Otakar Borůvka

Mathias Lerch als Fortsetzer der Klassiker in der Theorie der Gammafunktion

Sammelband Leonhard Euler, Deutsch. Akad. Wiss. Berlin 1959, 78-86

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/500084

Mathias Lerch als Fortsetzer der Klassiker in der Theorie der Gammafunktion*)

O. BORŮVKA, Brünn

Mathias LERCH wurde im Jahre 1860 in Milínov bei Sušice (Schüttenhofen) in Südböhmen geboren. Er studierte die Mathematik an den Hochschulen in Prag und setzte seine Studien im Jahre 1884—85 an der Universität in Berlin bei den großen Meistern WEIERSTRASS, KRONECKER und FUCHS fort. Im Jahre 1886 wurde LERCH Privatdozent an der tschechischen technischen Hochschule in Prag und nach zehn Jahren seiner Dozentur, im Jahre 1896, ordentlicher Professor an der Universität in Freiburg in der Schweiz. Abermals nach zehn Jahren, im Jahre 1906, kehrte er in die Heimat zurück, nachdem er zum ordentlichen Professor an der tschechischen technischen Hochschule in Brünn ernannt worden war. Nach der Gründung der Masaryk-Universität in Brünn ging LERCH im Jahre 1920 als erster Professor der Mathematik auf diese Universität über. Leider war hier seine Tätigkeit nur kurz bemessen, denn er starb schon nach zwei Jahren, im Jahre 1922, im Alter von 62 Jahren. Zu diesen kurzgefaßten Lebensdaten möchte ich nur noch hinzufügen, daß LERCH im Jahre 1900 den großen Preis der Pariser Akademie erhielt auf Grund seiner Abhandlung: „*Essais sur le calcul du nombre des classes de formes quadratiques binaires aux coefficients entiers*".

Mathias LERCHS wissenschaftlicher Nachlaß setzt sich aus 238 zum Teil recht umfangreichen Arbeiten zusammen, von denen 118 in tschechischer, 80 in französischer, 34 in deutscher, drei in kroatischer, zwei in polnischer und eine in portugiesischer Sprache verfaßt sind. Dem Inhalt nach gehören etwa 150 dieser Arbeiten der Analysis, etwa 40 der Zahlentheorie an, während die übrigen der Geometrie, numerischen Methoden und anderen Fragestellungen gewidmet sind[1]). In der Analysis, der die meisten der erwähnten Arbeiten angehören, beziehen sich die Leistungen LERCHS auf folgende Gebiete: allgemeine Funktionentheorie, allgemeine und spezielle unendliche Reihen, spezielle Funktionen, insbesondere die Gammafunktion, elliptische Funktionen, Integralrechnung. Auf allen diesen Gebieten hat LERCH bedeutende und dauerhafte Erfolge davongetragen.

---

*) Vortrag, gehalten auf der Nachmittagssitzung am 21. 3. 1957.

[1]) Ein vollständiges chronologisch geordnetes Verzeichnis dieser Arbeiten ist von JOS. ŠKRÁŠEK in dem Czechoslovak mathematical Journal, **3** (78), 1953, 111—122, publiziert worden. Im folgenden werden die Arbeiten von LERCH in der Regel nur mit den in diesem Verzeichnis versehenen Nummern angeführt.

Ich werde nun auf die Leistungen LERCHs auf dem Gebiete der Gammafunktion zu sprechen kommen.

Auf diesem Gebiete trat LERCH zum erstenmal an die Öffentlichkeit im Jahre 1887 mit seiner Arbeit: „*Démonstration nouvelle de la propriété fondamentale de l'intégrale Eulérienne de première espèce*“ ([24]), die chronologisch seine vierundzwanzigste Publikation darstellt. Zu dieser Zeit waren bereits die Grundlagen der Theorie der Gammafunktion in den Arbeiten der Klassiker: EULER, LEGENDRE, GAUSS, BINET, CAUCHY, KUMMER und WEIERSTRASS festgelegt und man stand am Anfang einer Periode des systematischen Aufbaues der Theorie und der Weiterentwicklung und Vertiefung der bekannten Ergebnisse. Von unmittelbaren Vorgängern und Zeitgenossen LERCHs, deren Arbeiten mit den Leistungen LERCHs auf dem Gebiete der Gammafunktion im Zusammenhang stehen, sind die folgenden zu nennen: A. HURWITZ, H. KINKELIN, M. KRAUSE, R. LIPSCHITZ, N. NIELSEN, F. E. PRYM, J. RAABE, W. SCHAEFFER, L. SCHEEFFER, L. SCHENDEL, O. SCHLÖMILCH, E. SCHRÖDER, T. J. STIELTJES, J. TANNERY, CH. J. DE LA VALLÉE POUSSIN und insbesondere CH. HERMITE, mit dem LERCH über lange Jahre hindurch in wissenschaftlicher und überaus freundschaftlicher Korrespondenz stand. Bei dieser Gelegenheit möchte ich bemerken, daß in Brünn die vollständige beiderseitige Korrespondenz zwischen HERMITE und LERCH aufbewahrt worden war, jedoch in der letzten Phase des vorigen Krieges vollständig vernichtet wurde.

