}$, $\frac{24}{48}$, $\frac{30}{48}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{45}{48}$, $\frac{12}{64}$, $\frac{18}{64}$.

151. Zkraťte a uveďte na tvar smíšeného čísla:

$\frac{8}{6}$; $\frac{12}{8}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{30}{25}$; $\frac{95}{65}$; $\frac{210}{147}$; $\frac{300}{246}$; $\frac{770}{140}$; $\frac{720}{600}$; $\frac{660}{420}$.

152. Uveďte na společného jmenovatele zlomky:

a) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{20}$; b) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$; c) $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{16}$; d) $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{15}$; e) $\frac{4}{15}$, $\frac{1}{25}$;

f) $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{24}$; g) $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{24}$; h) $\frac{7}{36}$, $\frac{11}{60}$; i) $\frac{1}{45}$, $\frac{1}{60}$; j) $\frac{3}{28}$, $\frac{17}{42}$.

153. Uveďte na společného jmenovatele zlomky:

a) $\frac{4}{15}, \frac{7}{20}, \frac{3}{10}$; b) $\frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{20}$; c) $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$;

d) $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{19}{20}$; e) $\frac{3}{4}, \frac{13}{20}, \frac{41}{60}, \frac{11}{75}$; f) $\frac{17}{20}, \frac{1}{150}, \frac{7}{40}, \frac{11}{15}, \frac{3}{10}$;

g) $\frac{13}{24}, \frac{17}{36}, \frac{7}{40}, \frac{9}{60}$; h) $\frac{3}{8}, \frac{11}{30}, \frac{37}{60}, \frac{19}{40}, \frac{43}{72}$; i) $\frac{7}{9}, \frac{1}{18}, \frac{9}{10}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$.

154. Srovnejte zlomky podle velikosti (od nejmenšího k největšímu):

a) $\frac{6}{7}, \frac{4}{7}, \frac{3}{7}, \frac{9}{7}$; b) $\frac{3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{3}{9}, \frac{3}{13}$; c) $\frac{5}{6}, \frac{5}{7}, \frac{5}{9}$; d) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}$;

e) $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$; f) $\frac{7}{10}, \frac{8}{15}$; g) $\frac{5}{8}, \frac{7}{12}$; h) $\frac{3}{4}, \frac{7}{9}$;

i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}$; j) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$; k) $\frac{1}{4}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}$; l) $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{9}{11}$.

3. Sčítání a odčítání zlomků.

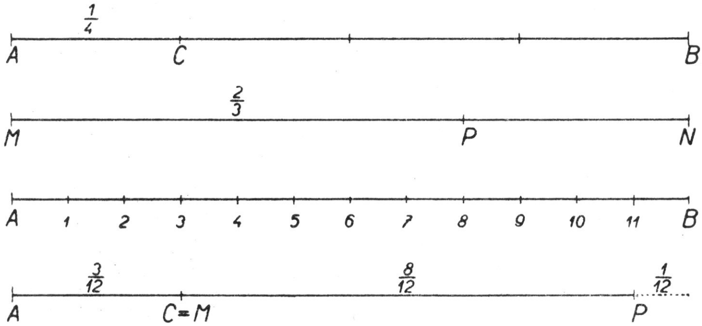
a) *Sčítání zlomků.*

2 sedminy a 4 sedminy je 6 sedmin. To jsme si řekli již v první třídě. Na obrázku si odvodíme sčítání takto: Úsečku $\overline{AB}$ si rozdělíme na sedm dílů. Úsečka $\overline{AC}$ jsou 2 sedminy úsečky $\overline{AB}$, úsečka $\overline{CD}$ jsou 4 sedminy úsečky $\overline{AB}$. Součet $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AD}$, t. j. 6 sedmin úsečky $\overline{AB}$.

Zlomky se stejnými jmenovateli sečteme, lomíme-li součet čitatelů týmž jmenovatelem.

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$$

Nemají-li zlomky, které máme sečíst, stejného jmenovatele, uvedeme je napřed na společného jmenovatele. Ze srovnávání zlomků víte, že za společného jmenovatele volíme společný násobek daných jmenovatelů zlomků. Abychom měli co možno malá čísla, volíme nejraději nejmenší společný násobek.



$\overline{AC}$ rovná se jedné čtvrtině úsečky $\overline{AB}$, $\overline{MP}$ jsou dvě třetiny úsečky $\overline{MN}$, stejně dlouhé jako úsečka $\overline{AB}$, tedy také dvě třetiny úsečky $\overline{AB}$. Úsečku $\overline{AB}$ rozdělíme na 12 stejných dílů. Na 12 proto, že 12 je násobkem 3 i 4. Potom $\overline{AC}$ jsou $\frac{3}{12}$ úsečky $\overline{AB}$, $\overline{MP}$ je $\frac{8}{12}$ úsečky $\overline{MN}$. Součet obou úseček je, jak je vidět na třetí úsečce, $\frac{11}{12}$ dané úsečky $\overline{AB}$. Početní postup: Oba zlomky převedeme na společného jmenovatele.

Zpaměti: $n(4;3) = 12$; $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Zápis: $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \left(\frac{3}{12} + \frac{8}{12} =\right) \frac{3 + 8}{12} = \frac{11}{12}$

Postup:

a) Určíme společného jmenovatele, t. j. nejmenší společný násobek daných jmenovatelů.

b) Dané zlomky rozšíříme na společného jmenovatele. Zápis v závorce se nepíše, píše se ihned společná zlomková čára a společný jmenovatel. Rozšíření: 4 ve 12 třikrát, třikrát 1 je 3, napíšeme 3; 3 ve 12 je čtyřikrát, čtyřikrát 2 je 8, napíšeme 8.

d) Můžeme-li, krátíme výsledek až do základního tvaru.

e) Je-li výsledný zlomek nepravý, převedeme jej hned na číslo smíšené.

Příklad:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{30} = \left(\frac{6}{30} + \frac{5}{30} + \frac{1}{30} =\right) \frac{6 + 5 + 1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12} + \frac{10}{12} =\right) \frac{8 + 9 + 10}{12} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$3\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4} = 5 + \frac{2 + 3}{4} = 5 + \frac{5}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Čísla smíšená sčítáme zpravidla tak, že sčítáme nejdříve čísla celá (celky) a potom zlomky pravé. Je-li součet pravých zlomků nepravý zlomek, převedeme ho na číslo smíšené, a to přičteme k součtu celých čísel. V našem případě je součet číslo smíšené $5 + \frac{5}{4}$! Zlomek nepravý $\frac{5}{4}$ převedeme na číslo smíšené $1\frac{1}{4}$ a zpaměti ho přičteme k pěti jednotkám.

Příklad:

$$\frac{8}{7} + \frac{7}{12} + 2\frac{5}{14} + \frac{15}{4} = 1\frac{1}{7} + \frac{7}{12} + 2\frac{5}{14} + 3\frac{3}{4} =$$

$$= 6 + \frac{12 + 49 + 30 + 63}{84} = 6\frac{154}{84} = 6\frac{77}{42} = 6\frac{11}{6} = 7\frac{5}{6}$$

V daném příkladě se měly sečísti nepravé zlomky a čísla smíšená s pravými zlomky. Zlomky nepravé jsme si ihned převedli na smíšená čísla. Proč?

Cvičení.

155. Sečtěte zpaměti:

a) $\frac{22}{7}+\frac{3}{7}$ b) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$ c) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}$ d) $\frac{3}{11}+\frac{5}{11}$ e) $\frac{4}{11}+\frac{5}{11}$

f) $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ g) $\frac{1}{8}+\frac{3}{8}$ h) $\frac{3}{5}+\frac{5}{5}$ i) $\frac{2}{15}+\frac{8}{15}$ j) $\frac{9}{16}+\frac{3}{16}$

k) $\frac{7}{20}+\frac{1}{20}$ l) $\frac{10}{21}+\frac{4}{21}$ m) $\frac{1}{24}+\frac{1}{24}$ n) $\frac{7}{25}+\frac{18}{25}$ o) $\frac{1}{12}+\frac{5}{12}$

p) $\frac{8}{25}+\frac{7}{25}$ r) $\frac{5}{15}+\frac{1}{15}$ s) $\frac{2}{15}+\frac{4}{15}$

156. Sečtěte písemně:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}$ d) $\frac{1}{9}+\frac{13}{18}$ e) $\frac{3}{5}+\frac{5}{15}$ f) $\frac{1}{4}+\frac{5}{12}$

g) $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}$ h) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$ i) $\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$ j) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$ k) $\frac{3}{4}+\frac{3}{8}$

157. Sečtěte písemně:

a) $\frac{2}{3}+\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{4}+\frac{3}{7}$ c) $\frac{3}{5}+\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{2}+\frac{3}{5}$ e) $\frac{3}{4}+\frac{5}{9}$ f) $\frac{2}{7}+\frac{3}{11}$

g) $\frac{3}{8}+\frac{2}{12}$ h) $\frac{3}{7}+\frac{7}{9}$ i) $\frac{2}{3}+\frac{3}{5}$ j) $\frac{3}{4}+\frac{5}{9}$ k) $\frac{2}{3}+\frac{1}{8}$

158. Sečtěte písemně:

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ b) $\frac{3}{8}+\frac{1}{10}$ c) $\frac{2}{10}+\frac{3}{15}$ d) $\frac{3}{12}+\frac{5}{14}$ e) $\frac{2}{6}+\frac{1}{8}$ f) $\frac{1}{6}+\frac{3}{10}$

g) $\frac{5}{6}+\frac{1}{14}$ h) $\frac{5}{6}+\frac{2}{15}$ i) $\frac{5}{8}+\frac{1}{12}$ j) $\frac{3}{8}+\frac{7}{10}$ k) $\frac{5}{8}+\frac{3}{20}$ l) $\frac{5}{8}+\frac{3}{28}$

m) $\frac{2}{6}+\frac{7}{21}$ n) $\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$ o) $\frac{5}{12}+\frac{7}{16}$ p) $\frac{3}{4}+\frac{5}{14}$ r) $\frac{1}{4}+\frac{5}{18}$ s) $\frac{5}{6}+\frac{7}{16}$

159. Sečtěte písemně:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\frac{1}{12}$ d) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}+\frac{4}{15}$

e) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}+\frac{3}{10}$ f) $\frac{2}{9}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}$ g) $\frac{1}{4}+\frac{11}{48}+\frac{3}{16}$ h) $\frac{2}{9}+\frac{1}{36}+\frac{3}{8}$

i) $\frac{11}{32}+\frac{1}{6}+\frac{11}{96}$ j) $\frac{3}{10}+\frac{1}{12}+\frac{9}{20}$ k) $\frac{5}{12}+\frac{7}{18}+\frac{7}{36}$ l) $\frac{2}{21}+\frac{1}{14}+\frac{5}{42}$

160. Sečtěte zpaměti:

a) $2\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}$ b) $3\frac{1}{2}+4\frac{1}{4}$ c) $5\frac{1}{7}+4\frac{5}{7}$ d) $1\frac{5}{12}+\frac{11}{12}$

e) $\frac{1}{4}+2\frac{1}{12}$ f) $1\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}$ g) $\frac{3}{4}+3\frac{1}{4}$ h) $1\frac{7}{18}+1\frac{11}{18}$

161. Sečtěte písemně:

a) $2\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}$ b) $4\frac{1}{4}+9\frac{7}{10}$ c) $6\frac{3}{10}+8\frac{2}{15}$ d) $5\frac{3}{8}+15\frac{5}{12}$

e) $\frac{6}{15}+7\frac{7}{20}$ f) $\frac{13}{10}+\frac{15}{12}$ g) $\frac{22}{8}+2\frac{5}{12}$ h) $1\frac{7}{9}+\frac{13}{8}$

162. Sečtěte písemně:

a) $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}+\frac{1}{2}$ b) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ c) $1\frac{1}{2}+2\frac{5}{8}+\frac{3}{20}$ d) $\frac{3}{7}+3\frac{1}{2}+\frac{5}{14}$

e) $\frac{5}{4}+\frac{5}{6}+\frac{4}{9}$ f) $\frac{5}{8}+\frac{21}{10}+\frac{13}{20}$ g) $1\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+2\frac{7}{10}$ h) $2\frac{1}{8}+3\frac{5}{12}+1\frac{2}{9}$

i) $\frac{11}{6}+\frac{16}{15}+\frac{47}{20}$ j) $5\frac{4}{9}+\frac{8}{15}+1\frac{11}{20}$ k) $\frac{10}{21}+1\frac{3}{28}+2\frac{5}{6}$ l) $\frac{19}{15}+\frac{28}{25}+\frac{7}{30}$

m) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{19}{20}$ n) $\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{5}{9}+\frac{11}{12}+\frac{17}{18}$

b) *Odčítání zlomků.*

Odečísti dvě čísla znamená, ze známého součtu a z jednoho sčítance určiti sčítance druhého. To platí i pro zlomky. Odčítání se provádí podobně jako sčítání zlomků.

Příklady:

a) stejní jmenovatelé: $\frac{5}{9}-\frac{2}{9}=\left(\frac{5-2}{9}=\right)\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

b) různí jmenovatelé: $\frac{5}{7}-\frac{2}{9}=\frac{45-14}{63}=\frac{31}{63}$; $6-\frac{2}{3}=5\frac{1}{3}$. Od jednoho celku odečtli jsme pravý zlomek. $3\frac{7}{10}-1\frac{8}{15}=2+\frac{21-16}{30}=2\frac{5}{30}=2\frac{1}{6}$ Odečtli jsme nejdříve celky, potom pravé zlomky.

Podobně: $8\frac{1}{3}-2\frac{3}{4}=6+\frac{4-9}{12}$. V čitateli nemůžeme odečíst $4-9$. Proto převedeme jeden celek ze šesti celků na dvanáctiny a potom teprve odečteme. Tedy: $6+\frac{4-9}{12}=5+\frac{12+4-9}{12}=5+\frac{7}{12}=5\frac{7}{12}$. Postup píšeme kratčeji: $8\frac{1}{3}-2\frac{3}{4}=6+\frac{4-9}{12}=5\frac{7}{12}$

Jsou-li dané zlomky nepravé, pak je nejprve přeměníme v čísla smíšená a odečítáme potom podle předchozího vzoru.

$$\frac{29}{8}-\frac{5}{4}=3\frac{5}{8}-1\frac{1}{4}=2+\frac{5-2}{8}=2\frac{3}{8}$$

$$\frac{77}{12}-\frac{32}{21}=6\frac{5}{12}-1\frac{11}{21}=5+\frac{35-44}{84}=4+\frac{84+35-44}{84}=4\frac{75}{84}=4\frac{25}{28}$$

Příklady:

1. Ušel jsem $\frac{5}{9}$ své cesty. Jaký zlomek cesty mi ještě zbývá ujít?
   Ušel jsem $\frac{5}{9}$ cesty, zbývá $(1-\frac{5}{9})$ cesty, t. j. $\frac{4}{9}$ cesty.
2. Přečetl jsem $\frac{2}{9}$ knihy v pátek, $\frac{1}{3}$ knihy v sobotu a na neděli mi zbylo ke čtení 160 stránek. Kolik stran má kniha?
   V pátek a v sobotu jsem přečetl $(\frac{2}{9}+\frac{1}{3})$ knihy, t. j. $\frac{5}{9}$ knihy. Na neděli mi zbývá $(1-\frac{5}{9})$ knihy, t. j. $\frac{4}{9}$ knihy. Tedy: 4 devítiny knihy mají 160 stránek, jedna devítina knihy má (160 : 4) stran, t. j. 40 stran. Celá kniha má 40 . 9 stran, t. j. 360 stran.

Cvičení.

163. Odečtěte zpaměti:

a) $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$ c) $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$ d) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$ e) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ f) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$

g) $\frac{7}{8} - \frac{3}{4}$ h) $\frac{7}{10} - \frac{1}{5}$ i) $\frac{9}{14} - \frac{1}{7}$ j) $\frac{11}{5} - \frac{2}{5}$ k) $\frac{15}{16} - \frac{7}{32}$ l) $\frac{26}{32} - \frac{15}{64}$

164. Odečtěte zpaměti:

a) $1 - \frac{1}{2}$ b) $1 - \frac{1}{3}$ c) $1 - \frac{3}{4}$ d) $1 - \frac{2}{7}$ e) $2 - \frac{1}{4}$ f) $2 - \frac{5}{8}$ g) $3 - \frac{4}{7}$ h) $4 - \frac{3}{10}$

165. Zpaměti:

a) $3 - 1\frac{4}{7}$ b) $6 - 4\frac{7}{20}$ c) $2\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$ d) $4\frac{7}{8} - 1\frac{1}{4}$ e) $6\frac{7}{10} - 1\frac{2}{5}$

f) $4\frac{9}{10} - 4\frac{2}{5}$ g) $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$ h) $1\frac{1}{6} - \frac{5}{6}$ i) $2\frac{3}{8} - \frac{5}{8}$ j) $3\frac{1}{5} - \frac{3}{5}$

k) $3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}$ l) $5\frac{1}{8} - 2\frac{1}{2}$ m) $4\frac{3}{10} - 1\frac{4}{5}$ n) $5\frac{5}{12} - 3\frac{3}{4}$

166. Písemně:

a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$ e) $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ f) $\frac{7}{8} - \frac{3}{10}$

g) $\frac{5}{8} - \frac{1}{12}$ h) $\frac{7}{12} - \frac{9}{16}$ i) $\frac{2}{15} - \frac{1}{30}$ j) $\frac{11}{12} - \frac{4}{15}$ k) $\frac{5}{42} - \frac{1}{21}$ l) $\frac{7}{10} - \frac{12}{35}$

167. Odečtěte písemně:

a) $2\frac{4}{7} - \frac{5}{7}$ b) $3\frac{2}{11} - \frac{8}{11}$ c) $4\frac{3}{10} - \frac{7}{10}$ d) $6\frac{3}{14} - \frac{11}{14}$ e) $4\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3}$ f) $3\frac{1}{6} - 1\frac{4}{9}$

g) $6\frac{7}{12} - 3\frac{5}{8}$ h) $5\frac{3}{16} - 1\frac{7}{12}$ i) $5\frac{3}{10} - 4\frac{7}{15}$ j) $8\frac{2}{3} - 5\frac{4}{5}$ k) $\frac{51}{14} - \frac{38}{21}$ l) $\frac{97}{30} - \frac{17}{12}$

m) $\frac{99}{16} - \frac{107}{24}$ n) $\frac{187}{45} - \frac{34}{25}$ o) $3\frac{1}{42} - \frac{23}{21}$ p) $\frac{335}{81} - \frac{25}{18}$

168. O kolik je $\frac{1}{2}$ větší než $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{16}\right)$?

169. Napište čísla o $\frac{2}{3}$ větší než $3\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{5}$, $8\frac{3}{7}$.

o $1\frac{2}{5}$ větší než $2\frac{1}{7}$, $2\frac{7}{9}$; $6\frac{4}{12}$.

o $4\frac{1}{6}$ menší než $6\frac{3}{7}$, $8\frac{2}{15}$, $7\frac{5}{20}$.

170. O kolik se změní zlomek $\frac{7}{8}$, jestliže:

a) zvětšíme čitatele o 5, 3, 2;
b) zmenšíme čitatele o 3, 4, 5;
c) zvětšíme jmenovatele o 2, 3, 5;
d) zvětšíme čitatele o 2 a jmenovatele o 3;
e) zvětšíme čitatele o 5 a zároveň zmenšíme jmenovatele o 3;
f) zmenšíme čitatele o 3 a jmenovatele o 4;
g) zmenšíme čitatele o 1 a zvětšíme jmenovatele o 4.

171. Proveďte:

a) $\left(20\frac{2}{3} - 9\frac{3}{4}\right) + \left(17\frac{1}{2} - 15\frac{3}{4}\right) + \left(2\frac{1}{2} - \frac{17}{14}\right)$

b) $\left(13\frac{1}{10} - 1\frac{2}{5}\right) - \left(4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{2}\right)$

172. Oč je větší a) součet $3\frac{2}{5} + 4\frac{5}{6}$ než $3\frac{2}{3}$;

b) rozdíl $7\frac{2}{4} - 1\frac{3}{3}$ než $3\frac{5}{12}$.

173. Oč je menší a) součet $2\frac{1}{6} + 3\frac{3}{4}$ než $7\frac{8}{15}$;

b) rozdíl $3\frac{3}{8} - 2\frac{3}{5}$ než $2\frac{1}{6}$.

174. Jeden balík váží $2\frac{1}{2}$ kg, druhý $1\frac{1}{4}$ kg, třetí $\frac{3}{8}$ kg. Kolik váží všecky balíky dohromady?

175. Chodec ušel za první hodinu $3\frac{4}{5}$ km, v druhé hodině $4\frac{1}{3}$ km, v třetí hodině $5\frac{1}{15}$ km, Kolik ušel celkem?

176. Kámen shozený s rozhledny proletěl v první vteřině dráhu $4\frac{9}{10}$ m, v druhé dráhu o $9\frac{4}{5}$ m delší než v první vteřině, ve třetí opět dráhu o $9\frac{4}{5}$ m delší než v předchozí vteřině. Kolik m proletěl za 3 vteřiny?

177. Pruh flanelu dlouhý $8\frac{3}{10}$ m se po praní srazil na délku $7\frac{1}{2}$ m. O kolik dm se srazil?

178. Z vagonu složili $6\frac{3}{8}$ t zboží. Zůstalo tam ještě $9\frac{1}{4}$ t. Kolik tun tam bylo celkem?

179. Dvoulitrová nádoba je plná vody. Kolik vody se z ní musí vylít, aby tam zůstalo $\frac{5}{6}$ l?

180. Zboží i s bednou váží $65\frac{3}{4}$ kg, prázdná bedna $6\frac{5}{12}$ kg. Kolik váží zboží bez bedny?

181. Litr petroleje váží $\frac{4}{5}$ kg, litr benzinu o $\frac{1}{10}$ kg méně. Kolik váží 1 litr benzinu?

182. Spotřebujeme 20 q uhlí i koksu. $\frac{3}{10}$ z toho množství připadá na koks. Kolik uhlí se spotřebuje?

183. Když jsme ušli 6 km, vykonali jsme $\frac{2}{7}$ cesty. Kolik km máme ještě ujít?

184. Spotřebovali jsme $\frac{3}{8}$ koupeného uhlí a zůstalo nám ještě 15 q. Kolik q jsme původně měli?

185. Z práce úkolované na tři dny, vykonal dělník první den $\frac{4}{15}$, druhý den $\frac{5}{12}$. Kolik zbylo na třetí den?

186. Jak velký je obvod obdélníka o délce $3\frac{1}{2}$ m a šířce $2\frac{3}{4}$ m?

187. Obdélník má obvod 15 m, délka je $4\frac{3}{4}$ m. Jaká je šířka?

188. Přičtěte $\frac{2}{3}$ k rozdílu čísel $3\frac{1}{2}$ a $1\frac{1}{6}$!

189. Od kterého čísla musím odečíst $2\frac{1}{5}$, abych dostal číslo, které se rovná součtu čísel: $\frac{9}{14}$, $\frac{5}{28}$, $\frac{3}{7}$.

190. $\frac{2}{5}$ diváků v kině jsou muži. Žen je 165. Kolik je mužů?

191. Nádoba byla naplněna do třetiny vodou. Když se odlilo 7 l vody, zůstala naplněna nádoba právě do čtvrtiny. Kolik l obsahovala?

192. Kůl vězí čtvrtinou své délky v zemi, $\frac{2}{5}$ kůlu jsou ve vodě a nad vodou vyčnívá 14 dm. Jak dlouhý je kůl?

193. Když přendáte z jedné bedny do druhé $5\frac{3}{8}$ kg jablek, budou obě bedny vážit stejně. O kolik vážila těžší bedna víc než lehčí?

194. Model letadla jednoho chlapce se udržel ve vzduchu $1\frac{1}{2}$ minuty. Model druhého letadla o $\frac{3}{4}$ minuty déle. Jak dlouho se udržel tento model?

195. Do prodejny přišly dva koše jablek. Aby byly stejně těžké, muselo by se z jednoho koše do druhého předat $4\frac{3}{4}$ kg. O kolik vážil jeden koš víc než druhý?

196. Najděte číslo menší než $5\frac{1}{5}$ o tolik, o kolik je $16\frac{3}{4}$ větší než $14\frac{3}{10}$.

197. Jak se změní součet dvou čísel,

a) zvětšíme-li jednoho sčítance o $5\frac{3}{4}$ a druhého o $5\frac{2}{14}$;

b) zmenšíme-li oba, a to prvního o $3\frac{2}{3}$ a druhého o $6\frac{3}{5}$?

198. Jak se změní rozdíl,

a) zmenšíme-li menšence o $3\frac{1}{2}$ a menšitele o $2\frac{3}{4}$;

b) zmenšíme-li menšence o $2\frac{3}{4}$ a menšitele o $6\frac{5}{6}$;

c) zvětšíme-li menšence o $6\frac{4}{7}$ a zmenšíme-li menšitele o $3\frac{5}{9}$;

d) zmenšíme-li menšence o $2\frac{3}{8}$ a zvětšíme-li menšitele o $4\frac{5}{12}$?

199. Součet dvou čísel je $13\frac{5}{9}$, jeden sčítanec je $5\frac{4}{8}$. Jaký je druhý sčítanec a o kolik je menší první sčítanec než druhý?

200. Kolik musíme přičíst k $3\frac{2}{9}$, abychom dostali $9\frac{4}{15}$?

4. Násobení a dělení zlomku číslem celým.

Víte, že násobení celých čísel se dá chápat jako sčítání několika sobě rovných sčítanců. Znásobit dvě celá čísla znamená vypočíst součet, u kterého je každý sčítanec roven prvnímu danému číslu (násobenci) a počet sčítanců je roven druhému danému číslu (násobiteli). Na příklad:

$$21 \,.\, 3 = 21 + 21 + 21 = 63, \qquad 17 \,.\, 5 = 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 85.$$

Jestliže násobenec je zlomek, můžeme násobení chápat v témž smyslu, je-li násobitel číslo celé. Na příklad:

$$\frac{4}{7} \,.\, 3 = \frac{4}{7} + \frac{4}{7} + \frac{4}{7} = \frac{4 \,.\, 3}{7} = \frac{12}{7}; \quad \frac{9}{11} \,.\, 5 = \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} + \frac{9}{11} = \frac{9 \,.\, 5}{11} = \frac{45}{11}$$

Zlomek násobíme číslem celým, jestliže jím násobíme čitatele a jmenovatele necháme beze změny.

Vyjde-li při tom zlomek nepravý, uvedeme jej obyčejně na tvar smíšeného čísla, tedy

$$\frac{4}{7} \,.\, 3 = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}; \qquad \frac{9}{11} \,.\, 5 = \frac{45}{11} = 4\frac{1}{11}$$

Pokud je to možné, krátíme. Na př.:

$$\frac{5}{12}\cdot 2 = \frac{5\,.\,2}{12} = \frac{5}{6},\quad \frac{8}{9}\cdot 6 = \frac{8\,.\,6}{9} = \frac{8\,.\,2}{3} = \frac{16}{3} = 5\tfrac{1}{3}$$

Je výhodné napřed krátit a teprve potom provést násobení v čitateli. Není tedy výhodné počítati takto:

$$\frac{5}{12}\cdot 2 = \frac{10}{12} = \frac{5}{6},\quad \frac{8}{9}\cdot 6 = \frac{48}{9} = \frac{16}{3} = 5\tfrac{1}{3}$$

Ve složitějších případech je nevýhoda zřejmá. Na př.:

$$\frac{47}{50}\cdot 75 = \frac{47\,.\,75}{50} = \frac{47\,.\,15}{10} = \frac{47\,.\,3}{2} = \frac{141}{2} = 70\tfrac{1}{2}$$

Mohli jsme také hned krátit dvaceti pěti. Oboje je mnohem výhodnější než

$$\frac{47}{50}\cdot 75 = \frac{47\,.\,75}{50} = \frac{3525}{50} = \frac{705}{10} = \frac{141}{2} = 70\tfrac{1}{2}$$

Znásobit zlomek dvěma, třemi, čtyřmi atd., znamená ten zlomek dvakrát, třikrát, čtyřikrát **zvětšit.** Zvětšení nenastane, jestliže násobitel je roven jedné nebo nule. Jako je u čísel celých

$$19\,.\,1 = 19,\ 23\,.\,1 = 23;\quad 19\,.\,0 = 0, 23\,.\,0 = 0\quad \text{atd.},$$

je i u zlomků

$$\frac{3}{5}\cdot 1 = \frac{3}{5},\ \frac{4}{7}\cdot 1 = \frac{4}{7};\qquad \frac{3}{5}\cdot 0 = 0,\ \frac{4}{7}\cdot 0 = 0\ \text{atd.}$$

Při násobení smíšeného čísla číslem celým není vhodné převádět smíšené číslo na nepravý zlomek. Jestliže je na př. v každém z pěti košíků $4\frac{3}{4}$ kg jablek, kolik váží všecka ta jablka dohromady? Bude to pětkrát 4 kg a k tomu ještě pětkrát $\frac{3}{4}$ kg, tedy

$$4\tfrac{3}{4}\cdot 5 = (4\,.\,5) + (\tfrac{3}{4}\cdot 5) = 20 + \tfrac{15}{4} = 20 + 3\tfrac{3}{4} = 23\tfrac{3}{4};$$

píšeme kratčeji

$$4\tfrac{3}{4}\cdot 5 = 20\tfrac{15}{4} = 23\tfrac{3}{4}$$

Váha všech jablek je $23\frac{3}{4}$ kg. Nevýhodnější by byl výpočet

$$4\tfrac{3}{4}\cdot 5 = \tfrac{19}{4}\cdot 5 = \tfrac{95}{4} = 23\tfrac{3}{4}$$

Při větším násobiteli je nevýhoda značná.

Protože dělení je obrácený výkon k násobení, znamená na př. $\frac{8}{15} : 4$, že máme zlomek $\frac{8}{15}$ čtyřikrát zmenšit, neboli, že máme najít zlomek, který znásoben čtyřmi dá součin $\frac{8}{15}$. Je to patrně zlomek $\frac{8\,:\,4}{15} = \frac{2}{15}$.

Zlomek dělíme číslem celým, jestliže jím dělíme čitatele a jmenovatele necháme beze změny.

Tohoto pravidla se dá užít pouze v těch případech, když je čitatel daného zlomku dělitelný daným dělitelem, na př.:

$$\frac{16}{25} : 8 = \frac{2}{25}, \quad \frac{9}{16} : 3 = \frac{3}{16} \text{ a pod.}$$

Čemu se rovná $\frac{7}{9} : 1$, $\frac{3}{4} : 1$ a pod.? Výkony jako $\frac{1}{2} : 0$, $\frac{2}{3} : 0$ atd. jsou nemožné; proč? Nulou děliti nelze.

Jestliže nelze užít vysloveného pravidla pro dělení zlomku číslem celým, jako třeba v příkladech $\frac{3}{4} : 5$ nebo $\frac{7}{8} : 6$, pomůžeme si tím, že zlomek napřed rozšíříme dělitelem. Na př.:

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} : 5; \qquad \frac{7}{8} : 6 = \frac{7 \cdot 6}{8 \cdot 6} : 6.$$

Po rozšíření můžeme už dělit podle vysloveného pravidla a dostaneme

$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}; \qquad \frac{7}{8} : 6 = \frac{7}{8 \cdot 6} = \frac{7}{48}$$

Zlomek dělíme číslem celým, jestliže jím znásobíme jmenovatele a čitatele necháme beze změny.

Je-li to možné, krátíme. Na př.:

$$\frac{3}{8} : 6 = \frac{3}{8 \cdot 6} = \frac{1}{8 \cdot 2} = \frac{1}{16}$$

$$\frac{24}{25} : 30 = \frac{24}{25 \cdot 30} = \frac{4}{25 \cdot 5} = \frac{4}{125}$$

Máme-li číslo smíšené dělit číslem celým, převedeme je napřed na nepravý zlomek. Na př.:

$$2\frac{3}{4} : 5 = \frac{11}{4} : 5 = \frac{11}{20},$$

$$28\frac{5}{6} : 12 = \frac{173}{6} : 12 = \frac{173}{72} = 2\frac{29}{72}$$

Důležitý je zvláštní případ násobení zlomku číslem celým:

$$\frac{5}{6} \cdot 6 = \frac{5 \cdot 6}{6} = 5; \qquad \frac{4}{7} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 7}{7} = 4 \text{ atd.}$$

Zlomek znásobený svým jmenovatelem dává součin rovný čitateli.

Cvičení.

201. Pokud možno zpaměti:

a) $\frac{2}{7} \cdot 3$, $\frac{1}{5} \cdot 4$, $\frac{3}{7} \cdot 2$, $\frac{2}{11} \cdot 5$, $\frac{1}{12} \cdot 7$, $\frac{5}{23} \cdot 4$, $\frac{7}{40} \cdot 3$;

b) $\frac{5}{7} \cdot 3$, $\frac{3}{4} \cdot 5$, $\frac{2}{5} \cdot 7$, $\frac{2}{9} \cdot 8$, $\frac{3}{14} \cdot 9$, $\frac{2}{11} \cdot 30$, $\frac{4}{15} \cdot 60$;

c) $1\frac{1}{3} \cdot 2$, $2\frac{1}{3} \cdot 4$, $1\frac{1}{3} \cdot 5$, $2\frac{1}{5} \cdot 2$, $8\frac{1}{9} \cdot 4$, $7\frac{2}{5} \cdot 2$, $8\frac{5}{11} \cdot 2$;

d) $\frac{5}{6} \cdot 2$, $\frac{3}{8} \cdot 4$, $\frac{3}{10} \cdot 5$, $\frac{7}{16} \cdot 4$, $\frac{5}{9} \cdot 3$, $\frac{7}{12} \cdot 6$, $\frac{5}{36} \cdot 9$, $\frac{5}{36} \cdot 12$;

e) $3\frac{1}{2}.4$, $2\frac{1}{3}.9$, $3\frac{2}{3}.6$, $8\frac{1}{4}.12$, $6\frac{7}{9}.18$, $4\frac{5}{8}.24$, $4\frac{2}{13}.26$;

f) $2\frac{3}{4}.2$, $3\frac{3}{8}.4$, $5\frac{7}{12}.6$, $4\frac{5}{9}.12$, $19\frac{4}{15}.5$, $13\frac{3}{16}.8$, $27\frac{7}{15}.9$;

g) $\frac{1}{3}.3$, $\frac{1}{11}.11$, $\frac{2}{3}.3$, $\frac{3}{4}.4$, $3\frac{3}{4}.4$, $3\frac{2}{5}.5$, $7\frac{1}{8}.8$, $27\frac{2}{9}.9$.

202. a) $\frac{2}{3}:2$, $\frac{3}{4}:3$, $\frac{4}{5}:2$, $\frac{6}{7}:3$, $\frac{8}{9}:2$, $\frac{10}{11}:5$, $\frac{22}{45}:11$, $\frac{45}{64}:15$;

b) $1\frac{2}{3}:5$, $2\frac{1}{4}:3$, $2\frac{2}{5}:4$, $2\frac{2}{5}:6$, $3\frac{3}{7}:12$, $4\frac{7}{12}:5$, $9\frac{5}{8}:11$, $\frac{1}{12}:5$;

c) $\frac{1}{2}:3$, $\frac{1}{3}:2$, $\frac{1}{4}:3$, $\frac{1}{6}:2$, $\frac{1}{6}:3$, $\frac{1}{6}:5$, $\frac{1}{8}:8$, $\frac{1}{14}:7$;

d) $\frac{2}{3}:5$, $\frac{3}{4}:5$, $\frac{4}{5}:3$, $\frac{5}{6}:7$, $\frac{6}{11}:7$, $\frac{9}{10}:7$, $\frac{2}{5}:5$, $\frac{3}{4}:4$;

e) $1\frac{2}{3}:10$, $2\frac{2}{3}:6$, $2\frac{2}{3}:10$, $2\frac{2}{3}:12$, $2\frac{2}{3}:16$, $3\frac{2}{11}:14$, $3\frac{2}{11}:15$, $\frac{5}{6}:6$.

203. Rychlík projede trať dlouhou 1 km průměrně za $1\frac{1}{6}$ min. Za jakou dobu ujede a) 15 km, b) 36 km, c) 40 km?

204. Do nádržky nosí tři hoši vodu v konvích. První přinesl 7krát po $8\frac{1}{4}$ l, druhý 8krát po $5\frac{3}{5}$ l a třetí, nejmenší, 5krát po $4\frac{1}{2}$ l. Kolik nanosili celkem vody?

205. V sadě chce zahradník nasázet do řady dlouhé $40\frac{1}{2}$ m a) 19, b) 21, c) 28 štěpů tak, aby na obou koncích byl štěp. Jak daleko bude stromek od stromku, jsou-li ve stejných vzdálenostech. (Návod: kolik bude mezer?)

206. Cestu dlouhou $3\frac{3}{4}$ km jsem ujel na kole a) za 20 min., b) za 18 min., c) za 15 min. Jaký díl kilometru jsem ujel průměrně za minutu?

5. Násobení zlomků.

Násobit celým číslem znamenalo položit násobence tolikrát za sčítance, kolik jednotek je v násobiteli. Na př. násobit pěti znamená sečíst pět čísel vesměs rovných násobenci. Co však může znamenat násobení jednou čtvrtinou nebo třemi čtvrtinami? Abychom si to ujasnili, vyjdeme od praktického příkladu, který se řeší násobením, je-li násobitel číslo celé, a budeme zkoumat, jak se řeší podobný příklad, jestliže celé číslo nahradíme číslem lomeným. Dejme tomu na př., že dělník zhotoví za jeden pracovní den 60 výrobků. Potom dělník zhotoví

za 3 dni $60 \,.\, 3 = 180$ výrobků,
za 5 dní $60 \,.\, 5 = 300$ výrobků,
za 11 dní $60 \,.\, 11 = 660$ výrobků atd.

Budeme chápat násobení $60 \,.\, \frac{1}{4}$ nebo $60 \,.\, \frac{3}{4}$ tak, aby vyšlo, že dělník zhotoví

za $\frac{1}{4}$ dne $60 \,.\, \frac{1}{4}$ výrobků,
za $\frac{3}{4}$ dne $60 \,.\, \frac{3}{4}$ výrobků.

Avšak za $\frac{1}{4}$ dne vyrobí dělník $60 : 4 = 15$ výrobků a za $\frac{3}{4}$ dne vyrobí třikrát tolik, tedy $15 . 3 = 45$ výrobků. Proto násobení zlomkem $\frac{1}{4}$ nebo $\frac{3}{4}$ chápeme tak, že

$$60 . \tfrac{1}{4} = 60 : 4,$$
$$60 . \tfrac{3}{4} = (60 : 4) . 3.$$

Tedy násobit číslo zlomkem $\frac{1}{4}$ znamená dělit to číslo čtyřmi, podobně násobit číslo zlomkem $\frac{1}{6}$ nebo $\frac{1}{8}$ znamená dělit to číslo šesti nebo osmi. A dále: násobit číslo zlomkem $\frac{3}{4}$ znamená nejprve dělit čtyřmi, potom násobit třemi, násobit číslo zlomkem $\frac{5}{8}$ znamená nejprve dělit osmi a potom násobit pěti. Jinak řečeno: násobit číslo zlomkem $\frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ znamená utvořit $\frac{1}{4}$ čísla, $\frac{1}{6}$ čísla, $\frac{1}{8}$ čísla, $\frac{3}{4}$ čísla, $\frac{5}{8}$ čísla.

