Miloš Kössler
Limita [encyklopedické heslo]

Ottův slovník naučný nové doby, díl III.2, 1935, pp. 1209–1210

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501299

* **Limburský sýr** viz * Cihlový sýr.

Limerick, irské hrabství (úř. Luimneach), 2687 km², 139.934 obyv. (1926). Pahorkaté území málo úrodné; obilí, brambory, železo, uhlí, olovo a měď. Hl. m. **L.**, třetí největší m. irské, 39.690 obyv. Průmysl potravinářský, loďařství, textil.; železářství. *Ja.*

Limes znamená jednak příční mez, dělící od sebe soukr. pozemky, jednak říš. hranici uměle vyznačenou na rozdíl od přirozených hranic pobřeží a řek. Poněvadž se teprve za principátu ustálil u Římanů pojem říš. hranic, došlo teprve potom k jejich vyznačování, soustavně zejména za Flaviovců; v 2. stol. po Kr. na mnohých místech vytýčení hranic přesunuto. Slovo **l.** nabylo pak dokonce významu „hraniční území". Čára limitu byla vyznačena voj. tábory různé velikosti (praesidium, castellum, castra) a strážními věžemi (turris, burgus), hraniční čára mezi těmito pevnými body byla podle okolností vybudována buď zděnou hradbou, kolovou hradbou, příkopem a náspem. Čára limitů i jejich pozůstatky jsou trvale předmětem odb. zkoumání. Poměrně nejvíce je prozkoumán germánský **l.**, od Rýna (nad Koblencem) k Lorchu, pak raetský **l.** k němu se připojující a končící se poblíž Řezna, dále dvojí brit. **l.**: vallum Hadriani mezi ústím řeky Tyne a zálivem solwayským, a vallum Antonini mezi zálivy clydeským a forthským. Z limitu středodunajského jsou zatím známy jen někt. kastely na sever od Dunaje; k nim patrně patřily i ty, jež leží na půdě ČSR, na př. Stupava. Lépe jsou patrny limity na dol. Dunaji, v Bašce, Banátu a Dobrudži. Též vých. hranice říše byla opatřena limitem v Arabii a u Eufratu, stejně tak již. hranice v Africe. Srv. *Fabricius* v Realencycl. class. Altertumswissensch. XIII. sl. 572—671. *Gh.*

* **Limes inferior** viz * Limita.

* **Limes superior** viz * Limita.

* **Limfjord,** průliv v Dánsku, oddělující nejsev. část. Jutského poloostr. Spojuje vodní cestou dlouhou 180 km Kattegat se Sev. mořem. Jeho průběh je velmi členitý, jsou místa jen 20—100 m šir., jiná opět přes 20 km. V zúžených místech je třeba uměle udržovati průlivy, aby **L.** byl splavný. Střední hloubka se pohybuje mezi 5—10 m. V záp. části je **L.** nejčlenitější, tvoří mnoho hluboko do pevniny se zarývajících ramen a ostr. (největší Mörs). Z větších měst při **L**-u jsou Thisted, Skive a Aalborg. *Ja.*

Limit je nejkrajnější cena, za niž smí komisionář zboží nebo cenné papíry pro svého komitenta nejlevněji prodati nebo nejdráže koupiti. *Limitování* cen se v poslední době užívá i v přímém styku mezi kupujícím a prodávajícím. *Limitovaná cena* znamená pak nejvyšší cenu, za niž je kupující ochoten koupiti, nebo nejnižší cenu, za niž je prodávající ochoten prodati. *vš.*

Limita, něm. Grenzwert, franc. limite, matem. pojem zákl. důležitosti. První počátky počítání **l**-mi byly známy již řec. matematikům (Eudoxus, Euklides a Archimedes). Vyložíme zvláště **l**-u posloupnosti a **l**-u funkce. **L.** *posloupnosti*. Budiž $a_1, a_2, a_3 \ldots a_n \ldots$ nekonečná posloupnost (1) reálných čísel, na př. $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots \frac{1}{n}, \ldots$, nebo jiná $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots \frac{n}{n+1}, \ldots$ Číslo a nazýváme **l**-ou posloupnosti (1), jestliže (zhruba a nepřesně řečeno) čísla a_n se vzrůstajícím n se neomezeně blíží k číslu a. Tak na př. čísla posloupnosti $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ se blíží neomezeně k číslu 0, které je tedy **l**-ou této posloupnosti, a čísla posloupnosti $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$ se neomezeně blíží k číslu 1. Přesná definice **l**-y pro posloupnost (1) zní takto: Posloupnost (1) má **l**-u a, jestliže ke každému kladnému číslu ε lze nalézti číslo celé N tak, že pro všechna n, která jsou větší než N, platí nerovnosti $a - \varepsilon < a_n < a + \varepsilon$. Větu: posloupnost (1) má **l**-u a nahrazujeme v matematice symbol. zkratkou $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = a$, kterou čteme takto: **L.** a_n, když n vzrůstá do nekonečna, je rovna a. Tak na př. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0$, $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{n}{n+1} = 1$.

