

60. ročník Matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z7

In: Zdeněk Dvořák (editor); Zbyněk Falt (editor); Karel Horák (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 60. ročník Matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2010/2011. 52. Mezinárodní matematická olympiáda. 5. Středoevropská matematická olympiáda. 23. Mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2015. pp. 131–133.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405218>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Kategorie Z7

Texty úloh

Z7 – I – 1

Součin číslic libovolného vícemístného čísla je vždy menší než toto číslo. Pokud počítáme součin číslic daného vícemístného čísla, potom součin číslic tohoto součinu, poté znova součin číslic nového součinu atd., nutně po nějakém počtu kroků dospějeme k jednomístnému číslu. Tento počet kroků nazýváme *perzistence* čísla. Např. číslo 723 má perzistenci 2, neboť $7 \cdot 2 \cdot 3 = 42$ (1. krok) a $4 \cdot 2 = 8$ (2. krok).

1. Najděte největší liché číslo, které má navzájem různé číslice a perzistenci 1.
2. Najděte největší sudé číslo, které má navzájem různé nenulové číslice a perzistenci 1.
3. Najděte nejmenší přirozené číslo, které má perzistenci 3.

(S. Bednářová)

Z7 – I – 2

Ondra na výletě utratil $\frac{2}{3}$ peněz a ze zbytku dal ještě $\frac{2}{3}$ na školu pro děti z Tibetu. Za $\frac{2}{3}$ nového zbytku ještě koupil malý dárek pro maminku. Z děravé kapsy ztratil $\frac{4}{5}$ zbylých peněz, a když ze zbylých dal půlku malé sestřičce, zůstala mu právě jedna koruna. S jakým obnosem šel Ondra na výlet?

(M. Volfová)

Z7 – I – 3

Šárka prohlásila:

„Jsme tři sestry, já jsem nejmladší, Líba je starší o tři roky a Eliška o osm. Naše mamka ráda slyší, že nám všem (i s ní) je v průměru 21 let. Přitom když jsem se narodila, bylo mamce už 29.“

Před kolika lety se Šárka narodila?

(M. Volfová)

Z7 – I – 4

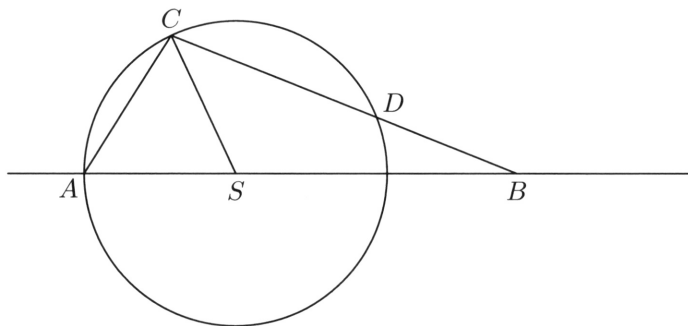
Jindra měl napsáno čtyřmístné číslo. Toto číslo zaokrouhlil na desítky, na stovky a na tisíce a všechny tři výsledky zapsal pod toto číslo. Všechna čtyři čísla správně sečetl a dostal 5 443. Které číslo měl Jindra napsáno?

(M. Petrová)

Z7 – I – 5

Libor narýsoval kružnici se středem S a body A, B, C, D , jak ukazuje obr. 33. Zjistil, že úsečky SC a BD jsou stejně dlouhé. V jakém poměru jsou velikosti úhlů ASC a SCD ?

(L. Hozová)



Obr. 33

Z7 – I – 6

Najděte všechna trojmístná přirozená čísla, která jsou beze zbytku dělitelná číslem 6 a ve kterých můžeme vyškrtnout jakoukoli číslici a vždy dostaneme dvojmístné přirozené číslo, jež je také beze zbytku dělitelné číslem 6.

(L. Šimůnek)

Z7 – II – 1

Na kartě je napsáno čtyřmístné přirozené číslo, ve kterém můžeme vyškrtnout jakékoli dvě číslice a vždy dostaneme dvojmístné přirozené číslo, jež je beze zbytku dělitelné číslem 5. Kolik takových čtyřmístných přirozených čísel existuje? (Pozor, např. číslo 06 není dvojmístné.)

(L. Šimůnek)

Z7 – II – 2

Karel a Vojta zjistili, že kuchyňské hodiny na chalupě se předbíhají o 1,5 minuty za každou hodinu a hodiny v ložnici se o půl minuty každou hodinu zpožďují. V pravé poledne seřídili hodiny na stejný a správný čas. Hodiny v kuchyni i v ložnici mají obvyklý dvanáctihodinový ciferník. Urči, kdy nejdříve budou (bez dalšího opravování)

1. kuchyňské hodiny ukazovat opět přesný čas,
2. hodiny v ložnici ukazovat opět přesný čas,
3. oboje hodiny ukazovat opět stejný (i když možná nesprávný) čas.

(M. Volfová)

Z7 – II – 3

V trojúhelníku ABC označíme středy stran CB a CA písmeny K a L . Víme, že čtyřúhelník $ABKL$ má obvod 10 cm a trojúhelník KLC má obvod 6 cm. Vypočítej délku úsečky KL .

(J. Mazák)