Co tedy bude znamenat na př. součin $\frac{5}{8} . \frac{3}{4}$, ve kterém $\frac{5}{8}$ je násobenec a $\frac{3}{4}$ násobitel? Máme nejprve $\frac{5}{8}$ dělit čtyřmi, což se provede tím, že jmenovatele znásobíme čtyřmi; $\frac{5}{8} : 4 = \frac{5}{8 . 4}$. Potom máme výsledek znásobit třemi, což se provede tím, že čitatele znásobíme třemi; $\frac{5}{8 . 4} . 3 = \frac{5 . 3}{8 . 4}$.

Celkem je $\frac{5}{8} . \frac{3}{4} = \frac{5 . 3}{8 . 4} = \frac{15}{32}$.

K témuž výsledku dojdeme, jestliže považujeme $\frac{3}{4}$ za násobence a $\frac{5}{8}$ za násobitele. **Součin dvou zlomků je zlomek, jehož čitatel je součin původních čitatelů a jehož jmenovatel je součin původních jmenovatelů. Pro násobení zlomků platí zákon o záměně činitelů.**

Z předcházejícího výkladu je patrné, že

$\frac{3}{4}$ čísla $\frac{5}{6}$ je totéž jako $\frac{3}{4} . \frac{5}{6}$,

$\frac{7}{8}$ čísla $\frac{2}{3}$ je totéž jako $\frac{7}{8} . \frac{2}{3}$ atd.

Vysloveného pravidla můžeme užívat, i když některý činitel je číslo celé

Je na př.
$$\frac{4}{5} . 3 = \frac{4}{5} . \frac{3}{1} = \frac{4 . 3}{5 . 1},$$

ale obyčejně píšeme kratčeji $\frac{4}{5} . 3 = \frac{4 . 3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$.

Příklad 1.

$$\frac{2}{3} . \frac{6}{7} = \frac{2 . 6}{3 . 7} = \frac{2 . 2}{7} = \frac{4}{7}$$

Součin dvou zlomků dříve krátíme, než provedeme násobení v čitateli a ve jmenovateli.

Příklad 2.

$$1\frac{2}{3} . \frac{3}{7} = \frac{5}{3} . \frac{3}{7} = \frac{5 . 3}{3 . 7} = \frac{5}{7}$$

Před násobením převedeme smíšená čísla na nepravé zlomky.

Příklad 3.

$$1\tfrac{5}{7} \cdot 1\tfrac{1}{3} = \tfrac{12}{7} \cdot \tfrac{4}{3} = \tfrac{12 \cdot 4}{7 \cdot 3} = \tfrac{4 \cdot 4}{7} = \tfrac{16}{7} = 2\tfrac{2}{7}$$

Je-li součin nepravý zlomek, převedeme jej na číslo smíšené.

Příklad 4.

$$1\tfrac{1}{5} \cdot 2\tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{5}{14} = \tfrac{6}{5} \cdot \tfrac{7}{3} \cdot \tfrac{5}{14} = \tfrac{6 \cdot 7 \cdot 5}{5 \cdot 3 \cdot 14} = \tfrac{6 \cdot 7}{3 \cdot 14} = \tfrac{6}{3 \cdot 2} = \tfrac{6}{6} = 1$$

Ve složitějších případech raději krátíme postupně, abychom se vyhnuli chybám.

Cvičení.

207. Počítejte zpaměti:

a) $\frac{3}{4} \cdot 2$ b) $\frac{3}{4} \cdot 3$ c) $\frac{3}{4} \cdot 4$ d) $\frac{2}{3} \cdot 4$

e) $\frac{1}{2}$ ze 7 f) $\frac{1}{4}$ čísla 5 g) $\frac{1}{9}$ čísla 15 h) $\frac{1}{6}$ čísla 15

i) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$ j) $\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{3}$ k) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10}$ l) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$

208. Počítejte písemně:

a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{5}$ d) $\frac{4}{7} \cdot \frac{5}{8}$

e) $\frac{5}{8}$ čísla 8 f) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{2}{7}$ g) $\frac{5}{6}$ ze $\frac{3}{7}$ h) $\frac{4}{5}$ ze $\frac{7}{8}$

i) $\frac{4}{9} \cdot \frac{7}{20}$ j) $\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ k) $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{7}$ l) $\frac{5}{12} \cdot \frac{8}{9}$

m) $\frac{13}{15} \cdot \frac{25}{26}$ n) $\frac{5}{12} \cdot \frac{20}{21}$ o) $\frac{10}{27}$ čísla $\frac{9}{35}$ p) $\frac{3}{10}$ čísla $\frac{5}{12}$

209. Počítejte písemně:

a) $2\frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{3}$ b) $2\frac{4}{7} \cdot 4\frac{2}{3}$ c) $2\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{7}$ d) $3\frac{8}{9} \cdot 3\frac{6}{7}$ e) $\frac{8}{15}$ čísla $\frac{15}{12}$

f) $1\frac{1}{3} \cdot 7\frac{3}{4}$ g) $6\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{5}$ h) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{25}$ i) $\frac{2}{45}$ čísla $3\frac{3}{4}$ j) $1\frac{1}{14} \cdot 3\frac{14}{15}$

k) $3\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{7}$ l) $3\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{11}$ m) $12\frac{1}{4} \cdot 8\frac{2}{9}$ n) $2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{3}{8}$ o) $4\frac{1}{16} \cdot 2\frac{6}{13}$

p) $7\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$

210. Počítejte písemně:

a) $\frac{7}{12} \cdot 26$ b) $\frac{4}{9} \cdot 12$ c) $\frac{5}{8} \cdot 14$ d) $\frac{9}{13} \cdot 26$

e) $2\frac{1}{6} \cdot 9$ f) $3\frac{3}{8} \cdot 20$ g) $2\frac{2}{9} \cdot 15$ h) $3\frac{5}{12} \cdot 30$

i) $4\frac{2}{5} \cdot 6$ j) $6\frac{2}{5} \cdot 18$ k) $4\frac{5}{12} \cdot 8$ l) $3\frac{2}{9} \cdot 6$

m) $3\frac{5}{12} \cdot 8 \cdot 3$ n) $2\frac{5}{18} \cdot 24 \cdot 3$ o) $2\frac{5}{14} \cdot 21 \cdot 1\frac{2}{3}$

211. Počítejte písemně:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{15}{16}$ c) $\frac{6}{5}\cdot\frac{10}{27}\cdot\frac{9}{4}$ d) $\frac{3}{5}\cdot\frac{10}{11}\cdot\frac{22}{25}$

e) $\frac{6}{7}\cdot\frac{21}{32}\cdot\frac{11}{12}\cdot\frac{3}{7}$ f) $\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{9}\cdot\frac{21}{5}$ g) $\frac{4}{15}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{25}{21}$ h) $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{6}{7}$

i) $\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{16}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{2}$

212. Počítejte písemně:

a) $2\frac{1}{2}\cdot1\frac{1}{4}\cdot\frac{8}{75}$ b) $1\frac{1}{3}\cdot1\frac{2}{7}\cdot1\frac{1}{4}$ c) $3\frac{1}{16}\cdot\frac{14}{25}\cdot2\frac{1}{7}$

d) $2\frac{1}{2}\cdot2\frac{1}{2}\cdot1\frac{3}{5}$ e) $\frac{2}{5}\cdot1\frac{1}{4}\cdot1\frac{1}{4}$ f) $4\frac{1}{8}\cdot\frac{14}{17}\cdot1\frac{13}{21}$

g) $6\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{13}\cdot1\frac{17}{22}$ h) $2\frac{3}{4}\cdot1\frac{3}{5}\cdot2\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{13}$ i) $2\frac{2}{5}\cdot2\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}$

213. Stojí-li 1 kg masa 54 Kčs, co stojí

a) $\frac{3}{4}$ kg; b) $1\frac{1}{4}$ kg; c) $1\frac{3}{4}$ kg; d) $2\frac{1}{2}$ kg; e) $3\frac{1}{2}$ kg?

214. Váží-li 1 hl pšenice 80 kg, co váží

a) $\frac{3}{4}$ hl; b) $\frac{1}{8}$ hl; c) $4\frac{1}{2}$ hl; d) $5\frac{3}{8}$ hl; e) $\frac{2}{5}$ hl?

215. Ujede-li rychlík za minutu 960 m, kolik ujede za

a) $\frac{3}{5}$ min.; b) $\frac{1}{6}$ min.; c) $3\frac{1}{2}$ min.; d) $2\frac{1}{4}$ min.; e) $5\frac{1}{10}$ min.?

216. Krychlový centimetr korku váží $\frac{1}{4}$ g. Co váží

a) $\frac{1}{2}$ cm³; b) $\frac{2}{5}$ cm³; c) $5\frac{1}{4}$ cm³; d) $6\frac{2}{3}$ cm³; e) $40\frac{2}{5}$ cm³?

217. Žák ujde za hodinu $4\frac{3}{4}$ km. Kolik ujde průměrně za

a) $\frac{1}{6}$ hod.; b) $\frac{1}{3}$ hod.; c) $\frac{3}{4}$ hod.; d) $\frac{16}{60}$ hod.; e) $\frac{25}{60}$ hod.?

218. Vypočítejte obsah obdélníka s rozměry

a) $\frac{2}{3}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm; b) $2\frac{1}{4}$ cm a $\frac{2}{3}$ cm; c) $2\frac{2}{5}$ cm a $1\frac{1}{4}$ cm;

d) $4\frac{9}{10}$ cm a $1\frac{3}{7}$ cm.

219. Vypočítejte objem kvádru s rozměry

a) $5\frac{1}{2}$ dm, $2\frac{1}{4}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm; b) $1\frac{7}{10}$ dm, $3\frac{3}{4}$ dm, $4\frac{2}{5}$ dm;

c) $6\frac{1}{4}$ cm, $13\frac{1}{2}$ cm, $28\frac{1}{3}$ cm.

220. Vypočítejte povrch kvádru z předešlého cvičení.

221. 1 cm³ železa váží $7\frac{1}{2}$ g. Co váží železný kvádr s rozměry

a) $1\frac{1}{2}$ cm, $2\frac{2}{3}$ cm, $3\frac{1}{2}$ cm; b) $6\frac{2}{3}$ dm, $3\frac{1}{3}$ dm, $7\frac{1}{2}$ dm.

222. Z 540 aut vyrobených továrnou bylo $\frac{5}{9}$ nákladních, ostatní byla osobní. Určete kolik aut bylo osobních a kolik nákladních?

223. Z jednotného zemědělského družstva odvádějí $\frac{4}{5}$ množství mléka do mlékárny. Kolik to je z 3 630 l mléka?

224. 1° Celsia jsou $\frac{4}{5}$° R. Kolik stupňů R je $23\frac{1}{2}$° C?

225. Norma těžby uhlí na jednoho havíře je $13\frac{3}{4}$ vozíku za směnu. Jeden vozík váží $7\frac{3}{4}$ q. Kolik uhlí za jednu směnu narubá jeden dělník?

226. Roku 1948 bylo vyrobeno:

	za milionů Kčs	výroba plán. na r. 1953 je větší
pleteného a stávkového zboží . . .	4 220	$2\frac{2}{50}$krát
oděvů pánských a chlapeckých . .	2 560	$1\frac{13}{20}$krát
oděvů dámských a dívčích	2 350	$1\frac{51}{100}$krát
pracovních oděvů	500	$1\frac{23}{25}$krát
prádla pánského a chlapeckého . .	1 240	$1\frac{83}{100}$krát
prádla dámského a dívčího . . .	610	$1\frac{21}{100}$krát.

227. Kolo učinilo v jedné minutě $27\frac{5}{6}$ obrátek. Kolik obrátek učinilo za $\frac{3}{4}$ hodiny, za $1\frac{1}{2}$ hodiny?

228. Dva stany jsou od sebe vzdáleny 325 kroků; jeden krok měří $\frac{3}{4}$ m. Kolik je to metrů?

229. Znásobte $2\frac{1}{4}$ číslem $5\frac{1}{3}$ a určete $\frac{4}{9}$ součinu.

230. Obvod kola je $4\frac{2}{3}$ m; za 1 minutu se otočí 86krát. Kolik ujede za $\frac{3}{4}$ hodiny?

231. Výška okna je $1\frac{1}{4}$ m; šířka je $\frac{5}{7}$ jeho výšky. Jaký je obsah okna?

232. Do vozu tvaru kvádru o rozměrech $3\frac{1}{2}$ m; $2\frac{1}{2}$ m; $1\frac{3}{4}$ m se nakládá led. 1 dm^3 ledu váží $\frac{9}{10}$ kg. Kolik ledu by se vešlo do vozu?

233. Zmenšete pětinásobek čísla $34\frac{5}{6}$ o sedminásobek čísla $12\frac{4}{5}$.

234. Vypočítejte z rychlostí daných za 1 vteřinu rychlost za 1 hodinu:

a) chůze muže $1\frac{1}{4}$ m/vt.;
b) cval koně $6\frac{2}{5}$ m/vt.;
c) parník $11\frac{4}{5}$ m/vt.;
d) osobní vlak $14\frac{1}{2}$ m/vt.;
e) rychlík $22\frac{3}{4}$ m/vt.

235. $4\frac{3}{4}$ ha pole bylo osázeno brambory. Z 1 ha bylo 156 q brambor. Prodány byly $\frac{2}{3}$ sklizně. Jaký byl její výtěžek, stál-li 1 q brambor 80 Kčs?

236. Jsou dána dvě čísla: $10\frac{1}{2}$ a $9\frac{1}{4}$. Určete součin jejich součtu a jejich rozdílu!

237. Rozdělte číslo $34\frac{1}{2}$ ve 3 díly. První díl je $\frac{1}{4}$ daného čísla. Druhý díl je $\frac{3}{4}$ rozdílu daného čísla a prvního dílu. Třetí díl je zbytek.

238. Určete součet čísel. První číslo je $27\frac{1}{2}$; druhé jsou jeho $\frac{2}{3}$; třetí číslo jsou $\frac{2}{5}$ součtu obou prvních dvou.

239. Sklizeň byla odhadnuta na 1 907 000 t obilí. Z toho bylo určeno $\frac{367}{500}$ množství k výživě, $\frac{11}{1000}$ sklizně k průmyslovému zpracování, $\frac{109}{1000}$ sklizně ponecháno na setí a ostatní na zásobu a na vývoz. Vyjádřete v tunách!

240. Z 18 900 obyvatel městečka byla $\frac{1}{36}$ zemědělců, $\frac{3}{5}$ zbytku dělníků. Kolik zemědělců a kolik dělníků bylo v městečku?

6. Dělení zlomků.

Provést dělení $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$ znamená najít číslo, které znásobeno zlomkem $\frac{2}{5}$ dá součin $\frac{3}{7}$ neboli najít číslo tak, aby $\frac{2}{5}$ toho čísla daly $\frac{3}{7}$. Tedy:

$\frac{2}{5}$ hledaného čísla je $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{5}$ hledaného čísla je $\frac{3}{7 \cdot 2}$;

hledané číslo je $\frac{3 \cdot 5}{7 \cdot 2}$ neboli $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2}$.

Tedy: $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$ je totéž jako $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{2}$.

Podobně hledejme $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$. Máme:

$\frac{3}{4}$ hledaného čísla je $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{4}$ hledaného čísla je $\frac{5}{8 \cdot 3}$;

hledané číslo je $\frac{5 \cdot 4}{8 \cdot 3}$ neboli $\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3}$.

Tedy dělit zlomkem $\frac{2}{5}$ je totéž jako násobit zlomkem $\frac{5}{2}$, dělit zlomkem $\frac{3}{4}$ je totéž jako násobit zlomkem $\frac{4}{3}$. Říkáme, že $\frac{5}{2}$ je převrácená hodnota zlomku $\frac{2}{5}$, že $\frac{4}{3}$ je převrácená hodnota zlomku $\frac{3}{4}$ a pod. Výsledky:

Zlomkem dělíme tak, že násobíme jeho převrácenou hodnotou.

Převrácená hodnota zlomku je zlomek, jehož čitatel je roven původnímu jmenovateli a jehož jmenovatel je roven původnímu čitateli.

Jestliže k jednomu zlomku utvoříme převrácenou hodnotu a k novému zlomku opět převrácenou hodnotu, dostaneme původní zlomek. Na př. ke zlomku $\frac{3}{4}$ je převrácená hodnota $\frac{4}{3}$ a ke zlomku $\frac{4}{3}$ je převrácená hodnota $\frac{3}{4}$.

Protože $3 = \frac{3}{1}$, je $\frac{1}{3}$ převrácená hodnota celého čísla 3 a toto celé číslo je převrácená hodnota zlomku $\frac{1}{3}$.

Převrácená hodnota celého čísla je pravý zlomek s čitatelem 1. (Převrácená hodnota čísla 1 je číslo 1.) Převrácená hodnota pravého zlomku s čitatelem 1 je číslo celé. Převrácená hodnota pravého zlomku je zlomek nepravý. Převrácená hodnota nepravého zlomku je zlomek pravý. Číslo 0 nemá žádnou převrácenou hodnotu.

Jest $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{3} = \frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 3} = 1$.

Součin zlomku a jeho převrácené hodnoty je roven jedné.

Když hledáme převrácenou hodnotu smíšeného čísla, uvedeme je napřed na tvar nepravého zlomku.

Příklad 1. $3\frac{1}{3} : 5 = \frac{10}{3} . \frac{1}{5} = \frac{10}{3 . 5} = \frac{2}{3}$

Příklad 2. $1\frac{5}{6} : \frac{1}{4} = \frac{11}{6} . 4 = \frac{11 . 4}{6} = \frac{11 . 2}{3} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$

Příklad 3. $\frac{12}{35} : \frac{3}{14} = \frac{12}{35} . \frac{14}{3} = \frac{12 . 14}{35 . 3} = \frac{4 . 14}{35} = \frac{4 . 2}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

Příklad 4. Zlepšovacím návrhem se ušetřilo $\frac{3}{11}$ nákladu, t. j. 27 000 Kčs. Jaký byl celý náklad?

$\frac{3}{11}$ nákladu je 27 000 (jednotka Kčs),
celý náklad je $27\,000 : \frac{3}{11} = \frac{27000 . 11}{3} = 9000 . 11$

Celý náklad byl 99000 Kčs.

Jestliže počítáme třeba 3 : 7 podle pravidla o dělení zlomků, dostaneme

$$3 : 7 = 3 . \frac{1}{7} = \frac{3 . 1}{7} = \frac{3}{7}$$

Tedy zlomek můžeme pokládati za podíl, jehož dělenec je čitatel zlomku a jehož dělitel je jmenovatel zlomku.

Jestliže se držíme tohoto významu zlomků, můžeme psáti také zlomky, u kterých buďto v čitateli nebo ve jmenovateli (nebo na obou místech) jsou zase zlomky. Takové zlomky se jmenují **zlomky složené.** Mezi čitatelem a jmenovatelem složeného zlomku je **hlavní zlomková čára.** V čitateli nebo ve jmenovateli nebo v obou **máme vedlejší zlomkové čáry.** Při psaní složených zlomků musíme býti velmi pečliví! Hlavní zlomková čára se píše v té výši, ve které je rovnítko. Hlavní zlomková čára se píše delší než vedlejší zlomkové čáry. Mimo nutnou opatrnost při psaní není u složených zlomků nic nového: složený zlomek je podíl

$$\boxed{\text{čitatel}} : \boxed{\text{jmenovatel}}$$

neboli součin

$$\boxed{\text{čitatel}} . \boxed{\text{(převrácená hodnota jmenovatele).}}$$

Příklad 5. $\frac{7}{\frac{3}{4}} = 7 . \frac{4}{3} = \frac{7 . 4}{3} = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$

Příklad 6. $\frac{\frac{2}{5}}{10} = \frac{2}{5} . \frac{1}{10} = \frac{2}{5 . 10} = \frac{1}{5 . 5} = \frac{1}{25}$

Příklad 7. $\frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{6} . \frac{8}{3} = \frac{5 . 8}{6 . 3} = \frac{5 . 4}{3 . 3} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9}$

Ve složitějších případech napřed vhodně upravíme zvlášť čitatele a zvlášť jmenovatele. Krátíme až na konec.

Příklad 8.

Zjednodušte $\dfrac{3\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}}{3\frac{1}{3}-2\frac{1}{4}}$

Čitatel $= \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{10 \cdot 9}{3 \cdot 4}$

Jmenovatel $= 1 + \frac{4-3}{12} = 1\frac{1}{12} = \frac{13}{12}$

Zlomek $= \frac{10 \cdot 9}{3 \cdot 4} \cdot \frac{12}{13} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 12}{3 \cdot 4 \cdot 13} = \frac{10 \cdot 9}{13} = \frac{90}{13} = 6\frac{12}{13}$

Cvičení.

241. Najděte zpaměti převrácenou hodnotu čísla:

a) 7, b) $\frac{4}{3}$, c) $\frac{2}{5}$, d) $\frac{1}{6}$, e) $1\frac{1}{2}$, f) $3\frac{1}{3}$.

242. Najděte písemně převrácenou hodnotu čísla:

a) $12\frac{5}{7}$; b) $32\frac{3}{4}$; c) $18\frac{5}{13}$; d) $21\frac{1}{19}$; e) $37\frac{1}{37}$.

243. Ve tvaru smíšeného čísla napište převrácenou hodnotu zlomku:

a) $\frac{37}{100}$ b) $\frac{42}{335}$ c) $\frac{27}{121}$ d) $\frac{14}{325}$ e) $\frac{16}{875}$

244. (Zpaměti.)

a) $3 : \frac{1}{2}$ b) $2 : \frac{1}{3}$ c) $5 : \frac{1}{4}$ d) $7 : \frac{1}{6}$

e) $1 : \frac{1}{3}$ f) $1 : \frac{1}{10}$ g) $1 : \frac{2}{3}$ h) $1 : 1\frac{1}{2}$

i) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ j) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ k) $\frac{1}{12} : \frac{1}{9}$ l) $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$

m) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5}$ n) $\frac{3}{4} : \frac{4}{5}$ o) $\frac{2}{9} : \frac{4}{3}$

245. (Písemně.)

a) $1\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$ c) $1\frac{1}{9} : 2\frac{1}{12}$ d) $\frac{5}{16} : 2\frac{1}{12}$

e) $1 : 2\frac{3}{4}$ f) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$ g) $1\frac{11}{25} : 7\frac{4}{5}$ h) $1\frac{11}{45} : 10\frac{1}{9}$

i) $2\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$ j) $1\frac{5}{7} : 1\frac{1}{7}$ k) $3\frac{1}{7} : 11$ l) $1\frac{1}{5} : \frac{2}{3}$

m) $\frac{4}{7} : \frac{7}{4}$ n) $2\frac{7}{10} : 7\frac{1}{5}$ o) $100 : 3\frac{1}{3}$ p) $9 : \frac{5}{9}$

246. (Písemně.)

a) $12 : 2\frac{2}{7}$ b) $\frac{10}{41} : 35$ c) $\frac{16}{13} : 24$ d) $2\frac{5}{22} : 56$

e) $64 : 2\frac{2}{5}$ f) $10 : 5\frac{1}{3}$ g) $24 : 1\frac{1}{11}$ h) $42 : 4\frac{2}{5}$

i) $3\frac{2}{3} : 2\frac{1}{5}$ j) $3\frac{3}{4} : 3\frac{1}{8}$ k) $4\frac{2}{7} : 2\frac{2}{3}$ l) $2\frac{1}{14} : 3\frac{1}{7}$

m) $4\frac{7}{8} : 2\frac{1}{6}$ n) $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{6}$ o) $2\frac{1}{9} : 3\frac{1}{6}$ p) $3\frac{3}{14} : 1\frac{4}{21}$

r) $2\frac{1}{12} : 4\frac{3}{8}$ s) $3\frac{5}{9} : 3\frac{1}{6}$

247. (Písemně.)

a) $3\frac{2}{9} : 4\frac{1}{7}$ b) $2\frac{5}{6} : \frac{34}{55}$ c) $3\frac{5}{11} : \frac{19}{22}$ d) $2\frac{5}{12} : 1\frac{1}{6}$

e) $4\frac{1}{6} : 1\frac{7}{8}$ f) $2\frac{8}{9} : 3\frac{5}{12}$ g) $3\frac{3}{4} : 4\frac{1}{6}$ h) $1\frac{11}{15} : 1\frac{19}{20}$

i) $1\frac{7}{8} : 1\frac{11}{14}$ j) $\frac{7}{15} : 1\frac{3}{25}$ k) $1\frac{1}{15} : \frac{32}{45}$ l) $1\frac{9}{16} : 1\frac{17}{18}$

m) $1\frac{15}{16} : 4\frac{18}{20}$ n) $\frac{17}{18} : 3\frac{15}{22}$ o) $1\frac{3}{14} : 1\frac{13}{21}$

248. Za 2 700 Kčs bylo koupeno:

a) $4\frac{1}{2}$ m, b) $2\frac{1}{4}$ m, c) $3\frac{3}{5}$ m, d) $5\frac{2}{5}$ m látky.

Kolik stál metr?

249. $\frac{2}{3}$ m látky stálo:

a) 780 Kčs; b) $960\frac{1}{2}$ Kčs; c) $1\,050\frac{3}{4}$ Kčs; d) $1\,216\frac{1}{5}$ Kčs.

Zač byl metr?

250. Ušel jsem jednou 400 m za 5 minut, jindy 37 m za $\frac{1}{2}$ minuty a jindy zase 70 m za $\frac{3}{4}$ minuty. Kdy jsem šel nejrychleji?
(V každém případě vypočtěte, kolik m jsem ušel za minutu.)

251. Obsah obdélníka je $8\frac{2}{5}$ cm². Jeden rozměr je:

a) $1\frac{1}{5}$ cm; b) $2\frac{1}{4}$ cm; c) 6 cm; d) 7 cm; e) $7\frac{1}{5}$ cm.

Určete druhý rozměr!

252. Objem kvádru je $15\frac{5}{8}$ m³. Dva rozměry jsou:

a) $2\frac{1}{2}$ m, $\frac{1}{2}$ m; b) $3\frac{3}{4}$ m, $1\frac{2}{3}$ m; c) $2\frac{1}{2}$ m, $2\frac{1}{2}$ m; d) 5 m, $1\frac{1}{4}$ m.

Určete třetí rozměr!

253. Zjednodušte:

a) $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}}$ b) $\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{5}}$ c) $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{6}}$ d) $\dfrac{\frac{3}{10}}{1\frac{1}{5}}$ e) $\dfrac{4}{\frac{3}{5}}$

f) $\dfrac{\frac{1}{4}}{5}$ g) $\dfrac{\frac{5}{6}}{2}$ h) $\dfrac{3\frac{2}{3}}{4\frac{4}{5}}$ i) $\dfrac{3\frac{3}{5}}{4\frac{4}{5}}$ j) $\dfrac{5\frac{1}{3}}{2\frac{11}{12}}$

k) $\dfrac{1-\frac{2}{5}}{2-1\frac{1}{4}}$ l) $\dfrac{4\frac{1}{5}+3\frac{2}{5}+1\frac{3}{5}}{2\frac{3}{8}+1\frac{5}{8}+1\frac{3}{4}}$ m) $\dfrac{1\frac{3}{4}+2\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4}+3\frac{5}{6}+5\frac{1}{6}}$

n) $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}}{1\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{9}}$ o) $\dfrac{1\frac{1}{2}:\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}\cdot 2\frac{1}{2}}$ p) $\dfrac{2\cdot\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{5}}{3\frac{1}{4}:1\frac{1}{20}}$

254. Znásobíme-li myšlené číslo číslem $2\frac{1}{3}$, dostaneme 14. Které číslo si myslíme?

255. Stroj spotřeboval při práci trvající 180 hodin $2\frac{2}{5}$ t uhlí. Kolik t uhlí se spotřebovalo za 10 hodin?

256. S $5\frac{2}{5}$ ha pole se sklidilo 810 q brambor. Kolik se sklidilo s 1 ha?

257. Vlak ujel za $\frac{5}{6}$ hodin 45 km. Kolik ujel za 1 hodinu?

258. Za jakou dobu ujde vojín dráhu $13\frac{2}{3}$ km, víme-li, že ujde za 1 hodinu $6\frac{2}{3}$ km?

259. Zlepšovacím návrhem se zmenšila doba potřebná k provedení úkolu z $5\frac{1}{2}$ hodiny na $2\frac{3}{4}$ hodiny. Kolikrát se tím zrychlila výroba?

260. Horník narubal za $2\frac{1}{2}$ hod. 6 vozíků uhlí. Úderník narubal za $1\frac{1}{2}$ hod. 5 vozíků uhlí. Kolikrát narubal úderník více?

261. Poloměr kružnice je 21 cm, obvod 132 cm. Kolikrát je obvod větší než průměr (ve tvaru zlomku)?

262. Jeden dělník vykonal práci za 3 hodiny, druhý vykonal stejnou práci za $3\frac{3}{4}$ hod.
Jakou část práce vykonal každý z nich za 1 hodinu?
Jakou část práce vykonali oba dohromady za 1 hodinu?
Za kolik hodin vykonali oba dělníci práci?

263. Jakým číslem musíte znásobit číslo $2\frac{1}{3}$, aby vyšlo 16?

264. Auto spotřebovalo na $56\frac{1}{2}$ km $4\frac{3}{4}$ l benzinu. Kolik spotřebovalo na 100 km?

265. Auto ujelo za $3\frac{1}{2}$ hod. 203 km. Jakou rychlostí jelo?

266. Hodinky se zpozdily denně o $2\frac{1}{2}$ min. Za jak dlouho se zpozdily o $1\frac{3}{4}$ min.?
O kolik se zpozdily za 1 hodinu?

267. Kolo udělalo za 1 min. 90 obrátek, druhé kolo za $2\frac{1}{2}$ min. $337\frac{1}{2}$ obrátek. Kolikrát bylo jedno kolo rychlejší než druhé?

268. Brigáda 8 lidí obdržela za $3\frac{1}{2}$ dne při 8hodinové pracovní době odměnu 2 240 Kčs. Jaká byla odměna brigádníka za 1 pracovní hodinu?

269. Najděte číslo, jehož $\frac{2}{3}$ jsou rovny třem čtvrtinám čísla $\frac{4}{9}$.

270. $\frac{3}{7}$ neznámého čísla je $14\frac{1}{7}$. Určete toto číslo.

271. Kolikrát jsou $\frac{3}{5}$ čísla $2\frac{1}{2}$ větší než $\frac{4}{7}$ čísla $1\frac{5}{16}$.

7. Desetinné zlomky a zlomky obyčejné.

V první třídě jsme si řekli, že na př. 0,7 se píše $\frac{7}{10}$; $0{,}13 = \frac{13}{100}$. Desetinné zlomky jsou zlomky se jmenovateli 10, 100, 1000 atd., psané v desítkové soustavě.

Zlomek se jmenovatelem 10, 100 krátíme někdy a upravujeme na zlomek s jiným jmenovatelem.

Tak si pamatujeme, že $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\quad 0{,}75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

$0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $\quad 0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

Jak si upravíme zlomek desetinný s hodnotou větší než jedna celá? $3{,}75 = 3\frac{3}{4}$, nebo také $\frac{15}{4}$. Raději jej píšeme ve tvaru $3\frac{3}{4}$. Můžeme jej také upraviti takto:

$3{,}75 = \frac{375}{100}$ a tento zlomek krátíme. $\frac{375}{100} = \frac{15}{4}$

Podobně 1,5 se upraví $1 + \frac{5}{10} = 1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$, nebo $\frac{3}{2}$.

Je-li dán obyčejný zlomek s jmenovatelem 10, 100 atd., pišme ho hned jako desetinný zlomek. Na př. $\frac{9}{10} = 0{,}9$; $\frac{17}{1000} = 0{,}017$.

Je-li dán zlomek obyčejný s jmenovatelem 2, 5, 4, 20 nebo s jiným číslem, které je v číslech 10, 100, 1000 obsaženo beze zbytku, pak můžeme takový zlomek rozšířit tak, aby jmenovatel byl 10, 100, 1000 atd.

Tak: $1\frac{2}{5} = 1\frac{4}{10} = 1{,}4$ (rozšíříme dvěma);

$2\frac{3}{4} = 2\frac{75}{100} = 2{,}75$ (čím rozšiřujeme?);

$3\frac{7}{20} = 3\frac{35}{100} = 3{,}35$.

Procvičte: $6\frac{1}{8}$; $8\frac{7}{25}$; $1\frac{9}{40}$.

Takový převod se může provésti také tak, že dělíme čitatele jmenovatelem. Takovým dělením můžeme převésti každý obyčejný zlomek v desetinný.

Na příklad:

$$\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$$

Jaké jmenovatele můžeme rozšířit na 10, 100, 1000?

$2 . 5 = 10$ (jmenovatel 2; 5)

$2 . 2 . 5 . 5 = 100$ (jmenovatelé: 2; 4; 5; 20; 25; 50).

$2 . 2 . 2 . 5 . 5 . 5 = 1000$ (jmenovatelé: 2; 4; 5; 8; 20; 25; 50; 125; 200; 250; 500).

Je-li jmenovatelem číslo, které není dělitelem žádného z čísel 10, 100, 1000 atd., pak nemůžeme dělení skončit beze zbytku (nedostaneme zbytek 0). Takový zlomek nemůžeme vyjádřit přesně ve tvaru desetinného zlomku; na př. zlomek $\frac{3}{7}$. Avšak $\frac{3}{7}$ můžeme zaokrouhlit na libovolný počet desetinných míst.

Tak: $\frac{3}{7} = 3 : 7 = 0{,}428\ 571\ 428\ 571$ atd. Proto píšeme podle potřeby: $\frac{3}{7} \doteq 0{,}4$, $\frac{3}{7} \doteq 0{,}43$, $\frac{3}{7} \doteq 0{,}429$, $\frac{3}{7} \doteq 0{,}4286$ atd.

Máme-li jmenovatele 3, pak si pamatujeme hodnoty číslic.

$\frac{1}{3} \doteq 0{,}3 \doteq 0{,}33 \doteq 0{,}333$

$\frac{2}{3} \doteq 0{,}6 \doteq 0{,}66 \doteq 0{,}666 \doteq 0{,}6666 \doteq 0{,}66666$, zaokrouhlíme na 0,6667.

Vidíte, že se opakuje vždy táž číslice.

Takovým zlomkům desetinným, kde se opakuje vždy táž číslice nebo táž skupina číslic, říkáme **čísla periodická.**

Na př.: 0,33..., 0,474747..., 0,984984... Označují se $0{,}\overline{3}$; $0{,}\overline{47}$; $0{,}\overline{984}$.

Tato čísla označujeme podle potřeby nebo udání na libovolný počet desetinných míst. Jinak nemají tato periodická čísla valného významu.

Ve článku 2 na str. 32 jsme srovnávali dva zlomky podle velikosti. Takové srovnání můžeme provést také tak, že zlomky převedeme na desetinné zlomky s takovou přesností, abychom mohli zjistit, který zlomek má větší hodnotu.

Tak na př.: $\frac{3}{7} \doteq 0{,}4$ $\frac{5}{9} \doteq 0{,}6$ (zde vystačíme s desetinami) $\frac{5}{9} > \frac{3}{7}$

$\frac{7}{15} \doteq 0{,}467$, $\frac{6}{13} \doteq 0{,}462$ (zde vystačíme s tisícinami), $\frac{7}{15} > \frac{6}{13}$

Cvičení.

272. Napište jako obyčejné zlomky a úplně zkraťte:
0,5; 0,6; 0,8; 0,05; 0,35; 0,006; 0,25; 0,75; 0,025;
0,4; 0,04; 0,08; 0,008; 0,125; 0,375; 0,625; 0,16; 0,016.

273. Jako nepravý zlomek (v základním tvaru) napište:
5,56; 9,325; 2,35; 12,08;
3,016; 1,056; 9,315; 7,216.

274. Jako desetinné zlomky napište:

$7\frac{1}{2}$; $6\frac{3}{4}$; $8\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{8}$; $3\frac{7}{8}$; $\frac{4}{20}$; $\frac{3}{25}$; $5\frac{7}{40}$; $\frac{39}{200}$; $\frac{117}{250}$; $\frac{7}{125}$; $37\frac{31}{400}$

275. Jako desetinné zlomky napište:

$\frac{5}{7}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{11}$; $\frac{8}{13}$;

zaokrouhlete na 3 desetinná místa.

276. Srovnejte zlomky převedením na zlomky desetinné:

a) $\frac{4}{9}$; $\frac{5}{11}$; b) $\frac{5}{12}$; $\frac{7}{17}$; c) $\frac{3}{11}$; $\frac{5}{18}$; d) $\frac{9}{37}$; $\frac{10}{41}$

277. Počítejte na tolik desetinných míst, kolik je udáno v závorce:

a) $\frac{4}{9} \cdot 83{,}2$ (2) b) $\frac{11}{16} \cdot 375$ (1) c) $\frac{15}{17} \cdot 0{,}032$ (4)

d) $7\frac{3}{11} \cdot 2542$ (1) e) $10\frac{1}{3} \cdot 3{,}56$ (2) f) $17\frac{5}{8} \cdot 4{,}369$ (2)

8. Přehled nauky o zlomcích.

Poněvadž nauka o zlomcích je nezbytná pro pochopení dalšího učiva, bude dobře, zopakujeme-li si podstatné věci.

Každý zlomek se dá psát v různých tvarech, které mají všechny stejnou číselnou hodnotu. Jeden tvar je **základní.** To je ten, v němž čitatel a jmenovatel jsou čísla nesoudělná. Z něho můžeme rozšiřováním přejíti k libovolnému počtu jiných tvarů. Co je rozšiřování? $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{10}{15} = \frac{16}{24}$ atd.

Uvědomme si rozdíl mezi násobením a rozšiřováním. Rozšiřováním se hodnota zlomku nemění, rozšiřování není početní výkon.

Na tvar základní převedeme zlomek krácením. Co je to krácení zlomku? Mění se hodnota zlomku krácením? Kdy můžeme zlomek krátit? Zlomek krátíme buď najednou (největším společným dělitelem), nebo postupně (společným dělitelem, kterého určíme). Součin všech dělitelů, kterými jsme zlomek krátili, je největší společný dělitel čitatele a jmenovatele.

$\frac{24}{60} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$. Krátili jsme postupně čísly: 2, 2, 3. Mohli jsme krátit najednou součinem (2 . 2 . 3). Součin 12 je největší společný dělitel čísel 24, 60.