LERCHs Arbeiten über die Gammafunktion nehmen etwa ein Drittel seiner Gesamtleistung auf dem Gebiete der Analysis ein. Zwei Arbeiten ([48], [98]) sind einem systematischen Aufbau der Theorie der Eulerschen Integrale bzw. der Gammafunktion unter Anwendung neuer Methoden gewidmet. Die übrigen enthalten breit angelegte Betrachtungen über verschiedene Fragen oder Fragenkomplexe aus der Theorie der Gammafunktion oder sie stellen kleinere Artikel oder Bemerkungen dar. Man findet darunter reizvolle Miniaturen mathematischer Arbeit etwa von der Art der LERCHschen Berechnung des Raabeschen Integrals ([34]), die bereits von HERMITE in seine Vorträge auf der Sorbonne aufgenommen wurde.

Inhaltlich besteht LERCHs Beitrag zu der Theorie der Gammafunktion in der Auffindung von zahlreichen neuen Eigenschaften der Gammafunktion und der anderen Elemente dieser Theorie, d. h. des Logarithmus und der logarithmischen Ableitung der Gammafunktion, der Prymschen Funktionen P, Q (d. h. der unvollständigen Gammafunktionen), der Eulerschen Konstante und der unvollständigen Betafunktion. Diese neuen Eigenschaften beziehen sich auf die erwähnten Elemente der Theorie oder auf verschiedene mit ihnen zusammenhängende Gebilde und werden auf die verschiedenste Art unter Anwendung von Integralen, Potenzreihen, trigonometrischen und anderen Reihen, Kettenbrüchen und sonstigen Mitteln beschrieben. Es handelt sich in der Regel um die Ermittlung der funktionentheoretischen Struktur der betrachteten Funktionen oder um die Herleitung vorteilhafter Methoden zu numerischen Berechnungen oder es geht um Zusammenhänge zwischen den betrachteten Gebilden untereinander oder mit anderen Theorien, insbesondere mit den Malmsténschen Reihen und den elliptischen und Besselschen Funktionen. Von diesen Leistungen ist insbesondere die Entdeckung des Zusammenhanges zwischen der Gammafunktion und der von LERCH aufgebauten Theorie der Malmsténschen Reihen hervorzuheben. Von fundamentaler Bedeutung sind ferner LERCHs Ergebnisse über die Prymsche Funktion Q, die eine Höchstleistung überhaupt auf diesem Gebiete darstellen dürften.

Auch methodisch sind die in Frage stehenden Arbeiten LERCHs im hohen Maße beachtenswert. Dieselben weisen insbesondere auf reiche Erfahrungen des Verfassers auf dem Gebiete der analytischen Funktionen hin. LERCH dürfte der erste gewesen sein, der die Haupteigenschaften der Eulerschen Integrale systematisch mittels funktionentheoretischer Methoden von Anfang an entwickelte ([48]). Ihm gebührt auch das Verdienst um zahlreiche originelle Anwendungen funktionentheoretischer Methoden in einzelnen konkreten Fällen. Ferner hat LERCH neue methodische Prinzipien von erheblicher Tragweite, und zwar das Prinzip der schnellsten Konvergenz ([210]) und das Prinzip der Einführung eines Hilfsparameters für meromorphe Funktionen ([203]) beschrieben und auf konkrete Fragen angewendet. Von den wirksamen methodischen Mitteln, deren sich LERCH öfters bedient, sind die folgenden zu erwähnen: Untersuchung des aus der betrachteten und einer geeigneten Funktion gebildeten Quotienten, Auffindung und Ausnutzung charakteristischer Eigenschaften der betrachteten Funktionen, Anwendung der aus einer Zahlen- oder Funktionenfolge gebildeten höheren Differenzen. Sonst findet man bei LERCH die verschiedensten in seiner Zeit bereits laufend gebrauchten Methoden der Funktionentheorie und der Integralrechnung. Zahlreiche Fragen werden bei LERCH mit verschiedenen Methoden und an verschiedenen Stellen studiert; LERCH äußert sich an einer Stelle so, daß das Vergleichen verschiedener Methoden zur Ausbildung mathematischer Fähigkeiten am meisten beiträgt ([98], S. 393).