Posloupnost, která má **l**-u, se nazývá konvergentní. Posloupnost, která nemá **l**-u, nazývá se divergentní. Dva příklady konvergentních posloupností jsou shora uvedeny. Posloupnost $1 + \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{5}, \ldots$ je příkladem posloupnosti divergentní, neboť členy na lichých místech se neomezeně blíží k 1, kdežto členy na sudých místech se neomezeně blíží k 0, a tedy členy posloupnosti *neblíží* se neomezeně k *témuž* číslu a. — Rozhodnouti, zdali daná posloupnost (1) jest konvergentní, či divergentní, bývá někdy velmi obtížné. Všeobecně platné pravidlo pro toto rozhodnutí je známo. Nazývá se *kriterium Bolzano-Cauchyovo*, které praví: posloupnost (1) je konvergentní, když, a jen když lze ke každému kladnému číslu ε nalézti celé číslo N takové, že platí $-\varepsilon < a_n - a_m < +\varepsilon$ pro všechna n a m větší, než číslo N. Z tohoto obecného, ale obtížného pravidla lze odvoditi ve zvláštních případech pravidla jednodušší. Tak na př. posloupnost (1) nazývá se *nerostoucí*, a *zdola ohraničená*, jestliže platí $a_1 \geqq a_2 \geqq a_3 \geqq \ldots\ldots$ a jestliže mimo to *každý* člen posloupnosti je větší, než vhodně zvolené, pevné číslo A. Taková posloupnost je vždy konvergentní. Táž věta platí pro posloupnost *neklesající* a *shora ohraničenou* $a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq \ldots$, kde každý člen je menší, než vhodně zvolené, pevné číslo B.

Pojem **l**: posloupnosti lze rozmanitým způsobem zobecniti. Nejčastěji užívaným zobecněním je t. zv. *hromadná hodnota* (hromadný bod, nebo bod zhuštění, něm. Häufungspunkt, franc. point limite). Víme již, že posloupnost $1 + \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, 1 + \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, 1 + \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \ldots\ldots$ nemá l-u. Členy na lichých místech se neomezeně blíží k *1*, a členy na sudých místech k *0*. Tato dvě čísla 0, 1 se nazývají *hromadné hodnoty* posloupnosti. Obecná definice hromadné hodnoty posloupnosti zní takto: Posloupnost (1): $a_1, a_2, a_3, \ldots$ má hromadnou hodnotu a když, a jen když při každém čísle ε lze nalézti nekonečně mnoho členů posloupnosti, pro něž platí $-\varepsilon < a_n - a_m < +\varepsilon$. — Posloupnost (1) se nazývá *ohraničenou*, jestliže lze nalezti dvě pevná čísla A a B taková, že každý člen posloupnosti je větší, než A, a menší, než B. O posloupnostech ohraničených platí věta *Bolzanova:* Každá ohraničená posloupnost má alespoň jeden hromadný bod. Může jich ovšem míti více, jak ukazuje shora uvedený příklad, který má dvě hromadné hodnoty 0, 1. Hromadných hodnot může býti dokonce nekonečně mnoho. Mezi hromadnými hodnotami ohraničené posloupnosti (1) existuje vždy *největší hromadná hodnota* L, čili *limes superior*, a *nejmenší hromadná hodnota* l, čili *limes inferior*. Symbolicky píšeme pak

$$\lim_{n\to\infty} \sup a_n = L \text{ nebo } \overline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = L$$
$$\lim_{n\to\infty} \inf a_n = l \text{ nebo } \underline{\lim_{n\to\infty}}\, a_n = l$$

a čteme: limes superior a_n, když n vzrůstá do nekonečna jest L, a podobně při l. Pomocí čísel L a l můžeme rozhodnouti o konvergenci či divergenci dané posloupnosti. Má-li posloupnost *jedinou* hromadnou hodnotu, pak jest $L = l$ a posloupnost je konvergentní s l-ou $L = l$. Jestliže však $L > l$, pak posloupnost jest divergentní.