Pravidla pro početní výkony se zlomky.

Základní početní výkony se zlomky jsou vlastně dva, sčítání a násobení. Ke sčítání je obráceným výkonem odčítání, k násobení je obráceným výkonem dělení. Při sčítání a odčítání nejprve upravujeme zlomky tak, aby měly stejného jmenovatele. Tento jmenovatel, jemuž říkáme společný, je nejmenší společný násobek jmenovatelů všech sčítanců.

Proto:

1. Nejprve určíme nejmenší společný násobek jmenovatelů všech zlomků, které máme sečíst.
2. Rozšíříme dané zlomky tak, aby měly tohoto společného jmenovatele.
3. Sečteme čitatele zlomků a součet lomíme společným jmenovatelem.
4. Výsledek upravíme podle potřeby nebo úkolu. (Zkrátíme na základní tvar.)

Při násobení a dělení neupravujeme zlomky na společného jmenovatele. Násobíme-li dva zlomky, vynásobíme čitatele a jejich součin lomíme součinem jmenovatelů.

Postup : 1. Nad zlomkovou čarou naznačíme součin čitatelů, do jmenovatele napíšeme naznačený součin jmenovatelů.
2. Krátíme, pokud můžeme.
3. Vynásobíme v čitateli i ve jmenovateli a upravíme.

Zlomkem dělíme tak, že násobíme převrácenou hodnotou dělitele. Jaká je převrácená hodnota čísla celého? Jaká je převrácená hodnota zlomku s čitatelem 1?

Hodnoty zlomků:

Zlomky větší než 1 mohou se psát buď jako zlomky nepravé, nebo se převedou na čísla smíšená. V odpovědi vždy uvádíme číslo smíšené. Lépe si totiž představíme číslo smíšené než zlomek nepravý $\left(6\frac{1}{3};\ \frac{19}{3}\right)$.

Čísla smíšená sčítáme a odčítáme tak, že sčítáme a odčítáme zvlášť čísla celá a zvlášť zlomky pravé.

Opakovací úlohy početní:

278. Proveďte postupně (zpaměti):

a) $\frac{3}{4}\cdot 3$	b) $\frac{2}{3}\cdot 7$	c) $4\frac{3}{4}\cdot 4$	d) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$	e) $\frac{2}{5}+1$	f) $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}$
-2	$+\frac{2}{3}$	$:5$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{10}$	$+\frac{3}{4}$
$\cdot 2$	$\cdot 3$	$+\frac{4}{5}$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{10}$	$-\frac{5}{6}$
$\cdot 2$	$:8$	-4	$-\frac{1}{8}$	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{12}$
$+\frac{3}{4}$	$+\frac{1}{2}$	$\cdot 15$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{10}$	$+\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\cdot 4$	$-7\frac{3}{4}$	$+\frac{7}{8}$	$+\frac{4}{5}$	$+\frac{4}{3}$
$\cdot 3$	$-9\frac{3}{4}$	$\cdot 3$	$-\frac{3}{4}$	-1	$-\frac{1}{6}$
$+\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{8}$	$\cdot 8$	$-\frac{1}{12}$	$+\frac{1}{5}$	-1
$-3\frac{9}{10}$	$\cdot 5$	-17	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{5}$	$+\frac{1}{4}$
$\cdot 10$	$-\frac{7}{8}$	$-12\frac{9}{10}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{10}$	$-\frac{3}{4}$

g) $\frac{2}{5}\cdot 3$	h) $2-\frac{1}{5}$	i) $\frac{2}{5}+\frac{3}{10}$	j) $4\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$	k) $6\frac{2}{3}:7$	l) $10\frac{1}{9}:13$
$+\frac{3}{5}$	$:3$	$\cdot 2$	$:10$	$:20$	$+\frac{1}{2}$
$:3$	$:5$	$:3$	$:6$	$:3$	$:23$
$\cdot 5$	$\cdot 10$	$:7$	$\cdot 7$	$\cdot 9$	$\cdot 27$
$:6$	$:6$	$\cdot 12$	$-\frac{3}{10}$	$:5$	$:10$
$:6$	$-\frac{1}{5}$	$\cdot 10$	$:15$	$\cdot 3$	$+\frac{1}{2}$
$:4$	$+\frac{3}{8}$	$:9$	$\cdot 2$	$+\frac{3}{7}$	$:13$
$+\frac{1}{6}$	$:3$	$:16$	$\cdot 5$	$:18$	$\cdot 15$
$\cdot 24$	$+\frac{1}{4}$	$\cdot 27$	$:7$	$\cdot 7$	$:3$
$+\frac{1}{2}$	$\cdot 8$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{13}{14}$	$\cdot 10$	$\cdot 8$

279. Proveďte postupně:

a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$	b) $2\frac{1}{3} \cdot 4$	c) $5\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$	d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$	e) $\frac{1}{2} : 2$
$\cdot 2$	$: 2$	$: 9$	$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot 3$
$: 3$	$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot \frac{4}{11}$	$\cdot \frac{4}{5}$	$\cdot \frac{4}{3}$
$+ \frac{2}{15}$	$\cdot \frac{6}{7}$	$\cdot \frac{9}{2}$	$\cdot \frac{5}{6}$	$\cdot \frac{5}{2}$
$\cdot 10$	$: 2$	$: 7$	$\cdot \frac{6}{7}$	$: 7$
$: 6$	$\cdot \frac{10}{9}$	$\cdot \frac{7}{2}$	$\cdot \frac{7}{8}$	$+ \frac{4}{7}$
$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot \frac{3}{5}$	$+ \frac{1}{2}$	$\cdot 2$	$\cdot 2$
$\cdot \frac{2}{3}$	$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot \frac{9}{10}$	$\cdot 4$	$- \frac{6}{7}$
f) $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$	g) $\frac{7}{30} : \frac{7}{9}$	h) $\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3}$	i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	j) $\frac{1}{10} + \frac{1}{20}$
$: 4$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{4}{5}$	$\cdot \frac{6}{5}$	$: \frac{3}{5}$
$: 3$	$: 3$	$: \frac{1}{4}$	$: \frac{3}{4}$	$\cdot \frac{7}{9}$
$: \frac{5}{6}$	$: \frac{1}{3}$	$: 10$	$\cdot \frac{3}{4}$	$\cdot 12$
$: 3$	$: \frac{9}{10}$	$: 10$	$- \frac{5}{6}$	$\cdot 1\frac{5}{9}$
$: \frac{1}{10}$	$: 25$	$: \frac{7}{20}$	$: 6$	$\cdot \frac{3}{2}$
$: \frac{2}{3}$	$: \frac{1}{5}$	$: \frac{1}{7}$	$\cdot 36$	$: \frac{4}{9}$

Zopakujme si pravidla závorková.

1. Nejprve provedeme početní výkony v závorkách.
2. Závorky se mohou vynechat tam, kde máme nejdříve násobit nebo dělit a potom teprve sčítat nebo odčítat:

$$3 + (4 \,.\, 5) \text{ se může psát } 3 + 4 \,.\, 5,$$
$$2 + (6 : 2) \text{ se může psát } 2 + 6 : 2$$

ale $(3 + 4) \,.\, 5$ se nemůže napsat $3 + 4 \,.\, 5$, poněvadž po každé dostaneme jiný výsledek. $(3 + 4) \,.\, 5 = 35$; $3 + 4 \,.\, 5 = 23$.

Závorku napíšeme raději vždy, když si nejsme jisti s postupem výpočtu. Někdy nezáleží na pořádku výkonů. $(6 \,.\, 4) : 2$ dá tentýž výsledek jako $6 \,.\, (4 : 2)$. Můžeme psát také $\frac{6 \cdot 4}{2}$, nebo $6 \,.\, \frac{4}{2}$ a potom můžeme závorku vynechat. Podobně píšeme: $\dfrac{3 + \frac{1}{2}}{2 - \frac{1}{3}}$. Píšeme-li však místo zlomkové čáry dvojtečku, musíme psát závorky. Tedy: $(3 + \frac{1}{2}) : (2 - \frac{1}{3})$.

Cvičení.

280. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$; b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{4}$; c) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{3}$;

d) $\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}$; e) $\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$; f) $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{12}$;

g) $1\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}:\frac{1}{3}\right)$; h) $\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3}$; i) $\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\right):\frac{4}{5}$.

281. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}$; b) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}$;

c) $\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{5}\right)$; d) $\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}$;

e) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{12}:\frac{1}{2}\right)$; f) $\frac{2}{3}\cdot\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{12}:\frac{1}{2}\right)\right]$;

g) $\frac{2}{3}\cdot\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{12}\right):\frac{1}{2}\right]$; h) $\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right):\frac{1}{2}$;

i) $\left(\frac{1}{2}\cdot4\frac{2}{5}\right)-\left(\frac{1}{3}\cdot6\frac{1}{5}\right)$.

282. Zjednodušte:

a) $\frac{1}{2}-\left[\frac{1}{3}:\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{12}\right)\right]$ b) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$

c) $3\frac{3}{4}:\left(2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}\right)$ d) $1\frac{5}{6}\cdot\left[\frac{1}{3}\cdot\left(3\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}\right)\right]$

e) $\left(1\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(3\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}\right)$ f) $5\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{2}-2\frac{1}{4}\cdot3\frac{1}{5}$

g) $\left(3\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}\right):\left(2\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)$ h) $\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{7}\right):\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)$

i) $\left(1\frac{2}{3}-1\frac{1}{2}\right):\left(3\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}\right)$.

Opakovací úlohy slovní:

283. Součet čísel $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ násobte rozdílem $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$.

284. Znásobte číslo $\frac{3}{5}$ zlomkem $2\frac{1}{2}$ a výsledek dělte $\frac{2}{3}$.

285. Čtvrtina hledaného čísla je stejně velká jako pětina čísla $87\frac{1}{2}$. Určete je.

286. Určete číslo, jestliže $\frac{4}{5}$ z $\frac{5}{9}$ tohoto čísla je 28.

287. Jakým číslem musíme násobit rozdíl čísel $3\frac{1}{2}$ a $2\frac{3}{4}$, abychom dostali jejich součet?

288. Chodec šel $7\frac{2}{5}$ hodiny rychlostí $5\frac{1}{4}$ km za hodinu. Za jak dlouho by byl ušel tuto dráhu, kdyby byl ušel za 1 hodinu $4\frac{1}{5}$ km. Kolik km ušel za $7\frac{2}{5}$ hod.?

289. Dělník v továrně vyrobil za $3\frac{3}{4}$ hodiny 195 výrobků. Kolik by jich vyrobil za $6\frac{1}{4}$ hodiny? (Naznač postup a proveď najednou!)

290. Obvod kola parního stroje je $5\frac{23}{26}$ m; druhé kolo má obvod $11\frac{11}{25}$krát menší.

a) Kolikrát se otočí menší kolo, má-li vykonat stejnou dráhu jako větší při 18 000 obrátkách většího kola?

b) Jakou dráhu urazí větší kolo při tomto počtu obrátek?

291. Jakým číslem musíme násobit $2\frac{1}{3}$, aby se součin rovnal 1?

292. Jakým číslem musíme dělit $2\frac{1}{3}$, aby se podíl rovnal 1?

293. Jak se změní podíl beze zbytku, jestliže

a) dělenec se zvětší $\frac{2}{5}$krát a dělitel zůstane beze změny?

b) dělenec se zvětší $3\frac{1}{2}$krát a dělitel $2\frac{1}{3}$krát;

c) dělenec se zvětší $2\frac{1}{5}$krát a dělitel se zmenší $\frac{3}{11}$ krát;

d) dělenec se zmenší $\frac{3}{5}$krát a dělitel $2\frac{1}{3}$krát;

e) dělenec se zmenší $2\frac{1}{2}$krát a dělitel se zvětší $3\frac{1}{2}$krát?

294. Dělník vykonal svůj úkol vyrobit daný počet výrobků za 2 dny. První den vyrobil polovinu předepsaného počtu výrobků a k ní ještě 24 kusy. Na druhý den mu zůstal třikrát menší počet než na první den. Jaký počet vyrobil za oba dny? (Rozbor proveďte na úsečce!)

295. Určete aritmetický průměr čísel:

a) $7\frac{1}{12}$; $9\frac{1}{9}$; b) $3\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{6}$; c) $2\frac{1}{3}$; $3\frac{1}{2}$; 4.

296. Do směsi čokoládových cukrovinek bylo dáno $12\frac{1}{2}$ kg jednoho druhu za 320 Kčs za 1 kg a $3\frac{1}{2}$ kg druhého druhu za 300 Kčs za 1 kg. Kolik stál 1kg směsi?

297. Aritmetický průměr je $5\frac{1}{3}$; jedno číslo z průměru je $6\frac{1}{2}$. Které je druhé číslo?

298. Cyklista ujel za první den 108 km; za druhý den $\frac{11}{12}$ této dráhy. Jel-li rychlostí $12\frac{1}{2}$ km za hodinu, za jak dlouho projel celou trať?

299. Do družstva bylo podle dodacího listu dodáno 385 kg zboží. 5 beden bylo po 25 kg; ostatní bedny po $43\frac{1}{3}$ kg. Kolik bylo těchto beden?

300. Letadlo mělo uletět dráhu 1 470 km za 6 hodin. Letělo-li letadlo první dvě hodiny rychlostí o čtvrtinu větší, než jaká byla střední rychlost letadla, jakou mělo letadlo letět, jakou rychlostí letělo zbývající čtyři hodiny?

301. V létě byla naměřena teplota 38° R. Kolik to bylo stupňů Celsia? (100° C = 80° R)

302. 3 dělníci v tkalcovně v úkolu utkali: první 180 m jedné tkaniny, druhý $\frac{11}{12}$ množství první tkaniny a třetí $\frac{8}{15}$ množství první tkaniny. Kolik utkali první dva dohromady? Jestliže 1 m první tkaniny stál 220 Kčs, druhý druh 180 Kčs a třetí 150 Kčs, jaká byla hodnota všeho dohromady?

303. Jak dlouhou síň má navrhnout stavitel pro 250 lidí, počítá-li se na jednoho člověka $\frac{3}{4}$ m² a má-li být šířka síně $12\frac{1}{2}$ m?

304. Pole tvaru obdélníka má délku 175 m, jeho šířka jsou $\frac{3}{4}$ délky. S jiného pole, jehož plošný obsah byl $\frac{7}{20}$ daného pole, bylo se 100 m² sebráno $\frac{1}{5}$ t brambor. Kolik se sebralo s každého pole?

305. Záhonek tvaru kruhu má průměr $6\frac{1}{8}$ dm. Jaký je jeho obvod, je-li $\frac{22}{7}$krát větší než průměr?

306. Přičteme-li k neznámému číslu jeho $\frac{3}{4}$ a 40, obdržíme 180. Které je neznámé číslo?

307. Přidáme-li 324 k $\frac{4}{7}$ neznámého čísla, dostaneme $\frac{10}{7}$ tohoto čísla. Vypočtěte neznámé číslo.

308. Odečtu-li od $\frac{6}{7}$ nějakého čísla 273, dostanu $\frac{3}{7}$ myšleného čísla. Které to je?

309. a) Přidám-li k myšlenému číslu $10\frac{1}{3}$ a součet násobím 2, dostanu $40\frac{2}{3}$ (dvojnásobek našeho čísla se zvětší o $20\frac{2}{3}$).

b) Odečtu-li od myšleného čísla součin $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}$, dostanu $18\frac{3}{4}$. Určete je.

310. Dělník zhotovil zakázku za $20\frac{1}{4}$ dne. Jakou část zakázky zhotovil za $4\frac{1}{2}$ dne?

311. Čtvrtinu práce vykonala brigáda za $2\frac{1}{3}$ hodiny. Jakou část vykonala za 1 hodinu, za 7 hodin?

312. Horník vytěží předepsané množství uhlí za 6 hodin; druhý horník za 4 hodiny. Za kolik hodin vytěží toto množství, budou-li pracovat společně?

313. První brigáda by vykonala určenou práci za 6 dní; druhá za 8 dní, třetí za dvakrát delší dobu než první brigáda.

První a druhá brigáda pracovaly společně dva dny. Potom jim přišla na pomoc třetí brigáda. Za jak dlouho měly práci hotovu?

314. Tyč dlouhá $7\frac{1}{2}$ m má se rozdělit ve 2 díly tak, aby jeden díl byl o $4\frac{4}{5}$ m delší (kratší) než druhý.

315. Ve dvou bednách bylo dohromady $35\frac{1}{2}$ kg zboží. Přendáte-li z jedné do druhé $6\frac{1}{2}$ kg, bude v obou stejně. O kolik bylo ve větší více zboží? Kolik bylo v každé?

316. Ve 3 bednách bylo celkem 414 kg zboží; jestliže bylo vybráno z každé bedny stejně zboží, zbylo v první bedně $25\frac{1}{2}$ kg, v druhé $35\frac{1}{2}$ kg a v třetí 38 kg. Kolik zboží bylo původně v každé bedně?

317. Váhu $81\frac{1}{2}$ kg rozdělte ve 3 části tak, aby druhá část byla o $3\frac{1}{5}$ kg větší než třetí a první větší o $1\frac{3}{4}$ kg než druhá. Jaká je každá část?

(Ukázka na úsečce: základní, nejmenší je třetí část; o kolik jsou ostatní větší?)

318. Rozdělte číslo 180 tak, aby jedna část byla $1\frac{1}{2}$krát větší než druhá.

319. Tři Jednotná zemědělská družstva měla 1 782 ha výměry; v prvním družstvu je polovina, ve druhém třetina výměry třetího družstva. Kolik hektarů má třetí družstvo?

320. Za 3 dni bylo požato 578 a; druhý den bylo požato $1\frac{1}{2}$krát více než první den; ve třetím dnu $1\frac{1}{6}$krát více než ve druhém. Kolik v každém dnu?

321. Součet dvou čísel je $16\frac{1}{3}$; druhé číslo je $2\frac{1}{2}$krát větší než první. Určete obě čísla.

322. Součet dvou čísel je 1. Určete je, víte-li, že $\frac{1}{2}$ prvního se rovná $\frac{1}{3}$ druhého čísla.

323. Turista šel 3 hod. pěšky, $1\frac{1}{2}$ hodiny jel autem a urazil celkem trať $101\frac{1}{2}$ km. Za 3 hodiny pěšky a za 3 hodiny autem by urazil trať 189 km. Kolik km ušel za 1 hodinu pěšky a kolik ujel autem?

(Za $1\frac{1}{2}$ hod. ujede autem $87\frac{1}{2}$ km.)

V. Poměr.

1. Srovnávání čísel pomocí poměru.

Velikost dvou čísel můžeme srovnávat dvojím způsobem. Při prvním způsobu odečteme jedno číslo od druhého neboli vypočteme jejich **rozdíl.** Tím dostaneme odpověď na otázku, **o kolik** je jedno číslo větší nebo menší než druhé.

Příklad:

Jendovi je 9 let, jeho otci je 35 let. Jest $35 - 9 = 26$. Otec je o 26 roků starší než Jenda. Jenda je o 26 roků mladší než jeho otec. Jsou-li srovnávaná čísla celá, je také jejich rozdíl číslo celé.

Při druhém způsobu srovnávání čísel dělíme jedno číslo druhým, neboli vypočteme jejich **podíl.** Jestliže tento podíl je číslo celé, pak dává odpověď na otázku, **kolikrát** je jedno číslo větší nebo menší než druhé.

Příklad:

Cyklista ujel 12 km za hodinu, rychlík ujel 60 km za hodinu. Jest $60 : 12 = 5$. Rychlík se pohyboval pětkrát rychleji než cyklista. Cyklista se pohyboval pětkrát pomaleji než rychlík. Ale podíl dvou čísel nemusí být číslo celé, ani když dělenec i dělitel jsou čísla celá.

Příklad:

Na pracoviště je třeba dopraviti autobusem 105 dělníků. Autobus pojme 30 cestujících. Podíl $105 : 30 = 3\frac{1}{2}$. Dělníků je více než třikrát tolik, kolik pojme jeden autobus; tři autobusy nestačí na dopravu. Dělníků je méně než čtyřikrát tolik, kolik pojme jeden autobus; čtyři autobusy stačí, ale nebudou plně obsazeny. Dělníci obsadí tři plné autobusy a polovinu čtvrtého.

Jsou případy, kdy srovnávání velikosti čísel jejich rozdílem jest jedině účelné. Tak je tomu na př. při srovnávání věku dvou lidí. Mařence je 5 let, její matce 25 let. Rozdíl $25 - 5 = 20$; Mařenka je o dvacet let mladší než její matka. Za pět let, za deset let, za dvacet let a vůbec stále, pokud budou obě na živu, bude Mařenka o 20 let mladší než její matka, a také na př. před třemi lety byla Mařenka o 20 let mladší než její matka. Naproti tomu je Mařenka dnes pětkrát mladší než matka, za pět let bude jen třikrát mladší než matka, před třemi lety byla jedenáctkrát mladší než matka.

Jsou však také četné případy, kdy jedině účelné je srovnávání velikosti čísel jejich podílem. Dejme tomu, že učebna je dlouhá 10 m a široká 6 m, a že dveře jsou široké 1 m. Narýsujme si plán učebny, ve kterém je každý metr zakreslen úsečkou dlouhou 1 cm. Skutečná délka učebny je stokrát větší než její délka na plánu; stejně také šířka učebny, šířka dveří a oken a vůbec všecky délky zachycené na plánu jsou ve skutečnosti stokrát větší než na plánu. Naproti tomu je skutečná délka učebny o 9 m 9 dm větší než délka na plánu, skutečná šířka učebny je o 5 m 94 cm větší než šířka na plánu atd. Výpočet takových rozdílů nemá praktického smyslu.

Všimli jsme si již, že podíl dvou celých čísel nemusí býti číslo celé a že pouze v případě celého podílu má smysl otázka, kolikrát je jedno číslo větší než druhé. V praxi se často vyskytuje odpověď, že jedno číslo je dva a půlkrát větší než druhé, přes to, že nic nemůže být půlkrát větší. V praxi velmi často ponecháváme podíl srovnávaných čísel v naznačeném tvaru a nazýváme je **poměrem.** Jestliže na př. ve třídě je 20 chlapců a 15 děvčat, řekneme, že poměr počtu chlapců k počtu děvčat je 20 k 15 (psáno 20 : 15), nebo jednodušeji 4 ke 3 (psáno 4 : 3). Že poměr počtu chlapců k počtu děvčat je 4 : 3, znamená, že na každé 4 chlapce připadají 3 děvčata.

Tedy **poměr dvou čísel je naznačený podíl**; znamení dělení čteme slovem „k", dělence nazýváme **prvním členem** a dělitele **druhým členem** poměru. Číselná hodnota poměru neboli podíl je zlomek nebo ve zvláštních případech číslo celé.

Poměr je tedy vlastně totéž jako zlomek a dá se psát v různých tvarech. Stejně jako zlomek můžeme podíl **krátit** a naopak **rozšiřovat.** Poměr 20 : 15 přejde krácením ve tvar 4 : 3, a ten zas přejde rozšiřováním v původní tvar 20 : 15. Krácením můžeme uvésti poměr dvou čísel celých na základní tvar, ve kterém jsou oba členy čísla nesoudělná; základní tvar poměru 20 : 15 jest 4 : 3.

Členy poměru mohou být také zlomky nebo čísla smíšená. Takový poměr můžeme převést na poměr dvou čísel celých dvojím způsobem. Jako příklad vyšetříme poměr $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$. Při prvním způsobu vypočteme podle pravidla o dělení zlomků:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{8} = 9 : 8$$

Při druhém způsobu rozšíříme nejmenším společným násobkem $n(3\,;4) = 12$ obou jmenovatelů:

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = 9 : 8 \quad \left(\frac{3}{4} \cdot 12 = 9; \quad \frac{2}{3} \cdot 12 = 8\right)$$

Rozšiřování užíváme zejména tehdy, jsou-li členy poměru desetinné zlomky, na př.:

$$0{,}6 : 0{,}75 = 60 : 75 = 4 : 5.$$

Napřed jsme rozšířili stem a potom jsme krátili patnácti.

Srovnáváme-li dvě veličiny (dvě váhy, dvě délky a pod.), srovnáváme jejich číselné hodnoty vyjádřené ve stejné jednotce. Příklad: Na vagon naložíme 10 t uhlí, na nákladní auto 20 q. Srovnejte obě váhy! Převedeme je buď na tuny, nebo na metrické centy. Rozdíl vah je 8 t neboli 80 q, poměr vah je $100 : 20 = 10 : 2 = 5 : 1$. **Poměr dvou veličin je číslo nepojmenované**; nezávisí na volbě jednotky.

Změníme-li pořádek srovnávaných čísel, dostaneme **převrácený poměr**; první člen stane se druhým a druhý prvním. Je-li poměr počtu chlapců k počtu dívek $4 : 3$, je poměr dívek k počtu chlapců $3 : 4$. První poměr je nepravý zlomek $\frac{4}{3}$ neboli smíšené číslo $1\frac{1}{3}$, druhý poměr je pravý zlomek $\frac{3}{4}$. Součin obou poměrů je roven jedné. Co do velikosti srovnáváme poměry jako zlomky.

Příklad:

Dělník, který měl vyrobit podle plánu za týden 360 součástek, překročil plán o 80 kusů. Jiný dělník překročil výrobu 250 plánovaných součástek o 60 kusů. Který dělník poměrně více překročil svůj plán?

Překročení plánu je u prvního dělníka dáno poměrem $80 : 360 = 2 : 9$, u druhého poměrem $60 : 250 = 6 : 25$. Druhý dělník překročil svůj plán poměrně více, neboť $\frac{6}{25} > \frac{2}{9}$. To poznáme buďto tak, že oba zlomky uvedeme na společného jmenovatele:

$$\frac{6}{25} = \frac{54}{9 \cdot 25}; \quad \frac{2}{9} = \frac{50}{9 \cdot 25};$$

nebo, což v daném případě je výhodnější, že je uvedeme na společného čitatele:

$$\frac{2}{9} = \frac{6}{27}, \text{ což je menší než } \frac{6}{25}.$$

Srovnání můžeme provésti také převodem na desetinné zlomky:

$$\frac{6}{25} = 0{,}24; \quad \frac{2}{9} = 0{,}22.$$

V zeměpise jste již poznali měřítko plánů a map. Měřítko je poměr kterékoli úsečky na plánu ke skutečné délce touto úsečkou znázorněné. První člen tohoto poměru je vždy roven jedné. Na př. měřítko plánu učebny je $1 : 120$. Úsečka 5 cm na plánu znamená skutečnou délku 120krát větší, tedy délku 6 m. Skutečná délka 8,4 m je na plánu znázorněna úsečkou 120krát menší, tedy úsečkou 7 cm.

Úloha:

Délka 60 m je na plánu 24 mm dlouhá. Jaké je měřítko plánu? Měřítko je poměr délky 24 mm k délce 60 m, tedy $24 : 60000 = 4 : 10000 = 1 : 2500$.

Cvičení.

324. Srovnávejte pomocí rozdílu i pomocí poměru. Tažte se a odpovídejte celou větou:

a) Za 1 hodinu ujedeme na kole průměrně 15 km, autem 60 km.

b) Jiří má do školky 10 minut, jeho sestra do střední školy 50 minut.

c) Koňmi podmítnou pole (1 ha) za 12 hodin, traktorem za 2 hodiny.

d) Na pole (1 ha) zasadili 20 q bramborové sadby a sklidili 260 q brambor.

e) 42; 6.

f) 14; 98.

325. Srovnejte pomocí rozdílu i pomocí poměru:

a) 1 dm, 1 m; b) 10 min., 1 hod.; c) 1 dl, 1 l; d) 1 den, 6 hod.;

e) 1 m 2 dm; 6 m; f) 10 dkg, $\frac{1}{2}$ kg; g) 20 m², 1 ar; h) 1 dm², 1 m²;

i) 1 cm³, 1 dm³; j) 50 kg, $\frac{1}{2}$ q.

326. Určete poměry a vysvětlete smysl odpovědi:

a) 30 chlapců ke 12 dívkám;

b) 12 dívek ke 30 chlapcům;

c) šířka obdélníku 25 m k délce obdélníku 30 m;

d) 40 k 6; e) 7 k 21; f) 24 k 18;

g) 8 k 1; h) 1 k 100.

327. Převeďte poměry na základní tvar:

a) $1{,}5 : 0{,}25$; b) $\frac{3}{5} : \frac{3}{4}$ c) $1\frac{2}{3} : 2\frac{5}{6}$ d) $0{,}4 : \frac{3}{4}$;

e) $2\frac{1}{2} : 0{,}5$; f) $125 : 85$; g) $4{,}75 : 21{,}5$; h) $5{,}48 : 36$;

i) $128 : 192$; j) $1\frac{2}{5} : \frac{7}{12}$ k) $2\frac{1}{4} : 5\frac{1}{4}$; l) $1\frac{3}{4}$ m k 15 mm

m) 50 h ke 3 Kčs; n) 4 cm k 25 mm; o) 50 m k 1 km.

328. K poměrům napište poměry převrácené. Uveďte poměry na základní tvar a přesvědčte se, zda součin převrácených poměrů je roven jedné:

a) $\frac{3}{5}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $18 : 3$; d) $24 : 32$; e) $1\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4}$;

f) 15 cm ke $3\frac{1}{2}$ m; g) $8\frac{1}{4}$ kg k 80 dkg; h) 24 Kčs ke 3,50 Kčs.

329. Dokažte, že poměry $36 : 18$ a $\frac{1}{36} : \frac{1}{18}$ jsou navzájem převrácené. Podobně poměry $\frac{1}{5} : \frac{1}{4}$ a $5 : 4$.

330. Převeďte poměry na základní tvar. Přesvědčte se, že poměr dvou zlomků se stejnými čitateli je převráceným poměrem jejich jmenovatelů!

Na příklad: $\frac{3}{8} : \frac{3}{10} = 10 : 8 = 5 : 4$

a) $3\frac{3}{4} : 1\frac{7}{8}$; b) $2\frac{6}{7} : 2\frac{2}{9}$; c) $7\frac{9}{13} : 5\frac{15}{17}$ d) $6\frac{7}{8} : 9\frac{1}{6}$

331. Ve škole je 840 žáků, z toho 360 děvčat. Najděte poměr:

a) počtu děvčat k počtu chlapců,

b) počtu chlapců k počtu všeho žactva.

332. Mosaz je slitina mědi a zinku. V jedné mosazné součásti bylo 12 kg 60 dkg mědi a 8 kg 40 dkg zinku. Určete poměr:
a) váhy mědi k váze zinku;
b) váhy mědi k váze mosazi;
c) váhy zinku k váze mosazi.

333. Délka strany jednoho čtverce je 6 cm, druhého 8 cm. Určete poměr:
a) jejich obvodů; b) jejich obsahů.

334. 100° C odpovídá 80° R. Určete poměr:
a) stupňů C ke stupňům R; b) stupňů R ke stupňům C.

335. Jeden obdélník má rozměry 60 cm a 20 cm, druhý má rozměry dvakrát větší než prvý. Určete poměr: a) jejich obvodů; b) jejich obsahů.

336. Hrubá váha zboží byla $61\frac{3}{4}$ kg, váha obalu $4\frac{3}{4}$ kg. Jaký je poměr váhy obalu k čisté váze zboží? Jaký je poměr čisté váhy zboží k hrubé váze?

337. JZD mělo hrubý příjem 115 000 Kčs a vydání 105 000 Kčs. V jakém poměru je zisk k hrubému příjmu? V jakém poměru je zisk k vydání?

338. Dělník, který měl vyrobit týdně 120 součástí, vyráběl jich 144. Určete poměr: a) nadplánu k plánu, b) počtu vyráběných součástek k počtu součástek plánovaných.

339. V dubnu 1948 vytěžili na dole v kladenském revíru průměrně 1,12 t uhlí na jednoho havíře za směnu. Bylo to o 70 kg více, než kolik se na dole těžilo r. 1937. V jakém poměru byla těžba v dubnu 1948 k těžbě roku 1937 na hlavu a směnu?

340. Na čtvrt milionu našich dělníků a dělnic mělo před válkou měsíční mzdu 150 Kčs. Bylo to o 2 550 Kčs méně, než kolik činila jejich průměrná měsíční mzda roku 1949. Určete poměr jejich mzdy roku 1949 a předválečné mzdy. Vysvětlete smysl poměru!

341. Jedna osoba má roční příjem 35 000 Kčs a ušetří 4 000 Kčs ročně, druhá má roční příjem 40 000 Kčs a ušetří 5 000 Kčs ročně. Která osoba ušetří poměrně více?

342. Jedna obec měla předpis 800 q obilí a dodala 1 000 q, jiná obec měla dodat o 400 q obilí více než prvá, ale překročila plán o 300 q obilí. Která obec splnila lépe dodávku?

343. Žáci střední školy soutěžili ve sběru odpadových surovin. Stanovili si týdně 2 kg sběru na žáka. V 1. třídě bylo 32 žáků, ve 2. třídě 42 žáků, ve 3. třídě 36 žáků, ve 4. třídě 40 žáků. Za týden činil sběr: v 1. třídě 80 kg, ve 2. třídě 98 kg, ve 3. třídě 88 kg, a ve 4 třídě 90 kg. Která třída sebrala poměrně nejméně a která poměrně nejvíce?

344. V dílně soutěžily tři úderky. Každá úderka vyráběla jinou součástku stroje. Prvá úderka snížila výrobní čas své součástky z 15 minut na $12\frac{1}{2}$ minuty, druhá úderka snížila výrobní čas 18 minut o $3\frac{1}{2}$ minuty. Třetí úderka vyráběla svou součástku za 45 minut, když předtím jí výroba trvala 55 minut. Která úderka byla nejvýkonnější?

345. Jaké rozměry bude mít vaše učebna v plánu, bude-li měřítko plánu 1 : 100; 1 : 50; 1 : 180?

346. Určete měřítko plánu, jestliže:

a) délka 18 m je na plánu dlouhá 3 cm 6 mm;

b) 2 cm na plánu je ve skutečnosti 15 m;

c) 1 cm znamená 150 m.

347. Určete rozměry tělocvičny na plánu zhotoveném v měřítku 1 : 150, když je tělocvična dlouhá 24 m a široká 15 m. Určete poměr plošných obsahů tělocvičny a jejího plánu.

348. Plán domu je zhotoven v měřítku 1 : 180.

a) Jak dlouhý a široký je ve skutečnosti pokoj, když na plánu je dlouhý 3,5 cm a široký 25 mm?

b) Jak velkou plochu znamená 1 cm^2 na plánu?

349. Plán má měřítko 1 : 2 500.

a) Jakými rozměry bude na plánu znázorněna obdélníková ovocná školka, která je ve skutečnosti dlouhá 420 m a široká 240 m?

b) Kolik ha bude zobrazeno na plánu obdélníkem 20 cm dlouhým a 8 cm širokým?

350. Určete měřítko plánu nebo mapy:

a) Každých 250 m je znázorněno na plánu 1 cm;

b) 100 km je zobrazeno na mapě délkou 1 cm;

c) $1\frac{1}{3}$ cm na mapě je ve skutečnosti 1 km.

351. Měřítko mapy je 1 : 75 000.

a) Kolik měří ve skutečnosti vzdálenost dvou měst, jejichž vzdálenost na mapě je 12,4 cm?

b) Jakou délkou je na mapě zobrazena vzdálenost, která je ve skutečnosti dlouhá 15 km?

c) Jaká je skutečná rozloha lesa, která je na mapě znázorněna ploškou 16 cm^2?

352. Na plánu v měřítku 1 : 120 je zobrazena obdélníková zahrádka rozměry 15 cm a 8 cm. Jaké rozměry bude mít tato zahrádka na plánu v měřítku 1 : 150?

353. Vlak jede rychlostí 33 km za hodinu po trati, která má stoupání 1 : 110. O kolik m stoupne za minutu?

2. Vzrůst a pokles v daném poměru.

1. úloha.

a) V uhelném skladu bylo 300 t uhlí. Jednoho dne přivezli dalších 200 t. Srovnejte poměrem novou zásobu s původní zásobou!

Poměr nové zásoby k původní je 500 : 300 = 5 : 3. Nová zásoba je $\frac{5}{3}$ původní zásoby: $\frac{5}{3} \cdot 300 = 500$.

Říkáme, že zásoba **vzrostla** (stoupla, zvětšila se) **v poměru 5 : 3**.

b) Ze skladu, ve kterém bylo 500 t uhlí, odvezli dalšího dne 100 t. Poměr nové zásoby k původní je $400 : 500 = 4 : 5$. Nová zásoba je $\frac{4}{5}$ původní zásoby: $\frac{4}{5} \cdot 500 = 400$.

Zásoba **klesla** (zmenšila se) **v poměru 4 : 5.**

c) Ráno bylo na skladě 150 t uhlí a 120 t koksu. Během dne se změnila zásoba uhlí v poměru 3 : 2, zásoba koksu v poměru 3 : 4. Kolik bylo večer na skladě uhlí a kolik koksu?

Poměry 3 : 2 a 3 : 4 udávají poměr nové zásoby k původní zásobě. Večer bylo $\frac{3}{2}$ ranní zásoby uhlí a $\frac{3}{4}$ ranní zásoby koksu.

$$\frac{3}{2} \cdot 150 = 225 \text{ tun uhlí;}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 120 = 90 \text{ tun koksu.}$$

Poměr 3 : 2 udával vzrůst zásoby uhlí.

Poměr 3 : 4 udával pokles zásoby koksu.

Nová hodnota se dostane, když se původní hodnota násobí zlomkem, který vyjadřuje poměr nové hodnoty ke staré. Tento zlomek je nepravý při vzrůstu hodnoty a pravý při poklesu hodnoty.

2. *úloha.*

a) Zvětšete $9\frac{1}{2}$ m v poměru 4 : 3!

V poměru 4 : 3 zvětšujeme, počítáme-li z daného čísla $\frac{4}{3}$:

$$\frac{4}{3} \cdot 9\frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 19}{3 \cdot 2} = \frac{2 \cdot 19}{3} = \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$$

Zvětšená hodnota je $12\frac{2}{3}$ m.

b) $8\frac{3}{4}$ kg zmenšete v poměru 5 : 7!

Z daného čísla počítáme $\frac{5}{7}$:

$$\frac{5}{7} \cdot 8\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 35}{7 \cdot 4} = \frac{5 \cdot 5}{4} = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4}$$

Zmenšená hodnota je $6\frac{1}{4}$ kg.

c) Zmenšete 2 hodiny v poměru 5 : 6!

$$\frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3} = 1\frac{40}{60}$$

Zmenšená hodnota je 1 hod. 40 min.

3. *úloha.*

a) Zlevněné jízdné bylo $\frac{2}{3}$ plného jízdného. Zač byla jízdenka za plnou cenu, když zlevněná stála 48 Kčs?