In seinen Arbeiten über die Gammafunktion macht LERCH von den Ergebnissen der Klassiker einen weitgehenden Gebrauch. An zahlreichen Stellen werden bei LERCH klassische Ergebnisse über die Gammafunktion neu begründet oder dienen als Ausgangspunkt oder Hilfsmittel für neue Betrachtungen. Bedeutende Leistungen LERCHs stehen mit den von den Klassikern behandelten Fragen im engsten Zusammenhang. Dies bezieht sich z. B. auf den zum erstenmal von LERCH gefundenen Übergang von der Eulerschen Produktdarstellung der Gammafunktion zu der Integraldarstellung der Funktion Q ([203]), auf die berühmte LERCHsche Ableitung der Kummerschen Reihe ([101], [118]), die von LERCH stammenden Erweiterungen der Funktion von Binet ([101]), die LERCHschen charakteristischen Eigenschaften der Gammafunktion ([98]), u. v. a. Bei dieser Gelegenheit möchte ich mir erlauben zu bemerken, daß die Leistungen LERCHs auf dem Gebiete der Gammafunktion zuweilen auch kompetenten Spezialisten fast gänzlich entgangen sein dürften, wie dies etwa aus dem im Jahre 1916 von G. BRUNEL in der Enzyklopädie der math. Wiss. (II, II A 3, 135—188) publizierten Artikel über die Integralrechnung zu ersehen ist.

Ich werde nun auf einige bedeutsame Ergebnisse von LERCH näher eingehen.

An erster Stelle möchte ich kurz über den bereits erwähnten von LERCH entdeckten Zusammenhang zwischen den Malmsténschen Reihen und der Gammafunktion berichten.

Als eine Malmsténsche Reihe wird von LERCH eine Reihe von der Form

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \frac{e^{2n x \pi i}}{[(w+n)^2+u^2]^{s/2}}$$

bezeichnet. Anfänge der Theorie dieser Reihen gehen auf EULER zurück. Die in dieser Hinsicht ersten entscheidenden Schritte sind von dem schwedischen Mathematiker C. J. MALMSTÉN im Jahre 1849 gemacht worden. Nach ihm folgten die Arbeiten von SCHLÖMILCH, LIPSCHITZ, RIEMANN, KINKELIN, E. SCHRÖDER, HURWITZ und APPELL, in denen spezielle mit dieser Theorie verwandte Untersuchungen auftreten. In drei in den Jahren 1892—94 in der Tschechischen Akad. der Wiss. publizierten Abhandlungen ([82], [91], [101]) hat LERCH die Theorie der Malmsténschen Reihen begründet und weitgehend entwickelt. In seiner Theorie treten die durch die folgenden Reihen definierten Funktionen

$$\mathfrak{K}(w,x,s) = \sum_{n=0}^{\infty}{}' \frac{e^{2nx\pi i}}{(w+n)^s}, \quad R(w,s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(w+n)^s}$$

als wichtige Elemente auf. Die Funktion $\mathfrak{K}(w, x, s)$ wird heute als die Zetafunktion von LERCH bezeichnet; dieselbe ist zum erstenmal von LIPSCHITZ untersucht worden. $R(w, s)$ ist die sogenannte Zetafunktion von HURWITZ.

