

60. ročník Matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z8

In: Zdeněk Dvořák (editor); Zbyněk Falt (editor); Karel Horák (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 60. ročník Matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2010/2011. 52. Mezinárodní matematická olympiáda. 5. Středoevropská matematická olympiáda. 23. Mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. pp. 134–136.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405219>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z8

Texty úloh

Z8 – I – 1

Martin má na papíře napsáno pětímístné číslo s pěti různými číslicemi a následujícími vlastnostmi:

- ▷ škrtnutím druhé číslice zleva (tj. číslice na místě tisíců) dostane číslo, které je dělitelné dvěma,
- ▷ škrtnutím třetí číslice zleva dostane číslo, které je dělitelné třemi,
- ▷ škrtnutím čtvrté číslice zleva dostane číslo, které je dělitelné čtyřmi,
- ▷ škrtnutím páté číslice zleva dostane číslo, které je dělitelné pěti,
- ▷ neškrtně-li žádnou číslici, má číslo dělitelné šesti.

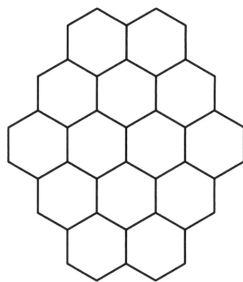
Které největší číslo může mít Martin napsáno na papíře?

(*M. Petrová*)

Z8 – I – 2

Karel se snažil do prázdných polí na obr. 34 vepsat přirozená čísla od 1 do 14 tak, aby žádné číslo nebylo použito víckrát a součet všech čísel v každé přímé linii byl stejný. Po chvíli si uvědomil, že to není možné. Jak byste Karlovo pozorování zdůvodnili vy? (Přímou linií rozumíme skupinu všech sousedících políček, jejichž středy leží na jedné přímce.)

(*S. Bednářová*)



Obr. 34

Z8 – I – 3

Cena knížky „Nové hádanky“ byla snížena o 62,5 %. Matěj zjistil, že obě ceny (před snížením i po něm) jsou dvojmístná čísla a dají se vyjádřit stejnými číslicemi, jen v různém pořadí. O kolik Kč byla knížka zlevněna?

(*M. Volfová*)

Z8 – I – 4

Rozdělte krychli o hraně 8 cm na menší shodné krychličky tak, aby součet jejich povrchů byl pětkrát větší než povrch původní krychle. Jaký bude objem malé krychle a kolik centimetrů bude měřit její hrana?

(*M. Volfová*)

Z8 – I – 5

Klára, Lenka a Matěj si procvičovali písemné dělení se zbytkem. Jako dělence měl každý zadáno jiné přirozené číslo, jako dělitele však měli všichni stejné přirozené číslo. Lenčin dělenec byl o 30 větší než Klářin. Matějův dělenec byl o 50 větší než Lenčin. Kláře vyšel ve výsledku zbytek 8, Lence zbytek 2 a Matějovi zbytek 4. Všichni počítali bez chyby. Jaký dělitel byl žákům zadán?

(*L. Šimůnek*)

Z8 – I – 6

V rovnoramenném lichoběžníku $ABCD$ jsou úhlopříčky AC a DB na sebe kolmé, jejich délka je 8 cm a délka delší základny AB je také 8 cm. Vypočítejte obsah tohoto lichoběžníku.

(*M. Krejčová*)

Z8 – II – 1

Na kartičku jsem napsala dvojmístné přirozené číslo. Součet číslic tohoto čísla je dělitelný třemi. Odečtu-li od napsaného čísla číslo 27, dostanu jiné dvojmístné přirozené číslo, psané týmiž číslicemi, ale v opačném pořadí. Která čísla jsem mohla napsat na kartičku?

(*L. Hozová*)

Z8 – II – 2

Martina si vymyslela postup na výrobu číselné posloupnosti. Začala číslem 52. Z něj odvodila další člen posloupnosti takto: $2^2 + 2 \cdot 5 = 4 + 10 = 14$. Potom pokračovala stejným způsobem dále a z čísla 14 dostala $4^2 + 2 \cdot 1 = 16 + 2 = 18$. Vždy tedy vezme číslo, odtrhne z něj číslici na místě jednotek, tuto odtrženou číslici umocní na druhou a k výsledné mocnině přičte dvojnásobek čísla, které zbylo z původního čísla po odtrhnutí poslední číslice. Jaké je 2011. číslo takto vzniklé posloupnosti?

(*M. Dillingerová*)

Z8 – II – 3

V kružnici k se středem S a poloměrem 52 mm jsou dány dvě na sebe kolmé tětivy AB a CD . Jejich průsečík X je od středu S vzdálen 25 mm. Jak dlouhá je tětiva CD , je-li délka tětivy AB 96 mm? (L. Hozová)