48 Kčs jsme dostali zmenšením plného jízdného v poměru 2 : 3,

$$48 = \frac{2}{3} \cdot (\text{plné jízdné}).$$

Obráceně, plné jízdné dostaneme zvětšením zlevněného jízdného v převráceném poměru 3 : 2

$$\text{plné jízdné} = \tfrac{3}{2} \,.\, 48 = 72.$$

Plné jízdné bylo 72 Kčs.

b) Najděte číslo, z něhož $\frac{5}{6}$ dá číslo 45.

45 jsme dostali zmenšením hledaného čísla v poměru 5 : 6, proto hledané číslo dostaneme zvětšením v obráceném poměru 6 : 5.

Protože $45 = \frac{5}{6} \,.\, x$,

je $x = \frac{6}{5} \,.\, 45 = 54$.

Hledané číslo je 54.

Cvičení.

354. (Zpaměti.)
Jednotné zemědělské družstvo dodalo veřejnému zásobování vajec (zaokrouhleno na sta):

leden 200	únor 500	březen 1 200	duben 3 600	květen 2 700	červen 2 400
červenec 2 200	srpen 1 800	září 1 500	říjen 1 200	listopad 900	prosinec 300

Určete vzrůst nebo pokles v daném poměru pro jednotlivé měsíce. Na příklad: Dodávka v únoru vzrostla ve srovnání s dodávkou v lednu v poměru 5 : 2.
Je tedy dodávka v únoru $\frac{5}{2}$ dodávky lednové: $\frac{5}{2} \,.\, 200 = 500$.

355. (Zpaměti.)
a) Zmenšete v poměru 2 : 3 čísla: 39; 72; 105.
b) Zvětšete v poměru 6 : 5 čísla: 15; 35; 60; 100.
c) Zmenšete v poměru 5 : 6 čísla: 30; 60; 90; 120.
d) Zmenšete $2\frac{1}{2}$ m v poměru 7 : 10.
e) Zvětšete 144 v poměru 7 : 4.
f) Zvětšete $1\frac{1}{4}$ kg v poměru 4 : 1.
g) Zmenšete 3 hod. v poměru 1 : 4.
h) Zmenšete 1 400 Kčs v poměru 3 : 100.

356. Dílna se zavázala socialistickou smlouvou zvýšit výrobu v poměru 5 : 4. Kolik kusů vyráběl potom dělník, který dříve vyrobil za směnu:
a) 120 kusů? b) 52 kusů? c) 39 kusů?

357. Zvýšenou produktivitou práce klesly ceny zboží v poměru 3 : 5. Co stálo potom zboží, jehož cena byla:
a) 240 Kčs? b) 78,50 Kčs? c) 36,80 Kčs?

358. Fotografie s rozměry $6\frac{3}{4}$ cm a $5\frac{1}{4}$ cm byla zvětšena v poměru 8 : 3. Vypočtěte rozměry zvětšeniny.

359. Posečení a svázání pšenice, když se konalo ručně (hrabicí a vázáním do provázků), trvalo 45 hodin.
Jak dlouho by trvalo posečení a svázání této pšenice:
a) s použitím obilního žacího stroje, počítáme-li, že se doba snižuje v poměru 3 : 5;
b) s použitím šestistopého samovazače, kdy se sníží doba v poměru 3 : 25?

360. Lepším obděláváním půdy (hnojiva, stroje atd.) vzrostl výnos od roku 1870 u ovsa v poměru 9 : 4, u cukrovky v poměru 3 : 1, u ječmene 11 : 5.
Sklidil-li rolník roku 1870 38 q ovsa, 185,40 q cukrovky a 31,50 q ječmene, o kolik q více sklidíme s těchto pozemků dnes?

361. V jakém poměru musíme zvětšit 60 m, abychom dostali 75 m?
Poměr nové hodnoty ke staré je 75 : 60 = 5 : 4; 60 m musíme zvětšit v poměru 5 : 4 ($\frac{5}{4} \cdot 60 = 75$).
a) V jakém poměru musíme zvětšit 36, abychom dostali 48?
b) V jakém poměru musíme zmenšit 100, abychom dostali 80?
c) V akém poměru musíme zvětšit 1 m, abychom dostali 1 m 2 dm?
d) V jakém poměru musíme zmenšit $1\frac{1}{4}$ kg, abychom dostali 1 kg?
e) V jakém poměru musíme zvětšit 15 Kčs, abychom dostali 19 Kčs?
f) V jakém poměru musíme zmenšit 1 hod. 10 min., abychom dostali 25 min.?

362. Čím musíme násobit 60, aby vyšlo 48
(Poměr nové hodnoty ke staré je 48 : 60 = 4 : 5. Číslo 60 musíme násobit $\frac{4}{5}$.)
a) Čím musíme násobit 72, aby vyšlo 96?
b) Čím musíme násobit 100, aby vyšlo 80?
c) Čím musíme násobit 2 tucty 6 kusů, aby vyšel 1 tucet 6 kusů?
d) Čím musíme násobit 1 kopu, aby vyšlo o 10 kusů méně?
e) Čím musíme násobit 10 tuctů, aby vyšlo o 2 tucty 6 kusů více?
f) Čím musíme násobit 3 hodiny, aby vyšlo o 1 hod. 15 min. méně?

363. Určete chybějící poměr zvětšování nebo zmenšování:

a) $40 = x \cdot 60$;	$60 = y \cdot 40$
b) $72 = x \cdot 63$;	$63 = y \cdot 72$
c) $32{,}5 = x \cdot 39$;	$39 = y \cdot 32{,}5$
d) $12{,}40 = x \cdot 124$;	$124 = y \cdot 12{,}40$

364. Poměr váhy syna k váze otce je 2 : 3.
a) Syn váží 48 kg. Kolik váží otec?
b) Otec váží 78 kg. Kolik váží syn?

365. Od roku 1937 do roku 1949 zvýšila se u nás průměrná roční podpora na zestárlé v poměru 28 : 1,7. Roku 1949 činila tato podpora 8 400 Kčs ročně. Sestavte otázku a řešte!

366. Podle plánu měli horníci na dole nakopat denně průměrně 2 700 tun uhlí. Zavázal se však, že budou dávat našemu průmyslu každý den o 300 tun více. V jakém poměru zvýšili těžbu?

367. Roku 1938 dostal dělník na stavbě za 10 hodin práce 25 Kčs. Roku 1949 si naši úderničtí omítkáři vydělali až 40 Kčs za hodinu.
1 kg chleba byl r. 1938 za 2 Kčs, roku 1949 byl jen o 3 Kčs dražší.
Sestavte otázky a řešte!

368. Cena zimníku 5 200 Kčs byla snížena na 4 600 Kčs. Ve stejném poměru klesla i cena obleku, který původně stál 2 800 Kčs. Vypočtěte sníženou cenu obleku!

369. Soustružník zvýšil počet obráběných kusů za směnu ze 14 na 20 kusů. Ve stejném poměru se zvýšila i jeho mzda. O kolik Kčs dostával měsíčně více, měl-li po zvýšení 5 600 Kčs za měsíc?

370. Obdélníková guma s rozměry 4 cm a 6 cm je napjata do rozměrů 6 cm a 9 cm. V jakém poměru se zvětší její
a) šířka, b) délka, c) plošný obsah?

371. Fotografie v rozměrech $7\frac{1}{2}$ cm a 5 cm byla zvětšena tak, že delší strana zvětšeniny měří 18 cm. Kolik měří kratší strana zvětšeniny? V jakém poměru vzrostl plošný obsah?

372. a) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o polovinu větší?
b) Čím musíme číslo násobit, abychom dostali číslo o třetinu menší?

373. a) Číslo bylo zvětšeno o jeho $\frac{3}{10}$. V jakém poměru bylo zvětšeno?
b) Číslo bylo zmenšeno o jeho $\frac{2}{5}$. V jakém poměru bylo zmenšeno?

374. a) V jakém poměru musíme zvětšit 84, abychom dostali 96?
V jakém poměru musíme zmenšit 96, abychom dostali 84?
b) Čím musíme násobit 60, abychom dostali 48?
Čím musíme násobit 48, abychom dostali 60?

375. a) $\frac{2}{5}$ určitého čísla je 20. Najděte to číslo!
b) $\frac{2}{7}$ určitého čísla je 30. Najděte to číslo!

376. a) Váha otce je $\frac{9}{4}$ váhy syna.
Kolik váží syn, váží-li otec $76\frac{1}{2}$ kg?
b) Výška syna je $\frac{4}{5}$ výšky otce
Jak je velký otec, měří-li syn 144 cm?

377. Tři dělníci se zavázali, že zvýší svůj výkon v poměru 9 : 8.
a) Prvý dělník vyráběl týdně 1640 součástek. Kolik jich vyrobí týdně nyní?
b) Druhý dělník si vypočítal, že musí týdně vyrobiti 1 170 součástek. Kolik součástek vyráběl dříve?
c) Třetí dělník má týdně vyrábět o 240 součástek více než dříve. Kolik vyráběl dříve a kolik bude vyrábět nyní?

378. Někdo vydá $\frac{7}{9}$ svého ročního příjmu a ušetří ročně 8 000 Kčs. Vypočtěte jeho roční příjem.

379. Za dobu, za kterou vyrobil průměrný dělník 120 součástek, vyrobil úderník 180 stejných součástek. Za kolik hodin splnil úderník denní normu průměrného dělníka?

380. Z každého sta natištěných výtisků knihy bylo prodáno 85. Zbylo celkem 450 výtisků knihy. Kolik výtisků bylo natištěno?

Sestavte otázky a řešte!

381. K 28. říjnu dostalo se našim předním úderníkům vyznamenání práce. Jejich boj za socialismus je bojem za zvýšení výroby a za snížení časových norem. Bojují ne o hodiny, ale o vteřiny.

a) Přadlena ze závodu V. I. Lenina, n. p. v Rybárpoli, zvýšila normu v poměru 3 : 2. Původní norma byla 460 vřeten za směnu.

b) Přadlena v n. p. Tatra, Svit, zvýšila denní výkon v poměru 3 : 2. Tím překračovala denní normu o 1 000 kusů a svůj socialistický závazek o 700 kusů.

c) Frézařka v n. p. MEVA, Chotěboř, snížila svůj čas na 1 min. za kus. Za dobu, kdy dříve vyrobila 10 kusů, vyráběla pak 17 kusů.

d) Krmička vepřů stát. statku v Chlumci n. Cidlinou zvýšila počet ošetřovaných prasat v poměru 17 : 12. Obsluhovala o 100 prasat více, než byla norma.

e) Brusič ve zbrojovce n. p. Brus snížil čas při broušení závitníků ze 7 minut na 36 vteřin za kus. Denní norma byla 60 kusů za směnu.

3. Veličiny přímo a nepřímo úměrné.

1. *úloha.*

Stroj na výrobu balicího papíru vyráběl každou minutu pás papíru 25 m dlouhý o šířce dvou metrů.

Sestavme si tabulku výroby papíru na stroji za prvních 15 minut:

Počet min.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Délka pásu v m	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375

Tabulka má dva řádky, každý řádek odpovídá jedné veličině. V prvém řádku je veličinou počet minut, ve druhém řádku je veličinou délka vyrobeného pásu v metrech. Odpovídající hodnoty obou veličin jsou uvedeny pod sebou. Na příklad k hodnotě 5 prvé veličiny odpovídá hodnota 125 druhé veličiny a obráceně. To znamená, že za 5 minut můžeme vyrobit pás 125 m dlouhý a obráceně 125 m dlouhý pás můžeme vyrobit za 5 minut. Pro plynulou výrobu papíru na tomto stroji platí: Kolikrát je delší doba výroby, tolikrát je delší vyrobený pás papíru, a kolikrát je delší vyrobený pás papíru, tolikrát delší dobu trvá výroba. Na příklad, vyrobí-li stroj za 2 minuty 50 m papíru, vyrobí

za 4 minuty (= 2 . 2) ...... 100 m (= 2 . 50),
za 6 minut (= 3 . 2) ...... 150 m (= 3 . 50) atd.

Podobně, bylo-li 75 m papíru vyrobeno za 3 minuty, vyrobíme

300 m (= 4 . 75) ...... za 12 min. (= 4 . 3),
375 m (= 5 . 75) ...... za 15 min. (= 5 . 3) atd.

Kolikrát kratší je doba výroby, tolikrát kratší je vyrobený pás, a kolikrát kratší je vyrobený pás, tolikrát kratší je doba potřebná k výrobě. Vyrobí-li stroj

za 6 min. ...... 150 m papíru, pak vyrobí
za 3 min. ($\frac{1}{2}$ ze 6) ...... 75 m ($\frac{1}{2}$ ze 150),
za 4 min. ($\frac{2}{3}$ ze 6) ...... 100 m ($\frac{2}{3}$ ze 150) atd.

Podobně, trvá-li výroba 300 m papíru 12 minut, pak trvá

100 m ($\frac{1}{3}$ ze 300) ...... 4 min. ($\frac{1}{3}$ ze 12),
150 m ($\frac{1}{2}$ ze 300) ...... 6 min. ($\frac{1}{2}$ ze 12) atd.

Závislost těchto veličin můžeme vyslovit také takto:

Kolikrát se zvětší (zmenší) hodnota jedné veličiny, tolikrát se zvětší (zmenší) hodnota veličiny odpovídající.

Platí-li pro veličiny uvedená závislost, říkáme, že tyto veličiny jsou **přímo úměrné.** V naší úloze tedy počet minut a délka pásu v metrech jsou veličiny přímo úměrné.

Době 6 minut a 4 minut odpovídá výroba pásu dlouhého 150 m a 100 m. Poměr doby 6 : 4 = **3** : **2** je roven poměru odpovídající výroby 150 : 100 = = **3** : **2**. Vzroste-li doba v poměru 3 : 2, vzroste i výroba ve stejném poměru 3 : 2. Výrobě pásu 75 m a 300 m dlouhého odpovídají doby 3 minuty a 12 minut. Opět poměr 75 : 300 = 3 : 12. Když výroba klesne v poměru 1 : 4, ve stejném poměru klesne i doba.

Sestavte poměry z jiných hodnot jedné veličiny a poměry jim odpovídajících hodnot druhé veličiny a přesvědčte se o rovnosti těchto poměrů.

Jsou-li dvě veličiny přímo úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny ve stejném poměru.

2. úloha.

Jednocení řepy na poli trvalo jednomu dělníku 36 pracovních hodin. Dvěma dělníkům by tato práce trvala 18 pracovních hodin. (Každý dělník bude pracovat 18 hodin, dohromady 2 . 18 hodin, tedy opět 36 hodin.) Tři dělníci skončí práci za 12 hodin (3 . 12 hod. = 36 hod.). Sestavme si tabulku!

Počet dělníků	1	2	3	4	6	9	12	18	36
Počet pracovních hodin ..	36	18	12	9	6	4	3	2	1

Opět máme dvě veličiny: v prvém řádku počet dělníků, ve druhém řádku odpovídající počet pracovních hodin. Tyto veličiny nejsou přímo úměrné. Proč?

4 dělníci potřebují k práci 9 hodin. 12 dělníků, t. j. třikrát více dělníků, bude pracovat jen 3 hodiny, t. j. třikrát méně hodin. Za 18 hodin ojednotí řepu 2 dělníci. Chceme-li práci skončit za 9 hodin (polovinu doby), potřebujeme 4 dělníky (dvojnásobný počet dělníků).

Přesvědčte se sami na dalších příkladech, že o veličinách v naší tabulce platí:

Kolikrát více dělníků, tolikrát méně pracovních hodin.

Kolikrát více pracovních hodin, tolikrát méně dělníků.

Kolikrát méně dělníků, tolikrát více pracovních hodin.

Kolikrát méně pracovních hodin, tolikrát více dělníků.

Pro veličiny v tabulce platí závislost:

Kolikrát zvětšíme jednu veličinu, tolikrát musíme zmenšit veličinu odpovídající. Kolikrát zmenšíme jednu veličinu, tolikrát musíme zvětšit veličinu odpovídající.

Takovým veličinám, pro které platí tato závislost, říkáme veličiny **nepřímo úměrné.** Počet dělníků a počet pracovních hodin jsou zde veličiny nepřímo úměrné.

Pro 2 dělníky a 12 dělníků odpovídají pracovní doby 18 hodin a 3 hodiny. Sestavme poměr počtu dělníků 2 : 12 = 1 : 6 a poměr odpovídajících pracovních hodin 18 : 3 = 6 : 1. Oba poměry jsou navzájem převrácené.

Jsou-li dvě veličiny nepřímo úměrné a změníme-li hodnotu jedné veličiny v určitém poměru, změní se hodnota druhé veličiny v poměru převráceném.

Cvičení.

382. Sestavte tabulky:

a) Nákladní vlak jel průměrnou rychlostí 75 m za min. (Pro prvních 15 min.)

b) 4 výtisky knihy byly za 64 Kčs. (Pro 1 až 12 výtisků.)

c) Za 5 pracovních hodin vyrobil dělník 40 součástek. (Pro 1 až 20 pracovních hodin.)

d) Kolo parního stroje se otočilo za 8 vteř. 32krát. (Pro 1 až 15 vt.)

Sestavte poměry ze dvou hodnot jedné veličiny a z odpovídajících hodnot druhé veličiny. Přesvědčte se, že oba poměry jsou stejné.

383. Dílna má vyrobit 480 stejných strojních součástek. Jeden dělník by je vyrobil za 24 prac. hod. Zapište do tabulky počet prac. hodin, který potřebují k výrobě 2 dělníci, 3 dělníci, 4 dělníci, 6 dělníků, 8 dělníků, 12 dělníků, 24 dělníků.

Přesvědčte se, zda poměr dvou hodnot jedné veličiny je převráceným poměrem jím odpovídajících hodnot druhé veličiny.

Počet dělníků	1	2	3	4	6	8	12	24
Počet prac. hodin	24							

384. Vzdálenost mezi dvěma městy je 300 km. Zapište do tabulky čas, který potřebuje auto, aby dojelo z jednoho města do druhého, jede-li rychlostí 30 km/hod., 40 km za hodinu, 45 km/hod., 60 km/hod. Jaká je úměrnost mezi časem a rychlostí?

Rychlost za 1 hod	30 km	40 km	45 km	50 km	60 km
Počet hodin					

385. Určete, ve kterých příkladech je mezi veličinami úměrnost přímá a ve kterých úměrnost nepřímá. V každém příkladě úměrnost odůvodněte.

Mezi těmito příklady jsou však také některé, ve kterých neplatí ani úměrnost přímá, ani úměrnost nepřímá:

Vyložte, proč v nich úměrnost neplatí.

a) Váha zboží a jeho cena.

b) Stáří člověka a jeho váha.

c) Doba jízdy vlaku a projetá vzdálenost.

d) Rychlost vlaku a doba, kterou vlak potřebuje, aby projel danou vzdálenost.

e) Výška domu a jeho stáří.

f) Počet dělníků a počet jimi vyrobených součástí.

g) Počet dělníků a doba potřebná k vykonání určité práce.

h) Cena zboží za 1 kg a váha zboží za 1 000 Kčs.

i) Velikost obrazu a jeho cena.

j) Váha tělesa a jeho objem.

k) Velikost porcí a množství lidí, mezi které rozdělíme danou zásobu potravin.

l) Pracovní výkon dělníka (množství výrobků za časovou jednotku) a jeho mzda.

m) Množství vody a její teplota.

n) Délka obdélníka a plošný obsah obdélníka při nezměněné šířce.

o) Délka a šířka obdélníka při stejném plošném obsahu.

4. Měrná váha.

Váží-li 1 l mléka 1,03 kg, kolik váží 2 l; 3 l; 5 l mléka?

Váží-li 1 dm^3 železa 7,7 kg, kolik váží 2 dm^3, 4 dm^3, 10 dm^3 železa?

Jaká úměrnost je mezi množstvím mléka nebo železa a jeho vahou?

Množství látky a váha látky jsou dvě veličiny přímo úměrné. Nejčastěji se udává váha 1 cm^3 látky.

Váhu 1 cm^3 látky nazýváme měrnou vahou.

Na příklad měrná váha mléka je 1,03 g, železa 7,7 g, benzinu 0,7 g, korku 0,24 g, petroleje 0,8 g, jedlového dřeva 0,6 g atd. Tyto měrné váhy udávají jen přibližně váhu 1 cm^3 hmoty. Na příklad měrná váha vody je 1 g, to však neznamená, že 1 cm^3 jakékoliv vody váží 1 g. Tato váha platí jen pro vodu chemicky čistou, t. zv. destilovanou (nejsou v ní rozpuštěny jiné látky) a při teplotě 4° C. Podobně je tomu i u jiných hmot.

Cvičení.

386. a) Kolik přibližně váží 1 l benzinu, 1 l petroleje, 1 dm^3 jedlového dřeva, 1 dm^3 korku, 1 l vody, 1 dm^3 železa? (Měrná váha korku je 0,24 g.)

b) Kolik přibližně bude vážit 5 l benzinu, 10 l petroleje, 6 dm^3 jedlového dřeva, 20 dm^3 korku, 1 m^3 vody?

387. Jaká je váha plného barelu, váží-li sám barel 25 kg a obsahuje-li 50 l benzinu?

388. Určete váhu bukového trámu s rozměry 15 cm, 3 dm, 5 m. (Měrná váha bukového dřeva je 0,8.)

389. 12 dm^3 oceli váží 93,6 kg. Určete měrnou váhu oceli.

390. $\frac{1}{4}$ l mořské vody váží 256 g; určete měrnou váhu mořské vody!

391. a) Kolik váží vzduch v místnosti s rozměry 4,5 m, 6 m, 3 m? (M. v. vzduchu je 0,0013 g.)

b) Kolik váží vzduch ve vaší učebně?

392. Měrná váha skla je 2,5 g. Kolik váží 1 m^2 skla tlustého 5 mm?

393. Porcelánová soška váží 84 dkg. Určete její objem. (M. v. porcelánu je 2,4 g.)

394. Měrná váha vody je 1 g, ledu 0,917 g.

a) O kolik se zvětší objem, zmrzne-li 10 l vody? (Přesně na cm^3).

b) Kolik váží 1 m^3 ledu a kolik l vody bude z tohoto množství ledu?

5. Jednoduchá trojčlenka.

Jednoduché úlohy o veličinách přímo nebo nepřímo úměrných se řeší již na národní škole **přechodem přes jednotku.** Zopakujme si postup úsudků na dvou úlohách.

1. úloha.

Vyrobíme-li na stroji za 8 minut 200 m dlouhý pás papíru, kolik vyrobíme za 12 minut? Jednotkou je zde minuta a usuzujeme takto:

Za 8 minut se vyrobí 200 m.

Za 1 minutu se vyrobí osmkrát méně než za 8 minut, tedy osmina ze 200 m, t. j. 25 m.

Za 12 minut se vyrobí dvanáctkrát více než za 1 minutu, tedy dvanáctkrát 25 m, t. j. 300 m.

2. úloha.

4 lidé ojednotí řepu na poli za 9 hodin. Kolik času by potřebovalo na tuto práci 6 lidí? Jednotkou je zde člověk a usuzujeme takto:

4 lidé pracují 9 hodin.

1 člověk bude pracovati čtyřikrát déle než 9 hodin, tedy 36 hodin.

6 lidí bude pracovati dobu šestkrát menší než 36 hodin, t. j. 6 hodin.

Místo přechodu přes jednotku je možný a výhodný **přechod přes největšího společného dělitele.** V úloze 1. to bude přechod od 8 minut ke 12 minutám přes 4 minuty, v úloze 2. to bude přechod od 4 lidí k 6 lidem přes 2 lidi. Úsudek zní v 1. úloze:

Za 8 minut se vyrobí 200 m.

Za 4 minuty se vyrobí dvakrát méně než 200 m, t. j. 100 m.

Za 12 minut se vyrobí třikrát více než 100 m, t. j. 300 m.

Podobně usuzujeme ve 2. úloze:

4 lidé pracují 9 hodin.

2 lidé pracují dvakrát déle než 9 hodin, t. j. 18 hodin.

6 lidí pracuje dobu třikrát menší než 18 hodin, t. j. 6 hodin.

V úlohách tohoto druhu jsou **dána tři čísla** (8 minut, 12 minut, 200 m v úloze 1.; 4 lidé, 6 lidí, 9 hodin v úloze 2.) a hledá se čtvrté číslo. Proto se řešení podobných úloh odedávna nazývá **trojčlenka.** Určitěji se mluví o jednoduché trojčlence na rozdíl od složené trojčlenky, o které budeme mluvit ve článku 7.

Nejvýhodnější postup při trojčlence je založen na pojmu poměru. Vyložíme si tento postup na několika úlohách.

3. *úloha.*

Zhotovil-li soustružník za 3 hodiny 48 šroubů, kolik šroubů vyrobí průměrně za směnu (8 hodin)?

V úloze jsou dvě veličiny: počet hodin a počet šroubů. U druhé veličiny je dána jen jedna hodnota, její druhou hodnotu neznáme (nazveme ji x): 48 šroubů, x šroubů.

Napíšeme hodnoty obou veličin do dvou řádků pod sebe tak, aby v každém řádku byly odpovídající hodnoty obou veličin a aby neznámá hodnota x přišla na konec.

3 hod. . . . . . . 48 šroubů
8 hod. . . . . . . x šroubů.

Nyní úlohu řešíme takto:

a) Zjistíme, zda jsou veličiny přímo nebo nepřímo úměrné. Platí: Kolikrát vzroste počet hodin, tolikrát vzroste i počet vyrobených šroubů. Kolikrát klesne počet hodin, tolikrát klesne i počet vyrobených šroubů. Veličiny jsou přímo úměrné.

b) Usoudíme, zda hodnota x bude větší nebo menší než 48. Protože počet hodin vzrostl, vzrostl i počet vyrobených šroubů. Hodnota x šroubů bude větší než 48 šroubů.

c) Stanovíme poměr, ve kterém se změní hodnota 48 šroubů. Když počet hodin vzrostl v poměru 8 : 3, vzroste v témž poměru i počet 48 šroubů.

d) Naznačíme postup řešení a vypočteme:

$$x = \frac{8}{3} \cdot 48 = \frac{8 \cdot 48}{3} = 8 \cdot 16 = 128$$

e) Odpovíme:

Soustružník vyrobí průměrně za směnu 128 šroubů.

Hodnota 48 šroubů se změní v poměru hodnot první veličiny, tedy buď v poměru 3 : 8, nebo v poměru 8 : 3. Změna v poměru 3 : 8 znamená pokles výroby, změna v poměru 8 : 3 znamená vzrůst výroby. Provedli jsme změnu v poměru 8 : 3, protože jsme usoudili na vzrůst výroby. Kterého z těchto dvou navzájem převrácených poměrů užijeme, můžeme si vyznačit v zápise úlohy šipkou:

↑ 3 hod. . . . . . . 48 šroubů
| 8 hod. . . . . . . x šroubů

Šipka jde od prvého ke druhému členu poměru, znamená tedy změnu v poměru 8 : 3.

4. úloha.

Za 12 hodin vyplelo pole 6 lidí. Za kolik hodin by skončilo tuto práci 9 lidí?

6 lidí ...... 12 hodin
9 lidí ...... x hodin.

Vysvětlete zápis úlohy!

Veličiny jsou nepřímo úměrné. Odůvodněte! Hodnota x hodin bude menší než 12 hodin. Proč? Počet lidí **vzrostl** v poměru 9 : 6, počet pracovních hodin **klesne** v převráceném poměru 6 : 9. Změnu v tomto poměru 6 : 9 si můžeme v zápisu úlohy vyznačit šipkou:

$\downarrow$ 6 lidí ...... 12 hodin
9 lidí ...... x hodin.

Počítáme:

$$x = \frac{6}{9} \cdot 12 = \frac{6 \cdot 12}{9} = \frac{2 \cdot 12}{3} = 2 \cdot 4 = 8$$

9 lidí vypleje pole za 8 hodin.

Řešení úloh pomocí poměrů je zvláště výhodné při složitějších číslech, jako jsou na příklad v dalších úlohách. Odůvodněte postup v těchto úlohách!

5. úloha.

Za $2\frac{1}{4}$ hodiny se zpozdily hodinky o $1\frac{1}{2}$ vteřiny. Za kolik hodin se zpozdily o $1\frac{1}{3}$ vteřiny?

$\uparrow$ $1\frac{1}{2}$ vteř. ...... $2\frac{1}{4}$ hod.
$1\frac{1}{3}$ vteř. ...... x hod.

Počet vteřin, o které se zpozdily hodinky, **klesl** v poměru $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2}$; v témž poměru **klesne** i počet hodin. Proto

$$x = \frac{1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{2}} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} = 2$$

O $1\frac{1}{3}$ vteřiny se zpozdily hodinky za 2 hodiny.

6. úloha.

Traktor jedoucí rychlostí $4\frac{2}{5}$ km/hod projede určitou vzdálenost za $2\frac{1}{2}$ hodiny. Na zpáteční cestě projel tuto vzdálenost za $1\frac{3}{4}$ hodiny. Jakou průměrnou rychlostí se vracel?

$2\frac{1}{2}$ hod. ...... $4\frac{2}{5}$ km/hod.
$1\frac{3}{4}$ hod. ...... x km/hod.

Doba **klesla** v poměru $1\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$. Rychlost **stoupne** v poměru převráceném $2\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4}$. Tedy:

$$x = \frac{2\frac{1}{2}}{1\frac{3}{4}} \cdot 4\frac{2}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{22}{5} = \frac{2 \cdot 22}{7} = \frac{44}{7} = 6\frac{2}{7}$$

Traktor se vracel průměrnou rychlostí $6\frac{2}{7}$ km/hod.

Poznámky.

1. Všimněte si, že při přímé úměrnosti jde šipka zdola nahoru, při úměrnosti nepřímé jde šipka shora dolů. Vždy ovšem zapíšeme šipku až po úvaze, jako tomu bylo ve 3. úloze.

2. Uvědomme si, že výpočty podle úměrnosti veličin jsou obvykle jen přibližné. V životě není totiž přesně úměrných veličin, které předpokládáme při řešení těchto úloh. Na příklad předpokládáme, že vozidlo se na trati pohybuje stále stejnou rychlostí; že zvuk se šíří stejnoměrně, ačkoliv tomu tak není. Při menším počtu hodin pracovní výkon se zvýší a nebude tedy úměrný době a tak podobně.

3. Předpoklad o úměrnosti veličin může někdy vésti k nesmyslným závěrům. Vykoná-li 1 dělník určitou práci za 8 hodin, vypočítáme na př., že 1000 dělníků by tuto práci mělo vykonat za 28,8 vteřiny. Tento výpočet je prakticky bezcenný. Proč? Stejně nesprávné bylo by tázat se, za jakou dobu uběhne závodník 50 km, když 10 km uběhl v rekordním čase 29 : 28,2 min. atp.

4. Uvažujte o smyslu každého výpočtu! Jak si vysvětlíme na příklad odpověď:

a) K odvezení cihel je třeba $24\frac{5}{8}$ nákladních vozů?
Skutečná potřeba by byla 25 vozů, jeden nebude naložen plně.

b) Stroj by postavilo za 8 hodin $12\frac{3}{4}$ dělníka?
$\frac{3}{4}$ dělníka znamená, že jeden dělník by konal jen $\frac{3}{4}$ té práce, která připadá průměrně na každého dělníka. Při stejném pracovním výkonu s ostatními, byl by tedy se svou prací hotov za $\frac{3}{4}$ doby, t. j. za 6 hodin. Stroj by tedy stavělo 12 dělníků po 8 hodinách a 1 dělník by jim 6 hodin pomáhal.

Cvičení.

395. Na procházce jsem ušel za 3 minuty 150 m. Za jakou dobu jsem ušel 1 km?

396. Ze 100 kg pšenice se vymele 73 kg mouky. Kolik pšenice je třeba na $7\frac{1}{2}$ q mouky stejné jakosti? (Na desetiny q.)

397. Vlak vykoná jistou cestu za 50 min., jede-li rychlostí 54 km za hod. Jakou rychlostí by musil jeti, aby se doba snížila na 45 minut?

398. Z $1\frac{1}{2}$ q čerstvých jablek získáme $28\frac{1}{2}$ kg sušených. Kolik sušených jablek můžeme získat z $9\frac{3}{4}$ q čerstvých jablek?

399. 16 dm³ kujného železa váží 124 kg 80 dkg. Kolik kg váží železo mající objem 30 dm³?

400. Spotřebujeme-li denně 1,8 q uhlí, vystačíme se zásobou 56 dní. Na jakou dobu vystačíme se stejnou zásobou, spálíme-li denně 2,1 q?

401. Družstevní pekárna upekla 200 kg chleba ze 145 kg mouky. Kolik kg mouky spotřebuje na upečení 245 dvoukilových chlebů? (Zaokrouhlete na kg.)

402. Na malbu 21 m² potřebujeme 2,1 kg barvy. Kolik barvy je třeba na vymalování stěny v rozměrech 4,2 m a 6,8 m? (Na desetiny kg.)

403. $11\frac{1}{4}$ m telegrafního vodiče váží 1 kg. Kolik kg vodiče potřebovala brigáda na postavení telegrafní linky dlouhé 4,7 km? (Zaokrouhlete na kg.)

404. Za $\frac{1}{4}$ min. nateklo do nádržky 17 l vody.
a) Za jakou dobu by nateklo 10 hl? (Zaokrouhlete na min.)
b) Kolik by nateklo za $9\frac{1}{2}$ min.? (Na desetiny hl.)

405. Chlapec přešel chodbu 24 kroky dlouhými po 45 cm.
a) Kolika kroky přejde tu chodbu muž, jehož krok je dlouhý 72 cm?
b) Jak dlouhý je můj krok, přejdu-li ji 18 kroky?

406. Nalije-li se do válcovité nádoby 0,35 l vody, naplní se do 3,7 cm výšky.
a) Jak vysoko vystoupí voda, nalije-li se do nádoby 5,8 l? (Přesně na cm.)
b) Kolik vody je v nádobě, je-li naplněna do výšky 5 dm? (Přesně na dl.)

407. Kolo parního stroje se otočilo za 20 vteřin 59krát.
a) Kolikrát se otočí za 8 hod.? (Zaokrouhlete na tisíce.)
b) Za jakou dobu se otočí 100 000krát? (Přesně na min.)
c) Za jakou dobu se otočí jednou? (Na setiny vteř.)

408. 8 zedníků postavilo zeď za 15 dní. Kolik zedníků by postavilo takovou zeď
a) za 24 dní, b) za 20 dní, c) za 12 dní,
d) za 7 dní, e) za 9 dní, f) za 18 dní?

409. Nákladní auto s nosností tří tun by odvezlo stavební materiál na 18krát. Kolikrát musí jeti nákladní auto s nosností 20 q?

410. Na pokrytí podlahy potřebujeme 28 m linolea o šířce 75 cm. V prodejně mají jen linoleum o 15 cm užší. Kolik m tohoto užšího linolea koupím?

411. K vytápění školy byl připraven koks na 150 dní při průměrné denní spotřebě $4\frac{1}{2}$ q. Úsporným zařízením na škole vystačila tato zásoba na 180 dní. Kolik kg koksu průměrně denně ušetřili?

412. Jednotné zemědělské družstvo (JZD) žádalo na odvezení řepy 56 vagonů s nosností 15 t. Železniční správa přistavila jen 20 vagonů této ložné váhy, ostatní byly vagony s ložní váhou 20 tun. Kolik bylo přistaveno celkem vagonů?

413. 12 kostek cukru váží 7 dkg. Kolik kostek je v 5 kg kostkového cukru? (Na desítky.)

414. 1 cm^3 železa váží 7,6 g. 1 cm^3 hliníku váží 2,6 g. Železný klíč váží 85 g. Co by vážil stejně veliký klíč z hliníku? (Přesně na g.)

415. V továrně vypočítali, že by při 8 hodinové denní práci byla provedena jakási zakázka za 35 pracovních dní.

a) Za kolik dní bude práce provedena, jestliže dělníci zlepší svůj výkon tak, že za 8 hodin vykonají tolik práce jako dříve za 10 hodin?

b) Zakázka má být provedena za 30 dní. Kolik hodin denně ušetří každý dělník závodu, jestliže provedou dělníci zakázku při 8hodinové pracovní době?

416. JZD vyselo na pole $104\frac{1}{2}$ q žita a sklidilo $1\,201\frac{3}{4}$ q zrní. Kolik může očekávat na podobném poli, na kterém vyselo 25,4 q žita?

417. Hnací kolo má průměr 120 mm a 1 430 otáček za minutu. Hnané kolo má průměr 600 mm, kolik otáček má v jedné minutě?

418. Hnací kolo má průměr 250 mm a 48 otáček za min. Jaký průměr musí mít hnané kolo, aby mělo 120 otáček v minutě?

419. Hnací kolo má 75 zubů a dělá 92 otáček za 1 min. Kolik otáček v minutě dělá hnané kolo s 15 zuby?

420. Ze 100 kg ostravského uhlí se vyrobí 66 kg plynárenského koksu, 6 kg dehtu, 10 kg čpavkové vody, 0,8 kg benzolu a 40 m^3 plynu. Kolika ostravského uhlí je třeba

a) na 100 kg plynárenského koksu;

b) na 100 kg dehtu;

c) na 100 kg čpavkové vody;

d) na 100 kg benzolu;

e) na 100 m^3 plynu?

421. Ke stavbě bylo potřeba 55 000 cihel.

a) Na kolika povozech byly odvęzeny z cihelny, unese-li povoz 350 cihel?

b) Na kolika nákladních autech byly odvezeny, unese-li auto 800 cihel?

422. Na teploměru je 100° C rovno 80° R.

a) Převeďte na stupně R: 13°, 27°, 49°, 57° C.

b) Převeďte na stupně C: 18°, 26°, 34°, 72° R.

423. Podél silnice má být vysázeno stromořadí. Budou-li stromky 5,4 m od sebe, bude jich na každé straně 145.

a) Kolika stromků bude třeba při vzdálenosti 4,8 m?

b) Jak daleko musíme sázeti stromek od stromku, máme-li jich (pro obě řady dohromady) 242? (První stromek nepočítejte! Proč?)

424. Brusič J. Nový, mládežnický úderník plzeňské Škodovky, n. p., snížil úkolový čas výroby kluzkých vložek pro ložiska u jednoho kusu ze $14\frac{1}{2}$ min. na 10 min. Kolik kusů vyrobil za směnu po snížení úkolového času, když předtím vyráběl za směnu 36 kusů?

425. Odpadové hmoty jsou cennou surovinou. Z 50 kg kostí vyrobíme:

8 kg klihu nebo 6 kg želatiny,

$3\frac{1}{2}$ kg kostního tuku, t. j. 7 kg jádrového mýdla,

20 kg krmných nebo hnojivých mouček.

Žáci jedné třídy sebrali za rok $215\frac{1}{2}$ kg kostí.

Sestavte otázky a řešte! (Přesně na 0,1 kg).