Vom Standpunkt der Theorie der Gammafunktion dürften die Ergebnisse, die die Natur der Funktion $R(w, s)$ in der Umgebung der beiden Punkte $s = 1$ und $s = 0$ beschreiben, am wichtigsten sein. Man findet bei LERCH bewiesen, daß die Differenz $R(w, s) - 1/(s - 1)$ eine ganze transzendente Funktion von s darstellt und ferner, daß die Potenzentwicklungen der Funktion $R(w, s)$ in der Umgebung der genannten Punkte die folgende Gestalt haben:

$$R(w,s) = \frac{1}{s-1} - \frac{\Gamma'(w)}{\Gamma(w)} + a_1(s-1) + a_2(s-1)^2 + \ldots, \tag{1}$$

$$R(w,s) = \left(\frac{1}{2} - w\right) + \log\frac{\Gamma(w)}{\sqrt{2\pi}}\, s + b_2 s^2 + b_3 s^3 + \ldots. \tag{2}$$

Diese Formeln enthalten eine Menge aus der Theorie der Eulerschen Integrale bekannter Resultate und lassen erkennen, daß die Malmsténschen Reihen den geradesten und zugleich einfachsten Weg zu der Theorie der Gammafunktion eröffnet haben ([101], S. 58). Die Reihenentwicklung (2) enthält insbesondere die Formel:

$$\log\Gamma(w) = \log\sqrt{2\pi} + D_{s=0}R(w,s), \tag{3}$$

aus der sich für die Funktion $\log \Gamma(w)$ ebenso viele Formen ergeben, als für die Funktion $R(w, s)$ in der Umgebung des Punktes $s = 0$ gültige Ausdrücke bekannt sind ([101], S. 13). Die mit der Gleichung (3) äquivalente Formel

$$\Gamma(w) = \exp D_{s=0}[R(w,s) - \zeta(s)]$$

wird in der neueren Literatur als die LERCHsche Definition der Gammafunktion bezeichnet. In den LERCHschen Arbeiten begegnet man den Reihenentwicklungen (1), (2) an mehreren Stellen, gelegentlich ihrer Herleitung und Anwendungen zum Teil auch auf dem Gebiete der Klassenanzahl quadratischer Formen ([179]), [185], [217]). LERCH hat diese Reihenentwicklungen gefunden ohne Kenntnis davon zu haben, daß dieselben vereinzelt bereits in den Jahren 1861—62 und

1867 in Programmen schweizerischer Mittelschulen von H. KINKELIN und E. SCHRÖDER publiziert worden waren ([155], S. 7).

Bei dieser Gelegenheit möchte ich bemerken, daß LERCH die obigen Ergebnisse auf die durch die folgende Reihe definierte Funktion

$$R(a, u, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{[(a+n)^2 + u^2]^s}$$

erweiterte. LERCH hat bewiesen ([101]), daß die Differenz

$$R(a, u, s) - \Gamma(s - \tfrac{1}{2})\sqrt{\pi}/2\Gamma(s) u^{2s-1}$$

eine ganze transzendente Funktion von s darstellt und ferner, daß die Potenzentwicklungen der Funktion $R(a, u, s)$ in der Umgebung der Punkte $s = 1$ und $s = 0$ die folgende Gestalt haben:

$$R(a, u, s) = \frac{1}{2ui}\left\{\frac{\Gamma'(a+ui)}{\Gamma(a+ui)} - \frac{\Gamma'(a-ui)}{\Gamma(a-ui)}\right\} + A_1(s-1) + A_2(s-1)^2 + \ldots,$$

$$R(a, u, s) = \left(\frac{1}{2} - a\right) + \log\frac{\Gamma(a+ui)\,\Gamma(a-ui)}{2\pi}\, s + B_2 s^2 + \ldots.$$

Aus der zweiten dieser Entwicklungen kommt die folgende Formel heraus:

$$\log\Gamma(a + ui)\Gamma(a - ui) = \log 2\pi + D_{s=0} R(a, u, s).$$

Ich werde mich nun einem anderen von LERCH ebenfalls mit größtem Erfolg behandelten Fragenkomplex zuwenden. Es handelt sich um die Derivation der klassischen Kummerschen Reihe:

$$\log\Gamma(x) + \frac{1}{2}\log\frac{\sin x\pi}{\pi} + \left(x - \frac{1}{2}\right)[\log 2\pi - \Gamma'(1)] = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log n}{n\pi} \sin 2n x\pi.$$

Über den Ursprung dieser Betrachtungen berichtet LERCH ([116], [124]) so, daß ihm von HERMITE die Frage gestellt wurde, die Ableitung der Kummerschen Reihe und anderer trigonometrischer Reihen, bei denen die üblichen Regeln für die Differentiation versagen, zu finden. LERCH hat diese Frage im Falle der Kummerschen Reihe ursprünglich auf Grund seiner aus der Theorie der Malmsténschen Reihen entspringenden Formel ([101], [118])