L. *funkce.* O funkci reálné proměnné $f(x)$ říkáme, že má v bodě $x = a$ l-u A, jestliže hodnoty $f(x)$ se neomezeně blíží k A, když x se blíží neomezeně k a jakýmkoliv způsobem. Tato definice není přesná, protože není vysvětleno, co to znamená neomezeně se blížiti. Přesná definice zní: Funkce $f(x)$ má v bodě $x = a$ l-u A, jestliže ke každému kladnému číslu ε lze nalézti takové kladné číslo δ, že $A - \varepsilon < f(x) < A + \varepsilon$ pro všechna x, která splňují nerovnosti $0 < |x - a| < \delta$. Z toho je patrno, že při hledání l-y A nepřichází v úvahu bod $x = a$ samotný, nýbrž jen ta x, která leží poblíže hodnoty a. Symbolicky se píše $\lim_{x\to a} f(x) = A$ a čte: l. $f(x)$ jest rovna A, když x se blíží k a. Tak na př.:

$$\lim_{x\to 2} x^2 = 4,$$
$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} = 2.$$

Z druhého příkladu je patrno, že l. funkce $f(x)$ v bodě $x = a$ nemusí býti rovna číslu $f(a)$. Uvažovaná funkce $\frac{x^2-1}{x-1}$ nemá totiž v bodě $x = 1$ *žádné hodnoty* (není tam definována), protože číslem *0* není dovoleno děliti, přesto však existuje l. funkce té pro bod $x = 1$. Pojem l-y funkce $f(x)$ v bodě a lze obdobně zobecniti, jako u posloupností. Mohou se zavésti *hromadné hodnoty* funkce $f(x)$, když x se blíží k a, obdobně, jako při posloupnostech. Největší z těchto hromadných hodnot L a nejmenší z nich l se nazývají opět *limes superior* a *limes inferior*. Symbolicky se píše na př:

$$\lim_{x\to a} \sup f(x) = L \text{ nebo } \overline{\lim_{x\to a}}\, f(x) = L$$

a podobně při limes inferior.

Pojem l-y a některá jeho zobecnění jsou základem pro vybudování celé vyšší matematiky. Srv. *M. Kössler*, Úvod do počtu diferenciálního 1926, *K. Petr*, Počet diferenciální 1923. *Kössler.*

Limnokvarcit je důležitou horninou ve slov. třetihorách, zvláště v. krajině sev. od ohbí Hronu u Sv. Kríže, Kremničky a j., kde je též materiálem na mlýnské kameny; obsahuje fosilní floru i faunu sladkovodní. *Sá.*

* **Limnologie,** nauka o jezerech. Jako věda byla založena Forelem. Náleží k věďám zeměpisným (do oblasti všeobecného zeměpisu). Je nejbližší oceanografii, s níž má společné někt. problémy a podobné metody. Všímá si i biolog. stránky výzkumu jezerního. Vědecky l-i vypracovali: Forel, Delebecque, Magrini, Halbfass. Výzkumem čes. jezer se zabývá hl. V. Švambera. *Jš.*

Limoges, fr. m., 92.577 obyv. (1931). Biskupství, universita, svob. práv. fakulta.

Limón, prov. v rep. Costa Rica při pobř. Karibského moře, 10.000 km², 33.382 obyv. (1931). Trop. ovoce, bavlna a káva. Hl. m. Puerto **L.**, největší příst. Costa Riky, 15.690 obyv. *Ja.*

Limonen, $C_{10}H_{16}$, terpen, důležitý jednak rozšířením v éter. olejích (na př. v citronovém, bergamotovém), jednak významem v chem. výzkumu vůbec. Je to bezbarvý olej, vroucí při 176°, známý ve dvou opticky akt. formách, d-resp. l-l. a v opticky inakt. formě, zvané dipenten. Dipenten je racemická směs d- a l-l-u. V molekule obsahuje dvě dvojné vazby a katalytickou hydrogenisací přechází v nasycený p-menthan. Dehydrogenisací skýtá p-cymen *(Oppenheim)*. **L.** tvoří řadu kryst. adičních derivátů, na př. dihydrochlorid a nitrochlorid, vhodných k isolaci a důkazu l-u. Objev nitrochloridu *(Tilden)* byl velmi významný pro chemii terpenů vůbec, neboť umožnil isolaci a důkaz jednotlivých individuí i v komplikovaných směsích, jako jsou na př. éter. oleje. *Simonsen* jej srovnává s fenylhydrazinem v chemii cukrů *(E. Fischer)*. Konstituci l-u stanovil *Tiemann*, synteticky jej přepravil *W. H. Perkin* mladší. **L.** tvoří se též polymerisací isoprenu a naopak skýtá thermickým rozkladem isopren. *Simonsen*, The Terpenes 1931. *Pů.*

Limonit novějším výzkumem, zvláště též roentgenometrickým, zjištěn jakožto koloid nebo metakoloid, v němž kryst. součástka je totožná s goethitem $Fe_2O_3 . H_2O$; koloidní obsahuje vody více. Důležitou rudou je **l.** ve svrchním oxydovaném pásmu ložisk rud železných, na př. ocelku ve Slov. Rudohoří