426. Soustružník Gottwaldových závodů zlepšil pracovní postup při výrobě koleček k dopravním vozíkům. Normu 53 minuty za kus snížil o 42 min. Kolik těchto koleček vyrobil za stejnou dobu, za kterou dříve vyrobil 100 kusů?

427. Zednická trojka Čs. stavebních závodů v Čes. Budějovicích vyzdila v rekordním čase 10 dnů 212 m^3 zdiva. Tím překročila normu o 105 m^3. O kolik dní dříve splnili tito úderníci svůj úkol?

428. Traktorista spotřeboval pro svůj traktor původně 7 l nafty na zorání 1 ha pole. Lepší organisací práce snížil tuto spotřebu na 4,54 l a spotřeboval ve žních 1095 l nafty. Kolik litrů nafty ušetřil? (S přesností na l).

6. Postupné poměry. Dělení v daném poměru.

Dosud jsme srovnávali pomocí poměru velikosti dvou čísel. Máme-li srovnávati více než dvě čísla, zavádíme stručný zápis, ze kterého lze vyčíst poměr kterýchkoli dvou srovnávaných čísel. Takový zápis se nazývá **postupný poměr.** Řekneme-li na př., že váhy tří chlapců jsou v postupném poměru 9 : 11 : 12, krátce v poměru 9 : 11 : 12 (devět k jedenácti ke dvanácti), znamená to, že

poměr váhy prvního k váze druhého je 9 : 11,

poměr váhy prvního k váze třetího je 9 : 12 neboli 3 : 4,

poměr váhy druhého k váze třetího je 11 : 12.

Postupný poměr 9 : 11 : 12 má tři členy. Můžeme tvořiti také postupné poměry se čtyřmi nebo více členy. Také postupné poměry můžeme beze změny jejich významu

a) krátiti, t. j. všecky členy děliti týmž číslem,

b) rozšiřovati, t. j. všecky členy násobiti týmž číslem.

Pomocí postupných poměrů můžeme rozřešit úlohu, rozdělit celek na dvě části v daném poměru.

1. úloha.

Dva stejně výkonní dělníci zhotovili dohromady 60 součástek. První pracoval dvě hodiny, druhý tři. Kolik součástek zhotovil každý?

Počet vyrobených součástek je přímo úměrný počtu pracovních hodin, proto máme 60 rozdělit na dvě části v poměru 2 : 3. To znamená rozdělit 60 na rovné díly tak, že na první část připadnou dva díly a na druhou část tři.

Na celek připadne potom $2 + 3 = 5$ dílů. Tedy postupný poměr obou částí a celku je $2 : 3 : 5$. Známe nyní poměr každé části celku, a proto můžeme vypočíst velikost obou částí. Poměr první části k celku je $2 : 5$, a proto velikost první části je $\frac{2}{5} . 60 = 24$. Poměr druhé části k celku je $3 : 5$, proto velikost druhé části je $\frac{3}{5} . 60 = 36$. Zkouška: $24 + 36 = 60$; $24 : 36 = 2 : 3$. Vypočteme-li pomocí poměru na př. velikost 24 první části, můžeme velikost druhé části vypočísti jednodušeji odečtením první části od celku; jest $60 - 24 = 36$. Odpověď: První dělník vyrobil 24 součástky, druhý 36.

Podobně řešíme úlohu rozdělit celek v několik částí, známe-li postupný poměr jednotlivých částí.

2. úloha.

Tři žáci nasbírali za 300 Kčs léčivých bylin. První žák měl bylin pětkrát tolik co druhý a třetí o polovinu více než druhý. Za kolik Kčs nasbírali bylin?

Poměr první části ke druhé je $5 : 1$, poměr druhé části ke třetí je $1 : 1\frac{1}{2}$, tedy postupný poměr všech tří částí je $5 : 1 : 1\frac{1}{2}$, což uvedeme rozšířením na tvar $10 : 2 : 3$. Protože $10 + 2 + 3 = 15$, postupný poměr částí a celku je $10 : 2 : 3 : 15$. Nyní známe poměr každé části k celku a můžeme vypočísti velikost jednotlivých částí. První část je $\frac{10}{15} . 300 = 200$, druhá $\frac{2}{15} . 300 = 40$, třetí $\frac{3}{15} . 300 = 60$. Zkouška:

$$200 + 40 + 60 = 300, \qquad 200 = 5 . 40, \qquad 60 = 40 + \tfrac{1}{2} . 40.$$

První žák za 200 Kčs, druhý za 40 Kčs, třetí za 60 Kčs.

Postupný poměr tří čísel se dá určiti dvěma způsoby.

3. úloha.

První číslo je ke druhému v poměru $4 : 7$, druhé ke třetímu je v poměru $5 : 3$. Určete postupný poměr všech tří čísel.

První způsob.

Poměr prvního čísla ke druhému lze psáti ve tvarech

$4 : 7 = 8 : 14 = 12 : 21 = 16 : 28 = \ldots$ (druhý člen násobek sedmi);

poměr druhého čísla ke třetímu lze psáti ve tvarech

$5 : 3 = 10 : 6 = 15 : 9 = 20 : 12 = \ldots$ (první člen násobek pěti).

Potřebujeme napsat oba poměry tak, aby člen odpovídající druhému číslu byl u obou poměrů stejný. Tento společný člen musí býti zároveň násobkem sedmi i násobkem pěti. Volíme ovšem nejmenší společný násobek $n(7, 5) = 35$. První poměr je $20 : 35$, druhý $35 : 21$ a hledaný postupný poměr je $20 : 35 : 21$.

Druhý způsob.

Upravíme oba poměry tak, aby člen odpovídající druhému členu byl roven jedné, tedy

$$4 : 7 = \tfrac{4}{7} : 1 \text{ (oba členy dělíme sedmi),}$$

$$5 : 3 = 1 : \tfrac{3}{5} \text{ (oba členy dělíme pěti).}$$

Hledaný postupný poměr je $\frac{4}{7} : 1 : \frac{3}{5}$. Odstraníme-li zlomky tím, že rozšíříme třiceti pěti (nejmenším společným násobkem jmenovatelů 7 a 5) a dostaneme $20 : 35 : 21$ jako při prvním způsobu.

Cvičení.

429. Rozdělte 120 Kčs ve dvě části v poměru

a) $1 : 3$ b) $1 : 5$ c) $3 : 5$ d) $3 : 7$ e) $7 : 8$ f) $11 : 13$

430. Rozdělte!

a) 8 Kčs ve tři části v poměru $5 : 2 : 9$

b) 500 Kčs ve tři části v poměru $7 : 4 : 9$

c) 3 m ve tři části v poměru $\frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6}$

d) 70 Kčs ve čtyři části v poměru $2 : 4 : 5 : 9$

431. Napište v nejjednodušším tvaru postupný poměr pro

a) $2\frac{1}{2}$ m, 5 m, 1 m 2 dm; b) $1\frac{1}{4}$ kg, 2 kg, 60 dkg.

432. Ložisko z bronzu váží 8 kg. Bronz je slitina cínu a mědi v poměru $1 : 4$. Kolik je v ložisku mědi a kolik cínu?

433. Beton je směsí cementu, písku, štěrku a vody v poměru podle objemu asi: cementu 1 díl, písku 2 díly, štěrku 5 dílů, čisté vody tolik, až je směs těstovitá. Kolik cementu písku a štěrku je třeba na 3,2 m^3 betonu?

434. Úderník vyráběl za stejnou dobu dvakrát tolik co jeho spoludělník. Za den vyrobili dohromady 240 součástek Kolik vyrobil každý z nich?

435. K výrobě porcelánu je třeba 25 dílů kaolinu, 2 dílů křemenu a 1 dílu sádry. Jakého množství kaolinu, křemenu a sádry je třeba na přípravu 700 q směsi?

436. Slije-li se měď se zinkem v poměru $17 : 3$, vznikne tombak (kov pro umělecký průmysl). Kolik mědi a zinku je potřeba na 126 kg tombaku?

437. Ze 360 stejných součástek vyrobil první dělník 216, druhý zbytek. Jak se rozdělili o mzdu 256 Kčs, když byl plat podle množství práce (výkonnosti).

438. Strany trojúhelníka jsou v poměru $1 : 1{,}5 : 2$. Obvod je 3 dm. Určete délky stran!

439. Ve třech přihrádkách na drobné bylo celkem 20 Kčs. Kolik peněz bylo v každé přihrádce, když v první bylo tolik desetihaléřů, kolik ve druhé dvacetihaléřů a kolik ve třetí padesátihaléřů?

440. Rozloha orné půdy ve třech obcích na okrese byla 240 ha, 120 ha a 180 ha. Kolik obilí dodala každá obec, když celkem dodaly 1 512 q a dodávku si rozdělily úměrně k rozloze pozemků?

441. Dědovi, otci a synovi je dohromady 128 let. Otec je 5krát starší než syn, děd 2krát starší než otec. Kolik let je každému z nich?

442. Rozdělte číslo 720 ve 2 části tak, aby jedna část byla 5krát menší než druhá.

443. Číslo 640 rozdělte ve tři části tak, aby prvá část byla třikrát a druhá část šestkrát větší než třetí část.

444. Číslo 136 rozdělte ve dvě části, které by byly ve stejném poměru jako $\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$.

445. Číslo 100 rozdělte ve tři části úměrné číslům $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ a $\frac{5}{6}$.

446. Součet dvou čísel je 56, jejich podíl 3. Určete tato čísla.

447. Tři čísla jsou v poměru 3 : 5 : 7, druhé číslo je 75. Určete ostatní čísla.

448. Určete tři čísla, když víte, že jsou v poměru $1 : \frac{2}{3} : \frac{3}{4}$ a že součet prvých dvou je nejmenší číslo trojciferné.

449. Rozdělte 105 Kčs ve dvě části tak, aby jedna byla o polovici větší než druhá.

450. Rozdělte 25 cm ve dvě části tak, aby jedna byla $\frac{2}{3}$ druhé.

451. Žáci ve třídě si koupili 36 sešitů, část velkých a část malých. Velké sešity byly třikrát dražší než malé. Za velké sešity zaplatili právě tolik co za malé. Kolik bylo kterých sešitů?

452. Litr limonády byl za 8 Kčs. V jakém poměru byla smíchána šťáva s vodou, byl-li litr šťávy za 60 Kčs? Kolik litrů limonády bylo vyrobeno z litru šťávy?

453. Otec, syn a dcera nesou dohromady 95 kg. Syn nese $\frac{1}{3}$ toho co otec. Otec nese 4krát tolik to dcera. Kolik kdo nese?

454. Rychlosti chodce, cyklisty a auta jsou úměrné číslům $2\frac{1}{2}$, 6 a 30. Z obce do města dojede auto o 20 minut dříve než cyklista. Jak je daleko z obce do města, předpokládáme-li rychlost chodce 5 km za hod.?

7. Složená trojčlenka.

Budeme řešiti takové složitější úlohy, které se dají rozložit ve dvě nebo více úloh z obyčejné trojčlenky. Proto se tomuto řešení též říká **složený počet trojčlenný** nebo krátce **složená trojčlenka.**

1. úloha.

5 stejných pump za 3 hod. vyčerpalo 1 800 hl vody. Kolik hl vody vyčerpají 4 pumpy stejné výkonnosti za 8 hodin?

Úlohu rozložíme ve dvě úlohy jednoduché, které již řešit dovedeme. Tento rozklad můžeme provést dvojím způsobem.

1. způsob.

Nejprve změníme v úloze jen počet pump a předpokládáme, že se počet hodin nezměnil. Počítáme jednoduchou úlohu:

5 pump vyčerpá za 3 hod. 1 800 hl vody; kolik hl vody za stejnou dobu vyčerpají 4 pumpy?

4 pumpy vyčerpají za 3 hod.

$$\tfrac{4}{5} . 1800 = \frac{4 . 1800}{5} = 4 . 360 = 1440 \text{ hl vody.}$$

Víme-li, že 4 pumpy vyčerpají za 3 hod. 1 440 hl vody, řešíme druhou jednoduchou úlohu, kolik hl vyčerpá stejný počet pump za 8 hodin. Ponecháváme počet pump a měníme dobu. 4 pumpy vyčerpají za 8 hodin

$$\tfrac{8}{3} . 1440 = \frac{8 . 1440}{3} = 8 . 480 = 3840 \text{ hl vody.}$$

2. způsob.

Nejprve změníme dobu při původním počtu pump. To bude první jednoduchá úloha.

5 pump vyčerpá za 3 hod. 1 800 hl; kolik hl vody vyčerpá stejný počet pump za 8 hod.?

5 pump za 8 hod. vyčerpá

$$\tfrac{8}{3} . 1800 = \frac{8 . 1800}{3} = 8 . 600 = 4800 \text{ hl vody.}$$

Počítáme druhou jednoduchou úlohu.

5 pump vyčerpá za 8 hod. 4 800 hl vody; kolik hl vody vyčerpají za stejnou dobu 4 pumpy?

V úloze jsme změnili počet pump.

4 pumpy za 8 hod. vyčerpají

$$\tfrac{4}{5} . 4800 = \frac{4 . 4800}{5} = 4 . 960 = 3840 \text{ hl vody.}$$

Oba způsoby vedly k témuž výsledku: 4 pumpy vyčerpají za 8 hodin 3 840 hl vody.

Počítali jsme prvním způsobem: $\tfrac{8}{3} . \left(\tfrac{4}{5} . 1800\right) = \tfrac{8}{3} . 1440 = 3840$;

druhým způsobem: $\tfrac{4}{5} . \left(\tfrac{8}{3} . 1800\right) = \tfrac{4}{5} . 4800 = 3840$.

Součin se nezmění, když změníme pořadí činitelů. Zůstává také nezměněn, jestliže násobíme kterékoliv dva činitele mezi sebou a výsledek násobíme třetím činitelem.

Tedy jest: $\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot 1800 = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{3} \cdot 1800 = \frac{32}{15} \cdot 1800$

Můžeme počítat ještě **třetím způsobem**, když číslo 1 800 znásobíme součinem

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{15}$$

Podobné složitější úlohy počítáme obvykle tak, že si nejprve celý počet jen naznačíme a pak provedeme násobení v tom pořádku, který je nejvýhodnější.

Proveďme si ještě jednou úlohu tak, jak budeme řešit další úlohy: Zápis úlohy je podobný jako při jednoduché trojčlence.

Opět tu veličinu, která má jednu neznámou hodnotu, napíšeme až na konec:

5 pump	3 hod.	1 800 hl
4 pumpy	8 hod.	x hl

a nyní uvažujeme:

1. Počet pump klesl v poměru $\frac{4}{5}$ tedy v témž poměru klesne i počet hl (označíme šipkou od 4 k 5).
2. Počet hodin stoupl v poměru $\frac{8}{3}$ stoupne tedy i počet hl v témž poměru (označíme šipkou od 8 ke 3).

Máme zapsáno:

↑ 5 pump	↑ 3 hod.	1 800 hl
4 pumpy	8 hod.	x hl

3. Počet 1 800 hl jednak klesne v poměru $\frac{4}{5}$ jednak stoupne v poměru $\frac{8}{3}$ Číslo x dostaneme, když provedeme s číslem 1 800 obě tyto změny: $x = \frac{4}{5} \cdot \frac{8}{3} \cdot 1800 = \frac{4 \cdot 8 \cdot 1800}{5 \cdot 3} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 600}{5} = 4 \cdot 8 \cdot 120 = 3\,840$

2. úloha.

Na stavbu zdi dlouhé 15 m, široké 0,6 m a vysoké 1,8 m potřebovali asi 16 000 cihel. Jak přibližně vysokou zeď postaví z 8 000 cihel, když zeď má být dlouhá 12 m a široká jen 30 cm?

V zápise úlohy napíšeme obě hodnoty každé veličiny ve stejné jednotce.

Uvažujeme:

1. Počet cihel se zmenšil, při nezměněných ostatních podmínkách zmenší se i výška v poměru $\frac{8000}{16000}$ (šipka od 8 000 k 16 000).
2. Délka se zmenšila, při nezměněných ostatních podmínkách výška se zvětší v poměru $\frac{15}{12}$ (šipka od 15 k 12).
3. Šířka se zmenšila, při nezměněných ostatních podmínkách zvětší se i výška v poměru $\frac{60}{30}$ (šipka od 60 ke 30).

4. Výšku 1,8 m tedy máme zmenšit v poměru $\frac{8000}{16000}$, zvětšit v poměru $\frac{15}{12}$ a v poměru $\frac{60}{30}$.

Zápis:				
	↑ 16 000 cihel	↓ 15 m dl.	↓ 60 cm šir.	1,8 m vys.
	8 000 cihel	12 m dl.	30 cm šir.	x m vys.

Proto $x = \frac{8000}{16000} \cdot \frac{15}{12} \cdot \frac{60}{30} \cdot 1{,}8 = \frac{8000 \cdot 15 \cdot 60 \cdot 1{,}8}{16000 \cdot 12 \cdot 30} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 1{,}8}{2 \cdot 1 \cdot 2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

Z 8000 cihel postaví zeď 12 m dlouhou, 30 cm širokou a přibližně $2\frac{1}{4}$ m vysokou.

Cvičení.

455. 12 horníků v kladenském revíru narubalo za 5 směn 480 q uhlí. Za jakou dobu narube 15 horníků 100 t uhlí?

456. Dělník vydělal za 6 dní 850 Kčs, když denně opracuje 8 hřídelů. Kolik dostane za 25 dní, opracuje-li denně 11 hřídelů? (S přesností na Kčs).

457. Koberec dlouhý $3\frac{1}{2}$ m a široký 3 m byl za 2 730 Kčs. Zač byl koberec stejné jakosti 5 m dlouhý a 2 m široký?

458. 5 koní spotřebovalo za 30 dní 9 q ovsa. Kolik ovsa musíme připravit pro 12 koní na 18 dní, chceme-li krmit koně stejně hodnotně?

459. Dílna s 15 dělníky splní plán za 36 pracovních dní, pracují-li dělníci 8 hodin denně. Dělníci utvořili úderku a splnili plán za 30 dní při 8hodinové denní práci. Kolik dělníků ušetřila úderka zvýšeným výkonem?

460. V JZD podmítli traktorem a šestiradličným pluhem pole v rozloze 1 ha za 2 hod., když průměrná rychlost traktoru byla 5 km/hod.

a) Za kolik hodin podmítnou $4\frac{1}{2}$ ha, zvýší-li rychlost traktoru o 1 km za hod.?

b) Jaká byla průměrná rychlost traktoru, když zorali za 10 hod. $6\frac{1}{2}$ ha?

461. Z 1 kg pšeničné mouky pekla pekárna 26 kusů pečiva, každý ve váze 46 g.

a) Z kolika kg mouky napekli 1 261 kusů pečiva po 92 g?

b) Kolik kusů pečiva po 75 g napekou z 1 q mouky?

462. Člověk, který udělá 120 kroků po 75 cm za min., ujde z města do blízké vsi za 55 minut.

a) Jak dlouho půjde touž cestou chlapec, který dělá za minutu 110 kroků po 60 cm?

b) Kolik kroků udělá chodec, který urazí tu cestu za $1\frac{1}{4}$ hod. kroky 60 cm dlouhými?

c) Jak dlouhý krok má sportovec, který ujde 110 kroků za min. a vykoná tu cestu za hodinu?

463. Když buben stroje dělá 40 otoček za 1 min., pak 500 m drátu navine na buben za 3 hod. 20 min. Za jakou dobu se navine na buben 250 m drátu, když se buben otočí 60krát za minutu?

464. Ocelový prut dlouhý 3,2 m, široký 12 mm a tlustý 8 mm váží 2,40 kg. Kolik váží prut stejné oceli, dlouhý 4,8 m, široký 18 mm a tlustý 14 mm?

465. Dřevěný trám 4 m dlouhý, 30 cm široký a 20 cm silný váží 144 kg. Kolik bude vážit trám z jiného dřeva, jehož 2 cm^3 váží právě tolik, kolik 3 cm^3 prvního dřeva, když délka trámu je 5 m, šířka 40 cm a tloušťka 30 cm?

466. $2\frac{1}{2}$ m^3 suchého písku váží $3\frac{3}{4}$ t. Kolik váží $3\frac{1}{2}$ m^3 mokrého písku, když 3 m^3 mokrého písku váží právě tolik kolik 4 m^3 suchého?

467. Spis byl vytištěn na 96 stranách po 41 řádcích dlouhých $10\frac{1}{2}$ cm.

a) Na kolik stran by se vytiskl týž spis, kdyby byly na stránce 42 řádky dlouhé 12 cm?

b) Kolik řádků délky 12,6 cm by musilo býti na stránce, aby kniha měla 82 strany?

VI. Procenta. Úrok.

1. Procento.

Slovo procento je latinského původu a znamená setinu. Značka pro procento je %; vznikla asi ze zkratky cto italského slova cento (čti čento), které znamená sto.

Tedy na př. 7 % znamená $\frac{7}{100} = 0,07$.

Příklady:

a) V závodě pětina všech dělníků jsou úderníci. Jest $\frac{1}{5} = \frac{20}{100}$, tedy 20 % dělníků jsou úderníci.

b) Každé dvacáté jablko při sklizni bylo červivé. Počet červivých jablek je $\frac{1}{20} = \frac{5}{100}$ všech jablek. 5 % sklizně jablek bylo červivých.

c) Z 50 žáků ve třídě chyběli 2 žáci. Jest $\frac{2}{50} = \frac{4}{100}$, tedy ve třídě chyběla 4 % žáků.

d) Ze 20 početních příkladů řešil žák 15 příkladů správně. Správně řešil $\frac{15}{20} = \frac{75}{100}$ příkladů, t. j. 75 %.

Rozšiřováním můžeme uvésti na jmenovatele sto každý zlomek, jehož jmenovatel je dělitelem čísla 100.

Zejména je

$\frac{1}{2} = 50\,\%$, $\frac{1}{4} = 25\,\%$, $\frac{3}{4} = 75\,\%$

$\frac{1}{5} = 20\,\%$, $\frac{2}{5} = 40\,\%$, $\frac{3}{5} = 60\,\%$, $\frac{4}{5} = 80\,\%$,

$\frac{1}{10} = 10\,\%$, $\frac{3}{10} = 30\,\%$, $\frac{7}{10} = 70\,\%$, $\frac{9}{10} = 90\,\%$,

$\frac{1}{20} = 5\,\%$, $\frac{3}{20} = 15\,\%$, $\frac{7}{20} = 35\,\%$, $\frac{1}{25} = 4\,\%$, $\frac{1}{50} = 2\%$ atd.

Zlomky $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ a pod. se nedají uvésti na tvar zlomku se jmenovatelem sto, jestliže čitatel má býti číslo celé. Ale známe také složené zlomky, u kterých čitatel nebo jmenovatel může býti zlomek. Na takový zlomek upravíme zlomky $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$. Proto můžeme také zlomky $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$ a pod. vyjádřiti setinami neboli procenty.

Rozšiřováním a krácením najdeme

$$\frac{1}{3} = \frac{100}{300} = \frac{33\frac{1}{3}}{100} = 33\tfrac{1}{3}\ \%,$$

(abychom dostali ve zlomku $\frac{100}{300}$ jmenovatele 100 krátíme třemi)

$$\frac{1}{6} = \frac{50}{300} = \frac{16\frac{2}{3}}{100} = 16\tfrac{2}{3}\ \%,$$

$$\frac{1}{7} = \frac{100}{700} = \frac{14\frac{2}{7}}{100} = 14\tfrac{2}{7}\ \%$$

Dělitelé sta jsou 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100. Zlomky se jmenovatelem 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 se dají vyjádřit ve tvaru, jehož jmenovatel je 100 a jehož čitatel je číslo celé, neboli každý zlomek se jmenovatelem 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 se dá vyjádřiti jako celý počet procent. Jestliže však počet procent nemusí býti číslo celé, dá se každý zlomek vůbec vyjádřiti pomocí procent.

Nejjednodušší úloha o procentech je tato: Známe velikost celku a máme určit velikost daného počtu procent tohoto celku. Postup si objasníme na příkladech.

Příklad 1.

Čemu se rovná 18 % ze 650 Kčs?

$$18\ \% \text{ ze } 650 = \tfrac{18}{100} \cdot 650 = \left[\tfrac{18 \cdot 650}{100} =\right] \tfrac{18 \cdot 65}{10} = \tfrac{9 \cdot 65}{5} = 9 . 13 = 117$$

nebo pomocí desetinných zlomků:

$$18\ \% \text{ ze } 650 = 0{,}18 \,.\, 650 = 117.$$

Tedy 18 % ze 650 Kčs se rovná 117 Kčs.

Příklad 2.

Čemu se rovná $3\frac{1}{2}\%$ ze 60 m?

$$\frac{3\frac{1}{2}}{100} \,.\, 60 = \frac{7 \,.\, 60}{200} = \frac{7 \,.\, 6}{20} = \frac{7 \,.\, 3}{10} = 2\tfrac{1}{10}$$

nebo pomocí desetinných zlomků $0{,}035 \,.\, 60 = 2{,}1$. Tedy $3\frac{1}{2}\%$ ze 60 m se rovná 2 m 10 cm.

Příklad 3.

Vypočtěte 5,3 % ze 456,20 Kčs přesně na desetihaléře. Jest

$$5{,}3\ \%\ \text{ze}\ 456{,}2 = \frac{5{,}3}{100} \cdot 456{,}2 = 0{,}053 \cdot 456{,}2 = 24{,}2.$$

Tedy 5,3 % ze 456,20 Kčs se rovná 24,20 Kčs přesně na desetihaléře.

Procenta se v praxi vyskytují nesmírně často. V některých případech se v praxi místo procent užívají promile. Slovo promile je také latinského původu a znamená tisícinu; značka pro promile je ‰.

Jest $\frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$ neboli

1 % = 10 ‰ a tedy 5 % = 50 ‰, 2 % = 20 ‰, 3,7 % = 37 ‰ atd.

Stoupání železniční trati je 15 ‰. Co to znamená? To znamená, že poměr změny výšky k délce vodorovné trati je 15 : 1 000 neboli že na každý projetý km stoupne výška trati o 15 m.

Cvičení.

468. (Zpaměti.) Vyjádřete v procentech:

a) Jeden den z pěti byl deštivý.
b) 3 žáci z 50 scházeli ve škole.
c) Polovina mých spolužáků umí plavat.
d) 7 lidí z 25 zemře ve stáří menším než 50 let.
e) Obilí ztratilo krupobitím $\frac{3}{4}$ své ceny.
f) Každý desátý žák jel na výlet zdarma.
g) Lidské tělo obsahuje asi $\frac{4}{5}$ vody.
h) Dělník zvýšil svou výkonnost o $\frac{3}{10}$.

469. V českých krajích roku 1948 bylo 91,4 % obcí elektrisovaných. Kolik procent obcí zbývá ještě elektrisovat?

470. K patnáctému lednu zbývá dílně splnit 35 % z měsíčního plánu na leden. Na kolik procent splnila plán za prvních čtrnáct dní?

471. V závodě tvoří dospělí muži 51 % zaměstnanců a dospělé ženy 32 %. Kolik % zaměstnanců tvoří mladiství?

472. Osevní plán JZD: 36 % výměry pozemků osít obilím, 24 % řepou, 11 % brambory a ostatní pozemky pícninami. Kolik procent pozemků bylo oseto pícninami?

473. Vypočtěte (zpaměti):

a) 10 % ze 450 Kčs; b) 20 % ze 150 m; c) 25 % z 80 kg;

d) $4\frac{1}{2}$ % z 36 l; e) 5 % z 240 ha; f) 30 % z 50 a;

g) 70 % ze 700 m²; h) 75 % ze 32 Kčs; i) $1\frac{1}{2}$ % ze 200 Kčs;

j) $33\frac{1}{3}$ % ze 120 Kčs; k) $2\frac{1}{2}$ % ze 600 m; l) 15 % z 90 t.

474. Vypočtěte:

a) 16 % z 320 Kčs; b) 35 % z 85 km; c) $4\frac{1}{2}$ % z 26 ha;

d) 120 % z 25 Kčs; e) $12\frac{1}{2}$ % z 40 Kčs; f) $33\frac{1}{3}$ % ze 20 tuctů;

g) $66\frac{2}{3}$ % z 1 kopy; h) 235 % z 50 Kčs; i) $1\frac{3}{4}$ % z 1 250 Kčs.

475. Vypočítejte s přesností na haléře:

a) 4 % ze 378,90 Kčs; b) 7 % ze 2 150 Kčs; c) $5\frac{1}{2}$ % ze 4 296 Kčs;

d) $3\frac{1}{4}$ % ze 4 329 Kčs; e) $2\frac{3}{4}$ % ze 790,20 Kčs; f) $6\frac{3}{8}$ % ze 275,40 Kčs;

g) 3,4 % ze 690,80 Kčs; h) 1,6 % ze 340,50 Kčs.

476. V minulém roce chovali na státním statku 680 ovcí. V tomto roce zvýší stav ovcí o 15 %. O kolik ovcí zvýší stav? Kolik ovcí bude míti statek letos?

477. Oprava stroje stála 3 480 Kčs, z toho 32 % bylo vyplaceno za práci, zbytek za nové součásti. Zač byly nové součásti?

478. Z 1 250 zaměstnanců továrny bylo 46 % kvalifikovaných mužů a 28 % kvalifikovaných žen, zbytek byli nekvalifikovaní dělníci a učni. Kolik kvalifikovaných sil měla továrna celkem?

479. Z cukrovky vyrobíme asi 18 % cukru. Kolik kg cukru vyrobíme z vagonu cukrovky (150 q)?

480. Pájka (slitina) obsahuje 64,8 % mědi, 32,8 % zinku a 2,4 % olova. Kolik každého kovu je potřeba na výrobu 4,5 q pájky?

481. Kolik si vydělal za směnu úderník, který plnil plán na 175 %, byla-li normální mzda dělníka v tomto závodě 160 Kčs za směnu?

2. Obrácené úlohy na procenta.

V předcházejícím článku jsme řešili úlohu: z velikosti celku a z počtu procent určit velikost části. K této úloze jsou dvě úlohy obrácené:

I. Z velikosti celku a z velikosti části určit počet procent.

II. Z velikosti části a z počtu procent určit velikost celku.

Řešení úlohy I si objasníme na tomto příkladě:

Z celkové výměry 86 ha obilí posekala strojní stanice za týden 64 ha. Kolik je to procent? (V praxi je zvykem počítat na desetiny procenta.)

Za týden bylo posečeno $\frac{65}{86}$ výměry. Tento zlomek máme rozšiřováním a krácením převésti na setiny neboli na procenta. Jest

$$\frac{64}{86} = \frac{64 \cdot 100}{86 \cdot 100} = \frac{6400}{86 \cdot 100} = \frac{6400 : 86}{100} \doteq \frac{74{,}4}{100} \doteq 74{,}4\%$$

Nebo můžeme hned dělit (na desetiny procenta, t. j. na desetiny setiny neboli na tisíciny)

$$64 : 86 = 0{,}744 = \tfrac{74{,}4}{100} = 74{,}4\ \%$$

Řešení úlohy II. si objasníme na tomto příkladě:

Podnik vyrobil do dnešního dne 252 stroje, t. j. 72 % měsíčního plánu. Kolik strojů má výrobit podnik za měsíc?

Řešíme pomocí poměru. Poměr dosud vyrobených strojů k celkovému plánu je 72 : 100, proto musíme číslo 252 zvětšit v poměru 100 : 72 a dostaneme

$$\tfrac{100}{72} . 252 = \tfrac{100 . 252}{72} = \tfrac{100 . 28}{8} = \tfrac{100 . 7}{2} = 50 . 7 = 350$$

nebo pomocí dělení

$$\frac{100 . 252}{72} = 25200 : 72 = 350$$

Pomocí poměru řešíme úlohy o vzrůstu a poklesu veličin (ceny, výšky, váhy, počtu obyvatel a pod.), je-li velikost změny vyjádřena v procentech. Přitom si musíme uvědomit, že se velikost změny udává vždy v procentech *původní hodnoty*, tedy hodnoty, kterou veličina měla před změnou. Postup si objasníme na několika úlohách.

1. úloha.

Množství vyrobeného zboží stouplo o 7 %. Určete:

a) poměr nového množství k původnímu,

b) poměr nového množství ke zvýšení,

c) zlomek, kterým musíme násobit nové množství, abychom dostali původní množství.

Poměr zvýšení k původnímu množství je 7 : 100, tedy postupný poměr původního množství, zvýšení a nového množství je 100 : 7 : 107. Poměr nového množství k původnímu je 107 : 100, poměr nového množství ke zvýšení je 107 : 7, nové množství musíme násobit zlomkem $\frac{100}{107}$, abychom dostali původní množství.

2. úloha.

Cena zboží klesla o 9 %. Určete:

a) poměr nové ceny k původní ceně,

b) poměr nové ceny ke snížení,

c) zlomek, kterým musíme násobit novou cenu, abychom dostali původní cenu.

Poměr snížení k původní ceně je 9 : 100, tedy postupný poměr původní ceny, snížení a nové ceny je 100 : 9 : 91. Poměr nové ceny k původní ceně je 91 : 100, poměr nové ceny ke snížení je 91 : 9, novou cenu musíme násobit zlomkem $\frac{100}{91}$, abychom dostali původní cenu.

3. úloha.

Těžba uhlí na dole stoupla o 10 %. Určete:

a) zlomek, kterým musíme násobit starou těžbu, abychom dostali novou těžbu;

b) zlomek, kterým musíme násobit novou těžbu, abychom dostali starou těžbu.

Postupný poměr zvýšení staré těžby a nové těžby je 10 : 100 : 110 neboli 1 : 10 : 11. Starou těžbu musíme násobit zlomkem $\frac{11}{10}$, abychom dostali novou těžbu. Novou těžbu musíme násobit zlomkem $\frac{10}{11}$, abychom dostali starou těžbu.

4. úloha.

Dělník vyráběl za směnu 150 součástek. V soutěži se zavázal zvýšiti svůj výkon o 40 %. Kolik součástek vyrobí za směnu v soutěži?

Poměr vzrůstu k původní výrobě je 40 : 100, tedy postupný poměr vzrůstu původní výroby a zvýšení výroby je 40 : 100 : 140 neboli 2 : 5 : 7. Tedy:

(nová výroba) $= \frac{7}{5} \cdot 150 = 7 \cdot 30 = 210.$

Také můžeme vypočísti

(zvýšení výroby) $= \frac{2}{5} \cdot 150 = 2 \cdot 30 = 60$

a potom sečísti $150 + 60 = 210$.

5. úloha.

Ostravští horníci z Nové jámy těžili (r. 1948) 7 tun uhlí na hlavu a směnu, ačkoli byl plánem stanoven výkon 4,5 tun uhlí. O kolik procent byla těžba nad plánem?

Zvýšení činí $7 - 4{,}5 = 2{,}5$ (v tunách). Ptáme se, kolik procent (setin) čísla 4,5 je číslo 2,5. Jest

$$\frac{2{,}5}{4{,}5} = \frac{5}{9} = \frac{500}{9 \cdot 100} = \frac{500 : 9}{100} \doteq 55{,}6\%$$

Těžba překročila plán o 55,6 %.

6. úloha.

Družstvo dostalo hnojivo jiné jakosti, než mu bylo účtováno. Po dohodě si srazilo 5 % z účtu a zaplatilo 3 420 Kčs. Na kolik zněl účet?

Po srážce 5 % zbývá zaplatit 95 %. Ptáme se, ze kterého čísla 95 % je 3 420 Kčs. Musíme 3 420 zvětšit v poměru 100 : 95 neboli 20 : 19 a dostaneme

$$\frac{20}{19} . 3420 = \frac{20 . 3420}{19} = 20 . 180 = 3600$$

Účet zněl na 3 600 Kčs.

Při úlohách na procenta musíme dávat pozor na to, ze kterého celku se procenta tvoří, abychom se nedopustili chyby. To vysvitne z následujících dvou úloh.

7. úloha.

Cena benzinu klesla o 15 %, ale automobilista spotřeboval benzinu více o 15 %. Stouplo či kleslo jeho vydání na benzin? O kolik procent?

Kdyby automobilista spotřeboval stejně benzinu jako dříve, kleslo by vydání o 15 % na 85 %, t. j. zmenšilo by se v poměru 85 : 100, což provedeme tím, že původní vydání násobíme zlomkem $\frac{85}{100}$. Ale protože automobilista zvýšil spotřebu benzinu o 15 % na 115 %, musíme toto snížené vydání zvětšit v poměru 115 : 100, t. j. násobit zlomkem $\frac{115}{100}$. Celkem násobíme původní vydání zlomkem $\frac{85}{100}$ a změněné vydání ještě násobíme zlomkem $\frac{115}{100}$. Místo toho můžeme najednou násobit zlomkem

$$\frac{115}{100} \cdot \frac{85}{100} = \frac{9775}{10000}$$

a vidíme, že původní vydání klesne v poměru 9 775 : 10 000 = 97,75 : 100, t. j. klesne na $97\frac{3}{4}$ % neboli o $2\frac{1}{4}$ %.

8. úloha.

O kolik procent se musí zvýšit rychlost auta, aby se doba cesty zkrátila o 20 %?

Doba cesty se má zkrátit o 20 %, tedy na 80 % neboli doba cesty se má zkrátit v poměru 80 : 100 = 4 : 5. Aby se toho dosáhlo, musí se rychlost zvýšit v poměru 5 : 4 = 125 : 100, t. j. na 125 % neboli o 25 %.

Cenové indexy.

Poznámka. Slovo index je latinského původu a znamená ukazatel. Cenový index udává pohyb cen.

Indexy životních nákladů dělnické rodiny v Československu

III. 1939 = 100

Rok	Výživa	Topivo, svítivo a j.	Byt	Ošacení	Různé	Úhrn
1946	345,5	242,2	119,1	357,7	413,0	325,1
1947	316,3	251,7	122,7	354,1	382,2	306,0
1948	319,3	259,5	123,4	355,3	368,6	305,1

Srovnáváme pomocí poměrů ceny z let 1946, 1947, 1948 s cenami platnými v březnu 1939. Poměry jsou upraveny tak, že druhý člen poměrů (ceny v březnu 1939) jsou vždy 100. V tabulce jsou zapsány pouze prvé členy těchto poměrů.

Na př. číslo 345,5 (výživa r. 1946) udává zvýšení průměrných nákladů na výživu v poměru 345,5 : 100, tedy zvýšení na 345,5 %. Pomocí indexů sledujeme pohyb (vzrůst nebo pokles) průmyslové výroby, platů a mezd a pod.

Srovnejte index mezd s indexy životních nákladů. Za základ byla vzata mzda dělnické rodiny roku 1939. Je určena číslem 100. Potom index mzdy roku 1946 je 340, roku 1947 je 400, roku 1948 je 420.

Srovnejte, jak stoupá index mzdy a životních nákladů. Co z toho usuzujete na blahobyt?

Cvičení.