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-2x\pi i(v+n)}}{v+n} = -\log 2\pi + \Gamma'(1) - \frac{\Gamma'(v)}{\Gamma(v)} - \frac{\pi i}{2} - \log x - \sum_{k=-\infty}^{\infty}{}' e^{2kv\pi i} \log\frac{x+k}{k}$$

$(0 < x, v < 1)$ gelöst und auf diese Weise seine wohlbekannte Formel:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sin(2k+1)v\pi \cdot \log\frac{k}{k+1} = [\log 2\pi - \Gamma'(1)]\sin v\pi + \frac{\pi}{2}\cos v\pi + \frac{\Gamma'(v)}{\Gamma(v)}\sin v\pi$$

$(0 < v < 1)$ erhalten. Durch dieses Ergebnis wurde er dann zu einer Lösung des Problems unter sehr allgemeinen Voraussetzungen geführt.

Ich werde mich mit der Formulierung bloß eines der LERCHschen Sätze begnügen. Er lautet so:

Die Ableitung der Summe $f(x)$ einer konvergenten trigonometrischen Reihe

$$f(x) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{c_\nu}{\nu} \sin 2\nu x \pi$$

ist durch die Formel

$$f'(x) \frac{\sin x\pi}{\pi} = \sum_{\nu=0}^{\infty} (c_\nu - c_{\nu+1}) \sin(2\nu + 1) x\pi, \quad c_0 = 0,$$

gegeben, sobald die auf der rechten Seite auftretende Reihe gleichmäßig konvergiert.

Aus diesem Satz kommt für $c_\nu = \log \nu$ unmittelbar die obige LERCHsche Formel heraus. Die übrigen LERCHschen Sätze beziehen sich auf Reihen mit den Gliedern $\frac{c_\nu}{\nu} \cos 2\nu x\pi$, $\frac{2c_\nu}{2\nu - 1} \sin(2\nu - 1) x\pi$ usw. und sind von ähnlicher Struktur. LERCH hat von diesen Sätzen eine Reihe interessanter, die Gammafunktion betreffender Anwendungen gemacht. Ich bin der Meinung, daß diese LERCHschen Sätze wegen ihrer einfachen auf die Abelsche Identität gegründeten Beweise und der reichen Anwendungsmöglichkeiten für die Aufnahme in entsprechende Lehrbücher sehr gut geeignet sind.

Ein weiteres Ergebnis von LERCH, über das ich kurz berichten möchte, ist die LERCHsche Charakterisierung der Gammafunktion. LERCH hat die diesbezüglichen Betrachtungen im Jahre 1899 in der Tschechischen Akademie der Wissenschaften ([98]) publiziert. Diese einem systematischen Aufbau der Theorie der Gammafunktion gewidmete Arbeit ist auch sonst durch andere originelle Ergebnisse sehr bemerkenswert. Insbesondere enthält sie zwei asymptotische Formeln für den absoluten Wert der Gammafunktion. Die einfachere dieser Formeln, die bei der Begründung der charakteristischen Eigenschaften der Gammafunktion verwendet wird, ist die folgende:

$$|\Gamma(\xi + i\eta)| = \frac{\Gamma(\xi + 1)}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} \sqrt{\frac{\eta\pi}{\operatorname{Sinh} \eta\pi}}\, \varphi(\eta),$$

wobei $0 \leq \xi \leq 1$, $0 \neq \eta$ (reell), $1 \leq \varphi(\eta) \leq \sqrt{1 + \eta^2}$ ist.

Die erste Charakterisierung der Gammafunktion durch die Eigenschaften

$$F(z + 1) = zF(z), \quad \lim_{n\to\infty} \frac{F(z + n)}{(n - 1)!} n^{-z} = 1$$

geht auf WEIERSTRASS zurück. LERCH hat charakteristische Eigenschaften der Gammafunktion folgendermaßen beschrieben:

Es sei $F(z)$ eine eindeutige analytische Funktion, die keine anderen Singularitäten als die Pole erster Ordnung $z = 0, -1, -2, -3 \ldots$ besitzt, der Differenzengleichung $F(z + 1) = zF(z)$ genügt und für $0 \leq \xi \leq 1$ und genügend große $|\eta|$ die folgende Ungleichung befriedigt:

$$|F(\xi + i\eta)| \leq A\, |\xi + i\eta|^p\, e^{\alpha\pi|\eta|},$$

wobei $0 < A$, $0 < p$, $0 < \alpha < \frac{3}{2}$ willkürliche Konstanten bedeuten. In dieser Situation ist der Quotient $F(z)/\Gamma(z)$ konstant.