482. (Zpaměti.) Kolik procent je

a) 7 ha ze 14 ha; b) 3 Kčs z 15 Kčs; c) 8 kg ze 24 kg;
d) 24 Kčs ze 12 Kčs; e) 10 dkg z 1 kg; f) 1 cm z 1 m;
g) 4 l ze 2 hl; h) 60 Kčs ze 20 Kčs; i) 2,50 Kčs z 10 Kčs;
j) 9 km ze 4 km.

483. Vyjádřete první hodnotu v procentech druhé:

a) 2 Kčs, 8 Kčs b) 9 Kčs, 12 Kčs c) 4 cm, 1 dm
d) 30 kg, 80 kg e) 15 km, 8 km f) 37 l, 1 m^3
g) $27\frac{1}{2}$ g, 1 kg h) 32 Kčs, 15 Kčs.

484. Určete klíčivost semene v procentech, když ze 150 zrn vyklíčilo 136 zrn.

485. Ze 45 žáků ve třídě scházejí 4 žáci. Kolik procent žáků je přítomných?

486. Na 100 g vody dáváme 5 g kyseliny karbolové. Kolikaprocentní je směs?

487. V dílně pracovalo dříve 7 dělníků, nyní pracuje 8. O kolik procent stoupla výroba při stejném výkonu dělníka?

488. Plán výroby byl 120 součástek na dělníka a směnu. Úderník vyrobil za směnu 196 součástek. Na kolik procent splnil plán?

489. Z vyrobených 360 součástek byly 4 součástky vadné. Kolik procent bylo zmetků?

490. V podniku bylo celkem 4 585 zaměstnanců. Z toho 264 úředníků, 3 531 dělníků a zbytek byli učni. Kolik procent bylo každých? (Na 0,1 %).

491. Na přípravu betonu vzali 5 q cementu, 1 t písku a 3 t štěrku. Určete části v procentech!

492. Čím se musí číslo násobit, aby se zvětšilo

a) o 9 %; b) o 17 %; c) o 83 %; d) o 70 %; e) o 20 %;
f) o 139 %; g) o 246 %; h) o 498 %; i) o $2\frac{1}{2}$ %; j) o 3,5 % ?

493. Čím se musí číslo násobit, aby se zmenšilo

a) o 7 %; b) o 19 %; c) o 37 %; d) o 61 %; e) o 30 %;
f) o 40 %; g) o 95 %; h) o 11,5 %; i) o $4\frac{1}{4}$ %; j) o 0,3 %?

494. a) Zvětšete 300 o 8 %; b) zmenšete 400 o 20 %;
c) zmenšete 80 o 10 %; d) zvětšete 60 o 30 %;
e) zvětšete 200 o 40 %; f) zmenšete 90 o 10 %;
g) zmenšete 120 o 6 %; h) zvětšete 1 000 o 50%.

495. (Zpaměti.) Najděte číslo, ze kterého

a) 10 % je 15; b) 20 % je 21; c) 25 % je 17; d) $33\frac{1}{3}$ % je 56;
e) 50 % je 47; f) 75 % je 24; g) 5 % je 6; h) $2\frac{1}{2}$ % je 14.

496. Najděte číslo, ze kterého

a) 6 % je 42; b) 76 % je 57; c) $37\frac{1}{2}$ % je 84;
d) 30 % je 15; e) $7\frac{1}{2}$ % je 48; f) $16\frac{2}{3}$ % je 100.

497. Když přičítáme k neznámému číslu 10 % z něho, dostaneme 220. Které je to číslo?

498. Když od neznámého čísla odčítáme 20 % z něho, obdržíme 240. Najděte to číslo!

499. Určete číslo, když
a) přičtením 5 % z něho jsme dostali 378;
b) odečtením 15 % z něho dostaneme 544.

500. a) Které číslo musíme zvětšiti o 20 %, abychom dostali 144?
b) Jakou částku peněz musíme zvýšiti o 35 %, abychom dostali 2 160 Kčs?
c) Které číslo musíme zmenšiti o 20 %, abychom dostali 108?
d) Jakou částku peněz musíme snížiti o 35 %, abychom dostali 1 560 Kčs?

501. Najděte číslo, jehož
a) 12 % je o 48 větší než 8 % téhož čísla;
b) 5 % je o 8 menší než $7\frac{1}{2}$ % téhož čísla;
c) 29 % a 6 % je celkem 196.

502. Jakým zlomkem musíme násobit číslo, když je máme
a) zvětšit o 10 % a toto zvětšené číslo zmenšit o 20 %;
b) zmenšit o 30 % a toto zmenšené číslo zvětšit o 60 %;
c) zvětšit o 40 % a opět zvětšit o 20 %;
d) zmenšit o 10 % a opět zmenšit o 30 %?

503. O kolik procent se celkem zvětší nebo zmenší číslo, když
a) číslo nejdříve zvětšíme o 20 % a potom toto nové číslo zmenšíme o 10 %;
b) číslo nejdříve zvětšíme o 30 % a potom toto nové číslo zvětšíme o 20 %?

504. a) Zvětšete 400 Kčs o 25 % a výpočet zmenšete o 50 %;
b) Zmenšete 300 kg o 10 % a výpočet zvětšete o 10 %.

505. Průměrná denní těžba na dole, která byla plánována na 1 200 t uhlí, byla ve skutečnosti o 8 % vyšší. Určete denní těžbu uhlí!

506. Obdélníková zahrada byla 80 m dlouhá a 25 m široká. Byla zvětšena tak, že každý rozměr vzrostl o 20 %. O kolik m² se zvětšil plošný obsah zahrady? O kolik % se zvětšil?

507. Po zvýšení počtu zaměstnanců o 20 % měla továrna 720 zaměstnanců. Kolik nových dělníků bylo přijato?

508. Cena stroje po šestiletém používání klesla na 52 % ceny nového stroje, v penězích činil pokles 22 464 Kčs. Zač byl nový stroj?

509. Jablka sušením ztrácejí 84 % své váhy. Kolik kg čerstvých jablek nutno vzít, abychom dostali 10 kg sušených?

510. Z účtu bylo odepsáno 10 % a zbylo platit 2 700 Kčs. Na kolik Kčs zněl účet?

511. 15 % peněžní částky činí 2 775 Kčs. Vypočtěte $16\frac{1}{2}$ % téže částky!

512. Dělníkovi, který dostal 15% přídavek, bylo vyplaceno za měsíc 4 830 Kčs. Kolik Kčs dostával měsíčně před zvýšením?

513. Kravské mléko dává 21 % smetany. Ze smetany dostaneme 23 % másla. Kolik másla vyrobíme z konve mléka, v níž je 15 kg mléka? (S přesností na dkg.)

514. Dělník (n. p. Křižík) snížil úkolový čas o 28 % při současném zvýšení výroby o 25 %. O kolik procent si za stejnou dobu více vydělá? (Snížení úkolového času znamená zvýšení výroby!)

3. Procvičování počtu procentového.

515. Horníci na dole zvýšili denní těžbu o 420 t uhlí, což je 15 % původní těžby. Jaká byla původní těžba a jaká je dnešní?

516. Horníci na dole zvýšili denní těžbu o 360 t uhlí, což je 15 % zvýšené těžby. Jaká byla původní těžba a jaká je dnešní?

517. Horníci na dole zvýšili denní těžbu na 2 990 t uhlí, což je o 15 % více, než byla původní těžba. Jaká byla původní těžba?

518. Zahrada s rozměry $a = 45$ m, $b = 36$ m byla zvětšena tak, že se délka zvětšila o 7 %, šířka o 6 %. Jaká byla rozloha zvětšené zahrady a o kolik % se zvětšil plošný obsah? (S přesností na m² a 0,1 %.)

519. Káď tvaru hranolu s rozměry $a = 1{,}4$ m, $b = 80$ cm, $c = 60$ cm byla naplněna ze 70 % svého objemu vodou. Kolik l vody bylo v kádi?

520. Délka zahrady se zvětšila o 7 %, což je 5,95 m, šířka o 5 %, což je 3,2 m. Jaká byla původní rozloha zahrady a o kolik % se zvětšila rozloha celé zahrady?

521. Pěstitel dostal v srpnu 1949 za 1 q: kapusty 350 Kčs, rajských jablíček 1 200 Kčs. Spotřebitel platil v téže době za 1 kg kapusty 5,90 Kčs, rajských jablíček 18,60 Kčs. Co můžete z těchto dat vypočítat?

522. Původní cena zboží 12 000 Kčs byla snížena o 10 %. Tato nová cena byla snížena pak ještě o 20 %. Kolik se zaplatilo za zboží?

523. Cenu výrobku stanovil podnik na 80 Kčs. V této ceně byly započítány výlohy za materiál 42 %, za práci dělníkům 16 %, provozní výlohy závodu 25 %, zbytek na úhradu strojního zařízení a investice. Určete tyto výlohy v Kčs!

524. Účet stoupl připočtením $2\frac{1}{2}$ % z prodlení na 3 792,50 Kčs. Na kolik zněl původně?

525. Na škole bylo 184 chlapců, což je 46 % všeho žactva. Kolik bylo na škole děvčat a kolik dětí vůbec?

526. Na škole bylo 15 % přespolního žactva a 238 žáků místních. Kolik bylo žáků celkem a kolik přespolních?

527. Kolik vyrobíme bronzu, jenž obsahuje 15 % cínu, když na směs použijeme 120 kg cínu?

528. Hektar pole dal 30 q žita. Ze žita jsme dostali 80 % mouky. Z této mouky napečeme chléb, kterého je o 40 % více než mouky. Kolik chleba dostaneme z 1 ha obilí osetého žitem?

529. 30 % všech dělníků v závodě jsou ženy, ostatní muži; mužů je o 360 více než žen. Kolik je všech dělníků v závodě?

530. V podniku pracuje celkem 2 400 dělníků, při čemž mužů je o 20 % více než žen. Kolik mužů a kolik žen pracuje v závodě?

531. Když ze skladu odvezli 65 % uložených brambor, zůstalo jich na skladě 1 470 q. Kolik q brambor odvezli?

532. Určete chybu v procentech:

a) délka má být 2 m, je však o 6 mm větší;

b) přesná váha 1,50 kg, chybná 140 dkg.

533. V závodě pracovalo celkem 210 dělníků, mužů a žen. Žen bylo 75 % počtu mužů. Kolik bylo kterých?

534. Rozloha lesa státního statku byla 20 % rozlohy orné půdy, které bylo o 600 ha více než lesa. Kolik ha bylo lesa a kolik orné půdy?

535. Součet dvou čísel je 324, prvé číslo je 35 % druhého. Najděte ta čísla!

536. JZD uskladnilo 3 vagony brambor po 15 t. Koncem listopadu vážily brambory pouze 447,3 q. Kolik % z váhy brambor ubylo vyschnutím?

537. Největší dovolené stoupání na trati je 20 ‰. Určete rozdíl výšek 2 míst, jejichž vodorovná vzdálenost je 350 m (2 547 m) a stoupání 14,5 ‰!

538. Vypočítejte, kolik je ‰: 50 dkg z 1 q, 25 kg z 1 t, 6 Kčs z 1 800 Kčs, 13,5 Kčs z 4 500 Kčs.

539. Silnice stoupá o 5,8 m na 3 486 m. Kolik je to ‰? (Na 0,1 m.)

540. V naší republice bylo od žní do 12. listopadu 1949 vykoupeno 44 073 vagonů pšenice, t. j. 63 % plánu, 43 124 vagonů žita, t. j. 72 % plánu a 22 310 vagonů ječmene. t. j. 60 % plánu. (1 vagon =100 q).

Vypočtěte, jaký byl výkupní plán jednotlivých druhů obilí.

541. Pokusy s konservováním drůbeže přinesly tyto výsledky: Ze 46 kg živé váhy se získalo 3,80 kg prsního masa uzeného, 5,17 kg trvanlivých uzenek, 7,78 kg játrového salámu. Zůstalo ještě 7,02 kg kostí, kterých bylo použito jako krmiva. Vyjádřete tato čísla v % a vypočtěte také procento odpadu. (Na 0,1 %.)

542. Roku 1946 bylo v Polsku vykoupeno 1 156 milionů vajec, roku 1947 o 524 milionů více než roku 1946 a roku 1948 o 1 124 mil. více než roku 1947. Vyjádřete v % výkup vajec; za základ zvolte rok 1947. (Na 0,1 %.)

543. Z hodnotných švestkových pecek vyrobíme 5 % jakostního oleje. Z kolika kg pecek vyrobíme $4\frac{3}{4}$ dkg oleje?

544. Plán sběru surovin stanovil na 1 obyvatele 1 kg sběru měsíčně. Za půl roku se sebralo průměrně $13\frac{1}{3}$ kg na 1 obyvatele. O kolik % byl plán překročen? (Praha roku 1949 1. pololetí.)

545. Štukatéři skončili práci plánovanou na měsíc o 16 dní dříve. Určete jejich výkon v procentech!

546. Úderník nár. podniku TOS v Kouřimi, pracující na fréze, splnil roční plán za 170 dní. Kolik procent pracoval nad plánem? (Frejka, 18. VI. 1949.)

547. Roku 1948 bylo v Polsku 760 000 ha úhorů, roku 1950 se oselo posledních 150 000 ha úhorů. Kolik % úhorů bylo oseto roku 1949?

548. Dne 29. VI. 1948 položili tři zedníci při stavbě dělnických domků za osm hodin 37 818 cihel, vyzdili tím 96,97 m^3 zdiva a dosáhli 2 610 % normy. Určete cenu výkonu každého zedníka, víte-li, že zedník si v té době vydělal za osm hodin průměrně 120 Kčs. (Zlepšená metoda zdění.)

549. Z 1 aru nehnojeného pole byl výnos pšenice $13\frac{3}{4}$ kg; 1 ha pole dobře hnojeného dal výnos $37\frac{1}{2}$ q pšenice. O kolik % se zvýšil výnos správným hnojením?

550. Zaměstnanec vydal za byt, stravu a drobné potřeby 2 880 Kčs, což bylo 60 % jeho měsíční mzdy. Ze zbytku dal 1 200 Kčs do spořitelny a ostatní vydal za oděv. Kolik % měsíční mzdy uložil do spořitelny a kolik procent ponechal na nákup oděvu?

551. V roce 1939 činila hodinová mzda zemědělských dělníků 1,60 Kčs, roku 1948 činila 7,50 Kčs, roku 1950 činila 10,50 Kčs.

a) Vypočítejte, kolikrát se zvýšila mzda roku 1948 a kolikrát roku 1950 proti roku 1939.

b) Vyjádřete toto zvýšení v procentech.

552. Úderník na dole narubal za směnu $27\frac{1}{2}$ t uhlí, a tím splnil plán na 150 %. Kolik narubal druhý úderník, který plán splnil na 180 %?

553. O kolik procent musíme zmenšit číslo 64, aby toto nové číslo bylo právě tak velké jako 80 % ze 60?

554. Strojní traktorová stanice zorala za den 8,4 ha pole, což bylo 21 % celého plánu jarní orby. Kolik procent plánu splnila druhého dne, když zorala 9,6 ha?

555. O kolik % se zvýšil pracovní výkon, když práci trvající dříve 8 hodin skončil dělník za 7 hodin? Za 6 hodin?

556. Dělníci nár. podniku se zavázali splnit roční plán za 11 měsíců. Jaký je průměrný pracovní výkon dělníků v podniku?

557. Maso ztrácí vařením 35 % své váhy. Kolik musíme vzít syrového masa, chceme-li mít 1 kg masa vařeného? (Přesně na dkg.)

558. Zedníci plánovali stavbu domu na dva měsíce. Po měsíci si osvojili lepší pracovní metody (práci v trojkách) a skončili stavbu 10 dní před lhůtou. O kolik procent zvýšili výkon prací v trojkách?

559. Ve kterém případě dostanete více, vypočítáte-li 25 % z 85 Kčs nebo 85 % z 25 Kčs?

560. V roce 1947 činila v Polsku celková spotřeba cukru na osobu 12,9 kg, roku 1948 činila 17,2 kg, roku 1949 asi 19 kg, před válkou pouze 12,2 kg. Vypočítejte o kolik % vzrostla spotřeba cukru na 1 obyvatele v jednotlivých letech proti předválečné spotřebě. (S přesností na 0,1 %.)

561. Když z nějakého čísla odečteme postupně 60 %, potom 20 % zbytku, dostaneme 96. Které je to číslo?

562. Kolik procent čísla zůstane, když z něho odčítáme:
a) $\frac{4}{5}$ čísla, potom $\frac{1}{4}$ zbytku; b) $\frac{3}{8}$ čísla, potom $\frac{2}{5}$ zbytku?

563. JZD mělo na skladě 384 q pšenice, žita a ječmene. Žita bylo 20 % váhy všeho obilí ječmene 140 % váhy žita. Kolik bylo žita a ječmene celkem?

564. V knihovně bylo celkem 9 600 knih v českém, slovenském a ruském jazyku. Slovenských knih bylo 20 % všech knih, ruských bylo 80 % knih slovenských. Kolik bylo v knihovně českých knih?

565. Alex. Stachanov, slavný sovětský úderník, narubal za směnu 321 t uhlí, při čemž normální výkon byl 14 t. Na kolik procent splnil normu?

566. V květnu 1949 byla v Maďarsku 562 družstva, která obdělávala 74 125 jiter půdy. Od té doby vzrostl počet družstev na 1 500, která obdělávají 300 000 jiter půdy.

Vypočítejte a) o kolik % vzrostl počet družstev,

b) o kolik % vzrostla výměra družstvy obdělávané půdy,

c) kolik jiter půdy připadlo na 1 družstvo roku 1949 a kolik nyní; přepočtěte také výměru v jitrech na výměru v ha (1 jitro = 0,57 ha).

567. O zdravé zemědělské politice svědčí tato čísla:

a) Na 1 ha zemědělské půdy připadá průměrná roční tržba 4 292 Kčs roku 1946 až 1947 a 4 550 Kčs roku 1948—49.

Vyjádřete stoupnutí v %.

b) Na 1 zaměstnance připadlo r. 1946—47 průměrně 12 299 Kčs; r. 1948—49 průměrně 15 402 Kčs.

Vyjádřete v % oč byla průměrná tržba r. 1946—47 menší než 1948—49.

4. Úrok.

Vložíte-li peníze do peněžního ústavu, dáváte mu tím právo hospodařiti s vašimi penězi a za toto právo vám peněžní ústav vyplácí poplatek, zvaný **úrok.** Peněžní ústav použije vašich peněz na budování veřejného hospodářství. Svým **vkladem** přispíváte k výstavbě továren, divadel, škol, bytů atp., zlepšujete tím život všem, tedy i sobě samému. Vklad u peněžního ústavu zůstává vaším majetkem, ústav vám jej na vaše přání vrátí. Vy jste peníze jen půjčili peněžnímu ústavu, jste tedy jeho **věřitelem** a ústav je vaším **dlužníkem.** Nemusíte se obávat ztráty svých úspor, neboť za tyto vaše úspory u peněžních ústavů ručí stát, který kontroluje hospodaření těchto ústavů.

Peněžní ústavy nejen přijímají vklady, ale též poskytují **půjčky.** Vypůjčíte-li si u peněžního ústavu peníze, potom je ústav vaším věřitelem a vy jste dlužníky ústavu. Za právo hospodařiti s penězi ústavu platíte ústavu úrok zase vy. Částce peněz, kterou vkládáme nebo si vypůjčujeme, říkáme **jistina.**

Úrok se platí obyčejně v pravidelných obdobích ročně, pololetně, čtvrtletně nebo měsíčně.

Roční úrok se obyčejně vyjadřuje v procentech jistiny.

Na příklad peněžní ústav poskytuje z vkladů 2 % úroku. Ze 100 Kčs dostanete ročně 2 Kčs úroku, z 1 000 Kčs ročně 20 Kčs úroku, z 10 000 Kčs ročně 200 Kčs úroku. Platí-li ústav úroky pololetně, bude ze 100 Kčs každý půlrok 1 Kčs úroku, z 1 000 Kčs každý půlrok 10 Kčs úroku, z 10 000 Kčs každý půlrok 100 Kčs úroku. Kolik Kčs úroků vyplatí ústav z těchto vkladů, platí-li úroky čtvrtletně? Ve všech těchto případech mluvíme o 2% **úrokování** nebo říkáme, že **úroková míra** je 2 %, neboť **když vyjadřujeme výši úroku v procentech, máme vždy na mysli úrok za jeden rok.**

Podobně, platíte-li peněžnímu ústavu z půjčky 4 % úroku, mluvíme o 4% úrokování nebo úrokové míře 4%. Kolik zaplatíte z půjčky 100 Kčs

(1 000 Kčs, 10 000 Kčs) ročně úroku při úrokové míře 4%? Kolik pololetně? Kolik čtvrtletně?

Úroková míra pro vklady je vždy nižší, nežli je úroková míra pro půjčky. Proč? Má-li peněžní ústav zisk, je ho použito v prospěch veřejného zřízení.

Úroky ze svých vkladů si nemusíte pravidelně vybírat. Peněžní ústav vám je připíše ke vkladu, a to zpravidla jednou ročně. Proto když si vyberete úroky za delší čas, dostanete nejen úroky z vložené jistiny, ale i úroky z připisovaných úroků. Mluvíme pak o **složeném úrokování** na rozdíl od **jednoduchého úrokování,** při kterém dlužník vyplácí věřiteli úrok v pravidelných (předem smluvených) obdobích. My se budeme zabývati pouze jednoduchým úrokováním. Které peněžní ústavy jsou ve vaší obci?

a) **Výpočet úroku úsudkem.**

Roční úrok umíte vypočítat. Je to vždy tolik procent z jistiny, kolik procent činí úroková míra. Úrok za jinou dobu než jeden rok vypočítáme, když roční úrok změníme v tom poměru, v jakém se změnila doba.

1. úloha.

Kolik Kčs úroku dá jistina 3 600 Kčs při úrokové míře 3%:

a) za jeden rok? b) za 4 roky? c) za půl roku? d) za čtvrt roku? e) za měsíc?

a) Úrok za rok jest

$3\ \%$ ze $3\,600 = \frac{3}{100} \cdot 3\,600 = 3 \cdot 36 = 108$

Roční úrok je 108 Kčs.

b) Úrok za 4 roky je čtyřikrát větší nežli roční úrok

$\frac{3}{100} \cdot 3\,600 \cdot 4 = 108 \cdot 4 = 432$

Úrok za 4 roky je 432 Kčs.

c) Úrok za půl roku je polovina ročního úroku

$\frac{3}{100} \cdot 3\,600 \cdot \frac{1}{2} = 108 : 2 = 54$

Úrok za půl roku jest 54 Kčs.

d) Za čtvrt roku dá jistina:

$\frac{3}{100} \cdot 3\,600 \cdot \frac{1}{4} = 108 : 4 = 27$, to je 27 Kčs.

e) Za měsíc je úrok:

$\frac{3}{100} \cdot 3\,600 \cdot \frac{1}{12} = 108 : 12 = 9$, tedy 9 Kčs.

2. úloha.

Vypočtěte úrok z jistiny 4 526 Kčs za 5 měsíců při úrokové míře $2\frac{3}{4}$ %.

Zapíšeme nejprve výpočet úroku za jeden rok z jistiny 4 526 Kčs:

$$2\tfrac{3}{4}\,\%\text{ ze } 4\,526 = \frac{2\frac{3}{4}}{100} \,.\, 4526 = \frac{11}{100 \,.\, 4} \,.\, 4\,526 = \frac{11 \,.\, 4526}{100 \,.\, 4}$$

Úrok za jeden rok zmenšíme v tom poměru, v jakém se zmenšila doba, to je v poměru 5 : 12

$$\frac{11 \,.\, 4526 \,.\, 5}{100 \,.\, 4 \,.\, 12}$$

Provedeme výpočet. Úrok počítáme na dvě desetinná místa. Výsledek zaokrouhlíme na desetihaléře.

$11 \,.\, 5 = 55$

$100 \,.\, 4 \,.\, 12 = 4\,800$

$$\begin{array}{r} 4526 \\ \times\ 55 \\ \hline 22630 \\ 22630 \\ \hline 248930 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{248930 : 4800} \\ 2489{,}3 : 48 = 51{,}86 \\ 89 \\ 413 \\ 290 \\ 2 \end{array}$$

Úrok je 51,90 Kčs.

Úrok se počítá zásadně tak, jako by byl rok rozdělen na 12 stejně dlouhých měsíců, tedy jako by rok měl 360 dní. Nepočítá se ani den, kdy byl vklad učiněn, ani den, kdy byl vybrán. Úrok se počítá jen z celých korun a zaokrouhluje se na desetihaléře.

3. úloha.

Vypočtěte úrok z jistiny 7 264,65 Kčs při úrokové míře $4\frac{1}{2}$ % za dobu od 14. března do 12. října.

Počet dní jest

v březnu $30 - 14 = 16$ dní,

v dubnu až září $30 \,.\, 6 = 180$ dní,

v říjnu 11 dní, celkem $16 + 180 + 11 = 207$ dní.

Těchto 207 dní je $\frac{207}{360}$ roku neboli $\frac{23}{40}$ roku (krátíme devíti).

Roční úrok v Kčs je

$$4\tfrac{1}{2}\%\text{ ze } 7\,264 = \frac{4\frac{1}{2} \,.\, 7\,264}{100} = \frac{9 \,.\, 7\,264}{100 \,.\, 2}$$

Zmenšíme roční úrok v poměru 207 : 360 neboli 23 : 40 a dostaneme

$$\frac{9 \,.\, 7264 \,.\, 23}{100 \,.\, 2 \,.\, 40} = \frac{9 \,.\, 23 \,.\, 7264}{1000 \,.\, 8} = \frac{9 \,.\, 23 \,.\, 908}{1000}$$

Provedeme výpočet.

$9 \,.\, 23 = 207$

$$\begin{array}{r} 908 \\ \times\, 207 \\ \hline 6356 \\ 1816 \\ \hline 187956 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 187956 : 1\,000 \\ \hline \quad 187{,}956 \end{array}$$

Úrok je 188 Kčs.

Cvičení.

568 Vypočtěte zpaměti úrok bylo-li půjčeno:

a) 100 Kčs na 1 rok při 3 %;
b) 100 Kčs na 1 rok při $4\frac{1}{2}$ %;
c) 100 Kčs na 3 roky při 4 %;
d) 100 Kčs na 4 roky při 5 %;
e) 100 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}$ %;
f) 100 Kčs na 6 roků při $2\frac{1}{2}$ %;
g) 100 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 8 %;
h) 100 Kč na 3 měsíce při 6 %;
i) 200 Kčs na 1 rok při 4 %;
j) 300 Kčs na 1 rok při 7 %;
k) 400 Kčs na 2 roky při 3 %;
l) 800 Kčs na 3 roky při 4 %;
m) 200 Kčs na 4 roky při $2\frac{1}{2}$ %;
n) 400 Kčs na 2 roky při $3\frac{1}{2}$ %;
o) 600 Kčs na $\frac{1}{2}$ roku při 5 %;
p) 900 Kčs na 6 měsíců při 5 %.

569. Vypočtěte písemně úrok:

a) ze 4 160 Kčs za 16 měsíců při $4\frac{1}{2}$ %;
b) ze 6 320 Kčs za 14 měsíců při $5\frac{1}{2}$ %;
c) z 1 685 Kčs za $1\frac{1}{2}$ roku při 4 %;
d) ze 3 426 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $3\frac{1}{2}$ %;
e) ze 47 114 Kčs za 4 roky při $2\frac{1}{2}$ %;
f) ze 16 935 Kčs za 2 roky při $4\frac{1}{4}$ %;
g) ze 60 413 Kčs za 7 měsíců při 4,75 %:
h) z 9 461 Kčs za 11 měsíců při 3,75 %.

570. Vypočtěte úrok:

a) ze 30 000 Kčs od 5. února do 15. května při 6 %;
b) ze 45 260 Kčs od 18. dubna do 23. června při $2\frac{1}{2}$ %;
c) ze 3 678,90 Kčs od 23. srpna do 8. září při $5\frac{1}{4}$ %;
d) z 18 946,45 Kčs od 1. ledna do 19. ledna při 4,25 %;
e) z 23 658 Kčs od 17. května do 8. listopadu při 5 %.

b) **Výpočet úroku vzorcem.**

Pomocí vzorců počítáte na příklad v geometrii plošné obsahy, objemy atd. Podobně počítáme někdy i úrok pomocí vzorce. Abychom si takový vzorec mohli sestavit, zavedeme si zkratky, v našem případě první písmena slov *jistina*, *procento*, *roky*, *úrok*. Potom

j . . . . . znamená jistina,
p . . . . . znamená úrokovou míru (počet procent),
r . . . . . znamená počet roků,
$ú$ . . . . . znamená úrok.

Roční úrok ze 100 Kčs
při úrokové míře 2% je 2 Kčs,
při úrokové míře 3% je 3 Kčs,
při úrokové míře 6% je 6 Kčs,
při úrokové míře p je p Kčs.
Roční úrok ze 100 Kčs je tedy dán písmenem p.

Úrok ze 100 Kčs

za 2 roky je (roční úrok) . 2, to je $p \,.\, 2$,
za 5 roků je (roční úrok) . 5, to je $p \,.\, 5$,
za $\frac{1}{2}$ roku je (roční úrok) . $\frac{1}{2}$, to je $p \,.\, \frac{1}{2}$,
za r roků je (roční úrok) . r, to je $p \,.\, r$.

Tedy úrok ze 100 Kčs za libovolný počet roků je

$$ú = p \,.\, r$$

Počítáme-li na příklad úrok ze 100 Kčs při úrokové míře 4 % za 5 roků, je $p = 4$, $r = 5$ a

$$ú = (4 \,.\, 5) \text{ Kčs, to je } 20 \text{ Kčs.}$$

Jak vypočítáme úrok z 1 Kčs? Úrok z 1 Kčs bude stokrát menší než úrok z jistiny 100 Kčs. Proto při jistině 1 Kčs zkratka $p \,.\, r$ bude znamenat stonásobný úrok. Tedy při jistině 1 Kčs bude

$$100 \,.\, ú = p \,.\, r$$

což čteme: stonásobný úrok z jistiny 1 Kčs se dostane, když se počet procent násobí počtem roků.

Umíme-li vypočítat úrok z jistiny 1 Kčs, jak vypočítáme úrok z jistiny jiné, na př. z jistiny 2 Kčs, 56 Kčs atd.? Když je jistina 2 Kčs, bude úrok 2krát větší než úrok z jistiny 1 Kčs. Když je jistina 56 Kčs, bude úrok 56krát větší než úrok z jistiny 1 Kčs.

Stonásobný úrok (100 . $ú$)

z jistiny 1 Kčs . . . . $p \, . \, r$

z jistiny 2 Kčs . . . . $2 \, . \, p \, . \, r$

z jistiny 56 Kčs . . . . $56 \, . \, p \, . \, r$

z jistiny j . . . . . . $j \, . \, p \, . \, r$

Při libovolné jistině je

$$100 \, . \, ú = j \, . \, p \, . \, r$$

Neboli slovy: Když úrok násobíme stem, dostaneme totéž, jako když znásobíme mezi sebou tři čísla, jistinu, úrokovou míru a počet roků.

Sestavili jsme si početní pravidlo pro počítání úrokového počtu. Toto pravidlo jsme si vyjádřili písmeny a v tomto tvaru mu říkáme **vzorec úrokového počtu.** Výhoda vzorce je zřejmá, vzorec je stručný a protože jsme si písmena vhodně volili, i srozumitelný. Budeme tohoto vzorce nadále používat. Nestačí, budete-li vzorce umět zpaměti odříkat, ale musíte rozumět významu každého písmene. Ukažme si v úloze, jak tohoto vzorce používáme.

1. úloha.

Vypočtěte úrok z jistiny 5 200 Kčs za 8 měsíců při 5% úrokové míře. Napíšeme si vzorec

$$100 \, . \, ú = j \, . \, p \, . \, r$$

Nyní do tohoto vzorce **dosadíme.** To znamená, že místo písmene j napíšeme číslo 5 200, místo písmene p číslo 5, místo písmene r napíšeme $\frac{8}{12}$, protože 8 měsíců je $\frac{8}{12}$ roku. Písmeno $ú$ ponecháme, protože úrok ještě neznáme a chceme ho vypočítat.

Dostaneme $$100 \, . \, ú = 5\,200 \, . \, 5 \, . \, \tfrac{8}{12}.$$

Zjistili jsme, jak se dá vypočítat stonásobný úrok. Úrok sám dostaneme ze stonásobného úroku, když dělíme stem. Tedy

$$ú = \frac{5\,200 \, . \, 5 \, . \, \frac{8}{12}}{100}$$

Další postup je vám již známý, zlomek upravíme, výpočet zaokrouhlíme na desetihaléře:

$$ú \doteq \frac{5\,200 \, . \, 5 \, . \, \frac{8}{12}}{100} = \frac{5\,200 \, . \, 5 \, . \, 8}{100 \, . \, 12} = \frac{52 \, . \, 5 \, . \, 2}{3} = \frac{520}{3} = 520 : 3 \doteq 173{,}33$$

Úrok je 173,30 Kčs.

Víte již, jak je důležitá kontrola výpočtu. V našem příkladě musíme kontrolovat

1. dosazení do vzorce,
2. provedení výpočtu.

Nejprve se přesvědčíme, zda jsme písmena *j*, *p*, *r* ve vzorci nahradili správnými čísly. Dále se přesvědčíme, zda výraz početní pro výpočet úroku je týž jako při počítání úsudkem. Počítáme-li totiž náš příklad úsudkem, dostaneme:

$ú = \frac{5}{100} \cdot 5\,200 \cdot \frac{8}{12} = 5 \cdot 5\,200 \cdot 8$ atd., což je v podstatě totéž jako dříve (zákon záměnnosti činitelů). Tuto kontrolu nemusíme psát, dobrý počtář se naučí provádět ji přímo po dosazení ve vzorci.

2. úloha.

Vypočtěte úrok z jistiny 4 768 Kčs za dobu od 14. ledna do 7. února při $3\frac{1}{2}\%$ úrokové míře.

Postupujeme jako v příkladě 1. Jediná obtíž pro nás bude určit, co dosadíme za písmeno *r*. Do počtu dní nepočítáme ani 14. leden ani 7. únor. Leden počítáme, jako by měl 30 dní. Počet dní v lednu 30 — 14 = 16 dní, v únoru 6 dní, celkem 22 dní, což je $\frac{22}{360}$ roku. Za *r* tedy dosadíme $\frac{22}{360}$ a dostaneme

$$100 \cdot ú = 4\,768 \cdot 3\tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{22}{360},$$

tedy

$$ú = \frac{4\,768 \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \frac{22}{360}}{100} = \frac{4\,768 \cdot 3\frac{1}{2} \cdot 22}{100 \cdot 360}$$

Kontrola: Úsudkem počítáno byl by úrok $\frac{3\frac{1}{2}}{100} \cdot 4\,768 \cdot \frac{22}{360} = \frac{3\frac{1}{2} \cdot 4\,768 \cdot 22}{100 \cdot 360}$

Počítáme:

$$ú = \frac{4\,768 \cdot 3\frac{1}{2} \cdot 22}{100 \cdot 360} = \frac{4\,768 \cdot 7 \cdot 22}{100 \cdot 2 \cdot 360} = \frac{4\,768 \cdot 7 \cdot 11}{100 \cdot 360} = \frac{1\,192 \cdot 7 \cdot 11}{100 \cdot 90} =$$

$$= \frac{91\,784}{9\,000} = 91{,}784 : 9 = 10{,}19$$

Úrok je 10,20 Kčs.

Cvičení.

571. Pomocí vzorce vypočtěte úrok:

a) z 8 450 Kčs za $3\frac{1}{2}$ roku při 6 %;

b) ze 7 650 Kčs za $2\frac{1}{2}$ roku při $5\frac{1}{3}$ %;

c) ze 6 250 Kčs za $2\frac{1}{4}$ roku při $3\frac{1}{5}$ %;

d) ze 3 750 Kčs za 2 roky 8 měs. při $4\frac{1}{2}$ %;

e) z 8 793 Kčs za 7 měs. při $5\frac{1}{4}$%;

f) z 12 796 Kčs za 5 měs při $7\frac{3}{4}$ %;

g) z 25 873 Kčs za 46 dní při 3 %;

h) ze 100 000 Kčs za 17 dní při $2\frac{3}{4}$ %;

i) z 18 976 Kčs za dobu od 25. února do 4. dubna při 4 %;

j) z 21 734 Kčs za dobu od 17. června do 5. září při 5 %;

k) z 19 683 Kčs za dobu od 17 října do konce roku při $6\frac{1}{2}$%.

Obrácené úlohy o úroku.

Výpočet úroku je **základní úloha procentového počtu.** Při této úloze musíme znát tři číselné údaje, totiž jistinu, úrokovou míru a dobu. Při **obrácených úlohách úrokového počtu** je známa výše úroku, ale z uvedených tří číselných údajů (jistina, úroková míra a doba) známe jen dva údaje, třetí hledáme.

Jsou tedy tři takové úlohy:

1. Výpočet jistiny, známe-li úrok, úrokovou míru a dobu.
2. Výpočet úrokové míry, známe-li úrok, jistinu a dobu.
3. Výpočet doby, známe-li úrok, jistinu a úrokovou míru.

Všechny tyto tři úlohy řešíme pomocí vzorce, který jsme poznali v minulém odstavci.

1. úloha.

a) Která jistina dá při 4% úrokové míře za 5 roků úrok 485 Kčs?

Do vzorce $100 \cdot ú = j \cdot p \cdot r$

dosadíme za $ú$ číslo 485, za p číslo 4, za r číslo 5, j ponecháme.

Dostaneme

$$100 \cdot 485 = j \cdot 4 \cdot 5, \text{ a tedy}$$
$$48\,500 = j \;\; 20.$$

To znamená: Když znásobíme neznámou jistinu dvaceti, dostaneme číslo 48 500. Bude tedy jistina dvacetkrát menší než číslo 48 500, proto

$$j = 48\,500 : 20 = 4\,850 : 2 = 2\,425$$

Hledaná jistina je 2 425 Kčs.

Zkoušku této úlohy provedeme tak, že počítáme základní úlohu úrokového počtu. Při zkoušce považujeme jistinu za neznámou a hledáme výši úroku z údajů jistiny, úrokové míry a doby.

Počítejme pomocí vzorce:

$$100 \,.\, ú = j \,.\, p \,.\, r$$
$$100 \,.\, ú = 2\,425 \,.\, 4 \,.\, 5$$
$$ú = \frac{2\,425 \,.\, 4 \,.\, 5}{100} = \frac{2\,425 \,.\, 20}{100} = \frac{2\,425}{5} = 485$$

Hledaná jistina dává daný úrok 485 Kčs, a proto je výpočet správný.

b) Která jistina dá při $4\frac{1}{2}$% úrokové míře za 7 měsíců úrok 190,40 Kčs?

V podstatě je to stejná úloha s předešlou. Je však obtížnější právě svými číselnými údaji.

Dosadíme-li do vzorce, dostaneme

$$100 \,.\, 190{,}40 = j \,.\, 4\tfrac{1}{2} \,.\, \tfrac{7}{12}$$

Jest $100 \,.\, 190{,}40 = 19\,040$; $4\frac{1}{2} \,.\, \frac{7}{12} = \frac{9 \,.\, 7}{2 \,.\, 12} = \frac{3 \,.\, 7}{2 \,.\, 4} = \frac{21}{8}$; tedy $19\,040 = j \,.\, \frac{21}{8}$

Když znásobíme hledanou jistinu číslem $\frac{21}{8}$, dostaneme 19 040. Proto jistinu obdržíme, když číslo 19 040 dělíme číslem $\frac{21}{8}$. Proto

$$j = 19\,040 : \tfrac{21}{8} = 19\,040 \,.\, \tfrac{8}{21} = \tfrac{19\,040 \,.\, 8}{21}$$

Počítáme

$$\begin{array}{r} 19040 \\ \times\ 8 \\ \hline 152320 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 152320 : 21 \\ \hline 152320 : 3 \\ \hline \ \ 50773{,}3 : 7 \\ \hline \ \ \ 7253{,}3 \end{array} \qquad 21 = 3 \,.\, 7$$

Protože při základní úloze úrokového počtu počítáme jistinu jen v celých korunách, upravíme vypočítanou hodnotu na 7 253.

Hledaná jistina je 7 253 Kčs.

Přesvědčte se, že jistina 7 253 Kčs dá při $4\frac{1}{2}$% úrokové míře za 7 měsíců skutečně 190,40 Kčs. (Vypočítaný úrok musíme zaokrouhlit na desetihaléře.)

2. úloha.

a) Jistina 4 800 Kčs dala za 5 měsíců úrok 60 Kčs. Jaká byla úroková míra?

Počítáme opět pomocí vzorce. Postup je stejný jako v příkladě 1., jen s tou změnou, že místo jistiny počítáme úrokovou míru.

Do vzorce $$100 \,.\, ú = j \,.\, p \,.\, r$$

dosadíme: za $ú$ číslo 60, za j číslo 4 800, za r číslo $\frac{5}{12}$, p ponecháme.

Dostaneme $$100 \,.\, 60 = 4\,800 \,.\, p \,.\, \tfrac{5}{12}$$

Násobíme $100 \,.\, 60 = 6\,000$; $4\,800 \,.\, \frac{5}{12} = \frac{4\,800 \,.\, 5}{12} = 400 \,.\, 5 = 2\,000$

Potom $$6\,000 = 2\,000 \,.\, p$$

Kdybychom neznámý počet procent násobili číslem 2 000, dostali bychom číslo 6 000. Tedy počet procent dostaneme dělením $p = 6\,000 : 2\,000 = 6 : 2 = 3$.

Hledaná úroková míra je 3 %.

Zkoušku provádíme opět základní úlohou úrokového počtu, když předpokládáme úrokovou míru za známou a počítáme úrok. Dosadíme-li do vzorce, dostaneme

$$100 \,.\, ú = 4\,800 \,.\, 3 \,.\, \frac{5}{12},$$

a dále

$$ú = \frac{4\,800 \,.\, 3 \,.\, 5}{100 \,.\, 12} = \frac{48 \,.\, 15}{12} = 4 \,.\, 15 = 60$$

4 800 Kčs dá při 3 % za 5 měsíců skutečně úrok 60 Kčs, jak je uvedeno v úloze.

b) Jistina 3 872 Kčs dala za 9 měsíců 152,40 Kčs. Jaká byla úroková míra?

Postup je vám již znám z příkladu a)

Dosadíme-li do vzorce $100 \,.\, ú = j \,.\, p \,.\, r$

dané číselné údaje (za r dosadíme $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$), dostaneme

$$100 \,.\, 152{,}40 = 3\,872 \,.\, p \,.\, \frac{3}{4}.$$

Násobíme $100 \,.\, 152{,}40 = 15\,240$ a $3\,872 \,.\, \frac{3}{4} = \frac{3872 \,.\, 3}{4} = 968 \,.\, 3 = 2\,904$

Potom $15\,240 = 2\,904 \,.\, p,$

tedy $p = 1\,5\,2\,4\,0 : 2\,904 = 5{,}24$

$$\begin{array}{l} 7\,2\,0\,0 \\ 1\,3\,9\,2\,0 \\ \;\;2\,3\,0\,4 \end{array}$$

Hledaná úroková míra je o málo větší než 5,24 % (viz zbytek při dělení). Když předpokládáme, že se hledaná úroková míra dá vyjádřit ve čtvrtinách procenta, zaokrouhlíme ji na 5,25 % $= 5\frac{1}{4}$ %.

Hledaná úroková míra je tedy $5\frac{1}{4}$ %.

Proveďte zkoušku pomocí základní úlohy.

3. úloha.

a) Za jakou dobu dá jistina 2 400 Kčs při $2\frac{1}{2}$ % úrokové míře 12,50 Kčs úroku? Postup je zase stejný jako u předešlých příkladů.

Do vzorce $100 \,.\, ú = j \,.\, p \,.\, r$

dosadíme za $ú$ číslo 12,50 za j číslo 2 400, za p číslo $2\frac{1}{2}$, r ponecháme.

Dostaneme $100 \,.\, 12{,}50 = 2\,400 \,.\, 2\frac{1}{2} \,.\, r,$

po vynásobení $1\,250 = 6\,000 \,.\, r$

Hledaný počet roků znásoben číslem 6 000 dá číslo 1 250, proto počet roků dostaneme, když číslo 1 250 dělíme číslem 6 000.

Počet roku $r = 1\,250 : 6\,000 = 125 : 600$

Je ihned zřejmé, že doba bude kratší než 1 rok, protože podíl by byl desetinný zlomek. Protože rok nemáme rozdělen podle desítkové soustavy, nebylo by výhodné uvádět počet roků desetinným zlomkem. V úrokovém počtu si rok představujeme rozdělen ve 12 stejně dlouhých měsíců po 30 dnech. Proto budeme hledati místo počtu roků počet měsíců, případně dní.

Počet měsíců je dvanáctkrát větší než počet roků. Proto znásobíme dělence 125 dvanácti, kdežto dělitele 600 ponecháme beze změny.

Počet měsíců $= (125 \,.\, 12) : 600 = 1\,500 : 600 = 15 : 6 = 2\frac{1}{2}$.

Rozhodneme-li se vyjádřit dobu počtem dní, musíme dělence násobit třista šedesáti, kdežto dělitele ponecháváme beze změny. Proč?

Počet dní $= (125 \,.\, 360) : 600 = 45\,000 : 600 = 450 : 6 = 75$.

Hledaná doba je $2\frac{1}{2}$ měsíce neboli 75 dní.

O správnosti výpočtu se přesvědčíme, když vypočítáme základní úlohu. Předpokládáme dobu známou a hledáme úrok. Tedy

$$100 \,.\, ú = j \,.\, p \,.\, r$$

$$100 \,.\, ú = 2\,400 \,.\, 2\frac{1}{2} \,.\, \frac{2\frac{1}{2}}{12}$$

$$100 \,.\, ú = 2\,400 \,.\, 2\frac{1}{2} \,.\, \frac{5}{24}$$

$$ú = \frac{2\,400 \,.\, 2\frac{1}{2} \,.\, \frac{5}{24}}{100} = \frac{2\,400 \,.\, 5 \,.\, 5}{100 \,.\, 2 \,.\, 24} = \frac{5 \,.\, 5}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}50$$

b) Za jakou dobu dá jistina 3 694 Kčs při $6\frac{1}{2}\%$ úrokové míře úrok 220,10 Kčs?

Dosadíme-li do vzorce, dostaneme

$$100 \,.\, 220{,}10 = 3\,694 \,.\, 6\frac{1}{2} \,.\, r$$

tedy

$$22\,010 = 24\,011 \,.\, r$$

Počet roků $r = 22\,010 : 24\,011$

Počet měsíců $= (22\,010 \,.\, 12) : 24\,011 = 264\,120 : 24\,011 = 10{,}99$

240100

24001

Výsledek se liší od 11 měsíců o méně než $\frac{1}{100}$ měsíce, tedy o méně než $\frac{1}{3}$ dne. Proto:

Hledaná doba je 11 měsíců.

Počet dní $= (22\,010 \,.\, 360) : 24\,011 =$

$= 7\,923\,600 : 24\,011 = 329{,}9$

72030

240080

239810

23711

Počet dní zaokrouhlen na celé dny je 330 dní, což je opět 11 měsíců.

Proveďte zkoušku.

Cvičení.

572. Určete neznámou hodnotu:

	jistina	úrok	doba	úroková míra
a)	1 200 Kčs	180 Kčs	3 roky	
b)	6 400 Kčs	560 Kčs	$2\frac{1}{2}$ roku	
c)	2 400 Kčs	270 Kčs		$4\frac{1}{2}$ %
d)	9 600 Kčs	1 980 Kčs		$5\frac{1}{2}$ %
e)		480 Kčs	$1\frac{1}{4}$ roku	$5\frac{1}{3}$ %
f)		420 Kčs	$1\frac{2}{3}$ roku	$4\frac{1}{2}$ %
g)	1 560 Kčs	245,70 Kčs	$3\frac{1}{2}$ roku	
h)	2 050 Kčs	20,50 Kčs	144 dní	
i)	2 000 Kčs	422,50 Kčs		$3\frac{1}{4}$ %
j)	8 400 Kčs	735 Kčs		$3\frac{1}{2}$ %
k)	8 350 Kčs	125,25 Kčs	3 měsíce	
l)	2 800 Kčs	448 Kčs	4 roky	
m)		341,25 Kčs	1 rok	5 %

VII. Diagramy.

V první třídě jsme zaznamenávali číselné údaje graficky v t. zv. diagramech. Ukázali jsme, jak se sestrojuje diagram obdélníkový. Takový diagram patří mezi diagramy plošné. Jiný plošný diagram je diagram kruhový.

Úloha.

Na naší zeměkouli je obyvatel (v milionech):

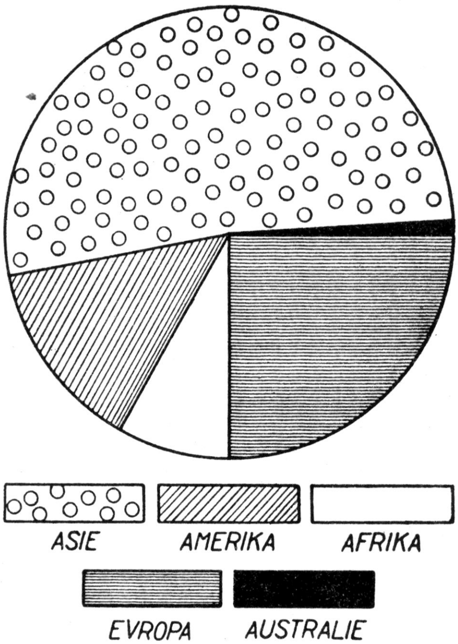
v Asii 1 200; v Americe 319; v Africe 191; v Evropě 598; v Australii 12. Abychom si znázornili rozvrstvení obyvatel, vypočteme, kolik % všeho obyvatelstva je na zeměkouli v jednotlivých dílech světa. Všech obyvatel je přibližně 2 320 milionů; ti tvoří 100 %. Potom je v Asii 51,7 %, v Americe 13,8 %, v Africe 8,2 %, v Evropě 25,8 %, v Australii 0,5 % všeho obyvatelstva. Všechno obyvatelstvo je znázorněno kruhem. 1 % zobrazíme 1 setinou kruhu, t. j. kruhovou výsečí, jejíž úhel, který svírají oba poloměry je stá část úhlu

360°, t. j. úhel 3,6°; 10 % zobrazíme výsečí kruhovou se středovým úhlem 36° t. j. úhlem 10krát větším, než je úhel 3,6°.

Počet obyvatel jednotlivých zemědílů zobrazíme kruhovými výsečemi Středový úhel každé výseče vypočítáme, znásobíme-li počet procent číslem 3,6 (= jedna setina ze 360) a součin zaokrouhlíme na jednotky. Středové úhly jednotlivých výsečí jsou:

pro 51,7 % úhel 187°, pro 13,8 % úhel 50°, pro 8,2 % úhel 28°, pro 25,8 % úhel 93° a pro 0,5 % úhel 2°.

Jednotlivé výseče jsou různě vyplněny dle vysvětlivek uvedených u obrazce.



Cvičení.

Znázorněte kruhovým diagramem údaje cvičení **573—576.** Poloměr kruhu vhodně zvolte!

573. Na rok 1953 je plánována živočišná výroba (v tisících kusů) takto: skotu 4 400, vepřů 4 050; slepic 18 500.

574. Investice v pětiletce jsou plánovány v miliardách Kčs: průmysl 132; zemědělství 27; stavebnictví 5; doprava 53; obchod a cestovní ruch 5; bytové stavby 39; sociální zdravotní a kulturní složky 29; veřejná správa 47.

575. Roku 1953 dosáhne výroba a) v odvětví sklářském v tisících tun: dutého skla 140, plochého skla 110, drobného skla 10;

b) v odvětví papírenském v tisících tun: papíru 320, lepenky 105, buničiny 320;

c) v odvětví filmovém: celovečerních filmů 56, krátkých filmů 143;

d) v odvětví potravinářském (v tisících tun): umělých tuků 70, másla 49, mléčných konserv 14, sýrů 30.

576. Hodnota výroby zboží v průmyslu roku 1948 ve státech lidově demokratických (v milionech dolarů v cenách z r. 1938): Československo 892; Maďarsko 243; Polsko 946; Bulharsko 111; Rumunsko 119.

VIII. Opakování učiva.

577. Jsou dána čísla:

432	575	874	2 840	6 336
288	828	882	1 625	3 276
585	725	847	3 600	9 540
558	855	555	1 750	4 152

a) Která z čísel uvedených v tabulce jsou dělitelna dvěma; třemi; čtyřmi; pěti; devíti; desíti?

b) Která sedmi, osmi?

c) Přesvědčte se, že je číslo dělitelné 1. šesti, je-li dělitelné dvěma a třemi; 2. dvanácti, je-li dělitelné třemi a čtyřmi.

d) Udejte předem zbytky, které dostanete, budete-li daná čísla dělit třemi, devíti, čtyřmi. Přesvědčte se o správnosti dělení.

578. Nahraďte * takovou číslicí, aby vzniklé číslo bylo dělitelné číslem udaným v závorce:

a) 7*4; 8*5; 36*7 (třemi)

b) 23*4; 45*5; 634* (čtyřmi)

c) 64*3; 3*79; 26* (devíti)

579. Ze všech trojciferných čísel má nejvíce dělitelů číslo 840 (32 dělitele). Najděte všecky jeho dělitele.

580. Určete a) D (15; 75), b) D (18; 24), c) D (36; 48), d) D (96; 88).

581. Určete a) n (15, 20), b) n (4; 6; 12; 25), c) n (20; 25; 50), d) n (18; 27; 63).

582. Přední kolo vozu má obvod 2 m, zadní kolo 3 m. Kolik ujede povoz, jestliže obě kola ujedou nejmenší celý počet obrátek?

583. Krok otce je 75 cm dlouhý, syna 60 cm. Po kolika metrech vykročí oba opět stejně?

584. Z výchozí stanice jede vůz trati č. 5 každých 12 minut, vůz trati 9 každých 9 minut. V 5 hodin ráno vyjedou současně vozy obou tratí. V kolik hodin dopoledne vyjíždějí opět současně vozy těchto dvou tratí?

585. Písemná práce ve třídě dopadla takto: $\frac{1}{10}$ počtu prací byla známkována jedničkou, $\frac{4}{15}$ dvojkou, $\frac{2}{5}$ trojkou, $\frac{1}{5}$ čtyřkou a jedna práce pětkou. Kolik prací bylo psáno?

586. Sokolské družstvo házelo koulí. Nejlepší hod byl $8\frac{1}{2}$ m; nejhorší $6\frac{3}{4}$ m; průměr $7\frac{5}{8}$ m. O kolik m překročil nejlepší hod průměr? O kolik m zůstal nejhorší hod za průměrem?

587. V roce (360 dní) připadá u staršího dělníka $\frac{7}{120}$ roku na dovolenou, mimo to připadá na svátky a neděle $\frac{1}{6}$ roku. Kolik dní v roce pracuje?

588. Jablka byla rozdělena do obalů dvojího druhu po 24,5 kg a 35,4 kg. Kolik obalů větších i menších bylo celkem, vážila-li všechna jablka 860,4 kg a bylo-li ve větších obalech o 272,4 kg víc než v obalech menších?

589. Průměrné výkupní ceny za 1 q plodin v naší republice:

	1936/37	1947/48	1948/49
žito	144,3	502,2	374,36
pšenice	168,9	595,21	402,03
brambory	44,04	181,24	128,36
mák	679,90	1 776,29	1 763,82
cukrovka	12,4	91,23	64,18
chmel	2 750,00	9 363,49	9 391,64

Vypočítejte, kolikrát vyšší byly výkupní ceny roku 1947—48, 1948—49 proti roku 1936—37 (na 1 desetinné místo). Proč byly ceny roku 1947—48 vyšší než roku 1948—49?

590. Z kusu látky bylo odstřiženo na 17 obleků po $3\frac{2}{5}$ m a zbylo ještě $2\frac{1}{5}$ m; kolik m bylo původně v kusu látky?

591. Doskočiště tvaru kvádru na školním hřišti je dlouhé $4\frac{3}{4}$ m, široké $2\frac{1}{4}$ m. Vrstva písku byla vysoká 28 cm. Kolik m^3 písku je zapotřebí? Kolik vozíků k převezení písku je zapotřebí, pojme-li jeden vozík $\frac{4}{5}$ m^3 písku?

592. Na výkon jednoho koně za hodinu je třeba 0,28 l pohonné látky. Kolik pohonné látky spotřebuje dopravní letadlo o výkonu 1 450 koní při $3\frac{1}{2}$hodinovém letu?

593. Dělník vyrobí jednu součást za 12,5 hodin; učedník vykoná 0,3 této práce za 15 hodin. Za kolik hodin vyrobí součást, budou-li pracovat společně?

594. Cisterna má objem 51 m^3. Do kolika cisteren se vejde 1 938 t nafty, váží-li 1 dm^3 nafty 0,76 kg?

595. Člověk potřebuje denně ke své výživě na každý kg své váhy $\frac{2}{3}$ mg železa (nedostatek železa má za následek bledničku). Kolik g železa potřebuje do roka člověk vážící 70 kg?

596. Trvá-li tep lidského srdce $\frac{4}{5}$ vt., kolik tepů učiní lidské srdce za minutu?

597. Je-li průměrný výtěžek medu z 1 úlu ročně $7\frac{3}{4}$ kg, kolik úlů měl včelař, který ročně vytěžil průměrně 62 kg medu. Kolik měl úlů, vytěžil-li z 1 úlu ročně $6\frac{1}{5}$ kg medu?

598. Ze $7\frac{1}{2}$ q bramborů se vyrobí $\frac{24}{25}$ hl lihu. Kolik lihu se vyrobí z 1 q bramborů? Na 1 a pole se urodilo $1\frac{1}{2}$ q bramborů. Která je rozloha pole, z něhož se urodilo $7\frac{1}{2}$ q bramborů?

599. Někdo po $2\frac{1}{2}$hodinové cestě po silnici stihl auto, a to jej při průměrné rychlosti 44 km za hod. dopravilo za $\frac{3}{4}$ hod. na určené místo. Jakou rychlostí se sám pohyboval, byl-li cíl cesty vzdálen $44\frac{1}{4}$ km od jeho východiště?

600. Je-li vzdálenost smrkových sazeniček $\frac{2}{3}$ m, kolik je třeba sazeniček na 1 ha čtvercové plochy?

601. Je-li z 1 kg rumělky $81\frac{1}{5}$ dkg rtuti a $18\frac{4}{5}$ dkg síry, z kolika kg rumělky je 2 kg 84,2 dkg rtuti a z kolika je 14,1 kg síry? Počítejte se zlomky obyčejnými nebo desetinnými.

602. Z místa *A* do *B* jela společnost 7 lidí, z nichž 5 mělo slevu jedné třetiny. Jízda stála celkem 1 920 Kčs. Zač byl celý lístek a zač lístek se slevou?

603. Určete rozměry obdélníka, jehož obvod je 25 m 20 cm a poměr stran 4 : 3!

604. V 6 hod. 30 min. vyrazil vojenský oddíl na pochod do místa vzdáleného na mapě 32 cm. Měřítko mapy bylo 1 : 75 000, pochodová rychlost oddílu 3,75 km/hod. Na nerovnost terénu nutno připočíst 10 % vzdálenosti podle mapy. Na odpočinek se počítalo $1\frac{3}{4}$ hod. V kolik hodin dojde oddíl na určené místo?

605. V jedné ze dvou stejných nádob bylo $4\frac{1}{2}$ litru benzinu, ve druhé olej. Kolik litrů oleje bylo v nádobě, když váha obou nádob byla stejná? (1 litr oleje váží 90 dkg, 1 litr benzinu 70 dkg.)

606. V prodejně smíchali dva druhy bonbonů v poměru 3 : 2; 1 kg prvých stál 400 Kčs, 1 kg druhých byl o 150 Kčs lacinější. Zač prodávali 10 dkg směsi?

607. Kolik váží 1 železný plát s rozměry 150 cm . 120 cm . 0,4 cm, když 28 železných plátů s rozměry 750 mm . 100 mm . 3,5 mm vážilo 57,33 kg?

608. Z 10 t odpadové oceli získané sběrem vyrobíme 1 660 km železného drátu 1 mm silného nebo 10 000 kusů plechových hrnců s objemem $2\frac{1}{2}$ litru. Kolik odpadové oceli musíme sebrat, chceme-li našemu průmyslu dát surovinu

a) na 10 km železného drátu 2 mm silného? (Přesně na kilogramy!)

b) na 100 kusů plechových hrnců s dvojnásobným povrchem? (Přesně na kg!)

609. Kosti jsou cenná surovina pro výrobu mýdla. Není-li sběr dostatečný, musíme kosti dovážet z ciziny. Dovoz 10 t kostí má v cizí měně cenu 10 q másla, t. j. množství, které stačí pro 1 250 dětí na 4 týdny. Kolik kostí odevzdáme, když chceme zajistit 100 dětem máslo na 14 dní?

610. Na stavbě silnice bylo zaměstnáno 75 dělníků, pracujících 8 hodin denně. Stavba byla rozpočtena na 150 dní. Po 60 dnech zvýšili dělníci lepší organisací práce svůj výkon o tolik, že uvolnili 15 dělníků pro jinou stavbu a svoji práci dokončili ve stanovený čas při téže pracovní době. Vypočítejte o kolik % zvýšili svůj výkon (zvýšení výkonu vypočítejte z počtu denních pracovních hodin).

611. Sázení lesních stromků mělo skončit podle plánu 40 lesních dělníků za 20 dní. Protože bylo třeba sázení urychlit, přišli po 5 dnech na pomoc brigádníci. S jejich pomocí bylo sázení skončeno o 7 dní dříve, než se původně předpokládalo. Kolik bylo brigádníků, jestliže pracovali stejně vydatně jako lesní dělníci?

612. Při zkoušce čistoty osiva vzali 10,4 g žitných zrn. V tomto množství zjistili 0,3 g smetí, 0,2 g poškozených zrn a 0,4 g semen plevele. Vyjádřete čistotu osiva v procentech! (S přesností na 0,1 %!)

613. Zaokrouhlete číslo 0,638 na setiny a vypočítejte v procentech chybu, které jste se dopustili zaokrouhlením! (S přesností na 0,01 %.)

614. O kolik procent se musí zvýšit rychlost auta, aby se doba zkrátila o 30% ?

615. Čerstvé houby obsahují 90 % vody, sušené 12 %. Kolik sušených hub dostaneme z 10 kg čerstvých? (Zaokrouhlete na dkg.)

616. Na kolik procent bylo uloženo 2 400 Kčs, když za $\frac{3}{4}$ roku dala tato jistina právě tolik úroků, co 4 800 Kčs uložených na $1\frac{1}{2}$ % za 6 měsíců?

617. Peněžní ústav úrokoval vklady $2\frac{1}{2}$ %, půjčky $4\frac{3}{4}$ %.

a) Na kolik Kčs vzroste váš vklad 2 450 Kčs za jeden rok?

b) Kolik Kčs zaplatíte i s úroky za jeden rok, splatíte-li půjčku 8 200 Kčs?

c) Kolik Kčs získal ústav z této půjčky na úhradu svých výloh, počítáme-li, že sám z ní platil úrok ze vkladů?

618. JZD sklidilo 846 q obilí. Z tohoto množství počítá $1\frac{3}{4}$ % na vyschnutí, 2 % na odpad a vyčistění, 8 % na osivo. S kolika q obilí může družstvo počítat na svou potřebu a dodávky?

619. JZD sklidilo s 1 ha pole průměrně 25 q žita. Žito se vymlelo na 76 %. Chléb po upečení měl o 40 % větší váhu než použitá mouka. Kolik kg chleba dalo družstvo národu, když odevzdalo úrodu z 10 ha pole?

620. Zboží stálo původně 3 200 Kčs. Když snížili dvakrát po sobě ceny, prodali zboží o čtvrtinu laciněji. Prvé snížení bylo 20 %. Vyjádřete v procentech druhé snížení (počítáme z ceny po prvém snížení).

621. Roku 1936 činil náš národní důchod 58,8 miliardy.
Roku 1949 činil 260 miliard. Vypočtěte:

a) o kolik miliard Kčs vzrostl roku 1949;

b) kolikrát menší byl r. 1936 než 1949;

c) kolik % nár. důchodu z r. 1936 činí nár. důchod 1949;

d) kolik % nár. důchodu z r. 1949 činil nár. důchod z r. 1936.

622. Roku 1937 bylo vydáno na zdravotní péči pouze 160 milionů Kčs. Na rok 1950 je pro výdaje na zdravotní péči počítáno s částkou 6 620 milionů Kčs.

a) O kolik milionů Kčs vzrostly výdaje na zdrav. péči roku 1950.

b) Kolikrát menší byly výdaje na zdravotní péči r. 1937 než r. 1950.

c) Kolik % výdajů z r. 1937 činí výdaje z r. 1950.

d) Kolik % výdajů z r. 1950 činí výdaje z r. 1937.

623. V únoru 1950 vzrostly u nás vklady na knížky o 718 milionů Kčs proti 36 428 mil. Kčs koncem ledna 1950 a proti 36 058 mil. Kčs koncem prosince 1949.

a) Vypočítejte o kolik procent vzrostly proti lednu 1950.

b) Vypočítejte o kolik procent vzrostly proti lednu 1949.

624. Roku 1949 činila průměrná roční dojivost u krav na stát. statcích 5,88 l mléka. Roku 1950 chtějí ČsSS dosáhnout průměrné dojivosti 6,5 l na krávu a den, čímž roční produkce mléka na stát. statcích stoupne o více než 12 mil. litrů.
Vypočtěte předpokládanou produkci mléka na stát. statcích r. 1950.

625. V Polsku dostali ve třetím čtvrtletí 1949 drobní zemědělci od státu za 14 035 milionů złotých krátkodobých půjček.
Půjčky byly rozvrženy takto:

a) nákup dobytka 6 658 mil. złotých

b) osev, žně 1 908 mil. złotých

c) umělé hnojivo 1 270 mil. złotých

d) jiné účely 4 199 mil. złotých.

Vyjádřete tyto částky v %.

Výsledky.

I. Opakování.

1. a) 62,415; b) 20,246 87; c) 270,285; d) 64,047. **2.** a) 5 874 m; b) 74,03 q; c) 398,89 a; d) 58,298 hl; 5,829 8 m³. **3.** a) zvětší o 10; b) zmenší o 5; c) zvětší o 2; d) zmenší o 8; e) zmenší o 4. **4.** a) zmenší o 3; b) zvětší o 7; c) zmenší o 11. **5.** a) 72,249; b) 102,663; c) 308,066; d) 874,49. **6.** a) zvětší o 5; b) zvětší o 3; c) zmenší o 5; d) nezmění se. **7.** a) 64,42; b) 57,65; c) 54,65. **8.** a) 26,2; b) 33,2; c) 21,4. **9.** a) 15,44; b) 42,11; c) 542,8; d) 473,5. **10.** 76,85 km.

11. a) 1,9 m; b) 6 dm. **12.** 65,2 dm. **13.** 4,15 q; 3,39 q; 8,16 q. **14.** a) o 19 kg; b) 3 kg; c) 20 kg. **15.** o 38; 42. **16.** a) 6,448; b) 37,088; c) 0,304 58; d) 12,606 3; e) 452,886; f) 31,054 5; g) 136,9; h) 50,656 923; i) 32,117 3. **17.** a) 525; b) 22 575; c) 2 175; d) 18 308; e) 77 875,5; f) 8 896. **18.** a) 79; b) 370; c) 60; d) 8 700. **19.** a) 5,1; b) 91,885; c) 1 868; d) 610,56. **20.** a) 3 480; b) 8 657; c) 1 081; d) 5 208.

21. a) 22; b) 276; c) 6; d) 100. **22.** a) zvětší se pětkrát; b) zmenší se šestkrát; c) zvětší se dvakrát. **23.** a) zmenší se dvakrát; b) zvětší se pětkrát; c) zvětší se třikrát; d) zmenší se šestnáctkrát. **24.** a) zvětší se o 2.9; b) zmenší se o 3.9. **25.** 1 526 540. **26.** 256 575. **27.** 2 682,6. **28.** 25 712. **29.** 36,98. **30.** 315 km.

31. Druhý čtverec má obsah 12,25krát větší než první čtverec, třetí čtverec 0,49krát menší než první čtverec. **32.** jedna. **33.** 310,8; 452,16; 94,5. **34.** 1 562 500 000 Kčs. **35.** 794,042; 558,4; 684,093; 617,295; 640,24; 3 498. **36.** 1 556,064; 996,795; 1 269,216; 1 251,152; 9 762,196; 12 801,10. **37.** 25,44 q. **38.** 46,56 q; 19,25 q. **39.** a) 25; b) 83; c) 89; d) 52; e) 33; f) 37. **40.** a) 20,07; b) 30,02; c) 20,25; d) 30,54; e) 20,22; f) 50,12.

41. a) 6,05(15); b) 3,05(65); c) 0,047; d) 0,0035(60); e) 0,0092(40); f) 0,0502(28). **42.** a) 170; b) 1 016; c) 0,38; d) 0,031; e) 1,61. **43.** a) 321; b) 716. **44.** a) 2 772; b) 610. **45.** 693. **46.** a) 405; b) 1 111. **47.** $4\frac{1}{2}$kg; $13\frac{1}{2}$kg; 36 kg; $13\frac{1}{2}$kg; $40\frac{1}{2}$kg 108 kg. **48.** a) zvětší se pětkrát; b) zmenší se třikrát; c) zmenší se dvakrát; d) zvětší se desetkrát; e) nezmění se. **49.** a) 189 km; b) 29 km; 8 dní.

51. 27; 54; 54. **52.** 4,4; 5. **53.** o 391,40 Kčs. **54.** 19 dělníků. **55.** přibližně 350 m. **56.** 17; 51.

II. Dělení desetinných zlomků.

57. a) 1,84; b) 24; c) 400; d) 1000; e) 1 050; f) 4,2; g) 24; h) 330; i) 40; j) 1 600; k) 4; l) 8,6. **58.** a) Zaokrouhleno 30,92; b) 0,17; c) 0,31; d) 1,15; e) 5,10; f) 0,93; g) 3,02; h) 0,33. **59.** 15,625. **60.** 200.

61. a) 2,5krát; b) pětkrát. **62.** 1,571. **63.** 3,7. **64.** 0,404. **65.** a) zvětší se dvakrát; b) zvětší se čtyřikrát; c) zvětší se 6,12krát; d) zmenší se 0,08krát. **66.** 2,4krát;

třikrát; 1,38krát; 2,21krát; 1,94krát. **67.** 49 dm^2; 3,24 dm^2. **68.** 3,2 m. **69.** 0,2 dm = = 2 cm. **70.** pětkrát; šestkrát; 5,3krát.

71. Rakousko: 1,0; 2,6; Belgie: 1,7; 3,65; Dánsko: 0,96; 1,7; Francie: 1,7; 2,8; Italie: 0,9; 1,1; Švýcarsko: 0,9; 2,1; Vel. Britannie: 0,94: 1,1. **72.** 35. **73.** 2,3 m. **74.** 45 hod. 36 min. **75.** dvakrát. **76.** 32krát. **77.** $17\frac{1}{2}$ hodiny. **78.** 449,4 km. **79.** Mléko 1,89krát; máslo 1,52krát; vejce 1,79krát; maso 1,51krát; sádlo 2,23krát; cukr 1,29krát. **80.** o 3,85 q v JZD vyšší.

81. V JZD o 16,61 q více.

III. Dělitelnost.

82. a) 994; 1 995; 3 479; b) 234; 522; 2 997. **83.** a) 1 302; 1 710; 3 132; b) 760; 1 216; 2 792. **84.** 9 976; 29 971; 99 975. **85.** 162 564; 625 404; 253 460. **86.** a) 4 002, ... 4 038; b) 8 001 ... 8 099. **87.** 15 708 ... 19 448.

95. 152 = 56 + 96. **98.** a) 340 + 6; 180 + 40; 230 — 20; b) 250 + 5; 180 + 40; 230 — 20; 325 + 40; c) 180 + 40; 230 — 20. **100.** a) 14; b) 6; c) 6.

110. 6 čísel.

116. 10; 2. **117.** 109 ano; 119 ne; 139 ano. **119.** 120 = 2 . 2 . 2 . 3 . 5; 140 = 2 . 2 . 5 . 7; 240 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 5; 360 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5; 300 = 2 . 2 . 3 . . 5 . 5; 420 = 2 . 2 . 3 . 5 . 7. **120.** a) 70: 1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70; 86: 1; 2; 43; 86. 90: 1; 2; 3; 5; 6; 9; 10; 15; 18; 30; 45; 90. 120: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120. b) 18: 1; 2; 3; 6; 9; 18. 28: 1; 2; 4; 7; 14; 28. 30: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30. 36: 1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36. c) 40: 1; 2; 4; 5; 8; 10; 20; 40. 42: 1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42. 46: 1; 2; 23; 46. 64: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64. 81: 1; 3; 9; 27; 81. 360: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 72; 90; 120; 180; 360.

121. 6 = 1 + 2 + 3, pod. 28. **122.** 10 způsobů. **123.** 8 způsobů. **124.** 10 případů. **125.** 13 různých způsobů. **127.** a) 1; 2; b) 1; 2; 5; 10; c) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50. 100. **128.** Mají jen společného dělitele 1; žádného většího. **129.** Odečteme-li obě čísla dostaneme 2 nebo 4. Liché číslo a číslo 2 nebo 4 nejsou čísla soudělná. **130.** Kdyby to byla obě čísla sudá, byla by dělitelná aspoň dvěma.

131. a) 30 a jeho násobky; b) 70 a jeho násobky. **133.** a) 4; b) 3; c) 12; d) 6; e) 16; f) 25; g) 4; h) 21; i) 13; j) 18. **134.** a) 3; b) 4; c) 5; d) 7; e) 2; f) 4; g) 3; h) 12. **135.** 5; 8 m od sebe. **136.** 49 m^2; 23. **137.** 3 m; 142. **138.** 110 (vzdálenost 4 m). **139.** a) 12; 2 . 12 atd. b) 18; 2 . 18 atd. c) 42; 2 . 42; atd. d) 24; 2 . 24 atd. e) 12; 2 . 12 atd. f) 60; 2 . 60 atd. g) 36; 2 . 36 atd.

141. a) 60; b) 70; c) 99; d) 120; e) 175; f) 18; g) 72; h) 60; i) 72. **142.** a) 120; b) 96; c) 126; d) 105; e) 240; f) 360; g) 270. **143.** a) 36; b) 120; c) 720; d) 336; e) 108; f) 75 600. **144.** A) 9; B) 8. **145.** Za 4 hod. 30 min.; A 5 věrtelů; B 4 věrtele.

IV. Zlomky.

146. a) $\frac{12}{24} = \frac{18}{36} = \frac{24}{48} = \frac{36}{72}$; $\frac{16}{24} = \frac{24}{36} = \frac{32}{48} = \frac{48}{72}$; $\frac{18}{24} = \frac{27}{36} = \frac{36}{48} = \frac{54}{72}$ b) $\frac{8}{24} = \frac{24}{72} = \frac{40}{120} = \frac{56}{168}$; $\frac{20}{24} = \frac{60}{72} = \frac{100}{120} = \frac{140}{168}$; $\frac{9}{24} = \frac{27}{42} = \frac{45}{120} = \frac{63}{168}$ c) $\frac{15}{60} = \frac{45}{180} = \frac{60}{240} = \frac{75}{300}$; $\frac{24}{60} = \frac{72}{180} = \frac{96}{240} = \frac{120}{300}$; $\frac{50}{60} = \frac{150}{180} = \frac{200}{240} = \frac{250}{300}$. **147.** $\frac{9}{15} = \frac{21}{35} = \frac{27}{45} = \frac{36}{60}$; $\frac{42}{54} = \frac{28}{36} = \frac{91}{117} = \frac{84}{108}$. **148.** $\frac{6}{16}$, $\frac{9}{27}$, $\frac{15}{27}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{20}{36}$, $\frac{27}{36}$; $\frac{10}{36}$. **149.** $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{16}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{10}{16}$, $\frac{9}{18}$, $\frac{12}{18}$, $\frac{15}{30}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{21}{30}$.