LERCH wendet seinen Satz zur Begründung der Gaußschen Multiplikationsformel und zur Herleitung des Eulerschen Integrals auf Grund der Produktdarstellung der Gammafunktion an. Bekanntlich wurde viel später eine weitere Eigenschaft der Gammafunktion für positive Argumente, die logarithmische Konvexität, entdeckt und auf dieser Grundlage eine zu didaktischen Zwecken vorzüglich geeignete Theorie der Gammafunktion im reellen Gebiet von E. ARTIN entwickelt.

Weitere sehr bemerkenswerte Leistungen LERCHs beziehen sich auf die durch die Formeln

$$P(s, \omega) = \int_0^\omega e^{-x} x^{s-1}\, dx, \quad Q(s, \omega) = \int_\omega^\infty e^{-x} x^{s-1}\, dx$$

definierten Prymschen Funktionen P, Q. LERCH hat insbesondere die Funktion Q, von der HERMITE an einer Stelle schreibt[2]), sie sei von einer sehr mysteriösen Natur, eingehend studiert. Seine diesbezüglichen, zuweilen durch recht komplizierte Formeln ausgedrückten Resultate dürften, wie oben bemerkt, eine Höchstleistung überhaupt auf diesem Gebiete darstellen. Diese LERCHschen Studien enthalten auch viele Resultate über die speziellen Fälle der Funktion Q, den Integrallogarithmus und die Krampsche Transzendente L. In dieser Hinsicht erlaube ich mir auf die LERCHschen Arbeiten, insbesondere auf seine zwei im Jahre 1905 im Crelles Journal publizierten Abhandlungen ([191], [195]) hinzuweisen.

Ich möchte mich mit diesen kurzen und sehr unvollständigen Auszügen aus LERCHs Leistungen auf dem Gebiete der Gammafunktion begnügen und nur noch einige in hohem Maße charakteristische Merkmale seines gesamten literarischen Nachlasses hervorheben. Mathias LERCH stellt sich in seinem Werke als ein hervorragender Repräsentant der klassischen Mathematik am Ende des 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts, als erfahrener Kenner seiner Wissenschaft mit außerordentlicher Intuition und Kombinationsfähigkeit dar. «... Il est extrêmement ingénieux et je fais grand cas de son talent ...» schreibt über Lerch HERMITE in einem Briefe an STIELTJES (l. c., II, 326). Die Schriften von LERCH zeichnen sich durch eine sorgfältige und gewissenhafte inhaltliche und stilistische Bearbeitung aus. Seine Resultate stellen in der Regel nicht etwa zufällige Tatsachen, sondern erstrebte Lösungen vorgelegter Probleme dar, sei es als Zusammenhänge zwischen einzelnen Gebilden oder als Beschreibungen funktionentheoretischer Natur der betrachteten Funktionen oder als Mittel zu numerischen Berechnungen oder zu anderen, z. B. zahlentheoretischen Anwendungen. Die LERCHschen allgemeinen Sätze sind nicht etwa kühne Gedankenkonstruktionen ohne bekannte Verwirklichungen, sondern sie sind abstrakte Beschreibungen rechnerischer Erfahrungen. Und auch durch dieses Streben nach Anwendbarkeit seiner Ergebnisse, sei es zum inneren Aufbau einzelner Theorien oder zu praktischen äußeren Zwecken, schließt sich Mathias LERCH an die Klassiker an als einer ihrer bedeutendsten Fortsetzer und vielleicht als Klassiker selbst.

---

[2]) CH. HERMITE-T. J. STIELTJES, Correspondance d'Hermite et de Stieltjes. I, II. Paris, 1905 (s. I, 247).

Auszug aus dem vollständigen Verzeichnis der wissenschaftlichen Arbeiten Mathias Lerchs

(Czechoslovak mathematical Journal, 3 (78), 1953, 111—122)

[24] Démonstration nouvelle de la propriété fondamentale de l'intégrale Eulérienne de première espèce.
[Bull. Soc. math. de France **15** (1887), 173—178].

[34] Démonstration élémentaire d'une formule de Raabe.
[Giornale di Mat., pubbl. per G. Battaglini, Napoli **26** (1888), 39—40].

[48] O hlavních vlastnostech integrálů Eulerových.
[Věstník Král. České spol. nauk, II. tř. 1889, 188—222].

[82] Základové theorie Malmsténovských řad.
[Rozpravy Čes. Akad. **1** (1892), č. 27, 1—70].

[91] Studie v oboru Malmsténovských řad a invariantů forem kvadratických.
[Rozpravy Čes. Akad. **2** (1893), č. 4., 1—12].

[98] Theorie funkce gamma.
[Věstník Čes. Akad. **2** (1893), 237—247, 305—317, 382—398, 462—472].

[101] Další studie v oboru Malmsténovských řad.
[Rozpravy Čes. Akad. **3** (1894), č. 28, 1—61].

[116] Sur la différentiation d'une classe de séries trigonométriques.
[Annales de l'École norm. sup., Paris (3), **12** (1895), 351—361].

[118] Sur une relation ayant rapports avec la théorie de la fonction gamma.
[Bull. Acad. de l'emp. Fr. Jos. **2** (1895), Prague, 214—218].

[124] Pravidla o derivování jisté kategorie řad trigonometrických.
[Věstník Čes. Akad. **5** (1896), 71—80].

[144] Sur quelques propriétés d'une transcendante uniforme.
[Compte rendu du quatrième Congrès scientifique international des catholiques tenu à Fribourg (Suisse), Fribourg 1898, 58—69].

[155] Rychle konvergentní vyjádření některých limit.
[Rozpravy Čes. Akad. 8 (1899), č. 36, 1—9].

[179] Sur le mombre des classes de formes quadratiques binaires d'un discriminant positif fondamental.
[Journal de Math. pures et appl., Paris (5), **9** (1903), 377—401].

[185] O liczbie klas form kwadratowych dwójkowych o wyróżniku zasadniczym dodatnim.
[Prace Mat.-Fiz., Warszawa **15** (1904), 91—113].

[191] Einige Reihenentwicklungen der unvollständigen Gammafunktion.
[Journal für die reine u. angew. Math., Berlin **130** (1905), 47—65].

[195] Über einige Entwicklungen auf dem Gebiete der unvollständigen Eulerschen Integrale zweiter Art.
[Journal für die reine u. angew. Math., Berlin **128** (1905), 211—221].

[203] Über einige Punkte der Theorie der Eulerschen Integrale.
[Monatshefte für Math. u. Phys., Wien **17** (1906), 3—18].

[210] Über einige Punkte der Theorie der Eulerschen Integrale.
[Monatshefte für Math. u. Phys., Wien **19** (1908), 119—147].

[217] Poznámky o počtu tříd kvadratických forem.
[Věstník Čes. Akad. **20** (1911), 120—144].

Матиас Лерх, как преемник классиков в разработке теории гамма-функции

О. БОРУВКА, Брно

Резюме

МАТИАС ЛЕРХ (род. в 1860 г. в Милинове близ г. Сушице в Южной Чехии, ум. в 1922 г.) работал профессором математики во Фрейбургском университете в Швейцарии, в Чешской Высшей технической школе и в Университете им. Масарика в Брно. Его научное наследие насчитывает 238 работ, опубликованных по большей части на чешском языке. Около 150 из них принадлежат по содержанию к математическому анализу, около 40 к теории чисел, остальные посвящены геометрии, численным методам и другим отраслям математики. Результаты ЛЕРХа по математическому анализу относятся к следующим областям: общая теория функций, общая теория рядов и специальные бесконечные ряды, специальные функции, особенно гамма-функция и эллиптические функции, интегральное исчисление.

Работы ЛЕРХа по теории гамма-функции составляют около трети всех его публикаций по математическому анализу. Его вклад в теорию гамма-функции заключается в открытии многочисленных новых свойств самой функции и других основных объектов этой теории: логарифма и логарифмической производной гамма-функции, функций ПРИМа P и Q, постоянной ЭЙЛЕРа и неполных бета-функций. Среди этих результатов следует особо выделить открытие связи между гамма-функцией и разработанной ЛЕРХом теорией рядов МАЛЬМСТЕНа. Фундаментальное значение имеют далее результаты ЛЕРХа, относящиеся к функции ПРИМа Q, которые вообще являются лучшим достижением в этом направлении. Полный список трудов ЛЕРХа в хронологическом порядке был опубликован в Чехословацком математическом журнале 3 (78), 111—122 (1953).