151. $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{6}{13}$, $1\frac{3}{7}$, $1\frac{9}{41}$, $5\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{5}$, $1\frac{4}{7}$. **152.** spol. jmenovatel: a) 40, b) 24, c) 48, d) 30, e) 75, f) 72, g) 48, h) 180, i) 180, j) 84. **153.** a) $\frac{16}{60}$, $\frac{21}{60}$, $\frac{18}{60}$; b) $\frac{15}{180}$, $\frac{10}{180}$, $\frac{9}{180}$; c) $\frac{2}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{3}{12}$; d) $\frac{90}{120}$, $\frac{105}{120}$, $\frac{110}{120}$, $\frac{114}{120}$; e) $\frac{225}{300}$, $\frac{195}{300}$, $\frac{205}{300}$, $\frac{44}{300}$; f) $\frac{510}{600}$, $\frac{4}{600}$, $\frac{105}{600}$, $\frac{440}{600}$, $\frac{180}{600}$; g) $\frac{195}{360}$, $\frac{170}{360}$, $\frac{63}{360}$, $\frac{54}{360}$; h) $\frac{135}{360}$, $\frac{132}{360}$, $\frac{222}{360}$, $\frac{171}{360}$, $\frac{215}{360}$; i) $\frac{140}{180}$, $\frac{10}{180}$, $\frac{162}{180}$, $\frac{135}{180}$, $\frac{150}{180}$. **154.** a) $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{7}$; b) $\frac{3}{13}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{7}$; c) $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{6}$; d) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$; e) $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$; f) $\frac{8}{15}$, $\frac{7}{10}$; g) $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{8}$; h) $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$; i) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{7}{9}$; j) $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$; k) $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{18}$, $\frac{5}{12}$; l) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{5}{6}$. **156.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{3}{10}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $\frac{14}{15}$; f) $\frac{2}{3}$; g) $1\frac{3}{8}$; h) $\frac{7}{10}$; i) $1\frac{1}{3}$; j) $\frac{5}{6}$; k) $1\frac{1}{8}$. **157.** a) $\frac{13}{15}$; b) $\frac{19}{28}$; c) $\frac{29}{40}$; d) $1\frac{1}{10}$; e) $1\frac{11}{36}$; f) $\frac{43}{77}$; g) $\frac{13}{24}$; h) $1\frac{13}{63}$; i) $1\frac{4}{15}$; j) $1\frac{11}{36}$; k) $\frac{19}{24}$. **158.** a) $\frac{5}{12}$; b) $\frac{19}{40}$; c) $\frac{2}{5}$; d) $\frac{17}{28}$; e) $\frac{11}{24}$; f) $\frac{7}{15}$; g) $\frac{19}{21}$; h) $\frac{29}{30}$; i) $\frac{17}{24}$; j) $1\frac{3}{40}$; k) $\frac{31}{40}$; l) $\frac{41}{56}$; m) $\frac{2}{3}$; n) $\frac{37}{60}$; o) $\frac{41}{48}$; p) $1\frac{3}{28}$; r) $\frac{19}{36}$; s) $1\frac{13}{48}$. **159.** a) $\frac{11}{12}$; b) $\frac{13}{18}$; c) $\frac{17}{24}$; d) $\frac{29}{30}$; e) $\frac{29}{30}$; f) $\frac{13}{18}$; g) $\frac{2}{3}$; h) $\frac{5}{8}$; i) $\frac{5}{8}$; j) $\frac{5}{6}$; k) 1; l) $\frac{2}{7}$.

161. a) $6\frac{1}{6}$; b) $13\frac{19}{20}$; c) $14\frac{13}{30}$; d) $20\frac{19}{24}$; e) $7\frac{3}{4}$; f) $2\frac{11}{20}$; g) $5\frac{1}{6}$; h) $3\frac{29}{72}$. **162.** a) $1\frac{7}{8}$; b) $2\frac{1}{4}$; c) $4\frac{11}{40}$; d) $4\frac{2}{7}$; e) $2\frac{19}{36}$; f) $3\frac{3}{8}$; g) $5\frac{1}{4}$; h) $6\frac{55}{72}$; i) $5\frac{1}{4}$; j) $7\frac{19}{36}$; k) $4\frac{5}{12}$; l) $2\frac{31}{50}$; m) $3\frac{2}{3}$; n) $3\frac{1}{4}$. **166.** a) $\frac{1}{12}$; b) $\frac{1}{12}$; c) $\frac{5}{12}$; d) $\frac{2}{15}$; e) $\frac{1}{6}$; f) $\frac{23}{40}$; g) $\frac{13}{24}$; h) $\frac{1}{48}$; i) $\frac{1}{10}$; j) $\frac{13}{20}$; k) $\frac{1}{14}$; l) $\frac{5}{14}$. **167.** a) $1\frac{6}{7}$; b) $2\frac{5}{11}$; c) $3\frac{3}{5}$; d) $5\frac{3}{7}$; e) $2\frac{1}{2}$; f) $1\frac{13}{18}$; g) $2\frac{23}{24}$; h) $3\frac{29}{48}$; i) $\frac{5}{6}$; j) $2\frac{13}{15}$; k) $1\frac{5}{6}$; l) $1\frac{49}{60}$; m) $1\frac{35}{48}$; n) $2\frac{179}{225}$; o) $1\frac{13}{14}$; p) $2\frac{121}{161}$. **168.** o $\frac{1}{4}$ $\left(\frac{3}{8};\ \frac{7}{16}\right)$; **169.** $3\frac{11}{12}$; $6\frac{13}{15}$; $9\frac{2}{21}$; $3\frac{19}{35}$; $4\frac{8}{45}$; $7\frac{11}{15}$; $2\frac{11}{42}$; $3\frac{29}{30}$; $3\frac{1}{12}$. **170.** a) zvětší se o $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$; b) zmenší se o $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}$; c) zmenší se o $\frac{7}{40}$; $\frac{21}{88}$; $\frac{35}{104}$; d) zmenší se o $\frac{5}{88}$; e) zvětší se o $1\frac{21}{40}$; f) zvětší se o $\frac{1}{8}$; g) zmenší se o $\frac{3}{8}$.

171. a) $13\frac{20}{21}$; b) $9\frac{33}{40}$. **172.** a) o $4\frac{17}{30}$; b) o $2\frac{1}{12}$. **173.** a) o $1\frac{37}{60}$; b) o $1\frac{47}{120}$;

174. $4\frac{1}{8}$ kg. **175.** $13\frac{1}{5}$ km. **176.** $44\frac{1}{10}$ m. **177.** o $\frac{4}{5}$ m. **178.** $15\frac{5}{8}$ t. **179.** $1\frac{1}{6}$ l. **180.** $59\frac{1}{3}$.

181. $\frac{7}{10}$ kg. **182.** 14 q. **183.** 15 km. **184.** 24 q. **185.** $\frac{19}{60}$. **186.** $12\frac{1}{2}$ m. **187.** $2\frac{3}{4}$ m. **188.** 3. **189.** $3\frac{9}{20}$. **190.** 110. **191.** 84 l. **192.** 4 m. **193.** o $10\frac{3}{4}$ kg. **194.** $2\frac{1}{4}$ m. **195.** $9\frac{1}{2}$ kg. **196.** $2\frac{3}{4}$. **197.** a) zvětší se o $10\frac{25}{28}$; b) zmenší se o $10\frac{4}{15}$. **198.** a) zmenší se o $\frac{3}{4}$; b) zvětší se o $4\frac{1}{12}$; c) zvětší se o $10\frac{8}{63}$; d) zmenší se o $6\frac{19}{24}$; **199.** $8\frac{1}{18}$; $2\frac{5}{9}$; **200.** $6\frac{2}{45}$.

203. $17\frac{1}{2}$ min.; 42 min.; $46\frac{2}{3}$ min.. **204.** $125\frac{1}{20}$ l. **205.** a) $2\frac{1}{4}$ m; b) $2\frac{1}{40}$ m; c) $1\frac{1}{2}$ m. **206.** a) $\frac{3}{16}$ km; b) $\frac{5}{24}$ km; c) $\frac{1}{4}$ km. **208.** a) $\frac{6}{35}$; b) $\frac{3}{10}$; c) $\frac{4}{15}$; d) $\frac{5}{14}$; e) 5; f) $\frac{5}{21}$; g) $\frac{5}{14}$; h) $\frac{7}{10}$; i) $\frac{7}{45}$; j) $\frac{2}{7}$; k) $\frac{9}{14}$; l) $\frac{10}{27}$; m) $\frac{5}{6}$; n) $\frac{25}{63}$; o) $\frac{2}{21}$; p) $\frac{1}{8}$. **209.** a) 12; b) 12; c) 6; d) 15; e) $\frac{2}{3}$; f) $10\frac{1}{3}$; g) $9\frac{1}{3}$; h) $1\frac{3}{5}$; i) $\frac{1}{6}$; j) $4\frac{3}{14}$; k) $3\frac{5}{9}$; l) 4; m) $100\frac{13}{18}$; n) $3\frac{2}{3}$; o) 10; p) $10\frac{1}{3}$. **210.** a) $15\frac{1}{6}$; b) $5\frac{1}{3}$; c) $8\frac{3}{4}$; d) 18; e) $19\frac{1}{2}$; f) $67\frac{1}{2}$; g) $33\frac{1}{3}$; h) $102\frac{1}{2}$; i) $26\frac{2}{5}$; j) $115\frac{1}{5}$; k) $35\frac{1}{3}$; l) $19\frac{1}{3}$; m) 82; n) 164; o) $82\frac{1}{2}$.

211. a) $\frac{1}{10}$; b) $\frac{1}{6}$; c) 1; d) $\frac{12}{25}$; e) $\frac{99}{448}$; f) 1, g) $\frac{5}{27}$; h) $\frac{4}{21}$, i) $\frac{9}{16}$. **212.** a) $\frac{1}{3}$; b) $2\frac{1}{7}$; c) $3\frac{27}{40}$; d) 10; e) $\frac{5}{8}$; f) $5\frac{1}{2}$; g) $6\frac{2}{3}$; h) $2\frac{1}{5}$; i) $1\frac{1}{2}$. **213.** a) $40\frac{1}{2}$ Kčs; b) $67\frac{1}{2}$ Kčs; c) $94\frac{1}{2}$ Kčs; d) 135 Kčs; e) 189 Kčs. **214.** a) 60 kg; b) 10 kg; c) 360 kg; d) 430 kg; e) 32 kg. **215.** a) 576 m; b) 160 m; c) 3 360 m; d) 2 160 m; e) 4 896 m. **216.** a) $\frac{1}{8}$ g; b) $\frac{1}{10}$ g; c) $1\frac{5}{16}$ g; d) $1\frac{2}{3}$ g; e) $10\frac{1}{10}$ g. **217.** a) $\frac{19}{24}$ km; b) $1\frac{7}{12}$ km; c) $3\frac{9}{16}$ km; d) $1\frac{4}{15}$ km; e) $1\frac{47}{48}$ km. **218.** a) $\frac{5}{6}$ cm²; b) $1\frac{1}{2}$ cm²; c) 3 cm²; d) 7 cm². **219.** a) $41\frac{1}{4}$ dm³; b) $28\frac{1}{20}$ dm³; c) $2\,390\frac{5}{8}$ cm³. **220.** a) $76\frac{5}{12}$ dm²; a) $60\frac{71}{100}$ dm²; c) $1\,287\frac{11}{12}$ cm².

221. a) 105 g; b) 1 250 kg. **222.** 240; 300. **223.** 2 904 l. **224.** $18\frac{4}{5}$° R. **225.** $106\frac{9}{16}$ q. **226.** $8\,608\frac{4}{5}$; 4 224; $3548\frac{1}{2}$; 960; $2\,269\frac{1}{5}$; $738\frac{1}{10}$. **227.** $1\,252\frac{1}{2}$; 2 505. **228.** $243\frac{3}{4}$ m. **229.** $5\frac{1}{3}$. **230.** 18 060 m.

231. $1\frac{13}{112}$ m². **232.** $13\frac{25}{32}$ t. **233.** $84\frac{17}{30}$. **234.** a) $4\frac{1}{2}$ km; b) 23 040 m; c) 42 480 m; d) 52 200 m; e) 81 900 m. **235.** 39 520 Kčs. **236.** $24\frac{11}{16}$. **237.** $8\frac{5}{8}$; $19\frac{13}{32}$; $6\frac{15}{32}$. **238.** $64\frac{1}{6}$. **239.** 1 399 738 t; 20 977 t; 207 863 t; 278 422 t. **240.** 525; 11 025.

242. a) $\frac{7}{89}$; b) $\frac{4}{131}$; c) $\frac{13}{239}$; d) $\frac{19}{400}$; e) $\frac{37}{1370}$. **243.** a) $2\frac{26}{37}$; b) $7\frac{41}{42}$; c) $4\frac{13}{27}$; d) $23\frac{3}{14}$; e) $54\frac{11}{16}$. **245.** a) $3\frac{1}{3}$; b) $\frac{4}{7}$; c) $\frac{8}{15}$; d) $\frac{3}{20}$; e) $\frac{4}{11}$; f) $2\frac{7}{10}$; g) $\frac{12}{65}$; h) $\frac{8}{65}$ i) $1\frac{1}{3}$; j) $1\frac{1}{2}$; k) $\frac{2}{7}$; l) $1\frac{4}{5}$; m) $\frac{16}{49}$; n) $\frac{3}{8}$; o) 30; p) $16\frac{1}{5}$. **246.** a) $5\frac{1}{4}$; b) $\frac{2}{287}$; c) $\frac{2}{39}$; d) $\frac{7}{176}$; e) $26\frac{2}{3}$; f) $1\frac{7}{8}$; g) 22; h) $9\frac{6}{11}$; i) $1\frac{2}{3}$; j) $1\frac{1}{5}$; k) $1\frac{17}{28}$; l) $\frac{29}{44}$; m) $2\frac{1}{4}$; n) $1\frac{1}{2}$; o) $\frac{2}{3}$; p) $2\frac{7}{10}$; r) $\frac{10}{21}$; s) $1\frac{7}{57}$. **247.** a) $\frac{7}{9}$; b) $4\frac{7}{12}$; c) 4; d) $2\frac{1}{14}$; e) $2\frac{2}{9}$; f) $\frac{104}{123}$; g) $\frac{9}{10}$; h) $\frac{8}{9}$; i) $1\frac{1}{20}$; j) $\frac{5}{12}$; k) $1\frac{1}{2}$; l) $\frac{45}{56}$; m) $\frac{155}{392}$; n) $\frac{187}{729}$; o) $\frac{3}{4}$. **248.** a) 600 Kčs; b) 1 200 Kčs; c) 750 Kčs; d) 500 Kčs. **249.** a) 1 170 Kčs; b) 1 440 $\frac{3}{4}$ Kčs; c) 1 576$\frac{1}{8}$ Kčs; d) 1 824$\frac{3}{10}$ Kčs; **250.** 80 m; 74 m; $93\frac{1}{3}$ m.

251. a) 7 cm; b) $3\frac{11}{15}$ cm; c) $1\frac{2}{5}$ cm; d) $1\frac{1}{5}$ cm; e) $\frac{7}{6}$ cm. **252.** a) $12\frac{1}{2}$ m; b, c, d) $2\frac{1}{2}$ m. **253.** a) $3\frac{1}{3}$; b) $\frac{5}{12}$; c) $\frac{9}{10}$; d) $\frac{1}{4}$; e) $6\frac{2}{3}$; f) $\frac{1}{20}$; g) $\frac{5}{12}$; h) $\frac{55}{72}$; i) $\frac{3}{4}$; j) $1\frac{29}{35}$; k) $\frac{4}{5}$; l) $1\frac{3}{5}$; m) $\frac{13}{21}$; n) $\frac{16}{25}$; o) $\frac{8}{25}$; p) $\frac{189}{325}$. **254.** 6. **255.** $\frac{2}{15}$ t. **256.** 150 q. **257.** 54 km. **258.** 2 hod. 3 min. **259.** Dvakrát. **260.** $1\frac{7}{18}$krát.

261. $\frac{22}{7}$krát. **262.** a) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{15}$; b) $\frac{3}{5}$; c) 1 hod. 40 min. **263.** $6\frac{6}{7}$. **264.** Přibližně $8\frac{1}{2}$ l. **265.** 58 km za 1 hodinu. **266.** a) $\frac{7}{10}$ dne; b) o $\frac{5}{48}$ min. **267.** $1\frac{1}{2}$ krát; **268.** 10 Kčs. **269.** $\frac{1}{2}$. **270.** 33.

271. Dvakrát. **272.** $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{7}{20}$; $\frac{3}{500}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{2}{25}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{25}$; $\frac{4}{250}$. **273.** $\frac{139}{25}$; $\frac{373}{40}$; $\frac{47}{20}$; $\frac{302}{25}$; $\frac{377}{125}$; $\frac{132}{125}$; $\frac{1863}{200}$; $\frac{902}{125}$. **274.** 7,5; 6,75; 8,75; 2,125; 3,875; 0,2; 0,12; 5,175; 0,195; 0,468; 0,056; 37,0775. **275.** 0,714; 0,889; 0,167; 0,455; 0,615. **276.** a) $0{,}444 < 0{,}455$; b) $0{,}4167 > 0{,}4117$; c) $0{,}273 < 0{,}278$; d) $0{,}2432 < 0{,}2439$. **277.** a) 36,98; b) 257,8; c) 0,0282; d) 18 487,3; e) 36,79; f) 77,00, **278.** a) 1; b) 1; c) $\frac{1}{10}$; d) 0; e) 1; f) 0; g) 5; h) 3; i) 1, j) 1; k) 2;

l) 2. **279.** a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{3}{4}$; d) 1; e) 1; f) 1; g) $\frac{1}{3}$; h) 1; i) 1; j) 1. **280.** a) $\frac{7}{12}$; b) $\frac{5}{24}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{1}{9}$; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{25}{72}$; g) $\frac{1}{4}$; h) $1\frac{2}{5}$; i) $1\frac{1}{4}$.

281. a) $\frac{13}{60}$; b) $\frac{1}{20}$; c) $\frac{11}{60}$; d) $\frac{1}{12}$; e) 0; f) $\frac{5}{18}$; g) $\frac{2}{9}$; h) $\frac{1}{12}$; i) $\frac{2}{15}$. **282.** a) 0; b) 0; c) $\frac{15}{23}$; d) $\frac{55}{72}$; e) $2\frac{17}{24}$; f) $16\frac{4}{5}$; g) $\frac{3}{4}$; h) $12\frac{4}{7}$; i) $\frac{1}{5}$ **283.** $\frac{17}{72}$. **284.** $2\frac{1}{4}$; **285.** 70. **286.** 63. **287.** $8\frac{1}{3}$. **288.** $9\frac{1}{4}$hod; 38,85 km. **289.** 325. **290.** a) 205 920 krát; b) $105\frac{12}{13}$ km.

291. $\frac{3}{7}$. **292.** $2\frac{1}{3}$. **293.** a) zvětší se $\frac{2}{5}$krát; b) zvětší se $1\frac{1}{2}$krát c) zvětší $\frac{3}{5}$krát; d) zvětší $3\frac{8}{9}$krát; e) zmenší $8\frac{3}{4}$krát. **294.** 96 kusů. **295.** a) $8\frac{7}{72}$; b) $2\frac{35}{36}$; c) $3\frac{5}{18}$. **296.** $315\frac{5}{8}$ Kčs. **297.** $4\frac{1}{6}$. **298.** $16\frac{14}{25}$. hod. **299.** 6. **300.** $214\frac{3}{8}$ km.

301. $47\frac{1}{2}$°C. **302.** 345 m; 83 700 Kčs. **303.** 15 m. **304.** $45\frac{15}{16}$ t; $16\frac{5}{64}$ t. **305.** $19\frac{1}{4}$ dm. **306.** 80. **307.** 378. **308.** 637. **309.** a) 10; b) $27\frac{1}{2}$. **310.** $\frac{2}{9}$.

311. a) $\frac{3}{28}$; b) $\frac{3}{4}$. **312.** $2\frac{2}{5}$ hod. **313.** $1\frac{1}{9}$ dne. **314.** $1\frac{7}{20}$ m; $6\frac{3}{20}$ m. **315.** o 13 kg; $11\frac{1}{4}$ kg; $24\frac{1}{4}$ kg. **316.** $130\frac{1}{2}$ kg; $140\frac{1}{2}$ kg; 143 kg. **317.** $29\frac{2}{5}$ kg; $27\frac{13}{20}$ kg; $24\frac{9}{20}$ kg. **318.** 72; 108. **319.** 486 ha; 324 ha; 972 ha. **320.** 136 ha; 204 ha; 238 ha.

321. $4\frac{2}{3}$; $11\frac{2}{3}$. **322.** $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{5}$ **323.** pěšky $4\frac{2}{3}$ km, autem $58\frac{1}{3}$ km za hodinu.

V. Poměr.

327. a) 6 : 1; b) 4 : 5; c) 10 : 17; d) 8 : 15; e) 5 : 1; f) 25 : 17; g) 19 : 86; h) 137 : 900; i) 2 : 3; j) 12 : 5; k) 3 : 7; l) 350 : 3; m) 1 : 6; n) 8 : 5; o) 1 : 20. **328.** e) 45 : 32; f) 70 : 3; g) 16 : 165; h) 7 : 48. **330.** a) 2 : 1; b) 9 : 7; c) 17 : 13; d) 3 : 4.

331. a) 3 : 4, b) 4 : 7. **332.** a) 3 : 2; b) 3 : 5; c) 2 : 5. **333.** a) 3 : 4; b) 9 : 16. **334.** a) 5 : 4; b) 4 : 5. **335.** a) 1 : 2; b) 1 : 4. **336.** 1 : 12; 12 : 13. **337.** 2 : 23; 2 : 21. **338.** a) 1 : 5; b) 6 : 5. **339.** 16 : 15. **340.** 18 : 1.

341. Poměrně více ušetří druhá osoba. **342.** Obě obce poměrně stejně. **343.** Poměrně nejvíce 1. tř., nejméně 4. tř. **344.** Druhá úderka je nejvýkonnější, nejméně výkonná je třetí. **346.** a) 1 : 500; b) 1 : 750; c) 1 : 15 000. **347.** 16 cm, 10 cm; 22 500 : 1. **348.** a) 6,30 m, 4,50 m; b) 3,24 m². **349.** a) 16,8 cm, 9,6 cm; b) 10 ha. **350.** a) 1 : 25 000; b) 1 : 10 000 000; c) 1 : 75 000.

351. a) 9 300 m; b) 20 cm; c) 9 km². **352.** 12 cm, $6\frac{2}{5}$ cm. **353.** O 5 m. **356.** a) 150 kusů; b) 65 kusů; c) 48 kusů ($48\frac{3}{4}$). **357.** a) 144 Kčs; b) 47,10 Kčs; c) 22,10 Kčs (22,08). **358.** 18 cm, 14 cm. **359.** a) 27 hod.; b) 5 hodin 24 min. **360.** O 47,50 q ovsa o 370,8 q cukrovky a o 37,80 q ječmene.

361. a) 4 : 3; b) 4 : 5; c) 6 : 5; d) 4 : 5; e) 19 : 15; f) 5 : 14. **362.** a) $\frac{4}{3}$; b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{5}$; d) $\frac{5}{6}$; e) $\frac{5}{4}$; f) $\frac{7}{12}$. **363.** a) $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$; b) $\frac{8}{7}$, $\frac{7}{8}$; c) $\frac{65}{78}$, $\frac{78}{65}$; d) $\frac{1}{10}$, 10. **364.** a) 72 kg; b) 52 kg. **365.** Roku 1937 činila podpora 510 Kčs. **366.** 10 : 9. **367.** Omítkáři vydělali 16krát více. Chléb byl jen $2\frac{1}{2}$krát dražší. **368.** 2 476,90 Kčs. **369.** O 1 680 Kčs. **370.** a) 3 : 2; b) 3 : 2; c) 9 : 4.

371. 12 cm; 144 : 25. **372.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{2}{3}$. **373.** a) 13 : 10; b) 3 : 5. **374.** a) 8 : 7; 7 : 8; b) $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{4}$. **375.** a) 50; b) 105. **376.** a) 34 kg; b) 180 cm. **377.** a) 1 845; b) 1 040; c) 1 920 dříve, 2 160 nyní. **378.** 36 000 Kčs. **379.** 5 hod. 20 min. **380.** 3 000 výt.

381. a) Nová norma 690 vřeten za směnu. b) Norma byla 2 000 kusů, výkon přadleny byl 3 000 kusů, závazek 2 300 kusů. c) Snížila dobu o 42 vt. d) Norma byla 240 prasat. e) Vyrobil za směnu 700 kusů. **386.** a) 70 dkg, 80 dkg, 60 dkg, 24 dkg, 1 kg, 7,7 kg; b) 3,50 kg, 8 kg, 3,60 kg, 4,80 kg, 10 q. **387.** 60 kg. **388.** 180 kg. **389.** 7,8 g. **390.** 1,024 g.

391. a) 105 kg. **392.** 12,50 kg. **393.** 350 cm³. **394.** O 905 cm³. **395.** 20 min. **396.** 10,3 q. **397.** 60 km/hod. **398.** $185\frac{1}{4}$ kg. **399.** 234 kg. **400.** 48 dní.

401. $355\frac{1}{4}$ kg. **402.** 2,90 kg. **403.** 418 kg. **404.** a) 15 min.; b) 6,5 hl. **405.** a) 15 kroků; b) 60 cm. **406.** a) 61 cm; b) 4,7 litrů. **407.** a) 85 000krát; b) 9 hod. 25 min.; c) 0,34 vt. **408.** a) 5 zed.; b) 6 zed.; c) 10 zed.; d) 17 zed. 7 dní a 1 zed. 1 den; e) 13 zed. 9 dní a 1 zed. 3 dny; f) 6 zed. 18 dní a 1 zed. 12 dní. **409.** 27krát. **410.** 35 m.

411. 75 kg. **412.** 27 vag. **413.** 860 kostek. **414.** 29 g. **415.** a) 28 dní; b) 1 hod. 20 min. **416.** 292,1 q. **417.** 286 ot./min. **418.** 100 mm. **419.** 460 ot./min. **420.** a) 151,5.. kg; b) 1 666 $\frac{2}{3}$ kg; c) 1 000 kg; d) 12 500 kg; e) 250 kg.

421. a) 158; b) 69. **422.** a) $10\frac{2}{5}°$, $21\frac{3}{5}°$, $39\frac{1}{5}°$, $45\frac{3}{5}°$; b) $22\frac{1}{2}°$, $32\frac{1}{2}°$, $42\frac{1}{2}°$, 90°. **423.** a) 163 stromky na každé straně; b) 6,48 m. **424.** 52 kusů. **425.** Surovina na 34,5 kg klihu nebo 25,9 kg želatiny, na 15,1 kg kostního tuku, t. j. 30,2 kg jádrového mýdla a na 86,2 kg krmných nebo hnojivých mouček. **426.** 481 koleček. (zaokr.). **427.** 9,8 dne (zaokr.). **428.** 593 litrů. **430.** a) 2,50 Kčs, 1 Kčs, 4,50 Kčs; b) 175 Kčs. 100 Kčs; 225 Kčs; c) $1\frac{1}{3}$m, 1 m, $\frac{2}{3}$m; 7 Kčs, 14 Kčs, 17,50 Kčs, 31,50 Kčs.

431. a) 25 : 50 : 12; b) 25 : 40 : 12. **432.** 1,6 kg cínu a 6,4 kg mědi. **433.** 0,4 m³ cementu, 0,8 m³ písku, 2 m³ štěrku. **434.** 160, 80. **435.** 625 q kaolinu, 50 q křemene 25 q sádry. **436.** 18,9 kg zinku, 107,1 kg mědi. **437.** 153,60 Kčs, 102,40 Kčs. **438.** $\frac{2}{3}$ dm, 1 dm, $1\frac{1}{3}$ dm. **439.** 2,50 Kčs, 5 Kčs, 12,50 Kčs. **440.** 672 q, 336 q, 504 q.

441. 80, 40, 8. **442.** 120, 600. **443.** 192, 384, 64. **444.** 72, 64. **445.** 24, 36, 40. **446.** 42, 14. **447.** 45, 75, 105. **448.** 60, 40, 45. **449.** 63. 42. **450.** 10 cm, 15 cm.

451. 27 malých sešitů, 9 velkých. **452.** 1 : $6\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$ litru. **453.** 60 kg, 20 kg, 15 kg. **454.** 5 km. **455.** $8\frac{1}{3}$ směny. **456.** 4 870 Kčs. **457.** 2 600 Kčs. **458.** 13 q (zaokr.) **459.** 3 děl. **460.** a) $7\frac{1}{2}$ hod.; b) $6\frac{1}{2}$ km/hod.

461. a) 97 kg; b) 1 594 kusů (zaokr.) **462.** a) $1\frac{1}{4}$ hod.; b) 110 kroků; c) 75 cm. **463.** $66\frac{2}{3}$ min. **464.** 9,45 kg. **465.** 5,40 q **466.** 7 t. **467.** a) 82 strany; b) 40 řádků.

VI. Procenta. Úrok.

474. a) 51,20 Kčs; b) $29\frac{3}{4}$ km; c) 1,17 ha; d) 30 Kčs; e) 5 Kčs; f) $6\frac{2}{3}$ tuctu; g) $\frac{2}{3}$ kopy; h) 117,50 Kčs; i) 21,90 Kčs (zaokr.). **475.** a) 15,16; b) 150,50; c) 236,28; d) 140,69; e) 21,73; f) 17,56; g) 23,49; h) 5,45. **476.** 102, 782. **477.** 2 366,40 Kčs. **478.** 925 děl. **479.** 2 700 kg. **480.** 291,6 kg mědi, 147,6 kg zinku, 10,8 kg olova.

481. 280 Kčs. **483.** a) 25 %; b) 75 %; c) 40 %; d) $37\frac{1}{2}$%; e) $187\frac{1}{2}$%; f) 3,7 %; g) 2,75 %; h) $213\frac{1}{3}$% **484.** $90\frac{2}{3}$%. **485.** $91\frac{1}{9}$% **486.** 5 %. **487.** $14\frac{2}{7}$%. **488.** $163\frac{1}{3}$%. **489.** $1\frac{1}{9}$%. **490.** 77,0 % děl.; 5,8 % úřed.; 17,2 % učňů.

491. $11\frac{1}{9}$% cementu, $22\frac{2}{9}$% písku, $66\frac{2}{3}$% štěrku. **492.** a) 1,09; b) 1,17; c) 1,83; d) 1,7; e) 1,2; f) 2,39; g) 3,46; h) 5,98; i) 1,025; j) 1,035. **493.** a) 0,93; b) 0,81; c) 0,63; d) 0,39; e) 0,7; f) 0,6; g) 0,05; h) 0,885; i) 0,957 5; j) 0,997 **494.** a) 324; b) 320; c) 72; d) 78; e) 280; f) 81; g) 112,8; h) 1 500. **496.** a) 700; b) 75; c) 224; d) 50; e) 640; f) 600. **497.** 200. **498.** 300. **499.** a) 360; b) 640. **500.** a) 120; b) 1 600 Kčs; c) 135; d) 2 400 Kčs

501. a) 1 200; b) 320; c) 560. **502.** a) $\frac{22}{25}$; b) $\frac{28}{25}$; c) $\frac{42}{25}$; d) $\frac{63}{100}$. **503.** a) Zvětšíme o 8 %; b) zvětšíme o 56 %. **504.** a) 250 Kčs; b) 297 kg. **505.** 1 296 t. **506.** Větší o 880 m^2, t. j. o 44 %. **507** 120 děl. **508.** 46 800 Kčs **509.** 62,5 kg. **510.** 3 000 Kčs.

511. 3 052,50 Kčs. **512.** 4 200 Kčs. **513.** 72 dkg. **514.** Více o 60 %. **515.** Dříve 2 800 t, dnes 3 220 t. **516.** Dříve 2 040 t, dnes 2 400 t. **517.** 2 600 t. **518.** 1 837 m^2; 13,4 %. **519.** 470 litrů (zaokr.). **520.** 5 440 m^2; větší o 12,35 %.

521. Spotřebitelské ceny vyšší u kapusty o $68\frac{4}{7}$%, u rajských jablíček o 55 %. **522.** 8 640 Kčs. **523.** 33,60 Kčs, 12,80 Kčs, 20 Kčs, 13,60 Kčs. **524.** 3 700 Kčs. **525.** Všech 400, děvčat 216. **526.** Přespolních 42, všech 280. **527.** 8 q. **528.** 33,6 q chleba. **529.** 900. **530.** 1 440 mužů, 960 žen.

531. 2 730 q. **532.** a) 0,3 %; b) $6\frac{2}{3}$%. **533.** 90 žen, 120 mužů. **534.** 150 ha lesa, 750 ha orné půdy. **535.** 84, 240. **536.** 0,6 %. **537.** 5,1 m, 36,9 m (zaokr.). **538.** 5 ‰, 25 ‰, $3\frac{1}{3}$ ‰, 3 ‰, **539.** 1,7 ‰. **540.** 69 957 vag. pšenice, 59 894 vag. žita, 37 183 vag. ječmene.

541. 8,3 %, 11,2 %, 16,9 %, 15,3 %; odpad 48,3 %, **542.** Roku 1946 68,8 %, r. 1948 166, 9%. **543.** 0,95 kg. **544.** $122\frac{2}{9}$% **545.** $214\frac{2}{7}$%. **546.** $111\frac{13}{17}$%. **547.** 80,26 %. **548.** 3 132 Kčs. **549.** 172,7 %. **550.** Do spořitelny 25 %, na oděv 15 %.

551. a) 4,6875krát; 6,5625krát; b) 468,75 %, 656,25 %. **552.** 33 t. **553.** 25 %. **554.** 24 %. **555.** $14\frac{2}{7}$%, $33\frac{1}{3}$%. **556.** $109\frac{1}{11}$%. **557.** 154 dkg. **558.** Více o 50 %. **559.** Stejně. **560.** 5,7 %, 41,0 %, 55,7 %.

561. 300. **562.** a) 15 %; b) $37\frac{1}{2}$%. **563.** 184,32 q. **564.** 6 144 čes. knih. **565.** 2 $292\frac{6}{7}$%. **566.** a) o 166,9 %; b) o 304,7 %; c) 131,9 jitra, 200 jiter, 75,18 ha, 114 ha. **567.** a) 6 %; b) 20,1 %. **569.** a) 249,6 Kčs; b) 405,50 Kčs; c) 101,1 Kčs; d) 299,8 Kčs; e) 4 711,4 Kčs; f) 1 439,5 Kčs; g) 1 673,90 Kčs; h) 325,20 Kčs. **570.** a) 495 Kčs; b) 201,2 Kčs; c) 7,5 Kčs; d) 38 Kčs; e) 558,60 Kčs.

571. a) 1 774,50 Kčs; b) 1 020 Kčs; c) 450 Kčs; d) 450 Kčs; e) 269,30 Kčs; f) 413,20 Kčs; g) 99,20 Kčs; h) 129,90 Kčs; i) 80,10 Kčs; j) 232,40 Kčs; k) 259,70 Kčs. **572.** a) 5 %; b) $3\frac{1}{2}$%; c) $2\frac{1}{2}$ roku; d) $3\frac{3}{4}$ roku; e) 7 200 Kčs; f) 5 600 Kčs; g) $4\frac{1}{2}$%; h) $2\frac{1}{2}$%; i) $6\frac{1}{2}$roku; j) $2\frac{1}{2}$roku; k) 6 %; l) 4 %; m) 6 825 Kčs. **580.** a) 15; b) 6; c) 12; d) 8.

581. a) 60; b) 300; c) 100; d) 378. **582.** 6 m. **583.** 3 m. **584.** 5 hod. 36 min. a po 36 min. **585.** 30. **586.** O $\frac{7}{8}$ m; o $\frac{7}{8}$ m. **587.** 279 dní. **588.** 12, 16. **589.** Žito: 3,5; 2,6, pšenice: 3,5; 2,4, brambory: 4,1; 2,9, mák: 2,6; 2,6, cukrovka: 7,4; 5,2, chmel: 3,4; 3,4. **590.** 60 m.

591. ne celé 4 vozíky. **592.** 1 421 l. **593.** 10 hodin. **594.** 50. **595.** 17 g. **596.** 75. **597.** 8,10. **598.** 12,8 l; 5 a. **599.** 4,5 km. **600.** Asi 22 801.

601. $3\frac{1}{2}$kg, $\frac{3}{4}$ q. **602.** 360 Kčs. **603.** 7,2 m, 5,4 m. **604.** V $15\frac{1}{4}$hod. (zaokr.). **605.** $3\frac{1}{2}$litru oleje. **606.** 34 Kčs. **607.** 56,16 kg. **608.** a) 241 kg; b) 200 kg. **609.** 400 kg. **610.** 10 hod., t. j. o 25 %.

611. 35 brigádníků. **612.** 91,3 %. **613.** 0,31 %. **614.** $42\frac{6}{7}$%. **615.** 114 dkg. **616.** 2%. **617.** a) 2 511,3 Kčs (zaokr.); b) 8 589,50 Kčs; c) 184,50 Kčs. **618.** 746,60 q. **619.** 266 q. **620.** $6\frac{1}{4}$ %.

Pro srovnání úspěchů dnešního způsobu obdělání půdy jsou uvedeny tabulky. Úlohy si sestaví žáci sami. Použijí výměr nejbližších JZD.

Hektarové výnosy a jejich zvýšení.

Plodina	Výnos při starém způsobu obdělávání v q	Zvýšení při společném osevu v %
Pšenice	20,45	22,25
Žito	20,27	18,40
Oves	21,20	22,64
Brambory	140,45	13,92
Louky (v seně)	41,59	8,20

Spotřeba práce pro rostlinnou výrobu (na 1 hektar půdy).

Plodiny	Při společném osevu docíleno	
	snížení o hodin	%
Pšenice	225	60,98
Žito	179	53,43
Oves	181	58,01
Brambory	582	64,07
Louka	298	65,21

Zvýšení produktivity při výrobě pšenice.

Druh	Snížení při společném osevu	
		v %
Potřeba lidské práce na 1 ha (v hodinách)	225	60,98
Potřeba práce strojové (v reduk. koňských hod.)	37	23,27
Potřeba lidské práce (v hod.) na 1 q vyrobeného zrna	12,25	68,06
Za 1 den lidské práce (8 hod.) bylo vyrobeno (v q) obilí více o	0,95	215,91

Srovnání dovolených:

	V kapitalistické republice	V lidově demokratické republice
Dělníci	6—8 dnů	14—28 dnů
Horníci	7—12 dnů	21—35 dnů
Učňové	6 dnů	21 dnů
Úředníci	14—28 dnů	14—35 dnů
Průměr	7—8 dnů	24—25 dnů

Rejstřík.

Uspořádání abecední podle podstatných jmen. Čísla značí stránku.

OBSAH

ARITMETIKA

pro druhou třídu středních škol

Autoři: Dr Jan Bílek, Dr Eduard Čech, Dr Karel Hruša, Vítězslav Jozífek, Karel Prášil, Karel Rakušan

Odpovědný redaktor: prof. Dr František Vyčichlo

Technický redaktor: Ing. Antonín Langer

Návrh obálky: Marie Tůmová

Korektor: Jaroslav Raus

•

Plánovací skupina 301 20-521 - Schváleno výnosem ministerstva školství, věd a umění ze dne 21. března 1951, č. 16 781/51-I/1, v druhém vydání jako učebnice pro školy střední - Povoleno MIO č. j. 45 091/51-19-III/1 ze dne 13. března 1951 - Čkm. S 235-II Sazba: 18. III. 1951 - Tisk: 5. V. 1951 - Vydalo r. 1951 Státní nakladatelství učebnic, druhé vydání - Náklad 37 000. výt. (117 001 - 154 000. výt.) - Plánovacích archů 8,25 - Autorských archů: 9,73 - Vydavatelských archů 9,90 - Papír 221-10 - Formát A 5 - Písmo Plantin Monotype - Druh tisku: ofset - Všeobecná daň 1 % - Vytiskl Orbis n. p., závod č. 3, Praha

CENA SEŠ. VÝTISKU Kčs 11,20

KK 3249

Čkm. S 235-II

Cena Kčs 11,20
301 20-521